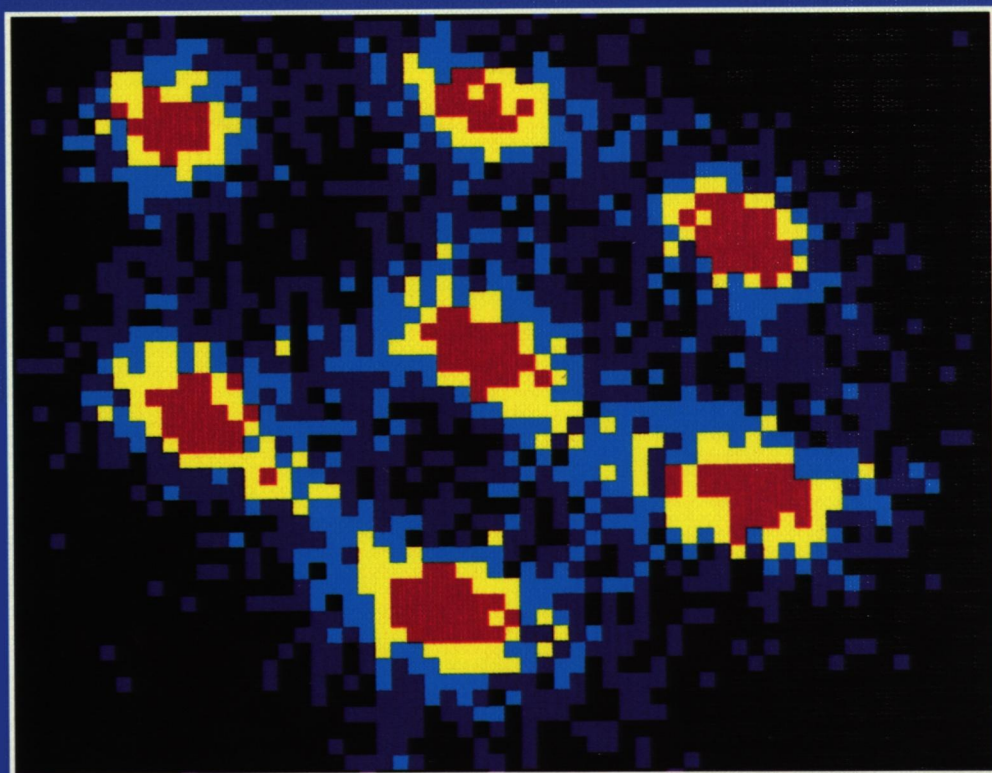


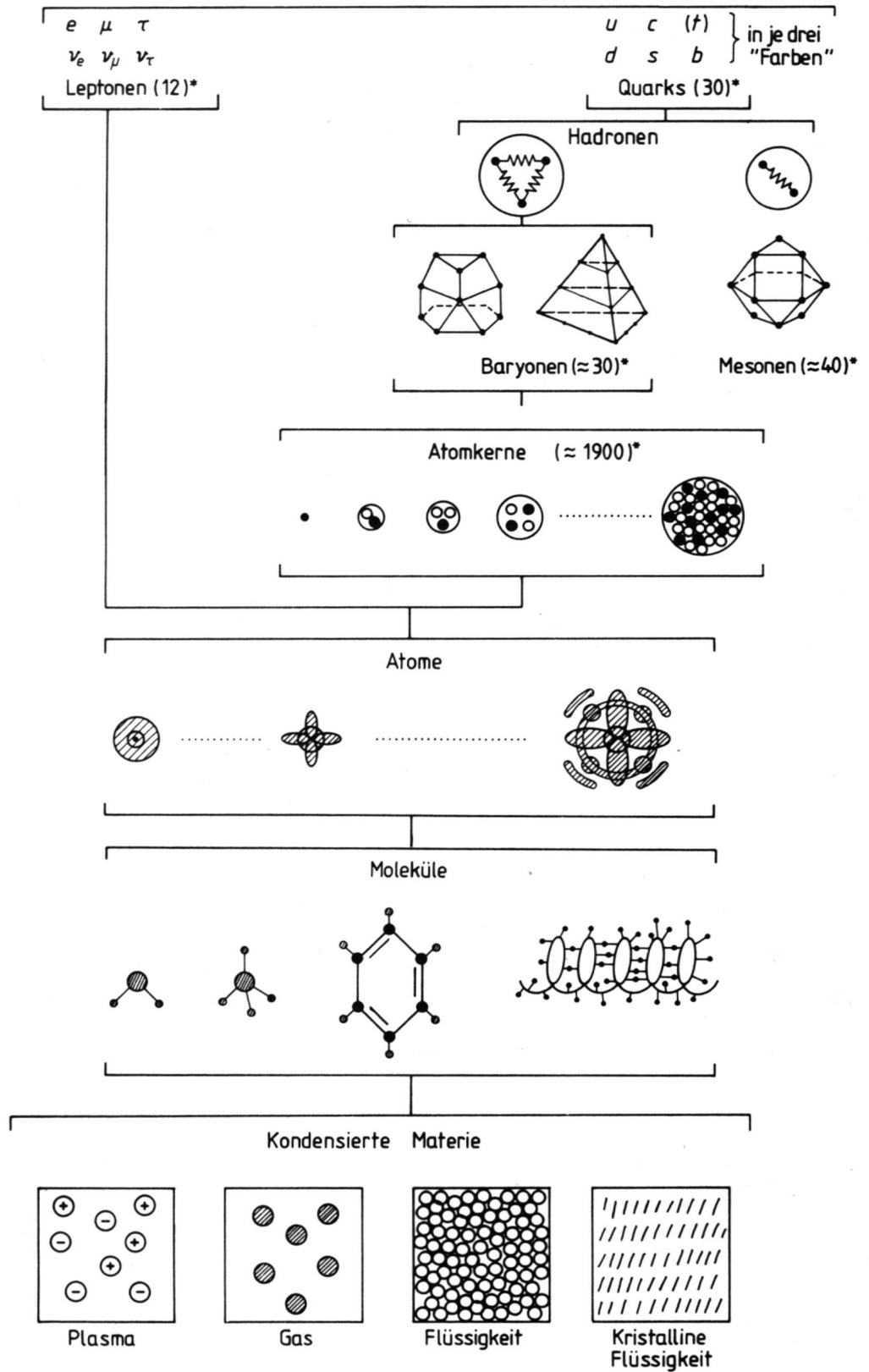
Klaus Stierstadt

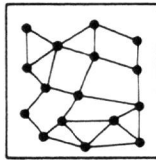
Physik der Materie



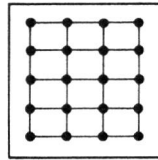
Der Aufbau der Materie

Elementarteilchen und Antiteilchen (42)*

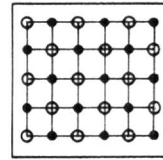




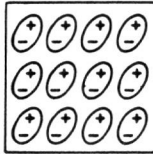
Amorpher
Festkörper



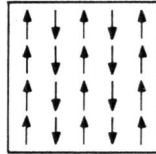
Kristall



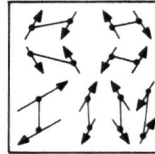
Überstruktur



Elektrische
Ordnung



Magnetische
Ordnung



Supraleiter

.....

Belebte Materie



Hyper-
zyklus



Zelle



Hohltier



Pflanze

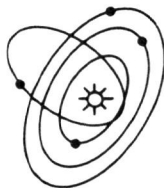


Tier



Mensch

Materie im Kosmos



Planetensystem



Sternhaufen



Galaxie




Galaxienhaufen

* Die Zahlen in Klammern geben an, wieviel verschiedene Teilchen bis heute beobachtet wurden.

Klaus Stierstadt

Physik der Materie



 Veröffentlicht in Zusammenarbeit mit der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft

© VCH Verlagsgesellschaft mbH, D-6940 Weinheim (Bundesrepublik Deutschland), 1989

Vertrieb

VCH Verlagsgesellschaft, Postfach 10 11 61, D-6940 Weinheim (Bundesrepublik Deutschland)

Schweiz: VCH Verlags-AG, Postfach, CH-4020 Basel (Schweiz)

Großbritannien und Irland: VCH Publishers (UK) Ltd., 8 Wellington Court, Wellington Street,
Cambridge CB1 1HW (Großbritannien)

USA und Canada: VCH Publishers, Suite 909, 220 East 23rd Street, New York,
NY 10010-4606 (USA)

ISBN 3-527-26921-5

Klaus Stierstadt

Physik der Materie



Prof. Dr. Klaus Stierstadt
Sektion Physik der Universität
Schellingstraße 4
8000 München 40

Das vorliegende Werk wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Lektorat: Walter Greulich
Herstellerische Betreuung: Max Denk

Bild auf Umschlag: Freischwebender Mikrokristall, bestehend aus sieben Magnesium-Ionen, in einer Ionenfalle. Die Aufnahme gelang H. Walther und Mitarbeitern im Jahr 1987 am Max-Planck-Institut für Quantenphysik in München (siehe auch Abb. 14-1).

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Stierstadt, Klaus:

Physik der Materie/Klaus Stierstadt.

[veröffentlicht in Zusammenarbeit mit Dt. Physikalischer Gesellschaft].

– Weinheim; Basel; Cambridge;

New York, NY: VCH, 1989.

ISBN 3-527-26921-5

© VCH Verlagsgesellschaft mbH, D-6940 Weinheim (Federal Republic of Germany), 1989

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, daß diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

All rights reserved (including those of translation into other languages). No part of this book may be reproduced in any form – by photoprinting, microfilm, or any other means – nor transmitted or translated into a machine language without written permission from the publishers. Registered names, trademarks, etc. used in this book, even when not specifically marked as such, are not to be considered unprotected by law.

Satz, Druck und Bindung: Konrad Tritsch, Druck- und Verlagsanstalt, D-8700 Würzburg
Printed in the Federal Republic of Germany

Vorwort

Die Physik der Materie beschäftigt sich mit dem Aufbau und den Eigenschaften der uns umgebenden Stoffe, angefangen bei ihren kleinsten Bestandteilen, den Elementarteilchen, bis hin zu den größten bekannten Objekten, den Superclustern von Galaxien im Weltall. Ein derart umfassendes Gebiet in einem einzigen Band zu beschreiben, ist sicher ein gewagtes Unterfangen, um so mehr, wenn sich die Darstellung nicht auf populärwissenschaftlichem Niveau bewegen, sondern dem Anspruch von Studierenden höherer Semester gerecht werden soll. Andererseits habe ich in jahrelanger Vorlesungspraxis die Erfahrung gemacht, daß die Lernenden immense Schwierigkeiten haben, bei der großen Stofffülle nicht nur Detailwissen in eng begrenzten Gebieten zu erlangen, sondern größere Zusammenhänge zu erkennen und einen gewissen Überblick zu gewinnen.

Einsichten in Zusammenhänge können sicher durch didaktisch gut aufbereitete Vorlesungen zu den Schwerpunktthemen Atom- und Molekülphysik, Kern- und Elementarteilchenphysik sowie Festkörperphysik und durch zusätzlich angebotene Übungen vermittelt werden. Ein großes Problem besteht allerdings in dem Mangel an Lehrbüchern, die über solche Spezialgebiete hinausgreifen und die die Studierenden beim Erkennen der wesentlichen Lernziele unterstützen. Dabei geht es einmal um den für die anstehenden Prüfungen – Staatsexamen oder Diplom – relevanten Stoff. Zum anderen geht es auch darum, das angeeignete Wissen so einzuordnen und zu verwerten, daß man damit selbständig arbeiten kann. Um dabei eine Hilfe zu sein, sollte ein Lehrbuch zur Physik der Materie meines Erachtens unter anderem die folgenden Anforderungen erfüllen:

Motivation und Ziele

- Es sollte kompakt und verständlich geschrieben sein, das heißt, einzelnen Themen sollte es nur soviel Raum wie unbedingt nötig widmen, auf umfangreiche formale Ableitungen möglichst verzichten und alle Phänomene mit bildlichen Darstellungen illustrieren.
- Der dargebotene Stoff sollte eine gute Mischung aus Experiment und Theorie enthalten.
- Das Buch sollte die Studierenden bis an die Grenzen des heutigen Kenntnisstandes der physikalischen Forschung heranführen sowie die Arbeitsweise der modernen Physik verdeutlichen und damit etwas von der Spannung vermitteln, die mit aller Forschung verbunden ist.

- Nicht nur „was wir wissen“ sollte der Leser erfahren, sondern auch – und das ist vielleicht noch wichtiger – „was wir nicht wissen“ und worin wir die Gründe für unsere Unkenntnis vermuten.
- Schließlich sollte sich vom Anfang bis zum Ende ein roter Faden durch das Buch ziehen: das Deutlichmachen von Zusammenhängen zwischen den verschiedenen Teilgebieten der Physik und – wo nötig – das Aufzeigen von Abgrenzungen.

Es wäre vermessen zu behaupten, in der Vergangenheit habe es keine erfolgreichen Versuche gegeben, solchen Anforderungen gerecht zu werden. Die entsprechenden Lehrbücher sind allerdings zum Teil veraltet oder haben den Charakter von Handbüchern angenommen. Daher schien es mir an der Zeit, einen neuen Versuch zu wagen.

Das vorliegende Buch geht aus einer Vorlesung im Rahmen eines zweisemestrigen vierstündigen Kurses hervor, den ich an der Universität München in den vergangenen Jahren mehrmals durchgeführt habe. Das Niveau der Vorlesung entspricht dem sogenannten nichtvertieften Studiengang in Physik, zum Beispiel für das Lehramt an Realschulen. Vorausgesetzt werden Kenntnisse, die in den Grundvorlesungen über Mechanik, Elektromagnetismus, Wellen und Optik, Wärme sowie elementare Quantenphysik erworben werden. Bei der Physik der Materie befinden sich viele Studierende zum ersten Mal in der Situation, die Kenntnisse aus allen jenen vorhergehenden Kursen anwenden zu müssen. Die Notwendigkeit des Hochschullehrers, sich bei einer Vorlesung über die Physik der Materie im nichtvertieften Studiengang auf wesentliche Aspekte beschränken zu müssen, war für mich ein großer Vorteil bei der Erstellung des Buchmanuskripts, denn weite Teile der Vorlesungsunterlagen konnten übernommen werden. Das Buch enthält aber etwa ein Drittel mehr Stoff, als in der Vorlesung behandelt wurde. Damit wendet es sich an alle Studierenden, für die Physik Prüfungsfach in der Hauptprüfung ist, das heißt an Lehramtskandidaten, Physik-Diplomstudenten und auch Physik-Nebenfachstudenten.

Das wesentliche Merkmal des Buches, der sich hindurchziehende rote Faden, ist das Deutlichmachen von Zusammenhängen zwischen den Teilgebieten. Daher wird die Physik der Materie hier auf eine etwas unkonventionelle Art behandelt: vom Kleinen zum Großen – vom Quark zum Quasar, vom Elementarteilchen zum Weltall. Normalerweise fängt man mit dem Atom an und erweitert dann den Größenbereich der zu untersuchenden Objekte nach unten und nach oben. Dies wird damit begründet, die Größe eines Atoms sei unserem heutigen Vorstellungsvermögen gerade noch einigermaßen zugänglich und lasse sich gleichzeitig noch relativ einfach theoretisch behandeln. Je kleiner die Objekte sind, die wir betrachten, um so unanschaulicher wird die Physik und um so rätselhafter ihre Gesetze. Ähnliches gilt nach großen Entfernungen hin für kosmische Systeme und Vorgänge. Daher, so argumentiert man, sei das Atom sozusagen das Paradeobjekt in der unserem Denken und Verstehen angemessenen „Schicht“ von Raum-, Zeit- und Energiebereichen. (Den Hinweis auf dieses „Schichtmodell“ verdanke in meinem Kollegen W. Hering).

Aber ist ein Atom wirklich das am leichtesten zu verstehende zusammengesetzte System? Erreicht man bei den einfachen Voraussetzungen, über die wir hier verfügen, nicht auch beim Atom nur ein bruchstückhaftes Verständnis? Ich glaube, daß die Vorliebe für das Atom einesteils historisch bedingt ist, andererseits durch die mathematische Handhabbarkeit

**Für wen das Buch
gedacht ist**

Wie das Buch aufgebaut ist

und die Eleganz der vereinfachten Theorie des Wasserstoffatoms. Daher habe ich mich entschlossen, nicht mit dem Atom zu beginnen, sondern mit dem heute etablierten „Standardmodell“ der Elementarteilchen, und von hier aus zu immer größeren und komplexeren Gebilden fortzuschreiten. Dieser Weg hat den Vorteil, daß er einen ganz wesentlichen Zug der Physik der Materie von Anfang an klar hervortreten läßt: die Entstehung neuer Eigenschaften beim Zusammenwirken von Einzelobjekten in einem System – Eigenschaften, welche die Bestandteile des Systems selbst nicht besitzen: *Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile*. Dies zu begreifen erscheint mir als das zentrale Anliegen auf dem Weg zum Verständnis der kondensierten Materie. Hierbei wird auch das wichtigste Handwerkszeug der modernen Physik systematisch eingeübt, nämlich die Erfindung geschickt vereinfachter Modelle zur Beschreibung immer komplizierterer, aus vielen Teilchen zusammengesetzter Objekte, deren realistische Behandlung oft weit jenseits unserer heutigen begrifflichen und mathematischen Möglichkeiten liegt. Dieses Verfahren gipfelt in der Übertragung physikalischer Modelle auf biologische und soziale Systeme, wo es unter dem Namen „Synergetik“ bekannt ist.

Damit der Anspruch des Buches auf Kompaktheit gewahrt bleiben konnte und der Umfang nicht zu groß wurde, mußte ich natürlich manches weglassen, was auch wissenswert wäre. So fehlen zum Beispiel Abschnitte über Grenzflächen, dünne Schichten, Gittergase, kleine Teilchen, fraktale Strukturen usw. Die für diese Bereiche wichtigen Phänomene und Modelle werden aber zumindest erwähnt, und auf entsprechende Literatur wird hingewiesen.

Die Eigenschaften der kondensierten Materie werden in diesem Buch soweit als möglich auf diejenigen der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen zurückgeführt. Dabei verwende ich zwar nur in wenigen Fällen formale Ableitungen, die wichtigsten physikalischen Sachverhalte werden aber selbstverständlich in der Form von Größengleichungen dargestellt. Das ist die in der Physik übliche und angemessene Beschreibungsweise. Doch liegt der Schwerpunkt hier nicht auf der Herleitung dieser Gleichungen. Manche Leute meinen, eine Gleichung ohne ihre Herleitung sei sinnlos, sofern es sich nicht um ein Grundgesetz handelt; man könne daraus nichts lernen. Ich kann diesen Standpunkt nicht teilen. Einerseits zeigt eine Gleichung auch ohne Herleitung, wie einfach die Natur sein kann, oder aber, wie kompliziert die quantitative Beschreibung schon der einfachsten realen Zweiteilchensysteme wirklich ist, zum Beispiel die vollständige Wellenfunktion des Wasserstoffatoms in Kapitel 7. Andererseits lassen sich aus einer solchen Gleichung oft ohne große Mathematikkenntnisse qualitative und quantitative (Vor-)Aussagen gewinnen, die mit der Erfahrung verglichen werden können und so zur Verbindung von Experiment und Theorie beitragen.

Meßmethoden werden in diesem Buch nur dort ausführlich besprochen, wo sie besonders interessant oder besonders wichtig sind. Das betrifft zum Beispiel die Experimente zur Bestimmung der Eigenschaften der Elementarteilchen, Eigenschaften, die sozusagen zur Grundausstattung der Physik der kondensierten Materie gehören. Alle physikalischen Größen werden in SI-Einheiten angegeben; auch eV sowie Å, fm und Lj werden meistens durch J bzw. m ausgedrückt. Für jedes Kapitel gibt es am Schluß des Buches eine Auswahl ergänzender und weiterführender Literatur. Außerdem empfehle ich allen Studierenden die regelmäßige Lektüre der wichtigsten allgemeinbildenden naturwissenschaftlichen Zeitschriften, zum

Wie der Stoff behandelt wird

Beispiel *Scientific American* (bzw. *Spektrum der Wissenschaft*), *Physics Today*, *Nature*, *Science*, *Physikalische Blätter*, *Physik in unserer Zeit*, *La Recherche* usw.

Ich habe bewußt darauf verzichtet, mir schwerer erscheinende Abschnitte mit einem Sternchen zu versehen; jeder Studierende muß seine Grenzen selber erfahren. Sollten Sie beim Lesen auf einen Abschnitt stoßen, der Ihnen unverständlich erscheint, so können Sie ihn ruhig zunächst überschlagen. Das Verständnis des Folgenden wird dadurch oft gar nicht beeinträchtigt. Auf ganz wichtige Dinge aber kommt man immer wieder zurück, und mit der Zeit werden sie einem so geläufig, daß sie keine Schwierigkeiten mehr bereiten. Noch ein weiterer Rat: Lesen Sie auch die Legenden der Abbildungen sorgfältig. Der Umfang des Buches mußte beschränkt bleiben. Daher sind manche Dinge in den Legenden erklärt, weil sich dort, bei der Beschreibung der Abbildungen, manches mit weniger Worten sagen läßt als im Text. Es ist vorgesehen, möglichst bald ein Übungsheft mit Lösungen zu diesem Buch herauszugeben. Ebenso soll ein Tabellenheft mit den wichtigsten Materialeigenschaften zu Teil II (Kondensierte Materie) erstellt werden. Die entsprechenden Tabellen zu Teil I (Bausteine der Materie) sind bereits in den Text integriert.

Dieses Buch wäre nicht zustandegekommen ohne die konstruktive und kritische Mitarbeit meiner Zuhörer in den Vorlesungen und ohne die vielen hilfreichen Diskussionen mit Fachleuten. Besonders bedanken möchte ich mich hierfür bei meinen Freunden und Kollegen F. Bell, A. Heisen, W. Hering, W. Rau, J. Schilling, F. Schmeidler, H. Schrötter, A. Staude, G. Wiech und O. Graf Wittgenstein. Für wertvolle Hilfe bei der Herstellung des Manuskripts und der Abbildungen danke ich Frau C. Haschka, Frau S. Kröll sowie den Herren M. und W. Fellner. Der VCH-Verlagsgesellschaft bin ich für die ausgezeichnete und verständnisvolle Zusammenarbeit sehr verbunden, insbesondere Herrn W. Greulich für seine konstruktive Kritik und für viele Verbesserungsvorschläge.

Das Schreiben eines Buches ist ein nie enden wollendes Unternehmen. Allein während der Arbeit an diesem Manuskript wurden mehrere neue Elementarteilchen entdeckt, fünfzählige Kristalle gefunden, Hochtemperatur-Supraleiter wurden entwickelt, die eine technische Revolution bedeuten können, Turbulenz und Chaos begann man zu verstehen, und vieles andere mehr. Einmal muß dann ein Schlußstrich gezogen werden, auch wenn sich immer wieder neue Dinge finden, die man besser machen oder hinzufügen möchte. Ich bin daher auf die Mitarbeit aller Leser angewiesen und bitte um Kritik und Verbesserungsvorschläge für eine spätere Überarbeitung.

München 1989

Klaus Stierstadt

Hinweise zur Benutzung des Buches

Dank und Bitte

Inhalt

Vorwort	V
Tafelteil	hinter Inhaltsverzeichnis (Seiten TI–TXVII)
Teil I Mikrophysik – Die Bausteine der Materie . . .	1
1 Aufbau und Eigenschaften der Materie – Einführung und Überblick	3
1.1 Die Sinne vermitteln uns das Bild der Welt	3
1.2 Was heißt „verstehen“?	4
1.3 Eigenschaften der Materie	5
1.4 Teilchen, Wellen, Felder	7
1.5 Struktur und Energie	9
1.6 Berechnung von Strukturen	11
Zusammenfassung	13
2 Die Elementarteilchen und ihre Eigenschaften	15
2.1 Was ist ein Elementarteilchen?	15
2.2 Drei Gruppen von Elementarteilchen	16
2.3 Die Eigenschaften der Elementarteilchen	19
2.4 Leptonen	24
2.5 Quarks	25
2.6 Feldquanten	28
2.7 Die Frage nach den Urbausteinen	32
Zusammenfassung	33
3 Die Grundgesetze der Physik und die Kräfte zwischen den Teilchen	35
3.1 Was sind Grundgesetze?	35
3.2 Die vier fundamentalen Wechselwirkungen	39
3.3 Die Vereinigung der Wechselwirkungen	44
3.4 Die Wechselwirkungen und die Struktur der Materie . . .	47
Zusammenfassung	48
4 Hadronen	49
4.1 Mesonen	49
4.2 Baryonen	55

4.3	Die Energiezustände der Hadronen	58
4.4	Die Größe der Hadronen	60
	Zusammenfassung	61
5	Wie mißt man die Eigenschaften der Elementarteilchen? . .	63
5.1	Nachweis- und Meßgeräte für Elementarteilchen	63
5.2	Die Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit	69
5.3	Die Bestimmung der elektrischen Ladung	69
5.4	Die Bestimmung der Masse	71
5.5	Die Bestimmung von Eigendrehimpuls und magnetischem Moment	72
5.6	Die Bestimmung der Lebensdauer	75
5.7	Die Bestimmung von Größe und Struktur der Teilchen .	76
	Zusammenfassung	81
6	Atomkerne	83
6.1	Masse und Zusammensetzung der Atomkerne	83
6.2	Die Bindungsenergie der Atomkerne	88
6.3	Die Größe der Atomkerne	91
6.4	Die Form der Atomkerne	93
6.5	Drehimpuls und magnetisches Moment der Atomkerne .	95
6.6	Die Energiezustände der Atomkerne	99
6.7	Instabile Atomkerne und Radioaktivität	103
	Zusammenfassung	106
7	Atome	109
7.1	Das Atommodell von Bohr	110
7.2	Das quantenmechanische Atommodell	114
7.3	Atome mit mehreren Elektronen	123
7.4	Atome im elektrischen Feld	130
7.5	Atome im Magnetfeld	132
	Zusammenfassung	136
8	Moleküle	139
8.1	Was ist ein Molekül?	142
8.2	Die einfachsten Moleküle: H_2^+ und H_2	142
8.3	Die Struktur der Moleküle	147
8.4	Die Bindungsverhältnisse der Moleküle	150
8.5	Die Energiezustände der Moleküle	155
8.6	Magnetische und elektrische Eigenschaften von Molekülen	159
	Zusammenfassung	160
9	Biomoleküle	161
9.1	Die Nukleinsäuren	162
9.2	Die Proteine	163
9.3	Die Membranen	166
9.4	Die Funktion von Biomolekülen: Proteinsynthese und DNA-Reproduktion	167
9.5	Der autokatalytische Reproduktionsprozeß und die Evolution	171
9.6	Die Photosynthese	173
	Zusammenfassung	176

Teil II Makrophysik – Die kondensierte Materie	177
10 Von der Mikrophysik zur Makrophysik	179
10.1 Neue Eigenschaften der kondensierten Materie und die Feldgrößen der Vielteilchenphysik	180
10.2 Die Erscheinungsformen der kondensierten Materie: Aggregatzustände und Phasen	182
10.3 Übersicht über die Eigenschaften der kondensierten Materie	187
10.4 Der Zusammenhang zwischen mikroskopischen und makroskopischen Eigenschaften der Materie	196
Zusammenfassung	199
11 Gase	201
11.1 Das ideale Gas	202
11.2 Reale Gase	214
11.3 Der Plasmazustand	219
11.4 Gasmischungen	223
Zusammenfassung	226
12 Flüssigkeiten	227
12.1 Einfache Flüssigkeiten	228
12.2 Komplizierte Flüssigkeiten (Polymere)	238
12.3 Elektrisch leitende Flüssigkeiten	246
12.4 Lösungen und Mischungen	248
Zusammenfassung	255
13 Von der Unordnung zur Ordnung	257
13.1 Amorphe Festkörper oder Gläser	258
13.2 Kristalline Flüssigkeiten oder flüssige Kristalle	265
Zusammenfassung	272
14 Struktur und Wachstum der Kristalle	273
14.1 Gestalt und Herstellung von Kristallen	274
14.2 Der atomare Aufbau der Kristalle	281
14.3 Gittertypen, Richtungen und Netzebenen	288
14.4 Gestörte Kristalle	293
14.5 Mischungen und Verbundwerkstoffe	297
Zusammenfassung	298
15 Mechanische Eigenschaften der Festkörper	301
15.1 Die mechanische Suszeptibilität idealer Kristalle	301
15.2 Die mechanischen Eigenschaften gestörter Kristalle	309
Zusammenfassung	320
16 Thermische Eigenschaften der Festkörper	323
16.1 Die Wärmekapazität	324
16.2 Die thermische Ausdehnung	337
16.3 Die Wärmeleitung	339
16.4 Diffusionsvorgänge	342
Zusammenfassung	347
17 Elektrische Eigenschaften der Festkörper	349
17.1 Die elektrische Suszeptibilität	350
17.2 Ferroelektrika	354
17.3 Piezo- und Pyroelektrizität	358

17.4	Die elektrische Leitfähigkeit der Metalle	359
17.5	Die elektrische Leitfähigkeit der Halbleiter	367
	Zusammenfassung	373
18	Magnetische Eigenschaften der Festkörper	375
18.1	Diamagnetismus	376
18.2	Paramagnetismus	378
18.3	Magnetische Ordnung	380
18.4	Magnetische Bereichsstruktur und Hysterese	385
18.5	Magnetische Werkstoffe	390
18.6	„Nichtdiagonale“ magnetische Response-Eigenschaften	394
	Zusammenfassung	395
19	Optische Eigenschaften der Festkörper	397
19.1	Die Farben der Stoffe	398
19.2	Elementaranregungen oder Quasiteilchen	402
19.3	Moderne Strahlungsquellen	404
	Zusammenfassung	408
20	Tiefemperaturphysik	409
20.1	Der supraleitende Zustand	410
20.2	Der suprafluide Zustand	419
20.3	Die Exzitonen-Kondensation	424
	Zusammenfassung	427
21	Ordnung und Chaos	429
21.1	Phasenübergänge	429
21.2	Transportinstabilitäten	440
21.3	Synergetik oder – „Physik ist überall“	446
	Zusammenfassung	450
22	Materie im Kosmos	453
22.1	Die Erde	454
22.2	Das Sonnensystem	458
22.3	Sterne	461
22.4	Galaxien und Quasare	469
22.5	Das Weltall	475
22.6	Sind wir allein?	479
	Zusammenfassung	482
	Schlußbetrachtung	485
	Anhang	489
A	Der Welle-Teilchen-Dualismus	489
B	Nuklidtabelle	503
	Literatur	515
	Quellenverzeichnis	521
	Sachregister	525

Tafelteil

Legenden zu den Tafeln I–XVII

Tafel I (Abb. 7-5). Elektronen-Dichteverteilung im Wasserstoff-atom (siehe auch Abb. 7-6). Hier ist die Wahrscheinlichkeit W wiedergegeben, ein Elektron in einem bestimmten Volumenelement dV zu finden, und zwar gewichtet mit dem Quadrat des Abstands vom Zentrum, also $W(r, \vartheta, \varphi) dV = r^2 |\psi|^2 dV$. Die Grautöne bezeichnen Bereiche mit verschiedener Elektronendichte auf einer siebenteilig gestuften Skala. In den schwarzen Bereichen ist W am größten, in den hellsten am kleinsten. Jedes Teilbild ist ein Schnitt in der y - z -Ebene (vgl. Abb. 7-4). Alle Bilder muß man sich rotationssymmetrisch um die z -Achse ergänzt denken, um einen Eindruck von der räumlichen Gestalt des Atoms zu bekommen *). Die Quantenzahlen sind unter jedem Bild angegeben, zum Beispiel entspricht „432“ dem Zustand mit $n = 4$, $l = 3$ und $m_l = \pm 2$. Da der Radius des Atoms proportional zu n^2 anwächst (siehe Gl. 7-17), wurden die Bilder in dieser Darstellung proportional zu n^2 verkleinert. Der Maßstab ist für jedes n in Einheiten des Bohr-Radius $a_B = 5,29 \cdot 10^{-11}$ m angegeben. Die Bilder wurden mit Hilfe eines Rechenprogramms hergestellt, das am Fachbereich Physik der Universität Kaiserslautern entwickelt wurde (Grammel u. a. 1988); sie wurden von M. Böhne (Sektion Physik der Universität München) in eine für den Druck geeignete Grauskala umgesetzt. Das Programm gestattet eine Fülle auch anderer interessanter Darstellungen von Wasserstoff-Wellenfunktionen. Es kann auf Diskette mit Beschreibung gegen eine Schutzgebühr bezogen werden bei: A. Grammel, M. Rubly, H. J. Korsch und H.-J. Jodl, Fachbereich Physik der Universität Kaiserslautern, Postfach 3049, D-6750 Kaiserslautern.

Tafel II (Abb. 7-21). Beobachtung eines einzelnen frei im Raum schwebenden Atoms (aus Neuhauser u. a. 1980 sowie Dehmelt 1987). (a) Lichtemission (blauer Punkt etwas links von der Mitte) eines einzelnen Ba^+ -Ions; Expositionszeit 10 Minuten, Vergrößerung 60-fach. Die großen hellen Bereiche sind durch Lichtstreuung an den Elektroden (Teilbild c) entstanden. (b) Dasselbe in 600-facher Vergrößerung, oben für 1 Ion, in der Mitte für 2, unten für 3 Ionen ($t_i \approx 2 \mu\text{m}$). (c) Elektrodynamischer Käfig zur Beobachtung einzelner Ionen. Ringdurchmesser 0,5 mm; Ba Barium-Atomstrahl; e^- ionisierende Elektronen; ω, ω' Laserlicht zur Rückstoß-Abbremsung und zur Anregung der erzeugten Ionen; $V_0 \sin \Omega t$ elektrische Wechselspannung mit $V_0 \approx 15$ V und $\Omega \approx 6$ MHz.

Tafel III (Abb. 8-10). Modell der DNA-Spirale, wie es aus Röntgenstreuexperimenten gewonnen wird (Produkt der Firma Ealing Corp., USA; mit freundlicher Genehmigung der Firma Pörschke GmbH, D-6128 Höchst).

*) Ein räumliches Bild vermittelt beispielsweise die Darstellung der reinen Wasserstoffwellenfunktionen (nicht wie hier ihrer mit r^2 multiplizierten Quadrate), die J. Brickmann, M. Klöffler und H.-U. Raab in ihrem Artikel „Atomorbitale“ in Chemie in unserer Zeit **12**, Nr. 2, S. 23–26 (1978), gewählt haben.

Tafel IV (Abb. 9-3). Struktur der Desoxyribonukleinsäure (DNA). (a) Teilaufnahme eines recA-DNA-Moleküls mit dem Raster-Tunnelmikroskop (siehe Abb. 14-16). Der Bildausschnitt mißt 236×192 nm (mit freundlicher Genehmigung von Amrein u. a. 1988). (b) Die Grundbausteine der DNA: Purinbasen (Adenin und Guanin), Pyrimidinbasen (Thymin und Cytosin), Zucker (Desoxyribose) und Phosphorsäure (H_3PO_4) (nach Kronberg 1968). (c) Schematische Darstellung der DNA-Struktur. Die Nukleinbasen A, C, G, T sind an Zucker-Phosphat-Ketten aufgehängt und durch je zwei bzw. drei Wasserstoffbrücken miteinander verbunden (nach Kornberg 1968).

Tafel V (Abb. 9-5c). Modell des Moleküls Phosphorylase (aus Sprang u. a. 1988).

Tafel VI (Abb. 12-11). Flüssigkeit im schwerelosen Zustand. Dieses Bild eines Öltropfens von einigen Zentimetern Durchmesser wurde 1984 an Bord des Spacelab aufgenommen. Rechts wird mit einer Spritze eine Luftblase injiziert (aus Shapland und Rycroft 1984).

Tafel VII (Abb. 14-8). Amorph-kristalline Mischstruktur von Festkörpern. (a) Schematisches Bild eines teilkristallinen Festkörpers. Zwischen den Kristalliten befinden sich größere amorphe Bereiche (aus Waseda 1980). (b) Schematisches Bild von teilweise kristallisiertem festem Polyäthylen (aus Guinier 1980). (c) Mikroskopische Aufnahme eines teilweise kristallisierten Polymers in polarisiertem Licht. Die sternförmigen und hellen Gebilde bestehen aus nadelförmigen Kristallen; der Rest der Probe ist amorph (mit freundlicher Genehmigung von General Electric Research and Development Center).

Tafel VIII (Abb. 18-21). Magnetischer Kernspeicher. Speichermatrix mit Schreib- und Lese-drähten; zum Größenvergleich mit einer Briefmarke photographiert (aus Stierstadt 1969, mit freundlicher Genehmigung der Siemens AG, München).

Tafel IX (Abb. 19-7). Synchrotron-strahlungsquellen. (a) Sichtbares Licht der Synchrotronstrahlung des 0,3 GeV-Speicherrings SOR in Tokio (aus Koch 1983). (b) Blick in die Experimentierhalle des Berliner Synchrotrons BESSY (aus Koch 1984).

Tafel X (Abb. 19-9). Laser-Strahlung. Der gelbe Strahl eines gepulsten Farbstoff-Lasers wird an einer porösen Glasprobe diffus gestreut. Dabei erfolgt aufgrund der nichtlinearen Suszeptibilität der Probe eine Frequenzverdoppelung zu blauem Licht, und es entstehen bizarr geformte Beugungsmuster (mit freundlicher Genehmigung der Firma Lambda Physik, Göttingen).

Tafel XI (Abb. 20-12). Struktur eines Flußquants. Tunnelmikroskopische Aufnahme (siehe Abb. 14-16) einer Flußlinie auf einem NbSe_2 -Kristall. Die vertikal aufgetragene Tunnelleitfähigkeit ist ein Maß für die magnetische Flußdichte an der Oberfläche (aus Hess u. a. 1989).

Tafel XII (Abb. 21-2c). Demonstration der kritischen Opaleszenz beim kontinuierlichen Mischbarkeitsübergang von Anilin mit 52,7% Gewichtsprozent Zyklohexan; $T_c = 30,77^\circ\text{C}$. Unterhalb T_c besteht eine Mischungslücke. Das von unten einfallende Licht wird praktisch nicht gestreut; man sieht nur Reflexe an den Grenzflächen und Gefäßwänden. In der Nähe von T_c beobachtet man eine sehr intensive Lichtstreuung. Oberhalb von T_c ist die Substanz homogen gemischt (nach Stierstadt 1974).

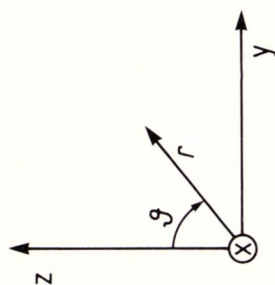
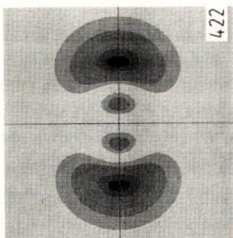
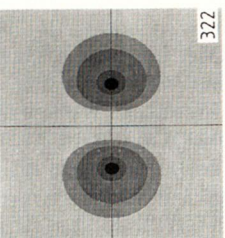
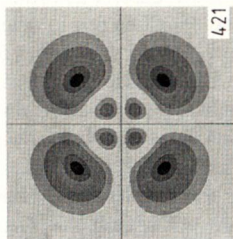
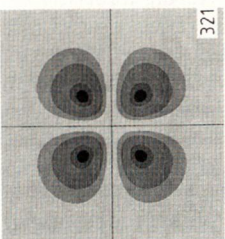
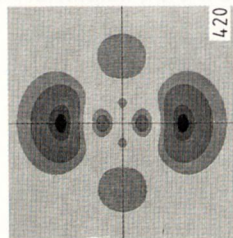
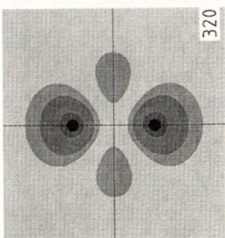
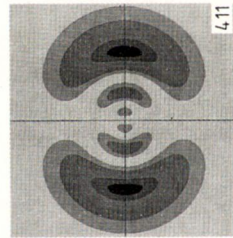
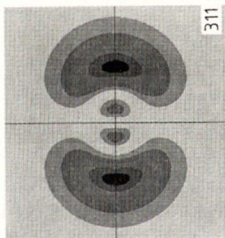
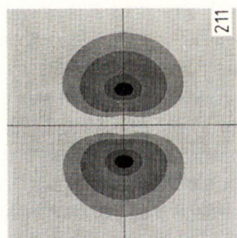
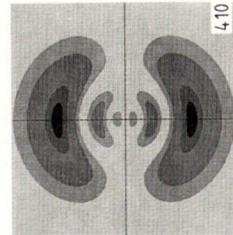
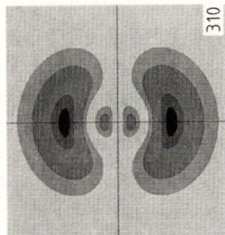
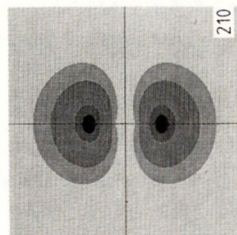
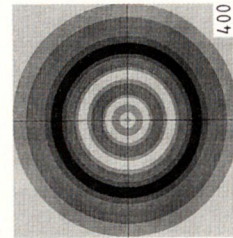
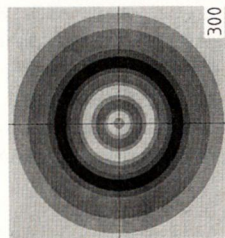
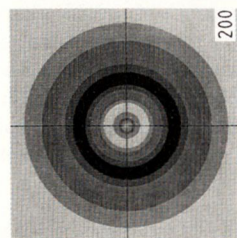
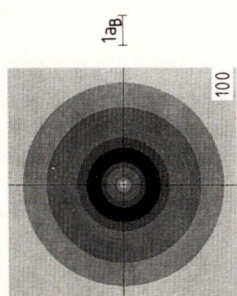
Tafel XIII (Abb. 22-1). Die Erde und ihre nächste Umgebung. (a) Apollo-11-Photo der Erde aus 180 000 km Entfernung. Man erkennt links Südamerika, rechts unten das Westende von Nordafrika. Die meisten der hellen Strukturen sind Wolkenfelder (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (b) Modell des Erdinneren (nach Zeilik und Gaustad 1983). (c) Das Magnetfeld der Erde beruht wahrscheinlich auf elektrischen Strömen (I) im flüssigen Teil des Kerns, die durch die Erdrotation und die Corioliskraft entstehen. Die Magnetfeldachse ist um etwa 20° gegen die Rotationsachse geneigt (nach Zeilik und Gaustad 1983). (d) Die Strahlungsgürtel der Erde. Sie enthalten von der Sonne emittierte Protonen und Elektronen, die durch das Magnetfeld der Erde eingefangen wurden und sich spiralförmig um die Feldlinien herum bewegen (nach Weller u. a. 1987).

Tafel XIV (Abb. 22-9). Aufnahmen von Himmelskörpern unseres Sonnensystems. (a) Der Mond heute. Seit der Marebildung sind viele helle Strahlenkrater entstanden. Wenn nicht eine unvorhergesehene Katastrophe eintritt, wird der Mond sein heutiges Aussehen für Jahrmillionen beibehalten (aus Beatty u. a. 1985). (b) Nahaufnahme des Merkur von einer Raumsonde aus. Die größten Krater haben etwa 200 km Durchmesser (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (c) Die Wolken der Venus, fotografiert vom Pioneer Venus Orbiter im Jahre 1979. Das Bild wurde im ultravioletten Licht aufgenommen, um die Details in der oberen Atmosphäre deutlich zu machen, die bei sichtbaren Wellenlängen sehr ruhig erscheint. Obwohl sich die Venus alle 117 Tage (von der Sonne aus gesehen) in retrograder Richtung einmal dreht, wirbelt ihre Atmosphäre in Höhe der obersten Wolkenschicht in nur 4 Tagen um den Planeten. Dabei bewegt sie sich auch in einem Hadley-Zirkulationsmuster vom Äquator zum Pol, wodurch die hier sichtbaren winkelförmigen Muster entstehen (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (d) Nahaufnahme des Mars von der Raumsonde Viking aus (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (e) Voyager 1 nahm dieses Bild vom Jupiter aus einer Entfernung von 37,5 Millionen km auf. Der Große Rote Fleck ist am äußersten rechten Rand zu erkennen (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (f) Ein Jupitermond. Dieses Mosaik aus Voyager-Bildern zeigt die stark mit Kratern bedeckte Oberfläche von Callisto. Am auffallendsten ist eine ausgedehnte Ringstruktur, Walhalla, die in vielerlei Hinsicht den großen, kreisförmigen Einschlagsbecken ähnelt, die die Oberflächen unseres Mondes und des Merkurs beherrschen. Das helle Zentralgebiet von Walhalla hat etwa 300 km Durchmesser. Gruppen von unterbrochenen konzentrischen Graten erstrecken sich bis in eine Entfernung von etwa 1500 km vom Zentrum (aus Beatty u. a. 1985). (g) Aufnahme des Saturn von der Raumsonde Voyager 1 aus. Die Entfernung betrug 18 Millionen Kilometer. Links unten sind die Monde Tethys (außen) und Enceladus (innen) zu erkennen, rechts oberhalb der Ringe der Mond Mimas (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (h) Uranus mit der Sonde Voyager 2. Ein Gemälde von Don Davis nach Daten einer Computersimulation der Begegnung im Januar 1986 (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (i) Zwei Bilder von Neptun im Abstand von 2 Stunden aus 309 Millionen Kilometer Entfernung von der Sonde Voyager 2 aufgenommen. Das helle Wolkengebilde hat sich während dieser Zeit von der Mitte zum rechten Rand des Planeten bewegt. Die blaugrüne Farbe rührt vom Methangehalt der Atmosphäre her; Methan absorbiert rotes Licht (mit freundlicher Genehmigung der NASA). (j) Übervergrößerte Fernrohraufnahme von Pluto. Mit diesem Photo, aufgenommen am 2. Juli 1978 mit dem 1,54-m-Spiegelteleskop des U.S. Naval Observatory, wurde der Plutomond Charon entdeckt. Er erscheint als Ausbuchtung am oberen rechten Rand des Planeten (aus Beatty u. a. 1985). (k) Nahaufnahme des Kometen Halley 1986 durch eine Raumsonde aus 18 000 km Entfernung; rechts eine Skizze des Kometenkerns (aus Dreisigacker 1986). (l) Ein Steinmeteorit von 20 cm Durchmesser und 55 kg Gewicht (aus Struve 1962). (m) Der Meteor Crater, in der Nähe von Flagstaff/Arizona, ist einer der jüngsten Einschlagskrater, die auf der Erde gefunden wurden. Der Krater wurde vor etwa 25 000 Jahren gebildet, als ein Eisenklumpen (oder vielleicht auch mehrere) mit einer Geschwindigkeit von mehr als 11 km/s auf das offen liegende Sedimentgestein aufschlug. Beim Einschlag wurden zwischen 5 und 20 Megatonnen kinetischer Energie freigesetzt, die einen schüsselförmigen Krater von rund 1,2 km Durchmesser und 200 m Tiefe zurückließen, der mit einer ausgedehnten Decke von Auswurfmaterial umgeben ist. Dieses Photo wurde von den Wissenschaftlern D. J. Roddy und K. Zeller des U. S. Geological Survey aufgenommen (aus Beatty u. a. 1985). (n) Das Zodiakallicht entsteht durch Streuung von Sonnenlicht an einer Staubschicht in der Erdbahnebene (Aufnahme aus Hawaii, mit freundlicher Genehmigung von A. W. Peterson, Utah State University, und L. M. Kieffaber, Whitworth College, USA).

Tafel XV (Abb. 22-13). Die Sonnenoberfläche. Von magnetischen Kräften angetrieben, erhebt sich eine bogenförmige, ausbrechende Protuberanz über die Sonne. Auf dieser Skylab-Ultraviolett-Photographie, die in der 30,4-nm-Linie des einfach ionisierten Heliums aufgenommen wurde, ist Chromosphärenmaterial mit Temperaturen von 10 000–20 000 K sichtbar. Die Fußpunkte der wachsenden Protuberanz liegen in der Photosphäre und Chromosphäre; sie sind durch gewundene Kraftlinien miteinander verbunden (aus Beatty u. a. 1985).

Tafel XVI (Abb. 22-14). Der Orionnebel besteht aus gasförmigem Wasserstoff, Helium und etwas Sauerstoff. Die Gase werden vom Licht benachbarter Sterne zum Leuchten angeregt (Aufnahme von D. A. Calvert und P. Andrews, Royal Greenwich Observatory, aus Malin und Murdin 1986).

Tafel XVII (Abb. 22-22). Nachweis schwarzer Löcher. (a) Ein Doppelstern bestehend aus einem schwarzen Loch und einem normalen oder Riesen-Stern kann sich durch seine Rotationsperiode von einigen Tagen bemerkbar machen. Mit dieser Periode sollte nämlich Röntgenstrahlung emittiert werden, die beim Hineinfallen von Materie aus der Hülle des normalen Sterns in das schwarze Loch entsteht, und zwar beim Zusammenprall mit anderer dort befindlicher Materie kurz vor Erreichen des Schwarzschild-Radius R_S . Die Röntgenstrahlung wird in Form von unregelmäßigen Impulsen mit einer Folgefrequenz von etwa 1 s ausgestrahlt und ist mit der Rotationsperiode des Doppelsternsystems moduliert. Da Röntgenstrahlung in unserer Erdatmosphäre vollständig absorbiert wird, sind solche Beobachtungen nur von Satelliten aus möglich. Bis heute wurden etwa zehn derartige Objekte gefunden, bei denen es sich um schwarze Löcher handeln könnte. (b) Der Gravitationslinsen-Effekt besteht in der Ablenkung des Lichts eines entfernten Objekts durch ein dazwischen liegendes schwarzes Loch (oben). Das Bild einer Galaxie (Mitte) wird dabei entsprechend verzerrt (unten), im Idealfall zu einem Kreis, wenn das schwarze Loch genau auf der Sichtlinie liegt (nach Kaufmann 1979). (c) Dieser „Einstein-Ring“ (MG 1131+0456:a) ist möglicherweise eine solche außerordentlich seltene Abbildung, aufgenommen mit einem Radioteleskop bei 15 GHz (mit freundlicher Genehmigung des National Radio Astronomy Observatory, Charlottesville, USA; aufgenommen von J. N. Hewitt und E. L. Turner 1987).

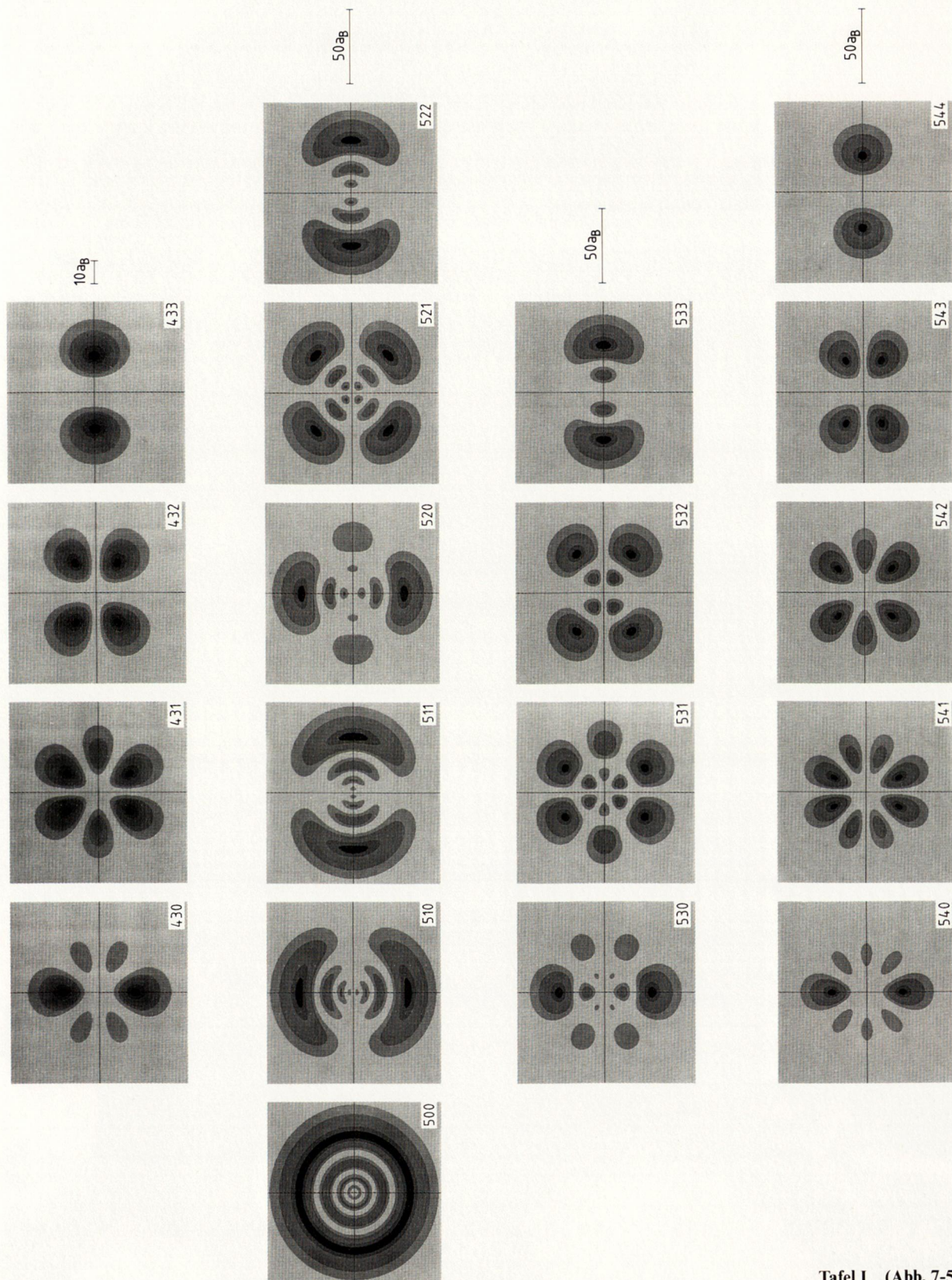


$10a_B$

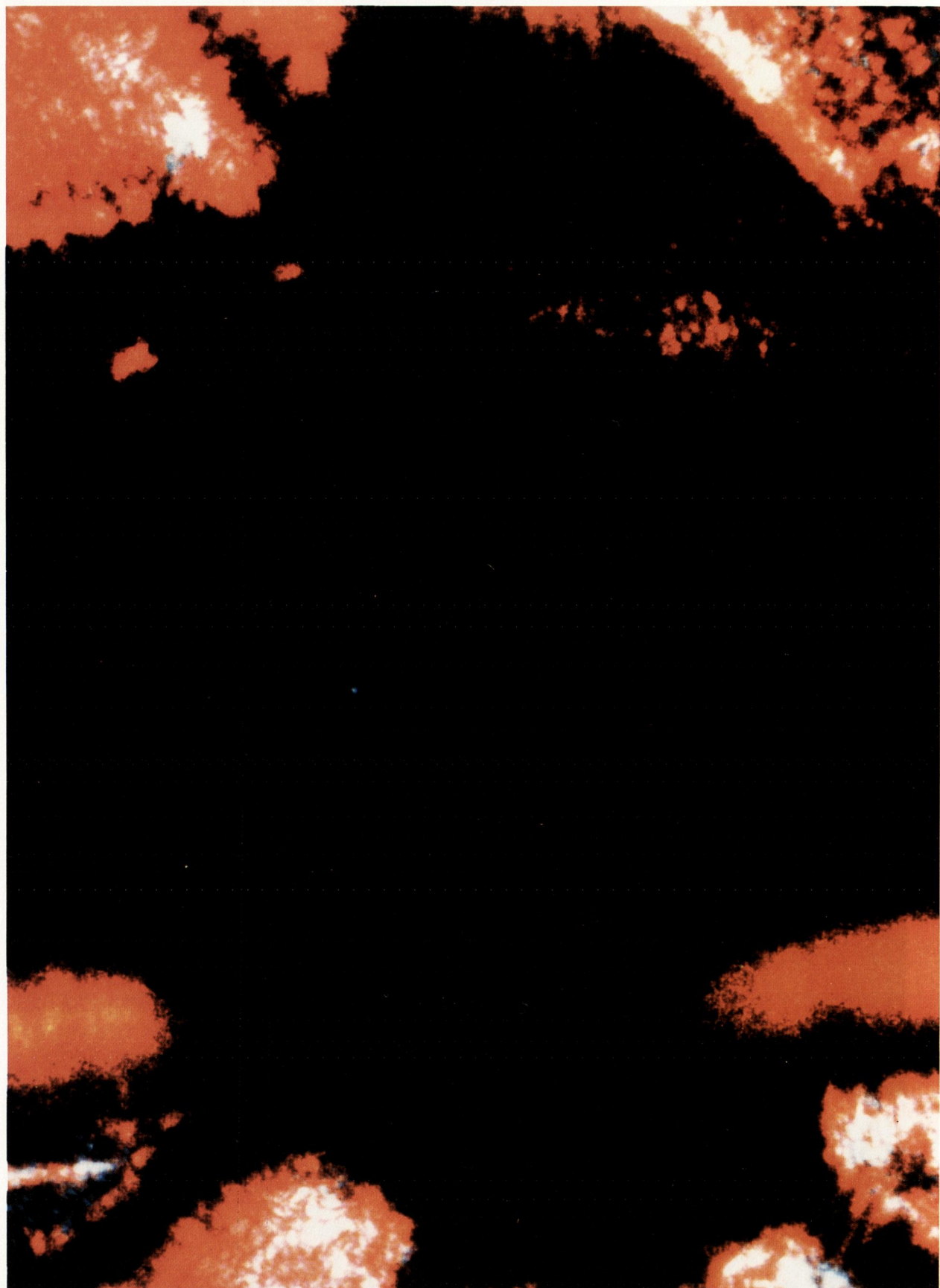
Grauskala
Elektronendichte

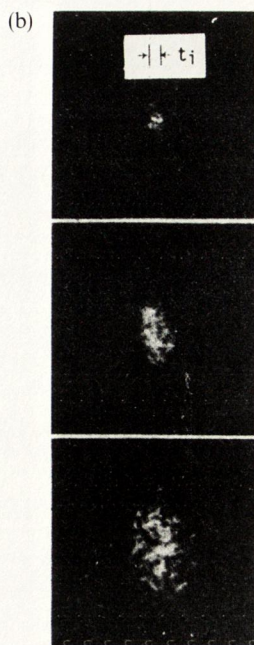
$10a_B$

$10a_B$



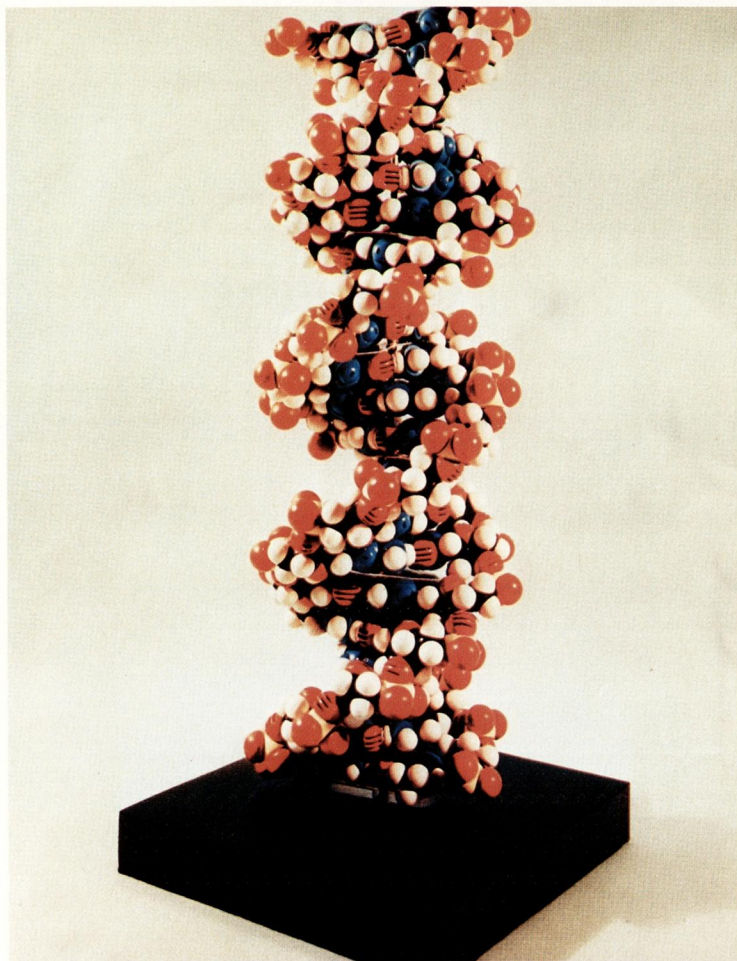
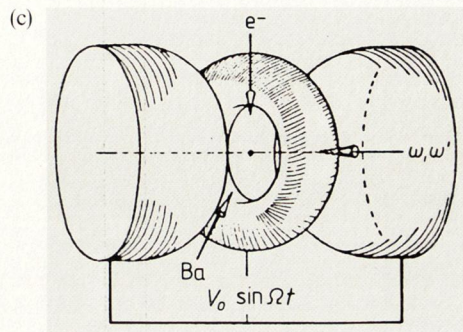
Tafel I (Abb. 7-5)



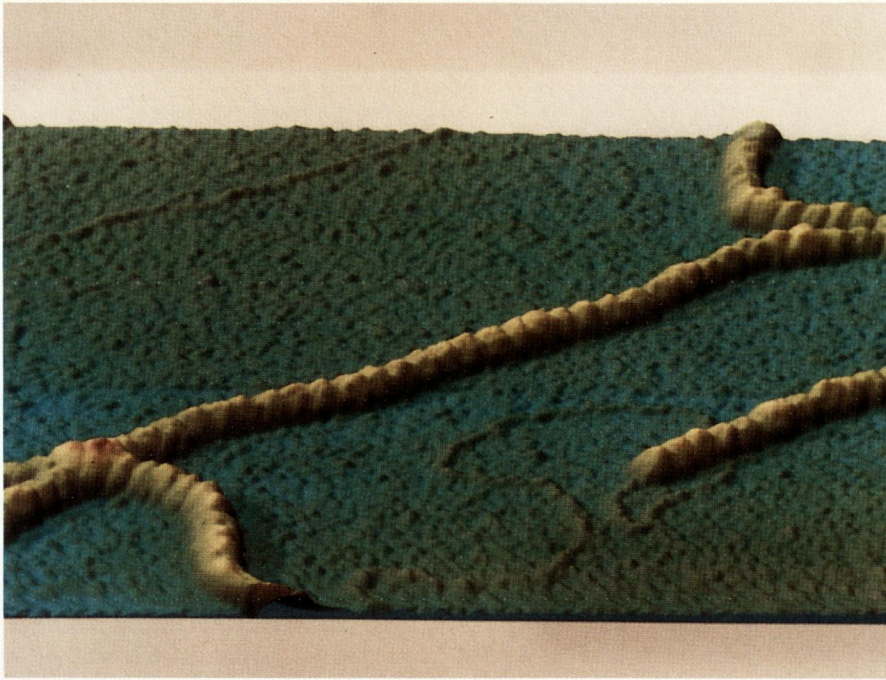


(a) siehe linke Seite

Tafel II (Abb. 7-21)

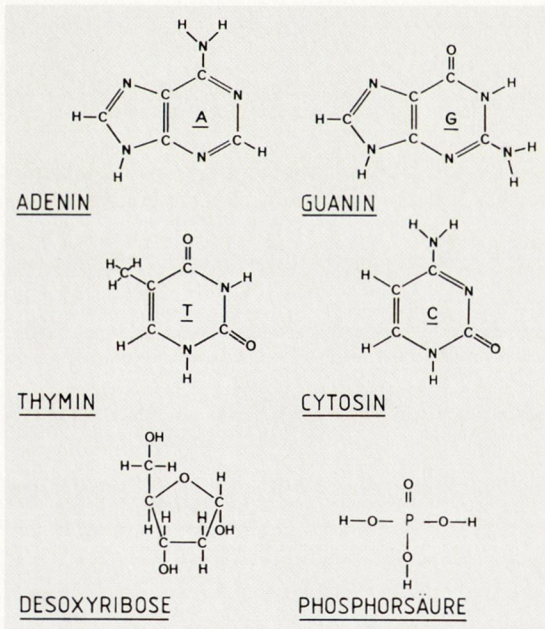


Tafel III (Abb. 8-10)

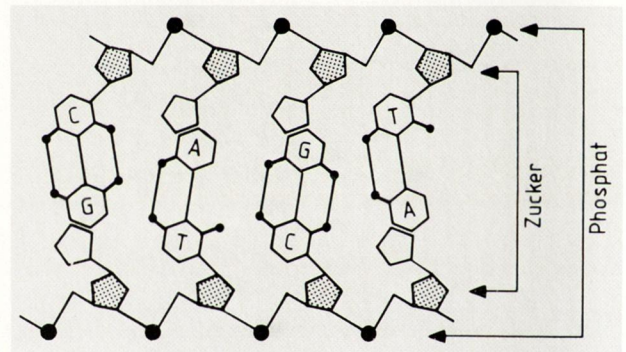


(a)

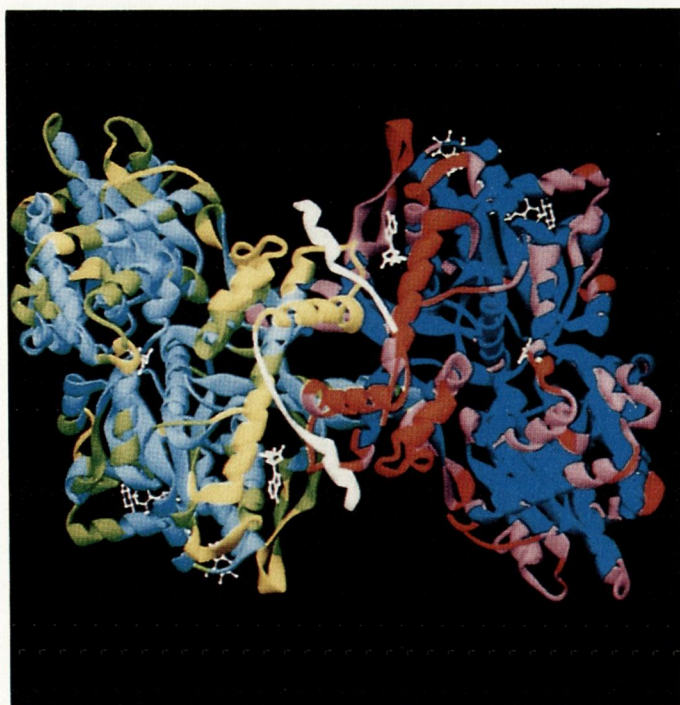
(b)



(c)



Tafel IV (Abb. 9-3)



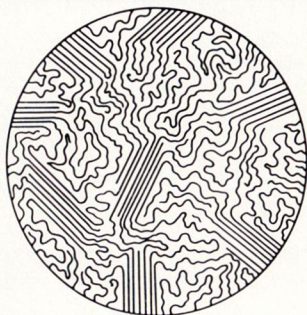
Tafel V (Abb. 9-5c)



Tafel VI (Abb. 12-11)

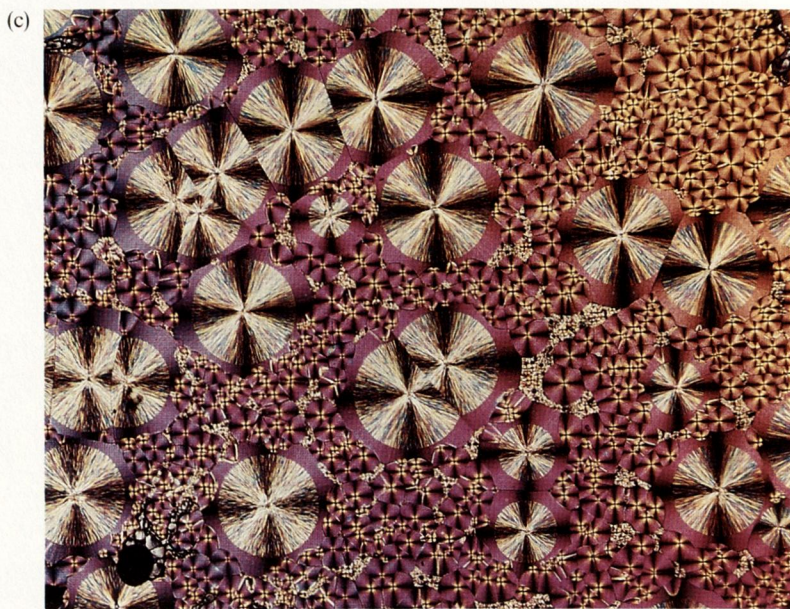


(a)

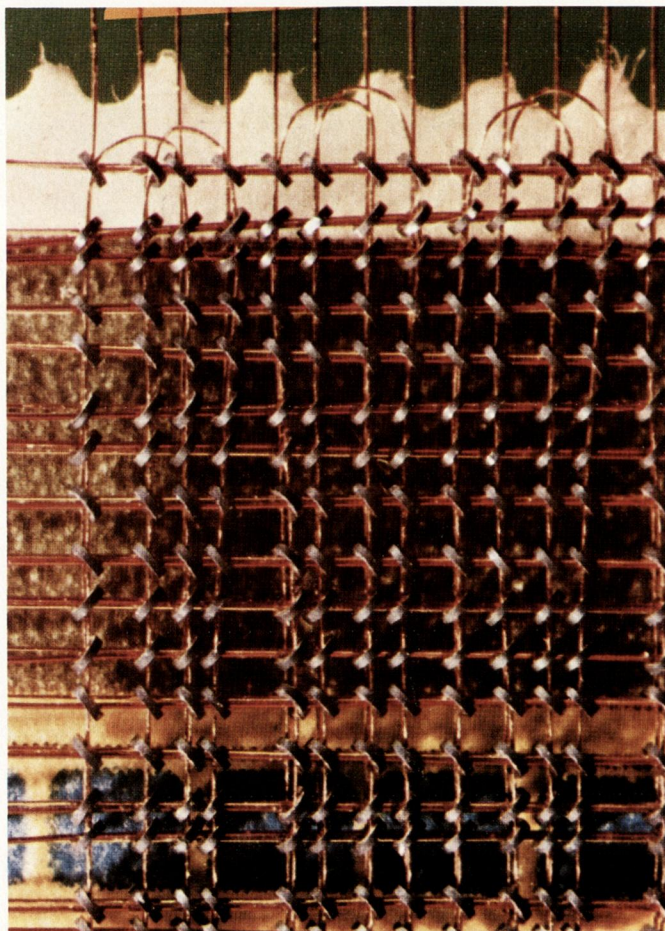


(b)

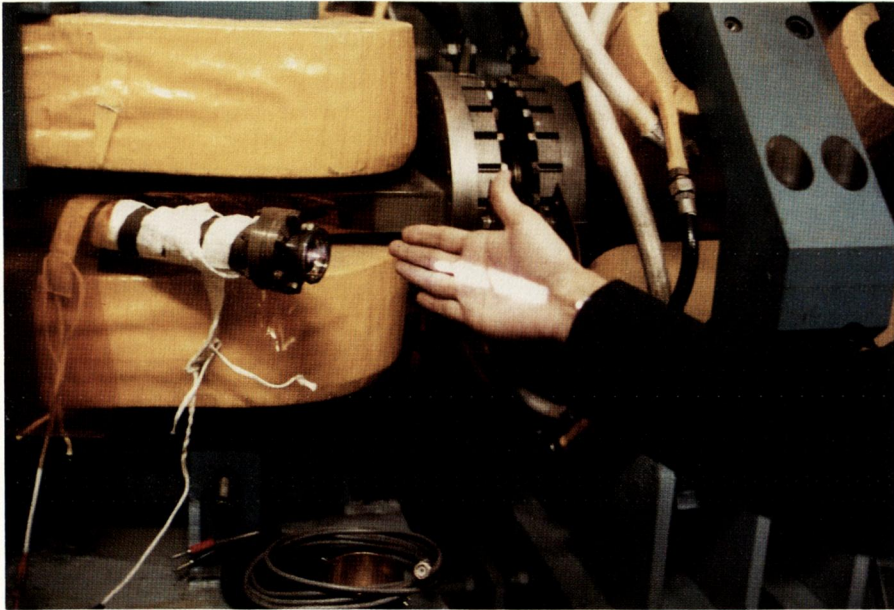
Tafel VII (Abb. 14-8)



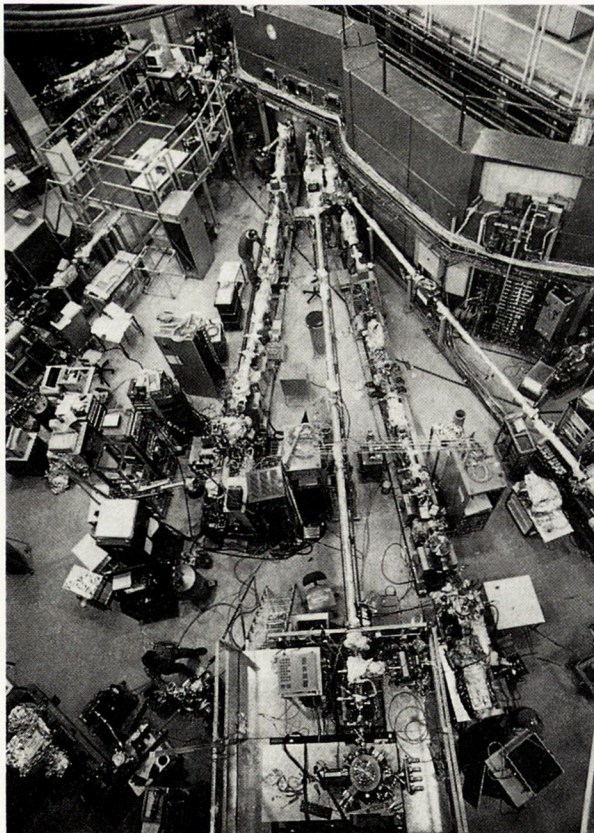
(c)



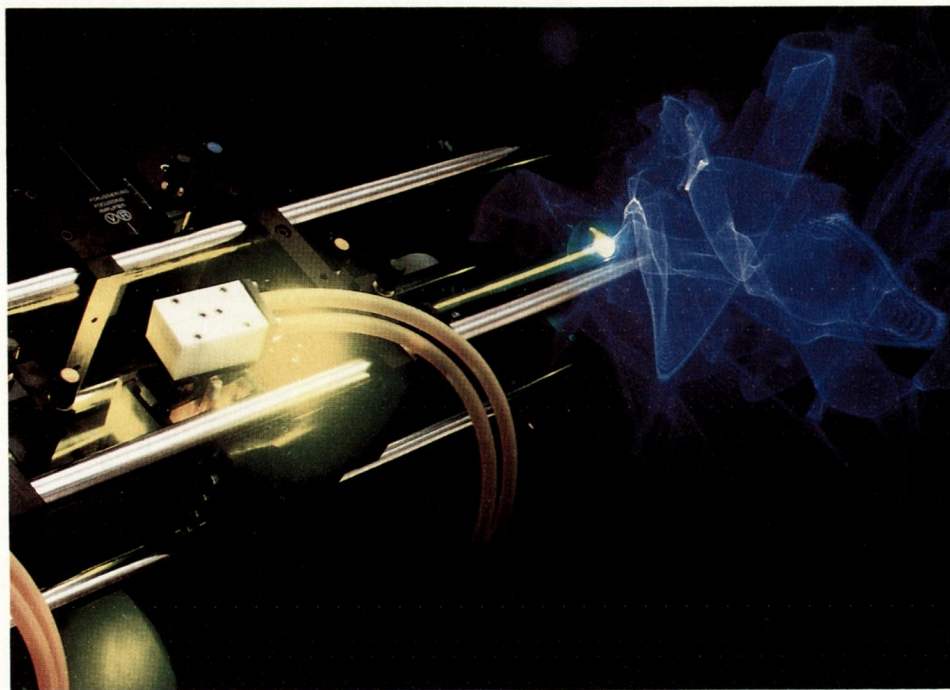
Tafel VIII (Abb. 18-21)



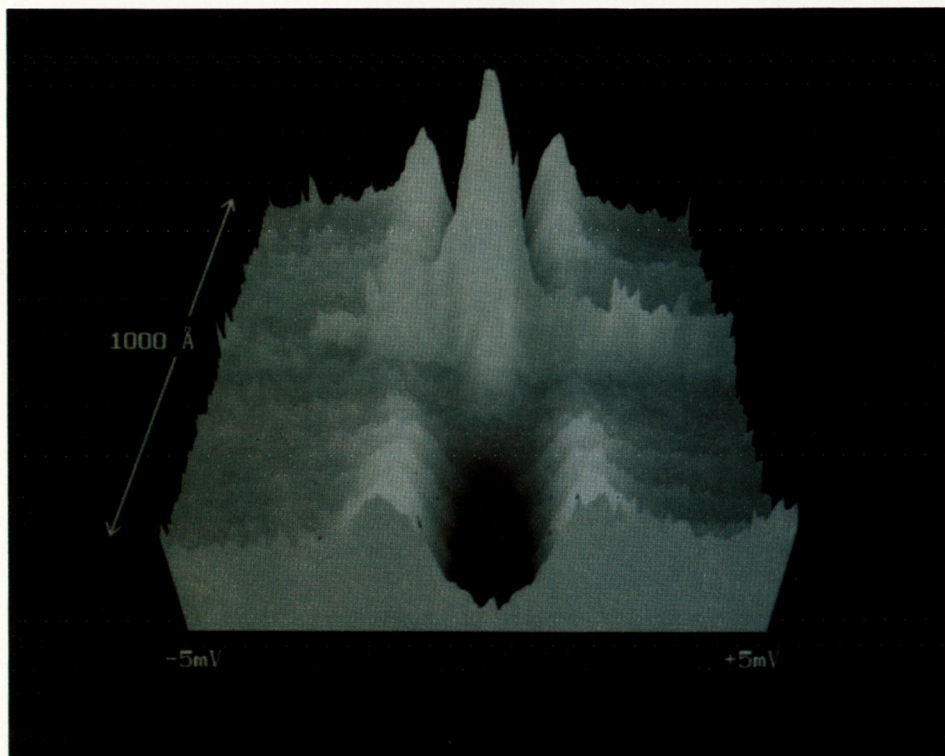
(a)



(b)



Tafel X (Abb. 19-9)



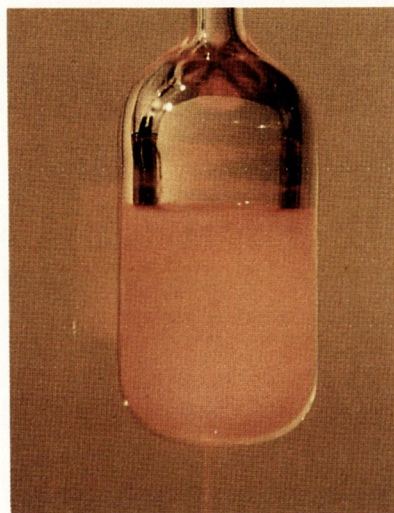
Tafel XI (Abb. 20-12)



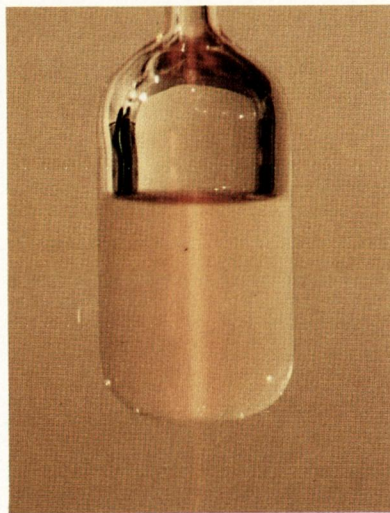
$T \ll T_c$



$T \approx T_c$



$T \approx T_c$



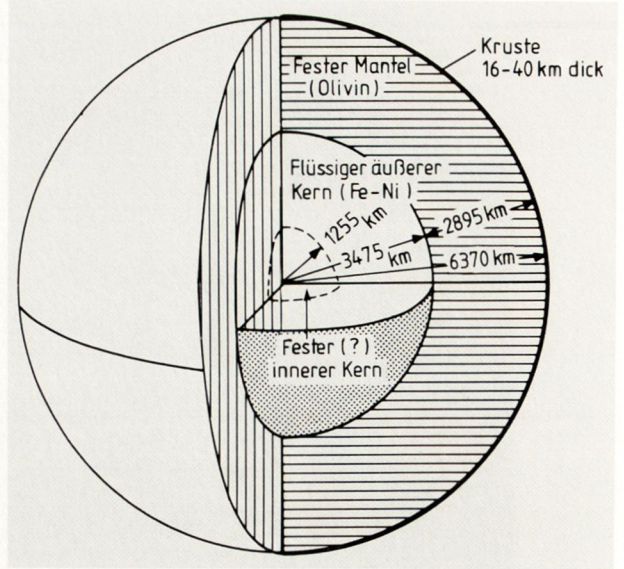
$T > T_c$

Tafel XII (Abb. 21-2 c)

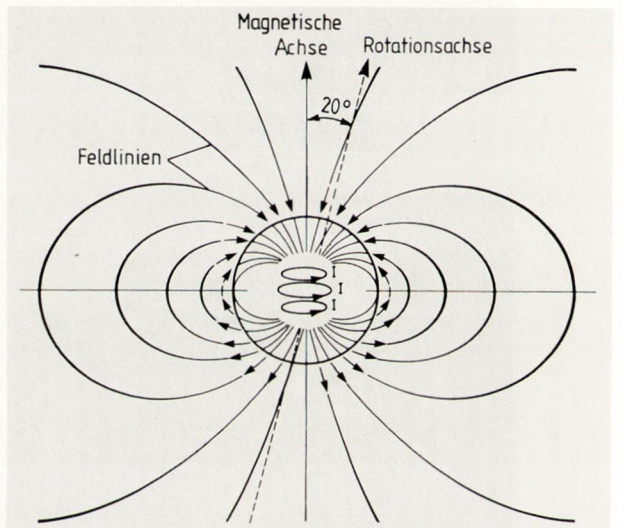


(a)

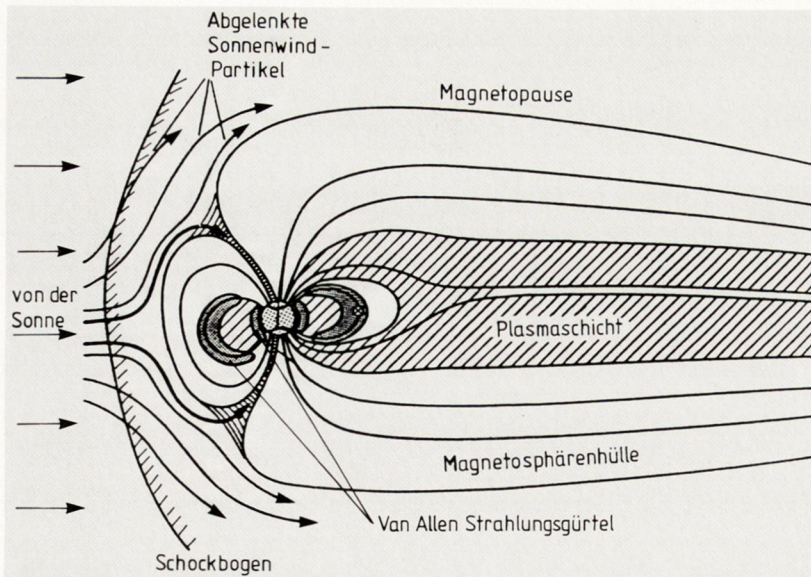
(b)



(c)

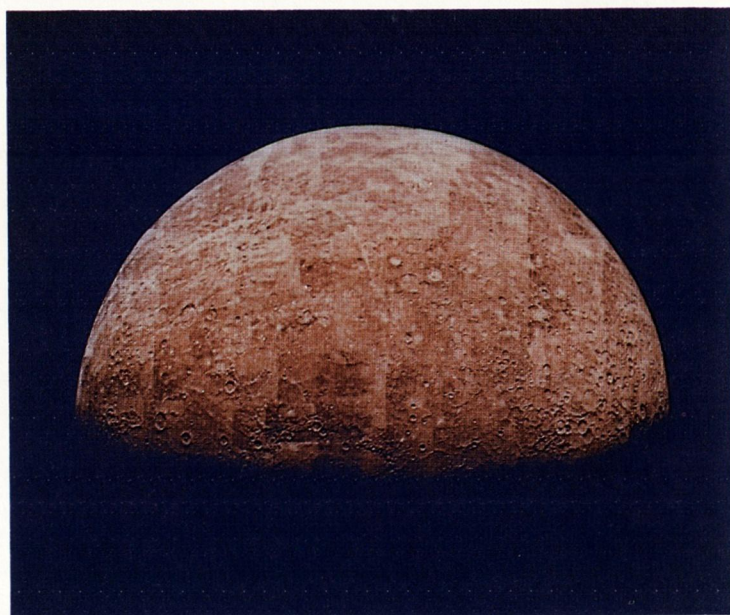


(d)

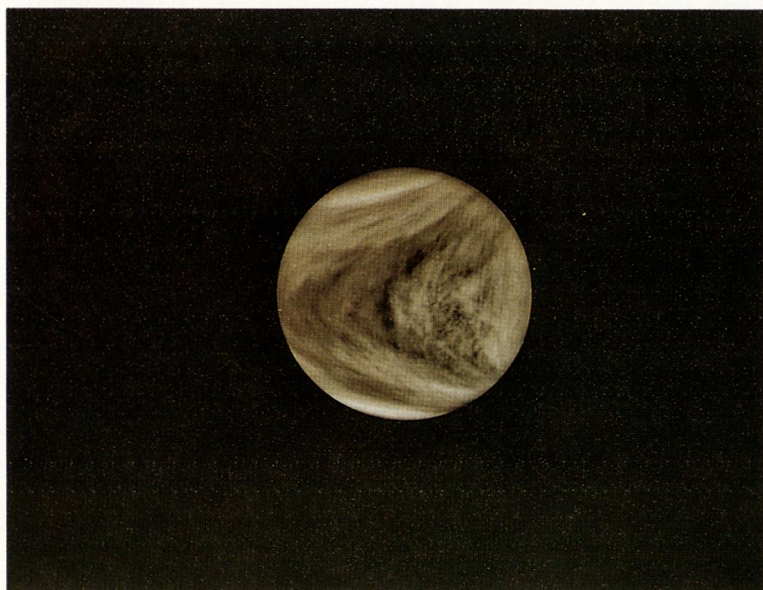




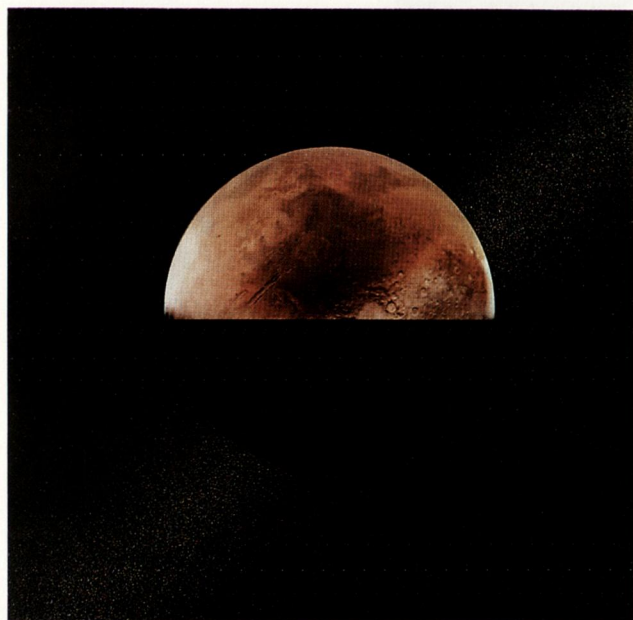
Tafel XIV (Abb. 22-9 a)



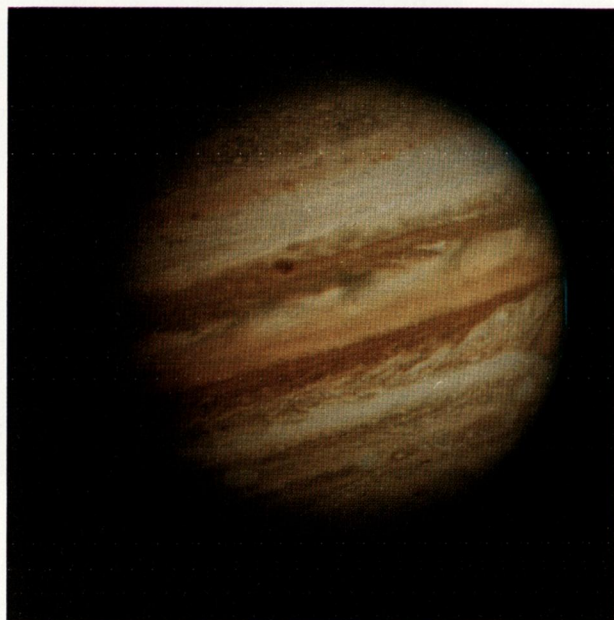
Tafel XIV (Abb. 22-9 b)



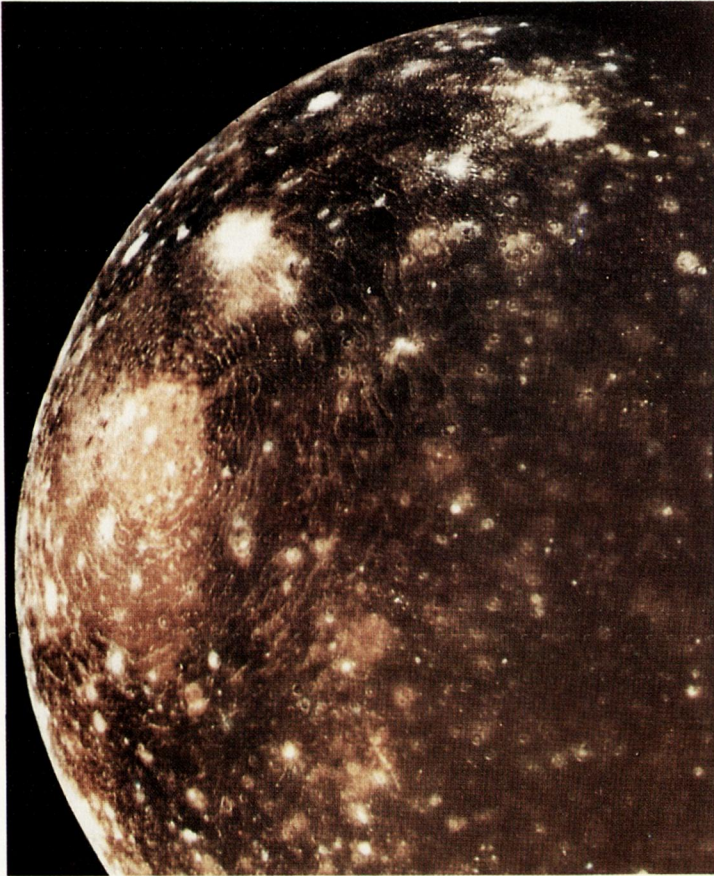
Tafel XIV (Abb. 22-9c)



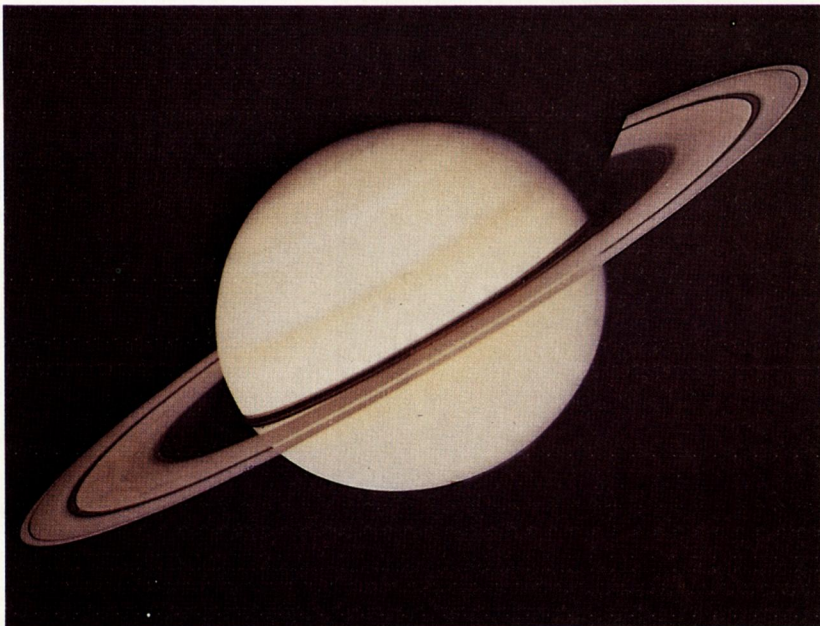
Tafel XIV (Abb. 22-9d)



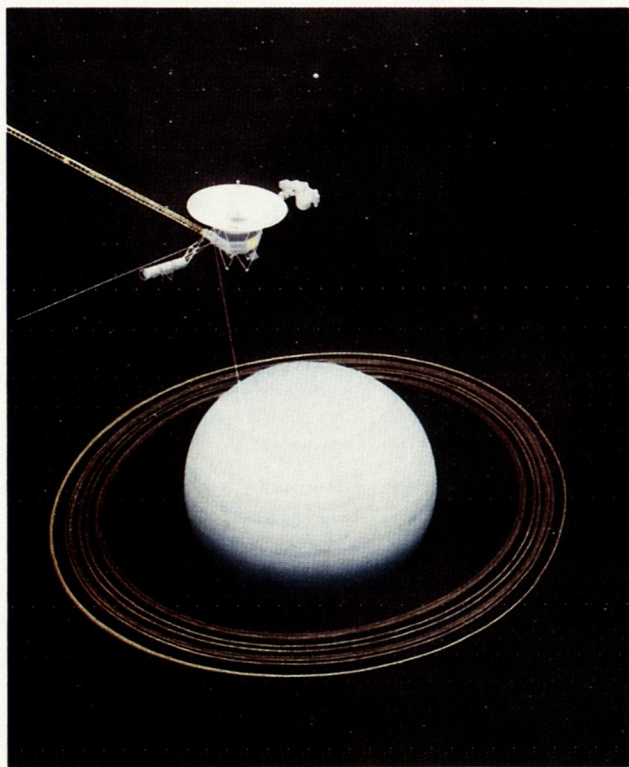
Tafel XIV (Abb. 22-9e)



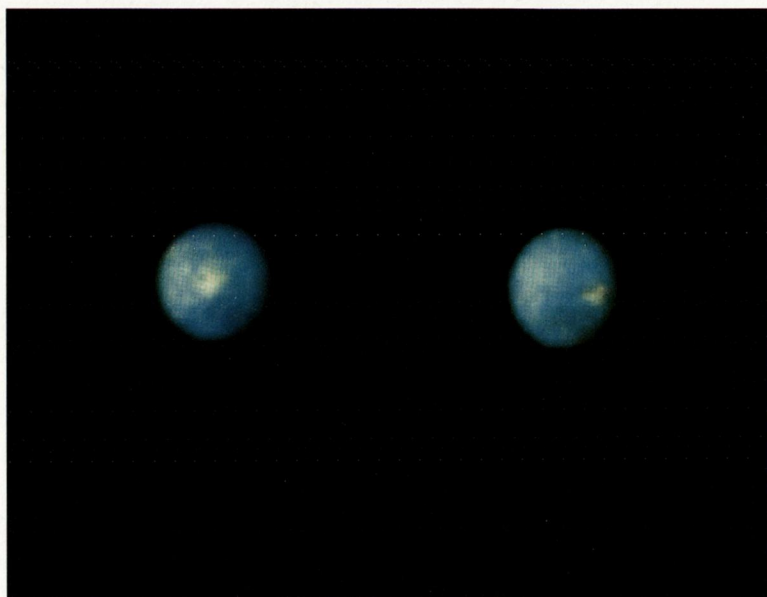
Tafel XIV (Abb. 22-9f)



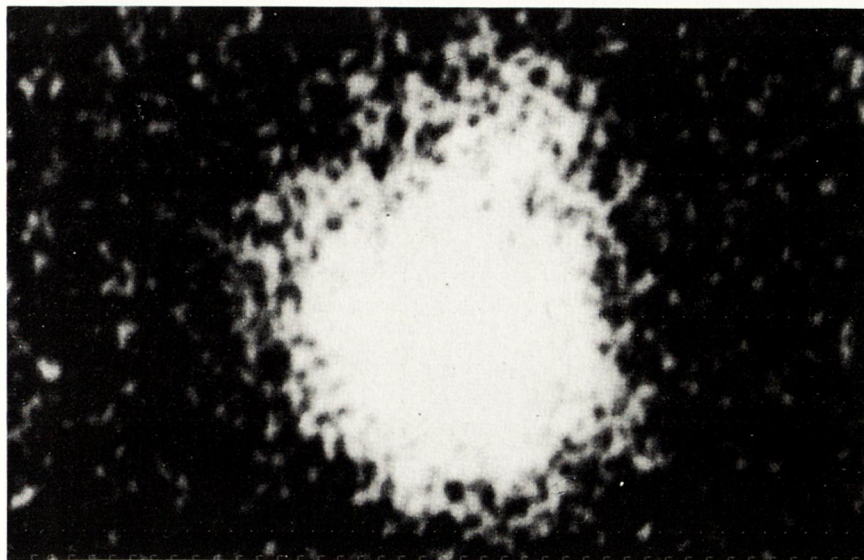
Tafel XIV (Abb. 22-9g)



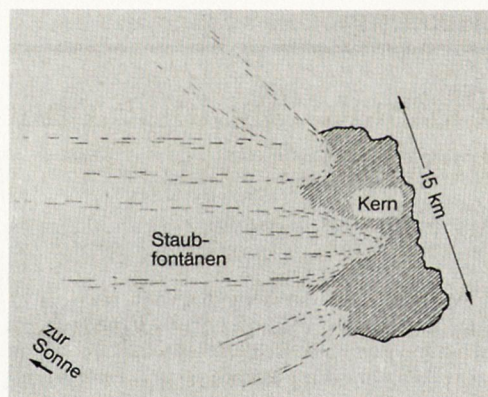
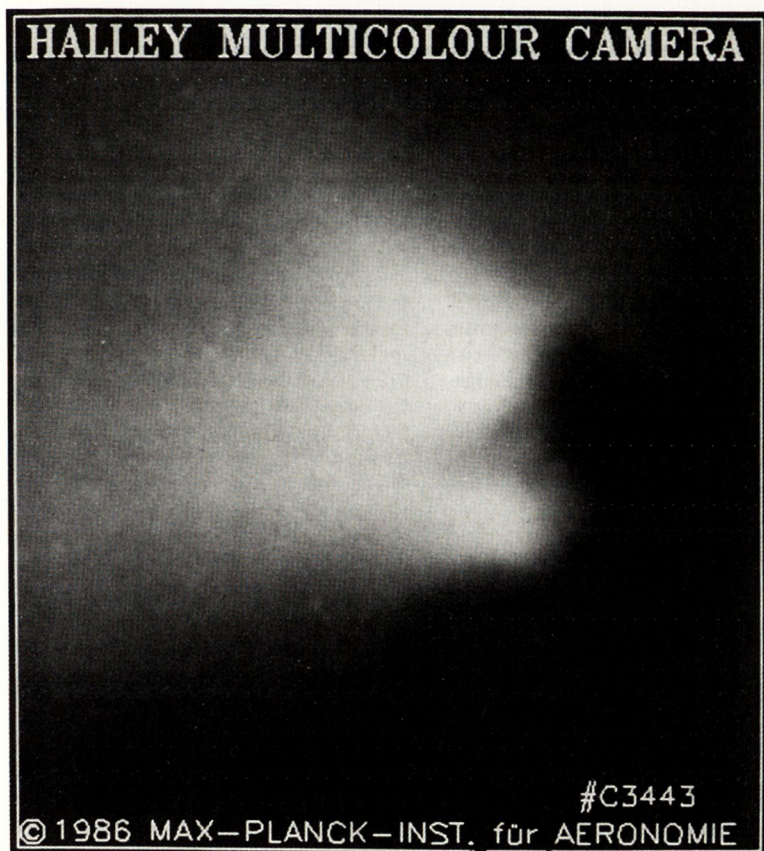
Tafel XIV (Abb. 22-9h)



Tafel XIV (Abb. 22-9i)



Tafel XIV (Abb. 22-9j)



Tafel XIV (Abb. 22-9k)



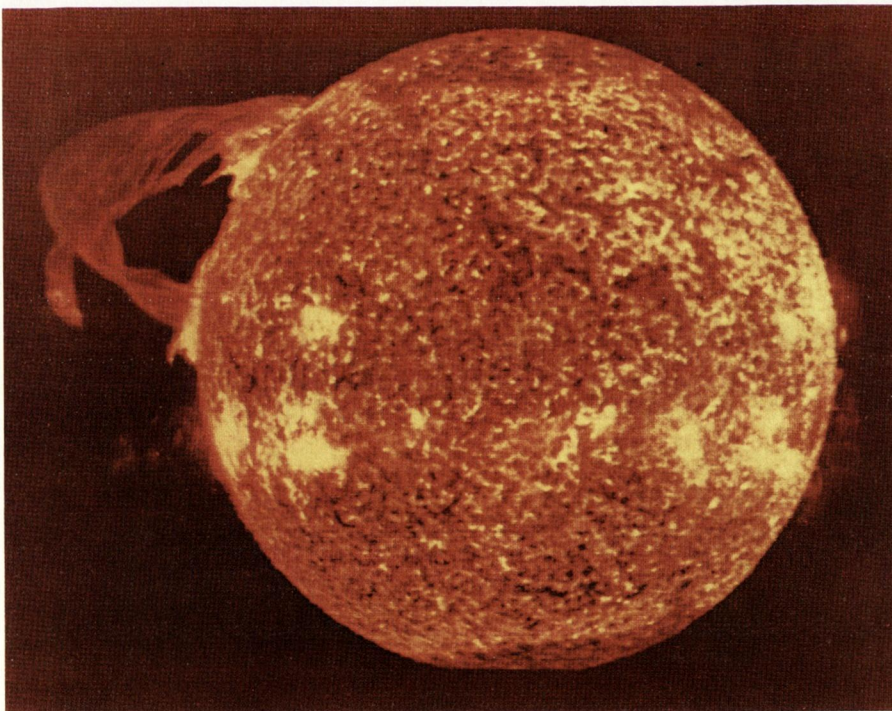
Tafel XIV (Abb. 22-91)



Tafel XIV (Abb. 22-9 m)

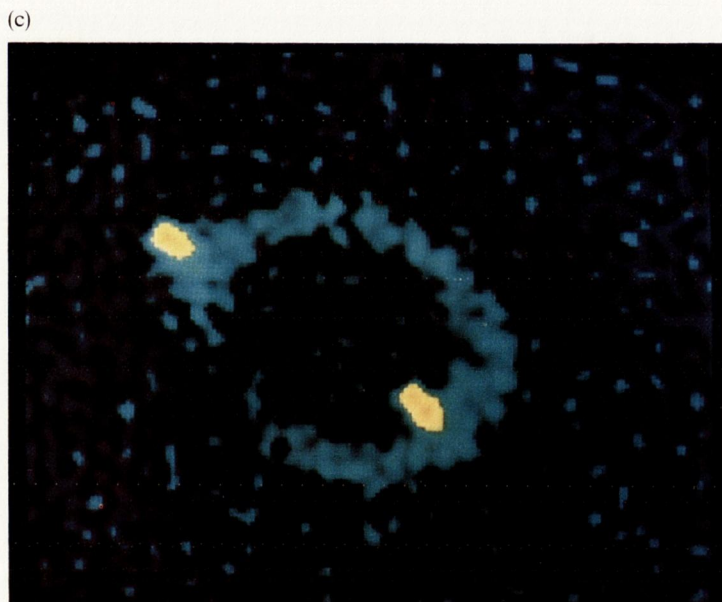
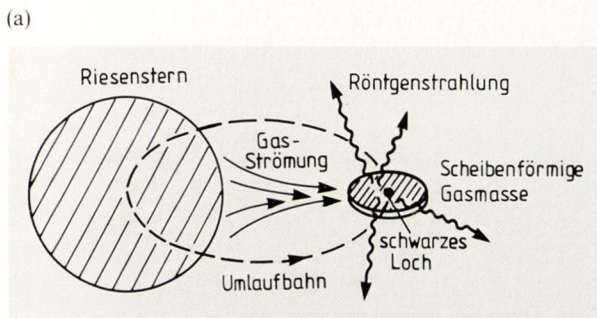
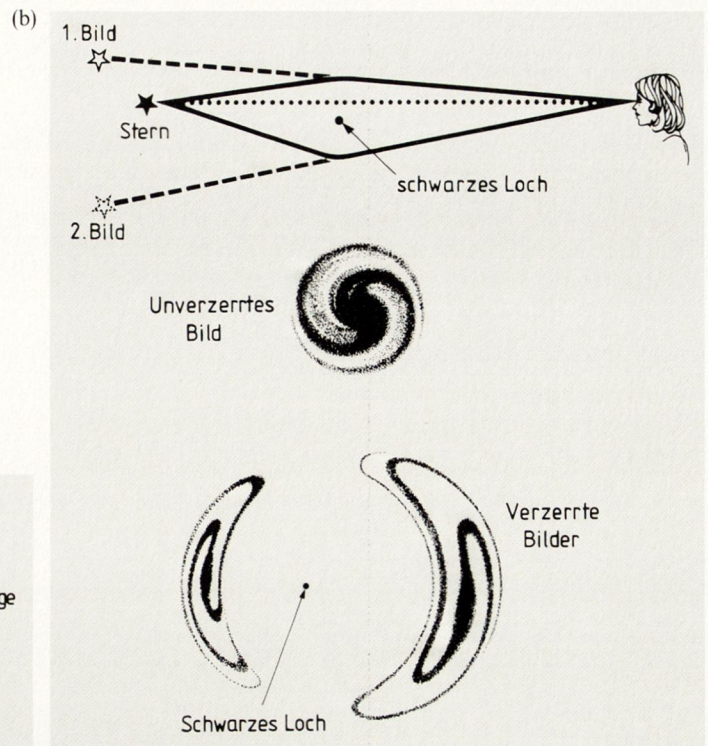


Tafel XIV (Abb. 22-9n)



Tafel XV (Abb. 22-13)





Tafel XVII (Abb. 22-22)

Teil I

Mikrophysik – Die Bausteine der Materie

1 Aufbau und Eigenschaften der Materie – Einführung und Überblick

In diesem einleitenden Kapitel wollen wir untersuchen, wie die Eigenschaften der Materie verstanden werden können. Wir werden zunächst fragen, was „verstehen“ im physikalischen Sinn bedeutet. Es wird sich zeigen, daß unsere Erwartung, die Eigenschaften der Materie zu verstehen, nur mit Einschränkungen aufrecht erhalten werden kann, und zwar vor allem wegen methodischer Schwierigkeiten.

1.1 Die Sinne vermitteln uns das Bild der Welt

Die Welt, in der wir leben, wird uns durch Sinneseindrücke zugänglich. Unsere bewußten Sinne reagieren auf Licht, Schall, Form, Härte, Kraft, Temperatur und auf chemische Reize (Geruch und Geschmack). Daneben gibt es mehr oder weniger unbewußte Sinneseindrücke, die durch elektrische und magnetische Felder zustande kommen, sowie durch Einflüsse unserer Umgebung auf unser psychisches Befinden. Diese „unbewußten“ Sinneseindrücke sind bis heute noch keiner physikalischen Behandlung zugänglich. Vielleicht werden sie es auch niemals sein. Die bewußten Sinneseindrücke dagegen vermitteln ein Bild von unserer Umwelt, das wir mit physikalischen Begriffen deuten und verstehen können. Was „verstehen“ im physikalischen Sinne heißt, werden wir gleich untersuchen.

1.2 Was heißt „verstehen“?

Ein Kleinkind erlernt durch Sinneseindrücke gewisse Regeln, nach denen es die Ähnlichkeit von Objekten und Vorgängen in seiner Umgebung beurteilen kann. Diese Regeln reichen zur körperlichen Orientierung in der Welt im allgemeinen aus. Der erwachsene Mensch will jedoch mehr als nur Orientierungsregeln lernen. Er fragt „Warum ist das so“? Warum ist das Gras grün und der Himmel blau; warum wird Wasser bei Kälte zu Eis; warum ist Eisen magnetisch, aber Kupfer nicht; warum sind Steine hart und Flüssigkeiten weich; warum reproduzieren sich Pflanzen und Tiere von selbst, aber Schneeflocken und Sterne nicht? Die Frage „warum?“ zielt immer auf eine letzte und im philosophischen Sinne befriedigende Antwort. Dahin können wir nach menschlicher Erfahrung aber mit dem Verstand nicht kommen, sondern höchstens auf dem Weg der Mystik. Was wir durch Nachdenken erreichen können, ist viel bescheidener, nämlich das „physikalische Verstehen“. Hiermit meinen wir das Zurückführen der Vielfalt der Erscheinungen auf möglichst wenige allgemeingültige Regeln, die wir „Grundgesetze“ nennen. Sie werden im dritten Kapitel besprochen. Die Grundgesetze sind eine Zusammenfassung unserer gesamten Erfahrung, und sie lassen sich im allgemeinen nicht auf noch einfachere oder auf noch weniger Gesetze zurückführen. Wenn das doch ab und zu einmal gelingt, so spricht man von einem großen Fortschritt der Wissenschaft, und dafür gibt es eventuell den Nobelpreis. Das Bemühen der Physiker geht daher in die Richtung, die Grundgesetze immer einfacher und ihre Zahl immer kleiner zu machen. Moderne Schlagworte hierfür sind GUT (**g**rand **u**nified **t**heory) und TOE (**t**heory **o**f **e**verything). Die vielen Warum-Fragen werden auf diese Weise immer weniger. Aber sie verschwinden nicht ganz. Die Grundgesetze selbst bleiben letzten Endes solche Warum-Fragen; und hier endet die Physik. Die Beschäftigung mit den Grundgesetzen und ihren Konsequenzen nennt man „Grundlagenforschung“. Daneben gibt es die „Angewandte Forschung“, die sich unter anderem mit der Vorhersage und der Entwicklung neuer Werkstoffe und von Strukturen mit neuen Eigenschaften befaßt. Wenn man die Grundgesetze gut genug beherrscht und mit ihnen umzugehen gelernt hat, kann man eventuell etwas entdecken oder erfinden, was bisher noch nicht bekannt oder vorhanden war.

Die Erscheinungsformen der Materie und ihre Eigenschaften sind so zahlreich, daß es einem anfangs schwer fällt, hierin eine Ordnung und bestimmte Regeln zu erkennen. Das ist einer der Gründe, warum Physik in der Schule oft als schwieriges Fach empfunden wird. Wir wollen in diesem Buch versuchen, eine Ordnung in der Vielfalt herzustellen und den Überblick zu gewinnen. Dabei werden wir uns von vornherein beschränken: Wir werden fast nur die unbelebte Materie behandeln, und auch das nur unter Bedingungen, wie sie hier auf der Erde vorhanden sind oder im Laboratorium erzeugt werden können. Die belebte und die außerirdische Materie werden wir nur streifen.

1.3 Eigenschaften der Materie

Die wichtigste Eigenschaft der Materie ist ihre Struktur, das heißt die Anordnung ihrer Bestandteile in Raum und Zeit. Alle übrigen Eigenschaften der Materie hängen von dieser Struktur ab. Ändert man beispielsweise durch äußeren Druck die Abstände der Atome in einem Kristall, so ändern sich seine elektrische Leitfähigkeit, sein Elastizitätsmodul, seine Schmelztemperatur, seine magnetische Suszeptibilität usw. Die Abstände der Atome und Elektronen können sich räumlich und zeitlich verändern. Man beobachtet dann dynamische Phänomene, wie zum Beispiel Lichtbrechung oder Schallabsorption, und Transport-Verhalten, wie etwa elektrische Leitung und Wärmeleitung.

Die Struktur der Materie ist durch vier zwischen ihren Bestandteilen wirkende Kräfte bestimmt. Entsprechend der Natur dieser Kräfte sowie der Art und Anzahl der beteiligten Teilchen gibt es eine fast unübersehbare Fülle verschiedener Anordnungen derselben. Einen Überblick gibt die Abbildung 1-1. Dabei erfassen wir einen riesigen Bereich von Größenordnungen der räumlichen Ausdehnung, der Masse und der Dichte (Abb. 1-2).

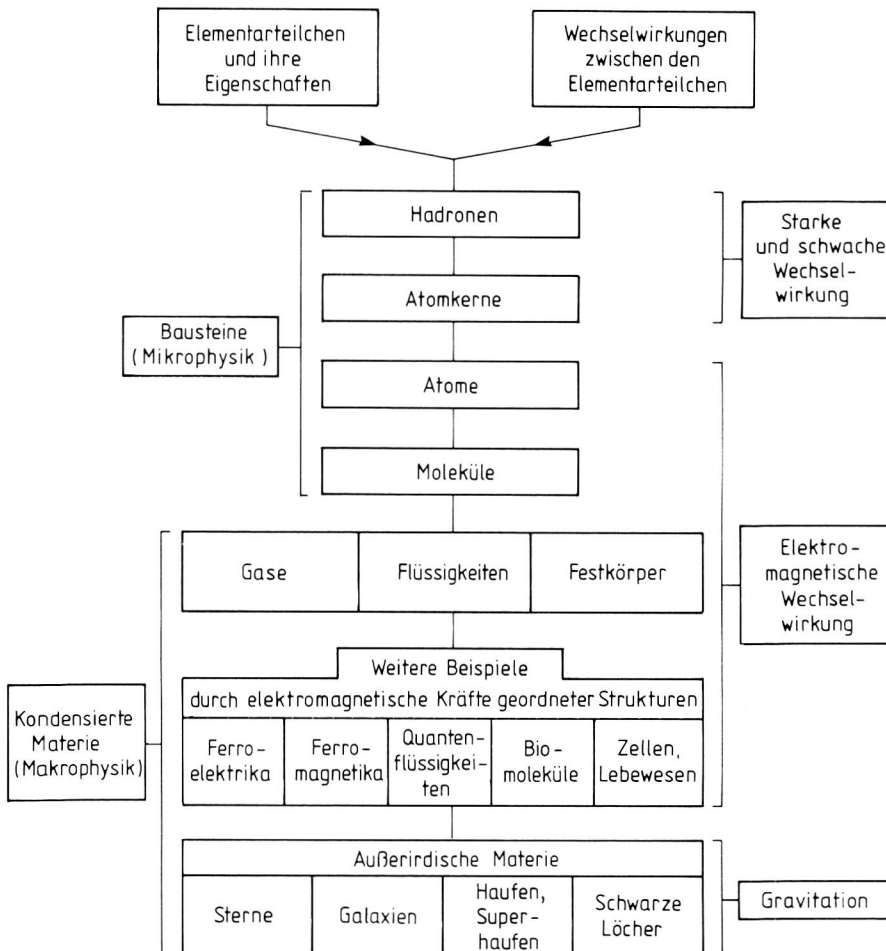


Abb. 1-1. Überblick über die Strukturen der Materie.

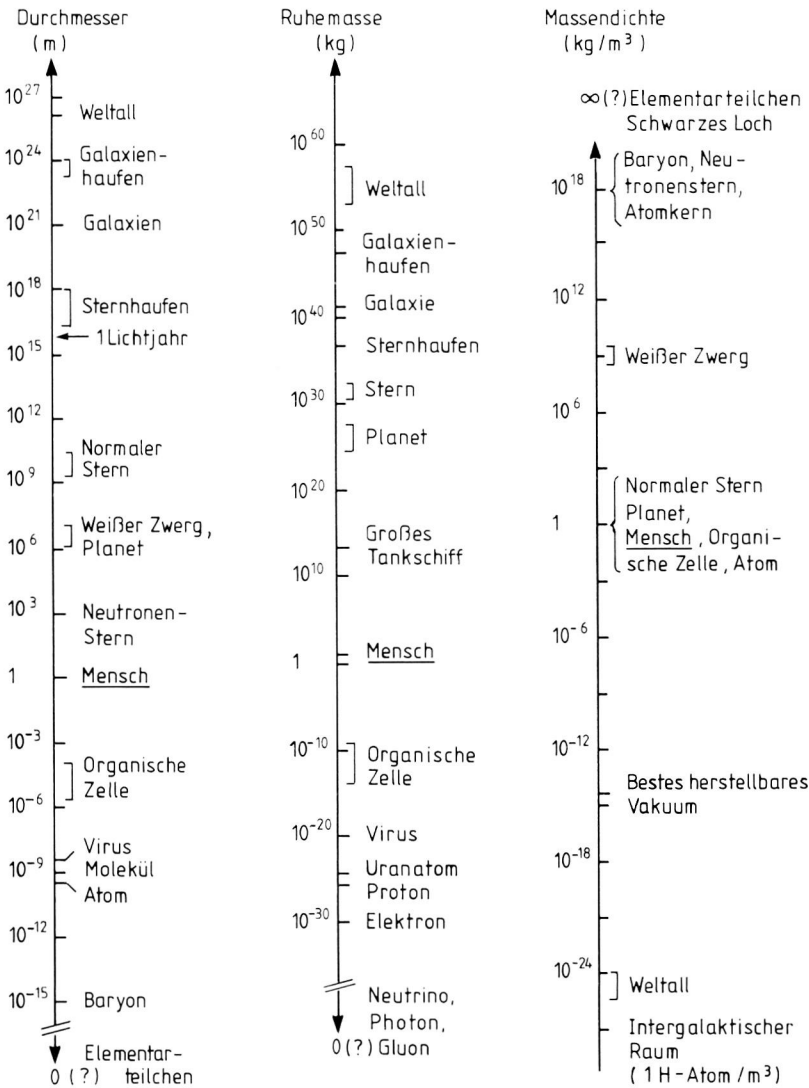


Abb. 1-2. Größenordnungen der räumlichen Ausdehnung, der Masse und der Dichte von Teilchen und Teilchensystemen im Universum.

Dies ist ausführlich und besonders originell in den folgenden beiden Büchern dargestellt: *Zehn^{hoch}* von P. und P. Morrison und *From Quark to Quasar* von P. H. Cadogan (siehe Literaturverzeichnis am Ende des Buches).

Außer für die Struktur der zusammengesetzten Materie werden wir uns besonders für diejenigen ihrer Eigenschaften interessieren, die ihre kleinsten Bestandteile *nicht* haben. Wir nennen solche Eigenschaften „Systemeigenschaften“ im Unterschied zu den Eigenschaften der Elementarteilchen. Diese Teilchen können, soweit wir heute wissen, etwa ein Dutzend verschiedene Qualitäten besitzen, die wir im zweiten Kapitel besprechen werden. In zusammengesetzter bzw. kondensierter Materie finden wir hingegen eine fast unübersehbare Fülle von Systemeigenschaften. Hier eine gewisse Ordnung herzustellen, ist der Inhalt von Kapitel 10. Eines der wichtigsten Ziele der Physik besteht darin, die vielen und ständig neu entdeckten Systemeigenschaften kondensierter Materie auf die 12 Eigenschaften der Elementarteilchen und auf die 4 Kräfte zurückzuführen, die zwischen ihnen wirken (siehe Tab. 2-1 und 3-2).

1.4 Teilchen, Wellen, Felder

Unseren bisherigen Betrachtungen liegt ein sehr vereinfachtes Bild der Welt zugrunde. Wir haben so getan, als sei die Materie aus zeitlich und räumlich unveränderlichen kleinsten Bestandteilen, den Elementarteilchen, aufgebaut, deren Ort und deren Bewegungen man genau bestimmen kann und zwischen denen zeitlich und räumlich vorgegebene Kräfte wirken. Dies alles ist im Grunde genommen falsch. Erstens sind Ort und Geschwindigkeit eines Teilchens sowie einige andere Kombinationen seiner Eigenschaften nicht gleichzeitig exakt meßbar (Abb. 1-3). Zweitens können Teilchen aus Energie erzeugt werden und sich wieder in Energie verwandeln (Abb. 1-4). Drittens kann man die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen sowohl durch die Wirkung von Kraftfeldern als auch durch den Austausch von Quanten beschreiben (Abb. 1-5). Viertens hängen diese Felder von der räumlichen Verteilung der Energie- und Impulsdichte, also auch von der Lage der Teilchen selbst ab, wie uns die allgemeine Relativitätstheorie lehrt. Und letztlich ändern sich Felder spontan aufgrund der Nullpunktsschwankungen der Energie (Vakuumfluktuationen, siehe Abb. 3-7).

Daß sich unsere naive Betrachtungsweise zur Beschreibung der Materie trotzdem recht gut eignet, liegt an der Größenordnung der Abstände und

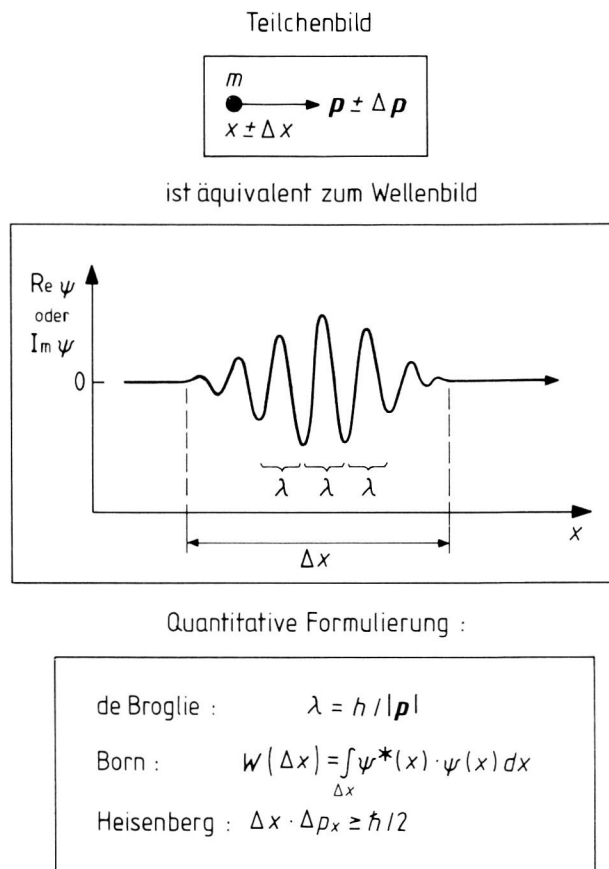


Abb. 1-3. Der Welle-Teilchen-Dualismus. m Masse, x Ort, p Impuls des Teilchens; λ Materiewellenlänge, $\psi(x)$ Wellenfunktion, $\psi^*(x)$ konjugiert Komplexes von $\psi(x)$, $W(\Delta x)$ Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens im Intervall Δx , h Planck-Konstante, $\hbar = h/2\pi$. Eine kurze Einführung in die elementare Quantenphysik findet man im Anhang A.

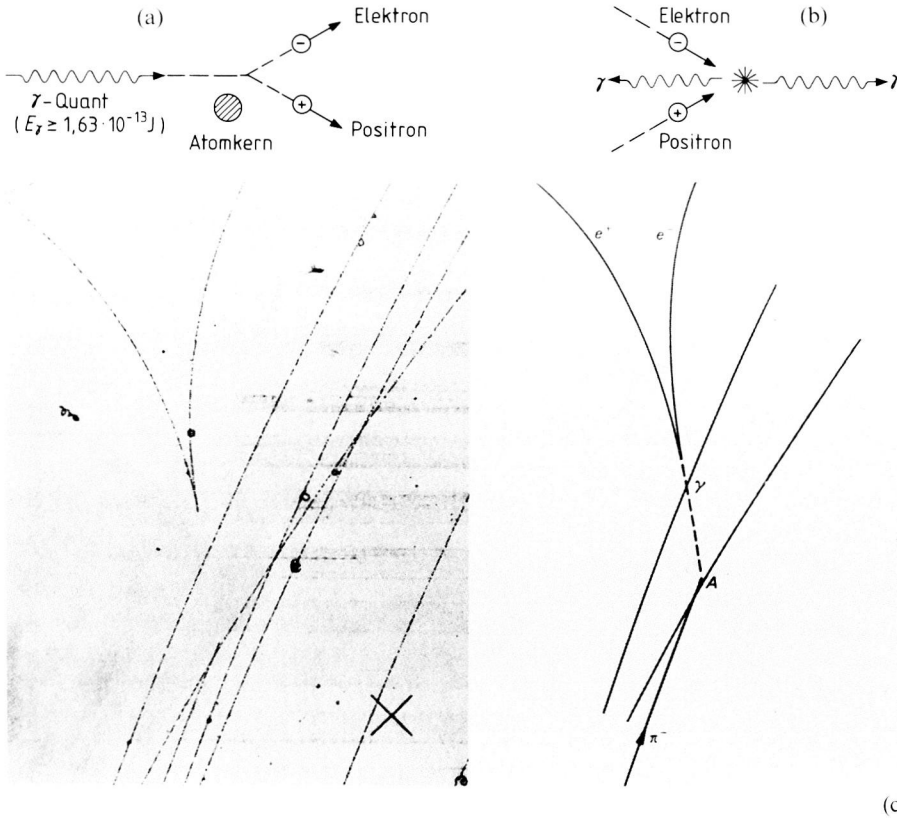


Abb. 1-4. Erzeugung und Vernichtung von Teilchen. (a) Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares aus einem Photon (γ -Quant); der Atomkern ist aus Impulserhaltungsgründen beteiligt. Die Photonenenergie muß größer sein als die Ruheenergie $2m_e c^2$ des Paares. (b) Vernichtung eines Elektron-Positron-Paares in zwei Photonen. Wegen des Impulserhaltungssatzes hat das nach rechts fliegende Photon eine größere Energie als das nach links fliegende. (c) Nachweis der Paarerzeugung in einer Blasenkammer. Links Blasenkammeraufnahme mit Teilchenspuren; rechts eine Skizze des Vorgangs ($\gamma \rightarrow e^+ + e^-$). Die übrigen Spuren rühren von Pionen (π^-) her. Die Krümmung der Spuren wird durch ein senkrecht zur Beobachtungsebene gerichtetes Magnetfeld bewirkt (aus Perkins 1983).

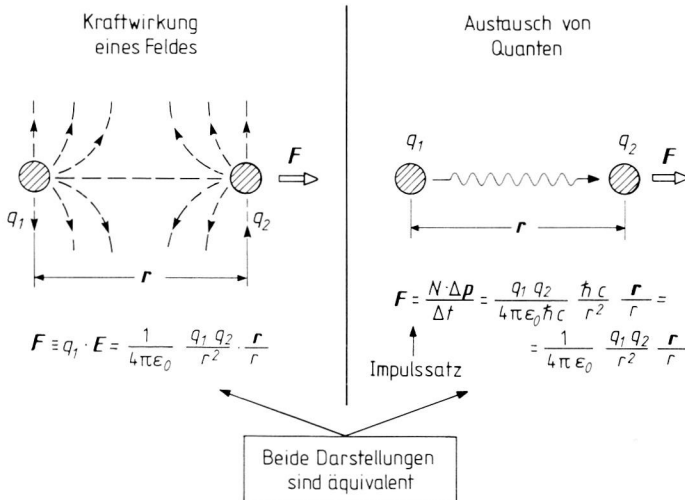


Abb. 1-5. Quantisierung von Feldern am Beispiel der Coulomb-Wechselwirkung. Links: Kraftübertragung durch klassische Feldwirkung; rechts: durch Austausch von Quanten; q_1, q_2 gleichnamige elektrische Ladungen, F Kraft von q_1 auf q_2 (q_1 sei fest), E elektrisches Feld, ϵ_0 Influenzkonstante, $|p| = \hbar v/c$ Impuls eines Photons, \hbar Planck-Konstante, v Frequenz der Strahlung, c Lichtgeschwindigkeit, $N (\gg 1)$ Zahl der in der Zeit Δt ausgetauschten Photonen, r Ortsvektor, (---) Feldlinien, (\rightsquigarrow) Photon. Bei der Ableitung der Beziehung für F im rechten Teilbild wurden vorausgesetzt: $\Delta t = r/c$; $|\Delta p| \approx |p| \approx \hbar/r$, eine Dimensionsbetrachtung mit Hilfe der Unschärfebeziehung (siehe Abb. 1-3) und ein Ergebnis aus der Quantenelektrodynamik: $N \sim q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c$ (diese Größe wird auch Feinstrukturkonstante genannt).

der Energien, mit denen wir es hier unter normalen irdischen Verhältnissen im allgemeinen zu tun haben. Die Welleneigenschaften der Teilchen bzw. die Quantennatur der Felder werden meist erst bei sehr kleinen Abständen und sehr hohen Energien merklich. Die Beeinflussung der Raumzeit durch die Teilchen selbst spielt erst bei sehr großen Massen oder Entfernungen eine Rolle.

1.5 Struktur und Energie

Kehren wir zurück zur räumlichen Anordnung der Bestandteile der Materie und fragen wir zunächst nach den Bedingungen, unter welchen Struktur entstehen kann. Wasser erscheint uns als Dampf völlig gestaltlos; als Schneeflocke dagegen ist dieselbe Substanz wunderbar geformt (Abb. 1-6). Das Weltall war nach unseren heutigen Kenntnissen kurz nach seiner Entstehung ein strukturloses sehr heißes Plasma, in welchem Elementarteilchen mit großer Energie regellos umherflogen (siehe Abschn. 22.5). Es

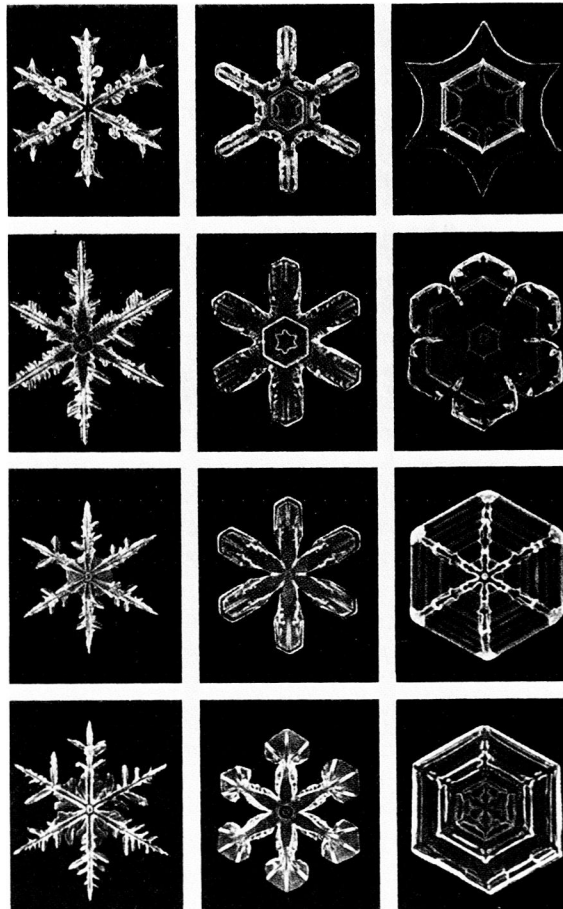


Abb. 1-6. Schneekristalle (aus Hell 1963).

hat sich seitdem ständig ausgedehnt und dabei abgekühlt. Heute beobachten wir darin eine Fülle von Formen in jedem uns zugänglichen Größenbereich (siehe Abb. 1-2). Offenbar hängen die beobachteten Strukturen von der Temperatur ab und werden mit sinkender Temperatur immer vielfältiger. Genauer gesagt, ist es das Verhältnis $E_k/|U|$ von kinetischer Energie und Betrag der potentiellen Wechselwirkungsenergie der Teilchen, welches die strukturellen Möglichkeiten bestimmt. Je kleiner dieses Verhältnis ist, um so vielfältiger werden sie. Ganz grob gesprochen, liegt die Grenze zwischen Chaos und Ordnung bei $E_k/|U| \approx 1$.

Betrachten wir nun die Ausbildung von Strukturen einmal etwas genauer (Abb. 1-7). Die Entstehung von Galaxien oder Sternen aus dem im Weltall vorhandenen Wasserstoff und Helium erfolgt unter dem Einfluß der Schwerkraft (siehe Kap. 22). In diesem Gas gibt es Dichteschwankungen, über deren Ursprung wir bis heute nichts Genaueres wissen. Übersteigt die Dichte in einem Raumgebiet einen bestimmten kritischen Wert, so zieht das Gas in dieser Region aufgrund der Gravitation weitere Atome aus der Umgebung an. Der Prozeß verstärkt sich selbst so lange, bis andere Prozesse im Kern der Dichteschwankung abstoßende Kräfte auf die Atome ausüben, wie zum Beispiel durch den Strahlungsdruck. Man nimmt heute an, daß die meisten Sterne und Galaxien auf diese Weise entstanden sind. Eine solche Gravitationsverdichtung kann nur stattfinden

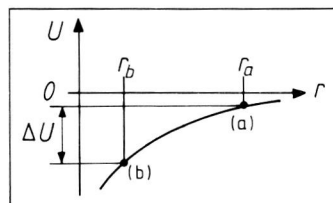
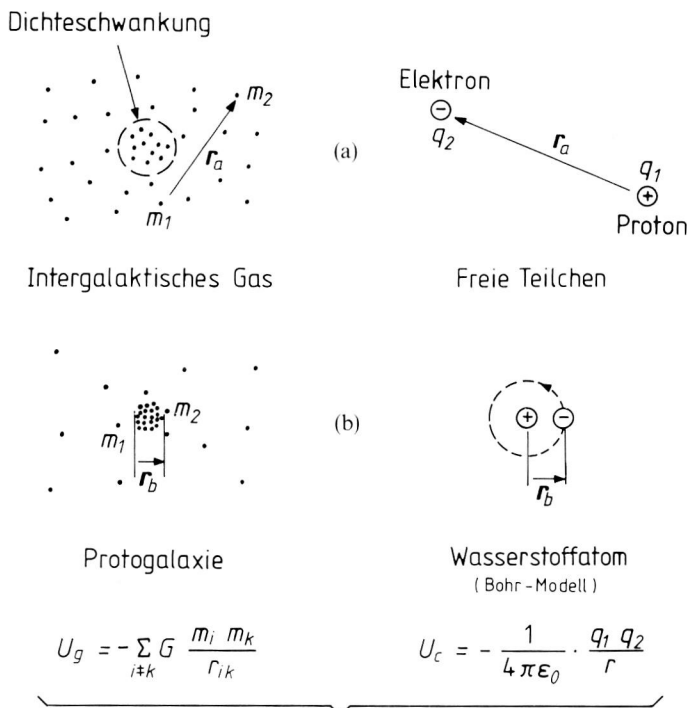


Abb. 1-7. Entstehung von Strukturen durch Verminderung der potentiellen Energie. Links: Gravitationskräfte zwischen Gasatomen im freien Weltraum, rechts: Coulomb-Kraft zwischen elektrisch geladenen Teilchen. (a) strukturloser Zustand, (b) strukturierter Zustand. U_g Gravitationsenergie; U_c Coulomb-Energie; G Gravitationskonstante; m_1, m_2 Massen der Teilchen; r Abstand zweier Teilchen; q_1, q_2 elektrische Ladungen, ϵ_0 Influenzkonstante. Die potentielle Energie zweier Teilchen ist für $r \rightarrow \infty$ per Definitionem Null. Sie ist negativ bzw. positiv für anziehende bzw. abstoßende Kräfte.

den, wenn die kinetische Energie der Moleküle kleiner ist als der Betrag ihrer potentiellen Energie, denn sonst würden sie wieder entweichen. Ein zweites Beispiel ist die Bildung neutraler Wasserstoffatome in einem Plasma von Elektronen und Protonen, etwa in einem elektrischen Lichtbogen (siehe Kap. 7). Wenn sich zwei solche Teilchen genügend nahe kommen, und wenn ihre relative kinetische Energie kleiner ist als $2,2 \cdot 10^{-18}$ J, so führt die Coulomb-Anziehung zwischen Elektron und Proton zu einem gebundenen Zustand, den wir Wasserstoffatom nennen.

Unter dem Einfluß der potentiellen Energie zwischen den Teilchen bilden sich also wohldefinierte Strukturen aus. In beiden Beispielen nimmt die potentielle Energie des Systems mit kleiner werdendem Abstand r der Teilchen gemäß $U \sim -1/r$ ab (siehe Abb. 1-7). Je näher sich die Teilchen kommen, desto vielfältiger werden die strukturellen Erscheinungsformen. Sehr vereinfachend kann man sagen: Struktur „entsteht aus“ potentieller Energie, oder genauer: Struktur entsteht bei Verminderung potentieller Energie.

Wir fragen nun, wo die bei der Strukturbildung „verlorengegangene“ potentielle Energie ΔU (siehe Abb. 1-7) bleibt? Wenn der Energieerhaltungssatz für das jeweilige System als Ganzes gilt, so muß die Energie ΔU irgendwo wieder in Erscheinung treten. Zum Teil kann sie in kinetische Energie der beteiligten Teilchen umgewandelt werden, so daß diese sich schneller bewegen, wie im Inneren von Sternen. Zum anderen Teil wird sie in eine andere Energieform, zum Beispiel in elektromagnetische Strahlung, verwandelt werden, wie bei der Entstehung des Wasserstoffatoms.

1.6 Berechnung von Strukturen

Nachdem wir den Ursprung der Struktur in der potentiellen Energie der Teilchen gefunden haben, oder wie man besser sagt, in ihrer Wechselwirkung, wollen wir fragen, wie man die Vielfalt der beobachteten Strukturen verstehen kann. Verstehen heißt ja, auf die Grundgesetze zurückführen bzw. aus diesen ausrechnen. Das Rezept hierfür ist relativ einfach: Man nehme die drei Elementarteilchen, aus denen die stabile Materie hauptsächlich besteht (nämlich das Elektron, das d-Quark und das u-Quark) mit ihren 12 Eigenschaften (siehe Tab. 2-1) sowie die 4 Grundgesetze der Tabelle 3-1, und man versuche, daraus die beobachteten Strukturen zu berechnen. Die Erfahrung zeigt, daß dies im allgemeinen nicht geht. Es gibt nur wenige Ausnahmen: Man kann heute das Wasserstoffatom, das Positronium-Atom (e^+e^-) und das Wasserstoffmolekülion (H_2^+) in sehr guter Näherung berechnen. Bei praktisch allen anderen Gebilden scheitert unser Rezept. Ein deprimierendes Ergebnis, wenn man denkt, als Physiker könne man die Materie verstehen! Woran liegt das?

Die Schwierigkeiten sind von zweierlei Art: Zum einen sind die Gleichungen, welche die Wechselwirkungen der Teilchen untereinander beschreiben, sehr kompliziert. Es sind große Systeme von nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen, die man bis heute mathematisch nur unvollkommen beherrscht. (So ist ja auch schon das klassische Dreikör-

perproblem analytisch nicht allgemein lösbar.) Zum anderen ist die Zahl der beteiligten Teilchen meistens so groß, daß man auch mit den modernsten Rechenanlagen keinen Überblick über ihr detailliertes Verhalten bekommt. In einem Kubikzentimeter Wasser befinden sich rund $3 \cdot 10^{22}$ Moleküle. Wenn man die Lagen und die Impulse aller dieser Teilchen in einem bestimmten Augenblick kennen würde, was prinzipiell mit einer bestimmten Genauigkeit möglich ist, so bräuchte man zum Sichten dieser Daten rund 10^{14} Jahre oder das 10 000fache des Weltalters! Dabei ist angenommen, daß man pro Sekunde drei Orts- oder Geschwindigkeitskoordinaten registriert. Jedes Molekül verändert durch Zusammenstöße mit den anderen aber rund 10^{13} mal in der Sekunde seinen Impuls. Die Information, die in den Orts- und Impulskoordinaten aller Teilchen steckt, ist also praktisch völlig nutzlos.

Um dieser Schwierigkeiten Herr zu werden, haben sich die Physiker zwei geniale Näherungsmethoden ausgedacht: die Einteilchen-Näherung und die statistische Betrachtungsweise. Die Einteilchen-Näherung beruht auf folgender Überlegung: Wenn ich schon nicht die Bewegungen aller Teilchen gleichzeitig verfolgen kann, so beschränke ich mich auf ein einziges davon, zum Beispiel ein besonders schnelles, und lasse die anderen solange in Ruhe verharren. Dann kann ich vielleicht die Bahn dieses einen Teilchens im stationären Potential aller übrigen berechnen (Abb. 1-8). Allerdings ist dieses Ergebnis dann auch nur für kurze Zeit gültig, nämlich solange die anderen Teilchen nicht merklich ihre Lage verändern. Auf diese Weise ist das Vielteilchen-Problem zum Quasi-Einteilchen-Problem geworden. Man hat mit der Einteilchen-Näherung große Erfolge erzielt, zum Beispiel bei der Berechnung des Aufbaus von Atomkernen, Atomen und Molekülen.

Die zweite Näherungsmethode ist die statistische Mechanik, die um 1860 von Ludwig Boltzmann entwickelt wurde. Sie feierte ihren großen Triumph, als es Boltzmann gelang, die thermischen Größen Temperatur, Wärme und Entropie auf die Eigenschaften der Atome zurückzuführen. Das Wesen der statistischen Mechanik besteht darin, für die Eigenschaften der beteiligten Teilchen geeignete Mittelwerte zu berechnen, die man mit makroskopischen Größen in einen quantitativen Zusammenhang bringen kann. Ein Beispiel hierfür ist P. Langevins Theorie des Paramagnetismus. Sie führt die Abhängigkeit der Magnetisierung und der magnetischen Suszeptibilität von der Temperatur und der magnetischen Feldstärke auf die Energie der elementaren magnetischen Dipolmomente zurück (Abb. 1-9, siehe auch Kap. 18).

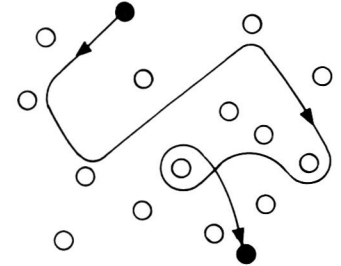


Abb. 1-8. Einteilchen-Näherung.
○ als ruhend betrachtete Teilchen,
● sich bewegendes Teilchen.

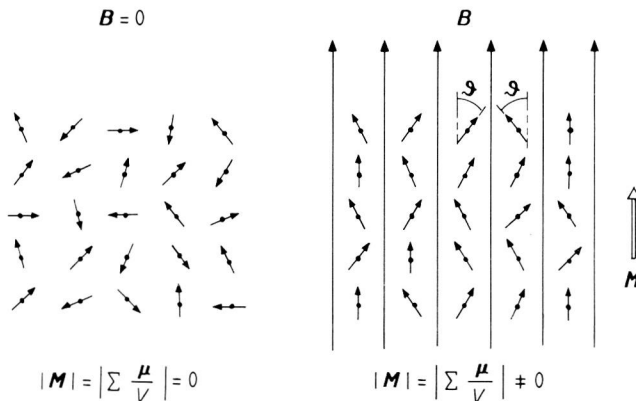


Abb. 1-9. Statistische Beschreibung des Paramagnetismus. Ein Modell magnetischer Dipole, links ohne Feld, rechts mit Feld. Die Boltzmann-Statistik liefert für die Wahrscheinlichkeit $W(\vartheta)$, daß ein magnetisches Moment $\boldsymbol{\mu}$ mit dem Feld \mathbf{B} den Winkel ϑ einschließt: $W(\vartheta) \sim \exp[(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \cos \vartheta)/(k T)]$ und für $\mu B \ll k T$ die Magnetisierung $M(B, T) = \mu_0 N \mu^2 H / 3 V k T$. (Wir bezeichnen sowohl \mathbf{B} als auch \mathbf{H} als Magnetfeld und schreiben, falls eine Unterscheidung nötig ist, „B-Feld“ bzw. „H-Feld“; Zwischen \mathbf{B} und \mathbf{H} gilt im Vakuum die Beziehung $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$.) N ist die Anzahl der magnetischen Momente in der Probe vom Volumen V , T ihre Temperatur und k die Boltzmann-Konstante (siehe Abschn. 11.1).

Mit den genannten beiden Näherungsverfahren gelingt es zwar im allgemeinen auch nicht, den Aufbau der Materie aus den Eigenschaften der Elementarteilchen und den Grundgesetzen direkt herzuleiten – man kann zum Beispiel keine einzige Kristallstruktur und keinen Schmelz- oder Siedepunkt auf diese Weise berechnen. Aber es ist doch wenigstens möglich, mit Hilfe experimentell bestimmter Parameter von einer Struktur auf eine andere zu schließen. Kennt man zum Beispiel die Kristallstruktur von Kalium, so kann man daraus und aus dem Unterschied im Atombau diejenige von Natrium oder Rubidium berechnen. Oder man kann aus der Kenntnis des Siedepunkts von Argon denjenigen von Neon oder Krypton vorhersagen.

Zusammenfassung

In diesem einleitenden Kapitel haben wir zunächst festgestellt, welche Eindrücke uns die Sinnesorgane von der Struktur und den Eigenschaften der Materie liefern. Wir hatten dann gefragt, was „verstehen“ im physikalischen Sinne bedeutet: Die Eigenschaften der Materie und ihr Aufbau müßten aus den Eigenschaften der Elementarteilchen und den Grundgesetzen der Physik abzuleiten sein. Dieses gelingt jedoch bis heute nur in ganz wenigen und sehr einfachen Fällen. Die für irdische Verhältnisse wichtigste Eigenschaft der Materie, nämlich ihre räumliche Struktur, ist eine Folge der Wechselwirkungen zwischen den Elementarteilchen. Struktur entsteht bei der Umsetzung potentieller Energie. Die beobachteten Strukturen lassen sich mit Hilfe von Näherungsmethoden, Einteilchen-Näherung und statistischer Mechanik teilweise verstehen.

Dabei müssen wir im Auge behalten, daß unser naives Bild von Elementarteilchen und Kraftfeldern mit exakt meßbaren und unveränderlichen Eigenschaften falsch ist. Wenn wir genau beobachten, so entstehen und verschwinden die Teilchen, die Felder fluktuieren, die Eigenschaften der Teilchen sind nicht gleichzeitig exakt bestimmbar, Raum und Zeit bilden ein Kontinuum und sind nicht mehr zu trennen, die Eigenschaften der Raumzeit hängen von der Verteilung der Materie und Energie ab. Trotzdem kann man mit den Methoden der klassischen Physik viele Eigenschaften der Materie verstehen, weil man alle die genannten Komplikationen unter irdischen Verhältnissen und in den unseren Sinnen zugänglichen Raum-, Zeit- und Energiebereichen oft weitgehend vernachlässigen kann.

2 Die Elementarteilchen und ihre Eigenschaften

Wer als Kind gern „Atomzertrümmerung“ gespielt hat, der weiß etwas von dem Reiz der Suche nach den kleinsten Teilchen. Wir werden später die Materie sukzessiv aus ihren kleinsten heute bekannten Bestandteilen aufbauen. Zunächst wollen wir aber definieren, was wir unter einem Elementarteilchen verstehen, und wir werden seine Eigenschaften kurz besprechen. Wie man diese Eigenschaften messen kann, wird im fünften Kapitel erläutert. Vorher müssen wir noch etwas über die Kräfte zwischen den Elementarteilchen wissen. Das wird der Inhalt des dritten Kapitels sein. Außerdem müssen wir die einfachsten zusammengesetzten Gebilde kennenlernen, die in der Natur vorkommen und mit denen man experimentieren kann. Dies sind die Hadronen, wie zum Beispiel das Proton und das Neutron, die wir im vierten Kapitel besprechen werden. Art und Eigenschaften der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen werden heute unter dem Begriff „Standardmodell“ zusammengefaßt. Damit ist jedoch keine abgeschlossene Sammlung von Tatsachen gemeint. Das Standardmodell ist für zukünftige Erweiterungen durchaus offen.

2.1 Was ist ein Elementarteilchen?

Als Elementarteilchen bezeichnen wir die kleinsten bekannten Bausteine der Materie, die man mit den jeweils verfügbaren Hilfsmitteln nicht weiter zerlegen kann. Diese Definition ist offenbar zeitabhängig, denn die Hilfsmittel verändern und verfeinern sich im Lauf der Zeit. In Abbildung 2-1 ist erläutert, wie sich der Begriff „Elementarteilchen“ in den letzten 100 Jahren verändert hat – und wie die jeweiligen „Elementarteilchen“ mit der Zeit immer kleiner wurden. Diese Entwicklung ging Hand in Hand mit den Möglichkeiten, Teilchen auf immer höhere Energie zu beschleunigen, wobei ihre Materiewellenlänge λ immer kleiner wird (es gilt $E = p^2 / 2m = h^2 / 2m \lambda^2$ bzw. für $v \rightarrow c$: $E \approx pc = hc / \lambda$). Denn um den Radius R eines

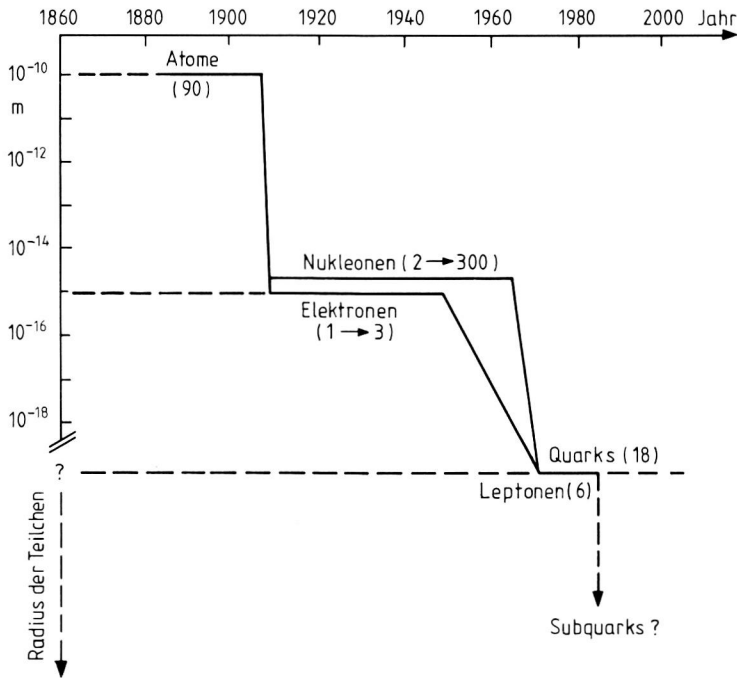


Abb. 2-1. Entwicklung des Begriffs „Elementarteilchen“ in den letzten 100 Jahren. In Klammern steht die Anzahl der jeweils bekannten Teilchen.

Teilchens zu messen, benötigt man, wie wir aus der Wellenlehre wissen, eine Wellenlänge von weniger als ungefähr $2R$. Für $R=10^{-15}$ m entspricht dies bei Elektronen einer Energie von etwa 10^{-10} J (≈ 1 GeV).*)

Heute sind wir überzeugt, daß sich alle Materie aus Teilchen zusammensetzt, deren Durchmesser sicher viel kleiner als 10^{-18} m ist. Bis zu solchen Abständen verhalten sich zum Beispiel Elektronen noch wie punktförmige Ladungen, für die das Coulomb-Gesetz gilt. Die Streuung von Elektronen und Neutrinos an Quarks zeigt, daß diese ebenfalls kleiner als 10^{-18} m sein müssen. Ob unterhalb dieser Größe noch eine Substruktur der Teilchen denkbar ist, besprechen wir am Ende dieses Kapitels.

2.2 Drei Gruppen von Elementarteilchen

Seit etwa 1970 hat man Gewißheit darüber, daß es drei Gruppen von Elementarteilchen gibt: Leptonen, Quarks und Wechselwirkungsteilchen (auch Feldquanten genannt). Abbildung 2-2 gibt einen Überblick über die heute bekannten Teilchen und solche, deren Existenz noch vermutet wird. Leptonen und Quarks sind Fermionen, das heißt Teilchen mit dem Spin $1/2$. So bezeichnet man den durch $\hbar = h/2\pi$ dividierten Eigendrehimpuls

*) Wir setzen im folgenden für Abschätzungen näherungsweise immer $1 \text{ eV} \approx 10^{-19} \text{ J} = 0,1$ Attojoule, $1 \text{ MeV} \approx 10^{-13} \text{ J} = 0,1$ Picojoule, $1 \text{ GeV} \approx 10^{-10} \text{ J} = 0,1$ Nanojoule.

	Antiteilchen			Feldquanten	Teilchen			Masse ↓
	Elektr. Ladung in e_0		Leptonen- zahl		Elektr. Ladung in e_0		Leptonen- zahl	
Leptonen	+1	e^+	0	(γ) γ $G_{r\bar{r}} \ G_{r\bar{g}} \ G_{r\bar{b}}$ $G_{g\bar{r}} \ G_{g\bar{g}} \ G_{g\bar{b}}$ $G_{b\bar{r}} \ G_{b\bar{g}} \ G_{b\bar{b}}$ $W^+ \ Z^0 \ W^-$ $(H) \ (X)$ Bosonen	-1	e^-	0	L^e
	+1	μ^+	0		-1	μ^-	0	
	+1	τ^+	0		-1	τ^-	0	
Quarks	-2/3	\bar{u}_r	\bar{u}_g	Fermionen	+2/3	u_b	0	Up
	+1/3	\bar{d}_r	\bar{d}_g		-1/3	d_b	0	
	+1/3	\bar{s}_r	\bar{s}_g		-1/3	s_b	0	
	-2/3	\bar{c}_r	\bar{c}_g		+2/3	c_b	0	
	+1/3	\bar{b}_r	\bar{b}_g		-1/3	b_b	0	
	-2/3	(\bar{t}_r)	(\bar{t}_g)		+2/3	(t_b)	0	
							0	
							0	
							0	

Abb. 2-2. Übersicht über die heute bekannten Elementarteilchen. Erläuterung der Namen und Bezeichnungen der Teilchen: Leptonen vom griechischen $\lambda\epsilon\pi\tau\acute{o}\varsigma$ (leicht); Quark Phantasiebezeichnung aus „Finnegan’s Wake“ von J. Joyce; Bosonen nach S. N. Bose (indischer Physiker, Begründer der Statistik von Teilchen mit ganzzahligem Spin); Fermionen nach E. Fermi (italienischer Physiker, Erbauer des ersten Kernreaktors); e Elektron (vom griechischen $\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\nu$ für Bernstein); μ Myon; τ Tauon; ν Neutrino; Flavours (Aromas) der Quarks: Up (U), Down (D), Strange (S), Charme (C), Bottom (B), Top (T); Quarkfarben: r rot, g grün, b blau, \bar{r} antirot (türkis), \bar{g} antigrün (lila), \bar{b} antiblau (gelb); Γ Graviton, Quant der Gravitationswechselwirkung; γ Photon vom griechischen $\phi\acute{o}\varsigma$ (Licht), Quant der elektromagnetischen Wechselwirkung; G Gluonen vom englischen glue (Klebstoff), Quanten der starken Wechselwirkung (Indizes: Quarkfarben); W^+ , W^- Weakonen vom englischen weak (schwach) und Z^0 Zeton, Quanten der schwachen Wechselwirkung; X hypothetisches Teilchen, welches Leptonen und Quarks ineinander umwandeln könnte; H hypothetisches Higgs-Teilchen, verantwortlich für Symmetriebrechung der schwachen Wechselwirkung (benannt nach dem britischen Physiker P. Higgs). Die je drei Familien der Leptonen und Quarks sind durch horizontale Doppelstriche getrennt. Eingeklammerte Teilchen wurden bis heute noch nicht nachgewiesen; ihre Existenz scheint jedoch relativ sicher zu sein. Auch das ν_t und das $\bar{\nu}_t$ sind noch nicht direkt beobachtet worden.

des Teilchens. Die Feldquanten sind Bosonen mit ganzzahligem Spin (0, 1, 2); sie sind elektrisch neutral bis auf W^+ und W^- , die je eine Elementarladung e_0 tragen. Die Namen der Teilchen sind in der Legende zur Abbildung 2-2 erläutert.

Zu allen Teilchen gibt es Antiteilchen. Diese unterscheiden sich von ihren Teilchen dadurch, daß alle ihre Eigenschaften (siehe Tab. 2-1) mit Ausnahme von Ruhemasse und Eigendrehimpuls entgegengesetztes Vorzeichen haben; also zum Beispiel die elektrische Ladung, die Richtung des magnetischen Moments relativ zum Drehimpuls und die Quarkfarbe. Teilchen und Antiteilchen können nur paarweise erzeugt oder vernichtet werden (siehe Abb. 1-4). Dabei müssen die bekannten Erhaltungssätze gewahrt werden (siehe Tab. 3-1). Zur Erzeugung eines Teilchen-Antiteilchen-Paares muß mindestens dessen Ruheenergie $2m_0c^2$ aus anderen Energieformen zur Verfügung stehen; beim Elektron-Positron-Paar sind

Teilchen und Antiteilchen

dies $1,63 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ ($\approx 1,02 \text{ MeV}$). Bei der Vernichtung eines Teilchenpaares wird seine Gesamtenergie frei, also seine Ruheenergie und seine kinetische Energie. In einigen Fällen sind Teilchen und Antiteilchen identisch, beispielsweise beim Photon (γ) und beim Zeton (Z^0).

Bis heute ist die Frage offen, ob in unserem Kosmos gleich viele Teilchen und Antiteilchen vorhanden sind oder ob eine Sorte überwiegt. Aus der Ferne kann man nicht ohne weiteres feststellen, ob ein Stern oder eine Galaxie aus Materie oder aus Antimaterie besteht. Man müßte zum Beispiel die relative Stellung von Drehimpuls und magnetischem Moment der dortigen Elementarteilchen messen oder das Vorzeichen der elektrischen Ladungsverteilung in Atomen untersuchen. Solche Information liefert uns die normale elektromagnetische Strahlung nicht, die wir von den Sternen empfangen. Man könnte sich jedoch selbst dorthin begeben, wo man Antimaterie vermutet. Das hat aber unangenehme Folgen:

Gefahren des modernen Lebens *)

Weit im Hintergrund der Sterne
liegt ein Antistoffweltort;
viele Jahre forschte gerne
Edward Anti-Teller ¹⁾ dort.

Anti-Freunde und auch er
kannten die Fusionsgefahr
nicht, als faul im Sand am Meer
Edward ölte Haut und Haar,

bis ein Monstrum auf der See
früh am Morgen kam geschwommen
mit der Aufschrift AEC ²⁾;
Erdbesuch war angekommen.

Ohne Sorgen vor dem Ende
gaben zwischen Muschelschalen
hoherfreut sich zwei die Hände:
Übrig blieben Gammastrahlen!

Betrachten wir noch einmal die Abbildung 2-2: Sie ist das Handwerkszeug für dieses und das übernächste Kapitel. Bei den Leptonen und Quarks gibt es je drei Untergruppen (Familien), die sich durch ihre Massen unterscheiden, eine leichte, eine mittelschwere und eine schwere. Zu jeder Leptonenfamilie gehören zwei Teilchen, eines mit der elektrischen Ladung $\pm e_0$ und ein Neutrino mit der Ladung Null. Bei den Quarks gehören zu jeder Familie zwei Teilchensorten mit der Ladung $\pm e_0/3$ bzw. $\pm 2e_0/3$, die durch ihr „Flavour“ unterschieden werden. Außerdem kommt jedes Quark in drei verschiedenen „Farben“ vor. Die Deutung der Begriffe „Flavour“ und „Farbe“ stellen wir noch einen Augenblick zurück. Es sind Eigenschaften der Quarks, für die wir keine analoge Vorstellung aus der Erfahrung haben. Bis heute wissen wir nicht, ob in der Natur mehr als die drei bekannten Leptonen- bzw. Quark-Familien vorkommen. Dagegen scheint es sicher zu sein, daß zu jedem Quarkflavour nur drei Quarkfarben existieren. Auch hierauf kommen wir noch zurück. Die in der Mitte der Abbildung 2-2 angeordneten Bosonen sind die Quanten der Felder, welche die Kräfte zwischen den übrigen Teilchen vermitteln. Sie haben keine Ruhemasse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit, mit Ausnahme der W- und Z-Bosonen.

Die stabile Materie auf unserer Erde und im Kosmos, soweit er uns bekannt ist, besteht aus nur fünf Fermionen, dem Elektron (e^-), den beiden Elektron-Neutrinos ($\bar{\nu}_e$, ν_e), dem u- und dem d-Quark. Alle übrigen Fermionen entstehen nur unter extremen Bedingungen, und sie sind so

Systematik der Elementarteilchen

*) Aus: *Physikalische Blätter* 32 (1976) 391.

¹⁾ E. Teller, amerikanischer Physiker, an der Entwicklung der Atombombe beteiligt.

²⁾ AEC: Atomic Energy Commission.

instabil, daß sie nach sehr kurzer Zeit in die genannten fünf stabilen Teilchen zerfallen. Wir besprechen im folgenden die drei Teilchengruppen Leptonen, Quarks und Feldquanten der Reihe nach und verschaffen uns zunächst einen Überblick über ihre Eigenschaften.

2.3 Die Eigenschaften der Elementarteilchen

Die Eigenschaften der Elementarteilchen, soweit wir sie heute kennen, sind in der Tabelle 2-1 zusammengestellt. Einige davon sind uns aus der klassischen Physik wohl bekannt: die Ruhemasse, die elektrische Ladung, der Drehimpuls und das magnetische Moment. Für die übrigen Eigenschaften haben wir dagegen keine unmittelbare Vorstellung aus der Erfahrung. Sie machen sich erst bemerkbar, wenn wir die Wechselwirkungen der Teilchen untersuchen. Bei einem solchen „Streuexperiment“ läßt man ein Teilchen mit bekannten Eigenschaften nahe an einem anderen vorbeifliegen, dessen Eigenschaften man untersuchen will (Abb. 2-3). Aus den dabei beobachteten Änderungen von Energie, Impuls, Drehimpuls usw. des gestreuten Teilchens kann man auf die Eigenschaften des streuenden Teilchens und auf die Wechselwirkung zwischen beiden schließen. Heute sind vier verschiedene Arten von Kräften bzw. Wechselwirkungen zwischen Elementarteilchen bekannt: die Gravitation, die schwache, die elektromagnetische und die starke Wechselwirkung. Dies besprechen wir im nächsten Kapitel ausführlich. Die Durchführung von Streuexperimenten behandeln wir im Kapitel 5.

Überblick

Tabelle 2-1. Eigenschaften der Elementarteilchen.

Ruhemasse	m_0
Elektrische Ladung	q
Eigendrehimpuls (bzw. Spinquantenzahl s) ^{*)}	$ s = \sqrt{s(s+1)} \hbar$
Magnetisches Moment ^{*)}	μ
Baryonenzahl ^{**)}	B
Leptonenzahl	L (L^e, L^μ, L^τ)
Quarkfarbe	f ($r, g, b, \bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$)
Flavour (Aroma) ^{**)}	A (U, D, S, C, B, T)
Schwache Ladung	σ
Eigenparitäten ^{**) ; Helizität}	$P, C; \tilde{h}$

^{*)} Sowohl s als auch s_z , ja sogar μ , werden oft kurz als „Spin“ bezeichnet. Das kann zu Verwechslungen führen. Man muß sich daher stets vergewissern, was gemeint ist.

^{**) Üblicherweise wird sowohl die Baryonenzahl als auch die Flavourquantenzahl für bottom mit B bezeichnet; desgleichen die Ladungspartität und die Flavourquantenzahl für charme mit C . Man hüte sich vor Verwechslungen.}

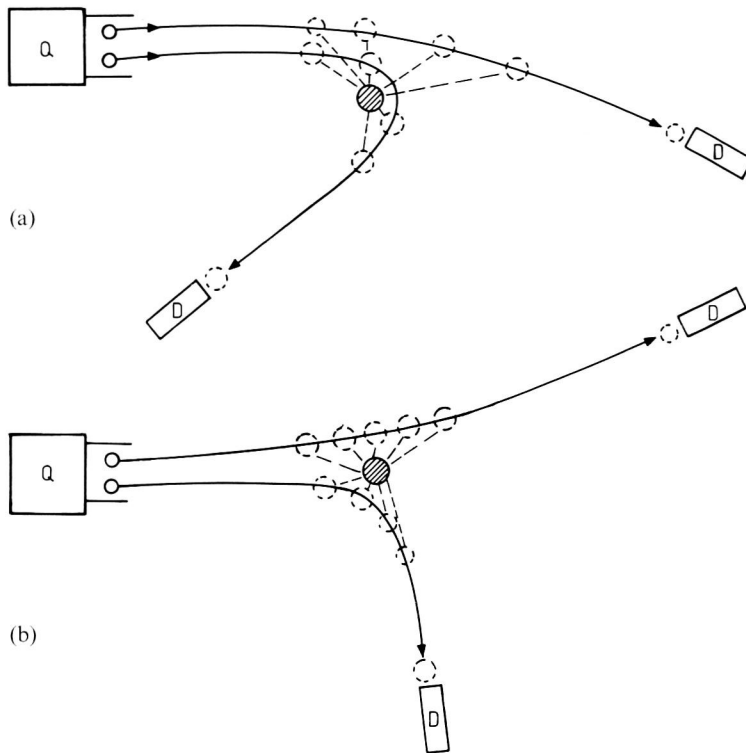


Abb. 2-3. Prinzip eines Streuexperiments (Näheres in Kapitel 5). (a) Anziehende Wechselwirkung zwischen streuendem (⊗) und gestreuten (⊙) Teilchen; (b) dasselbe für abstoßende Wechselwirkung. Die Wechselwirkung durch das Feld bzw. durch den Austausch von Feldquanten ist durch gestrichelte Linien angedeutet. Q Quellen der Teilchen, D Detektoren.

Um mit Elementarteilchen zu experimentieren, muß man sie allerdings erst einmal haben. Dabei geht man fast immer von Elektronen und Protonen aus. Freie Elektronen erzeugt man durch Verdampfen aus einer Glühkathode. Freie Protonen kann man zum Beispiel durch einen in Wasserstoffgas brennenden Lichtbogen erhalten. Dabei werden die H_2 -Moleküle dissoziiert und ionisiert. Die Elektronen bzw. Protonen bündelt man dann durch geeignete elektrische Felder und führt sie in einen Beschleuniger ein („Ionenquelle“ in Abb. 2-4). Sobald die Teilchen auf genügend hohe Energie beschleunigt sind, kann man sie aufeinander oder auf andere Atomkerne schießen. Aus der dabei freiwerdenden Abbremsenergie entstehen dann neue Teilchenpaare, wie wir in Abbildung 1-4 gesehen haben. Dabei gelingt es, durch geeignete Wahl der Versuchsbedingungen alle heute bekannten Elementarteilchen zu erzeugen.

Zunächst betrachten wir die sogenannten unanschaulichen Eigenschaften der Elementarteilchen (siehe Tabelle 2-1) noch etwas genauer, um eine Vorstellung davon zu bekommen, was sich hinter diesen Größen verbirgt. „Unanschaulich“ nennen wir diese Eigenschaften deshalb, weil wir keine direkten Analoga aus unserer Alltagserfahrung dafür besitzen.

Unanschauliche Eigenschaften

- Die Baryonenzahl B ist ein Maß für die Differenz der Anzahl von Quarks und Antiquarks in einem System von Elementarteilchen. Sie ist eine Erhaltungsgröße (siehe Tab. 3-1) und sorgt dafür, daß nur Quark-Antiquark-Paare entstehen oder verschwinden können, nicht jedoch einzelne Quarks. Ein Beispiel (siehe auch Abb. 3-4) ist die Entstehung eines Proton-Antiproton-Paares in einem Experiment, bei dem einem bereits vorhandenen Proton Energie zugeführt wird, zum Beispiel, in-

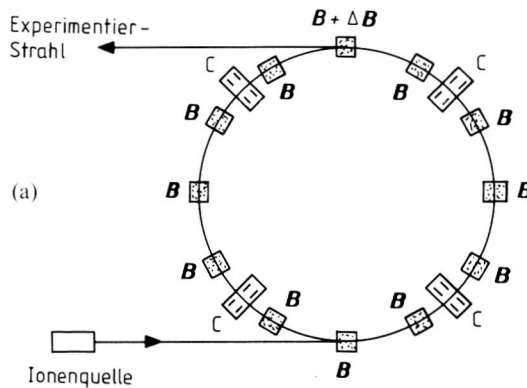
dem man es mit anderen Teilchen beschießt:

$$\overbrace{u + u + d}^{p^+} + \text{Energie} \rightarrow \overbrace{u + u + d}^{p^+} + \overbrace{\bar{u} + \bar{u} + \bar{d}}^{p^-} + \overbrace{u + u + d}^{p^+}$$

$$B: \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

(Die Bezeichnung p^+ , p^- usw. der zusammengesetzten Teilchen (Hadronen) in diesem und den folgenden Beispielen werden in Kapitel 4 erläutert.)

- Die drei Leptonenzahlen L^e , L^μ , L^τ haben dieselbe Bedeutung für die drei Leptonenfamilien wie die Baryonenzahl für die Quarks und sind



(b)

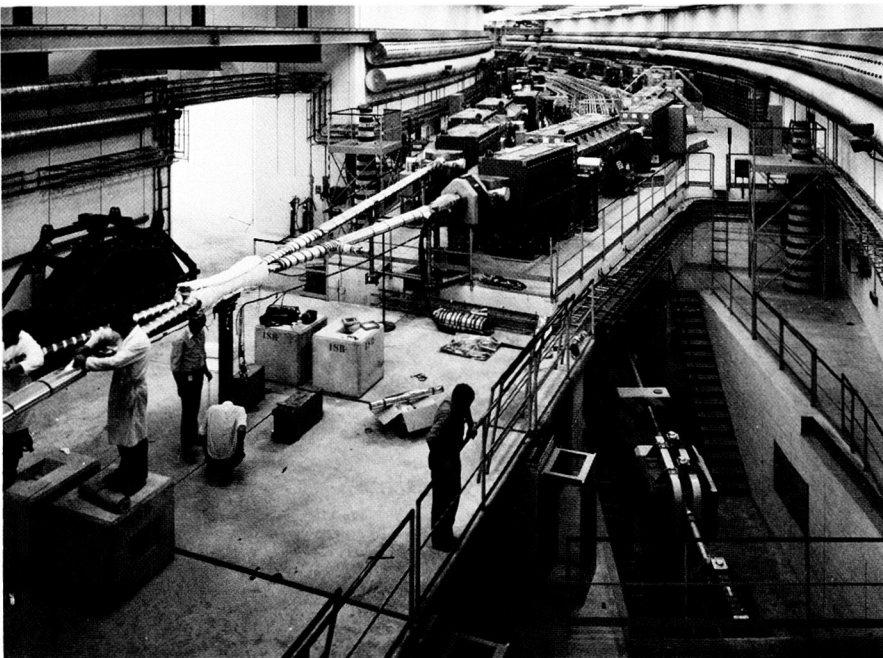
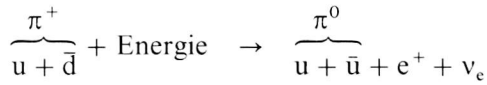


Abb. 2-4. Beschleunigung von Teilchen für Streuexperimente. (a) Prinzip des Ringbeschleunigers. **B** Magnetfelder senkrecht zur Ringebene, **C** Beschleunigungsstrecken (elektrisch geladene Blenden); ΔB Feldimpuls zur Auslenkung des Strahls aus der Kreisbahn. (b) Blick in den Ringkanal des Protonenbeschleunigers bei CERN in Genf. Hier können Protonen auf eine Energie von etwa 10^{-8} J (≈ 100 GeV) beschleunigt werden (mit freundlicher Genehmigung von CERN Centre Européen de Recherche Nucléaire).

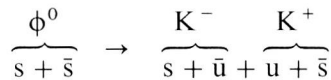
ebenfalls Erhaltungsgrößen. Ein Beispiel:



$$L^e: \quad 0 + 0 \quad = \quad 0 + 0 - 1 + 1$$

Die Erhaltung von Baryonen- und Leptonenzahl bei allen bis heute beobachteten Reaktionen reguliert die Art und Zahl der beteiligten Teilchen. Man kann sie in Analogie zur Erhaltung der elektrischen Ladung oder der Energie sehen.

- Die Quark-„Farbe“ ist eine Eigenschaft der Quarks und der Gluonen, die nichts mit der Farbe des sichtbaren Lichts zu tun hat. Man hat diese Eigenschaft postuliert, um das Pauli-Prinzip für Hadronen aufrecht erhalten zu können, die ja aus mehreren Quarks zusammengesetzt sind (siehe Kap. 4). Dieser Eigenschaft hat man willkürlich die Bezeichnung „Farbe“ gegeben. Alle Quarks kommen in drei verschiedenen Farben vor: rot (r), grün (g) und blau (b). Die Antiquarks tragen die Antifarben türkis (\bar{r}), lila (\bar{g}) und gelb (\bar{b}). Gluonen haben je eine Farbe und eine Antifarbe. Die Quarkfarbe ist mit der „Farbladung“ oder „starken Ladung“ verknüpft, der Ursache der starken Wechselwirkung (siehe Kap. 3).
- Das Quark-„Flavour“ kommt in sechs verschiedenen Sorten vor: Up (U), Down (D), Strange (S), Charme (C), Bottom oder Beauty (B) und Top oder Truth (T ; noch nicht entdeckt). Dieses Flavour (Aroma) hat, ähnlich wie die Quarkfarbe, nichts mit dem Aroma chemischer Substanzen zu tun, sondern ist eine Phantasiebezeichnung für Eigenschaften der Quarks, zu denen wir kein anschauliches Analogon kennen. Das Quarkflavour bleibt bei der starken und der elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten, kann sich aber bei der schwachen Wechselwirkung ändern, im Gegensatz zu der Baryonenzahl B und den Leptonenzahlen L^e, L^μ, L^τ . Die „Flavour-Erhaltung“ läßt sich quantitativ erfassen, indem man den verschiedenen Flavours Quantenzahlen zuordnet und für Teilchenreaktionen die Summe dieser Quantenzahlen betrachtet. Als Beispiel sei hier die Erhaltung des Flavours „Strange“ beim Zerfall eines Φ^0 -Mesons angeführt:



$$\text{Strangeness } S: \quad -1 + 1 \quad = \quad -1 + 0 + 0 + 1$$

- Die schwache Ladung ist die Ursache der schwachen Wechselwirkung und eine Eigenschaft aller Leptonen und Quarks, über die wir bis heute nichts näheres wissen. Sie spielt für die schwache Wechselwirkung eine ähnliche Rolle wie die Masse für die Gravitation oder die elektrische Ladung für die elektromagnetische Wechselwirkung (siehe Kap. 3). Die schwache Ladung ist dafür verantwortlich, daß sich die Quarks bzw. die Leptonen innerhalb einer Familie ineinander umwandeln können, so z. B. ein d- in ein u-Quark oder ein Elektron in ein Neutrino. Dabei entsteht jeweils ein elektrisch geladenes Feldquant, W^+ oder W^- , wegen des Erhaltungssatzes für die elektrische Ladung.

- Die Parität P bezeichnet das Verhalten der Wellenfunktion ψ eines Systems von Teilchen bei der Inversion des Raumes ($x \rightarrow -x$, $y \rightarrow -y$, $z \rightarrow -z$). Sie ist $+1$ oder -1 , je nachdem, ob ψ dabei sein Vorzeichen beibehält oder nicht. Die Parität ist für einzelne Elementarteilchen nicht definiert, sondern nur für zusammengesetzte Systeme, zum Beispiel Hadronen, Atomkerne, Atome. Für Leptonen und Quarks kann sie jedoch willkürlich festgelegt werden. Sie bleibt bei der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten, bei der schwachen nicht. Die Ladungspartität C hat eine ähnliche Bedeutung wie P , jedoch für die Vertauschung von Teilchen und Antiteilchen in neutralen Bosonen ($C = (-1)^{l+s}$; l bzw. s sind die Quantenzahlen des Bahn- bzw. Eigendrehimpulses).

Die Verletzung der Parität bei der schwachen Wechselwirkung erregte 1957 großes Aufsehen. Bis dahin dachte man, daß zu allen physikalischen Phänomenen auch ihr räumlich invertiertes Bild den Grundgesetzen gehorcht und somit in der Natur vorkommen kann. Frau C. S. Wu und ihre Mitarbeiter zeigten jedoch, daß dies für den Beta-Zerfall (siehe Abb. 6-20) nicht zutrifft. Es werden weniger Elektronen in Richtung des Kernspins emittiert als entgegengesetzt dazu. Spiegelt man dieses Experiment, so erhält man ein Ergebnis, das der Erfahrung widerspricht (Abb. 2-5). Heute wissen wir, daß die Parität bei allen Vorgängen verletzt ist, die unter Beteiligung der schwachen Wechselwirkung ablaufen.

- Die Helizität \tilde{h} (oder Spinpolarisation) ist nur bei Neutrinos eine echte und unveränderliche („intrinsische“) Eigenschaft der Teilchen selbst. Sie gibt die gegenseitige Lage von deren Impuls und Drehimpuls an, $\tilde{h} = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}) / (|\mathbf{s}| \cdot |\mathbf{p}|)$, und bezeichnet einen Schraubensinn (Abb. 2-6). Sie beträgt $+1$ für Antineutrinos (Rechtsschrauben) und -1 für Neutrinos (Linksschrauben).

Von den meisten dieser Eigenschaften haben wir keine so unmittelbare Vorstellung aus der Erfahrung wie beispielsweise von der Masse oder vom Drehimpuls. Sie erscheinen uns ziemlich abstrakt. Das kann entweder ein Hinweis darauf sein, daß die Teilchen eine innere Struktur haben, also aus kleineren Einheiten bestehen, deren Zusammenwirken dann diese Eigenschaften zwanglos erklären würde. Es kann aber auch bedeuten, daß die Struktur der Raumzeit unseren gewohnten Vorstellungen prinzipiell immer unzugänglicher wird in je kleinere Bereiche wir vordringen. Welche von beiden Möglichkeiten zutrifft, wissen wir bisher nicht.

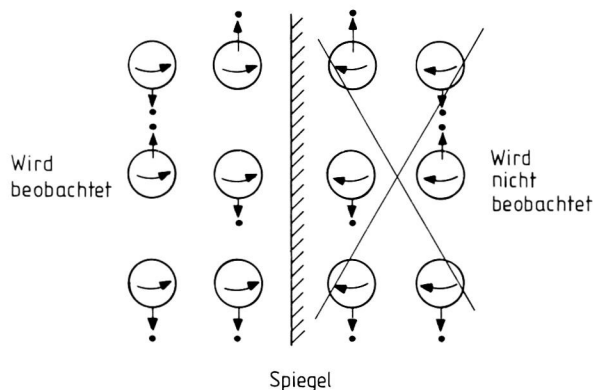


Abb. 2-5. Paritätsverletzung beim Betazerfall im Paritätsexperiment von C. S. Wu und Mitarbeitern. Beobachtet wird, daß die Elektronen bevorzugt antiparallel zum Kerndrehimpuls emittiert werden (Linksschraube). Das gespiegelte Experiment (rechte Hälfte) würde einen Rechtsschraubensinn zwischen Elektronenimpuls und Kerndrehimpuls ergeben, was jedoch nicht beobachtet wird. \curvearrowright Kerndrehimpulse, $\bullet \leftarrow$ emittierte Elektronen. Die einmalige Spiegelung an einer Ebene verwandelt eine Rechtsschraube in eine Linksschraube, ebenso eine Spiegelung an drei zueinander senkrechten Ebenen.

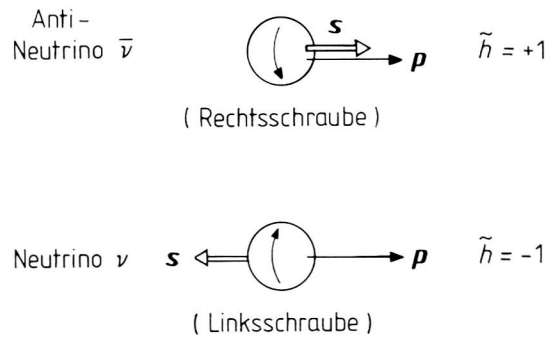


Abb. 2-6. Helizität der Neutrinos. Sie ist definiert als $\tilde{h} = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}) / (|\mathbf{s}| \cdot |\mathbf{p}|)$; \mathbf{s} Drehimpuls (axialer Vektor), \mathbf{p} linearer Impuls (polarer Vektor).

2.4 Leptonen

Nach unserer heutigen Kenntnis gibt es sechs verschiedene Leptonen und ihre Antiteilchen. In Tabelle 2-2 sind die Eigenschaften dieser Leptonen zusammengestellt. Mit Elektronen und Myonen hat man die bisher genauesten Untersuchungen der Gültigkeit des Coulomb-Gesetzes durchgeführt. Daraus folgt, daß Elektronen sicher kleiner sind als 10^{-19} m und

Tabelle 2-2. Eigenschaften der Leptonen. Der Spin aller Leptonen beträgt $1/2$. Das Myon zerfällt mit einer Halbwertszeit von $1,52 \cdot 10^{-6}$ s in ein Elektron und zwei Neutrinos, das Tauon mit einer Halbwertszeit von $3,00 \cdot 10^{-13}$ s in Hadronen und Neutrinos.

Name	Zeichen	Ruhemasse ^{*)}		Elektr. Ladung (<i>e</i> ₀)	Magnet. Moment (10 ⁻²⁷ A m ²)	Leptonen- zahl <i>L</i>
		(10 ⁻³⁰ kg)	(MeV/ <i>c</i> ²)			
Teilchen						
Elektron	e ⁻	0,9109	0,5110	-1	-9283	<i>L</i> ^e = + 1
Myon	μ ⁻	188,4	105,7	-1	-44,88	<i>L</i> ^μ = + 1
Tauon	τ ⁻	3180	1784	-1	≈ -2,7	<i>L</i> = + 1
Elektron- Neutrino	ν _e	0 (?)		0	0	<i>L</i> ^e = + 1
Myon-Neutrino	ν _μ	0 (?)		0	0	<i>L</i> ^μ = + 1
Tauon-Neutrino	ν _τ	0 (?)		0	0	<i>L</i> = + 1
Antiteilchen						
Positron	e ⁺	0,9109	0,5110	+1	+9283	<i>L</i> ^e = - 1
Antimyon	μ ⁺	188,4	105,7	+1	+44,88	<i>L</i> ^μ = - 1
Antitauon	τ ⁺	3180	1784	+1	≈ +2,7	<i>L</i> = - 1
Elektron- Antineutrino	ν̄ _e	0 (?)		0	0	<i>L</i> ^e = - 1
Myon- Antineutrino	ν̄ _μ	0 (?)		0	0	<i>L</i> ^μ = - 1
Tauon- Antineutrino	ν̄ _τ	0 (?)		0	0	<i>L</i> = - 1

^{*)} In der Teilchen- und Kernphysik ist es üblich, Massen in Einheiten von MeV/c² anzugeben. 1 MeV/c² entspricht $1,782 \cdot 10^{-30}$ kg, etwa dem Doppelten der Elektronenmasse.

Myonen kleiner als 10^{-18} m. Bis zu diesen Abständen herab reagieren die Teilchen bei Streuexperimenten wie punktförmige elektrische Ladungen und wie punktförmige magnetische Dipole. Tauonen wurden erst vor kurzer Zeit gefunden, und man hat mit ihnen noch nicht sehr viel experimentieren können. Myonen und Tauonen sind instabile Teilchen. Sie zerfallen aufgrund der schwachen Wechselwirkung in sehr kurzer Zeit in Elektronen bzw. Neutrinos und Hadronen.

Neutrinos sind sehr merkwürdige Teilchen. Von den „anschaulichen“ Eigenschaften besitzen sie nur Drehimpuls. Die Frage nach ihrer Ruhemasse ist heute noch offen. Zur Zeit sind zahlreiche Versuche im Gange, um sie zu beantworten. Nach den bisherigen Experimenten ist die Ruhemasse des Elektron-Neutrinos wahrscheinlich kleiner als $2 \cdot 10^{-35}$ kg (≈ 10 eV/ c^2). Die Frage nach der Ruhemasse der Neutrinos ist deshalb so interessant, weil die Neutrinos mit endlicher Ruhemasse einen wesentlichen Beitrag zur Gravitationsenergie des Weltalls liefern würden (siehe Abschn. 22.5). Es gibt im Universum rund 10^{89} Neutrinos, etwa 10^9 mal so viele wie Protonen und Neutronen zusammen. Wenn die Neutrinos eine auch nur kleine endliche Ruhemasse hätten, wäre ihre Gesamtmasse also sehr beträchtlich. Falls sie nicht zu klein ist, würde ihre Gravitationsenergie vielleicht ausreichen, um die Expansion des Weltalls zum Stillstand zu bringen. Auch vermutet man, daß eine endliche Neutrinomasse zur Entstehung der Galaxien beigetragen haben könnte.

Leptonen, insbesondere das leicht zu handhabende Elektron, sind ein ideales Hilfsmittel zur Untersuchung der Struktur und der Eigenschaften anderer Teilchen. Nachdem die Eigenschaften der Elektronen selbst durch Streuexperimente untereinander sehr gut bekannt sind, kann man sie mit anderen Teilchen wechselwirken lassen und bekommt daraus dann Informationen über deren Eigenschaften (siehe Abb. 2-3). So wurden viele Einzelheiten der Struktur der Hadronen und der Atomkerne mittels Elektronenstreuung erforscht. Günstig ist dabei, daß Leptonen nicht an der starken Wechselwirkung teilnehmen. Man braucht dann bei der Interpretation der Messungen nur noch die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung zu berücksichtigen. Noch besser geeignet als Streuonen wären natürlich Neutrinos, weil bei ihnen auch die elektromagnetische Wechselwirkung wegfällt. Aber Neutrinostrahlen sind bei weitem nicht so einfach herzustellen und zu handhaben wie Elektronenstrahlen.

2.5 Quarks

Die Quarks bilden die größte der drei Gruppen von Elementarteilchen. Sie enthalten fast die ganze Ruhemasse der stabilen Materie. Eine besondere Eigenschaft der Quarks ist die Tatsache, daß man sie nicht isoliert beobachten kann. Wenn man dies versucht, indem man zum Beispiel Hadronen, um sie zu zerlegen, mit Leptonen hoher Energie beschießt, so erhält man immer nur Quark-Antiquark-Paare, aber niemals einzelne Quarks. Dies beruht auf der charakteristischen Abstandsabhängigkeit der starken Wechselwirkung zwischen den Quarks, die wir im nächsten Kapitel be-

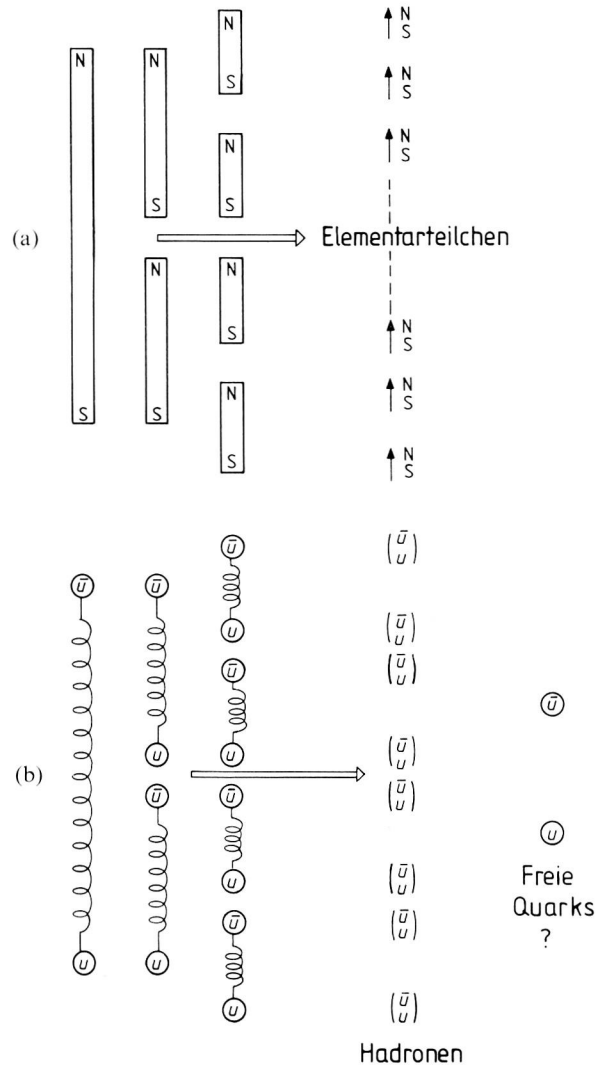


Abb. 2-7. Analogie zwischen dem Verhalten von magnetischen Dipolen und der Dauerbindung von Quarks. (a) Zerschneiden eines Permanentmagneten. Die magnetischen Bahnmomente der geladenen Bestandteile verschwinden schließlich bei der Zerlegung, und es bleiben nur die Spinmomente der Elementarteilchen übrig. (b) Hypothetische Trennung von Quark-Antiquark-Paaren.

sprechen werden. Vorläufig mag uns eine Analogie zum Verhalten des magnetischen Moments diese Erscheinung plausibel machen (Abb. 2-7). Wenn man einen magnetisierten Eisenstab in immer kleinere Teile zerbricht, so erhält man immer wieder magnetische Dipole, niemals aber einen einzelnen Magnetpol, einen Monopol. Das kann man fortsetzen bis man den Stab in einzelne Quarks und Leptonen zerlegt hat, die man nicht weiter teilen kann – und auch diese sind immer noch magnetische Dipole. Ganz ähnlich wie mit den Magnetpolen verhält es sich mit den Quarks. Versucht man ein Quarkteilchen aus einem Verband von mehreren Quarks (Mesonen oder Baryonen) herauszutrennen, so erhält man immer neue Quark-Antiquark-Paare (Mesonen). Dieses merkwürdige Verhalten nennt man Dauerbindung (englisch: confinement) der Quarks (siehe auch Abb. 3-4).

In Tabelle 2-3 sind die Eigenschaften der Quarks zusammengestellt. Das Top-Quark wurde bisher noch nicht nachgewiesen, obwohl man an seiner Existenz kaum zweifelt. Seine Masse soll oberhalb von etwa $70 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ($\approx 40 \text{ GeV}/c^2$), ungefähr der 40fachen Protonenmasse, liegen. Die elek-

Tabelle 2-3. Eigenschaften der Quarks. Der Spin jedes Quarks bzw. Antiquarks beträgt $1/2$; die Baryonenzahl der Quarks $+1/3$, die der Antiquarks $-1/3$. Alle Teilchen kommen in drei Farben vor (r, g, b), die Antiteilchen in drei Antifarben (\bar{r} , \bar{g} , \bar{b}). Die unsystematisch erscheinende Reihenfolge der Vorzeichen der elektrischen Ladung rührt von der Anordnung der Teilchen nach wachsender Masse her. Den tieferen Grund dafür kennen wir nicht. Das Flavour des s-Quarks wurde einmal willkürlich zu $S = -1$ festgelegt; daher die Unsymmetrie im Vorzeichen zwischen Quarks und Antiquarks.

Name	Zeichen	Effektive Masse **)		Elektr. Ladung	Magnet. Moment	Mittlere Lebensdauer	Flavour
		(10^{-27} kg)	(GeV/c ²)	(e_0)	(10^{-27} A m ²)	(s)	
Teilchen							
Up	u	0,598	0,336	+2/3	+9,53	∞ (?)	$U = +1$
Down	d	0,602	0,338	-1/3	-4,77	∞ (?)	$D = +1$
Strange	s	0,98	0,55	-1/3	-3,10	$\approx 3 \cdot 10^{-10}$	$S = -1$
Charme	c	3,2	1,80	+2/3		$\approx 5 \cdot 10^{-13}$	$C = +1$
Bottom	b	~ 8	$\sim 4,5$	-1/3		$\approx 5 \cdot 10^{-14}$	$B = +1$
Top *)	(t)	(≥ 70)	(≥ 40)	(+2/3)			$T = +1$
Antiteilchen							
Anti-Up	\bar{u}	0,598	0,336	-2/3	-9,53	∞ (?)	$U = -1$
Anti-Down	\bar{d}	0,602	0,338	+1/3	+4,77	∞ (?)	$D = -1$
Anti-Strange	\bar{s}	0,98	0,55	+1/3	+3,10	$\approx 3 \cdot 10^{-10}$	$S = +1$
Anti-Charme	\bar{c}	3,2	1,80	-2/3		$\approx 5 \cdot 10^{-13}$	$C = -1$
Anti-Bottom	\bar{b}	~ 8	$\sim 4,5$	+1/3		$\approx 5 \cdot 10^{-14}$	$B = -1$
Anti-Top *)	(\bar{t})	(≥ 70)	(≥ 40)	(-2/3)			$T = -1$

*) Noch nicht beobachtet.

**) Die effektive Masse der Quarks setzt sich zusammen aus ihrer Ruhemasse von der Größenordnung 10^{-29} kg (u: $0,7 \cdot 10^{-29}$ kg, d: $1,3 \cdot 10^{-29}$ kg), der relativistischen Masse aufgrund ihrer Bewegung in den Hadronen (siehe Kap. 4) sowie ihrer Bindungsenergie in den Hadronen von je einigen 10^{-28} kg.

trischen Ladungen und magnetischen Momente der Quarks sind natürlich nur indirekt aus dem Verhalten von Hadronen bei Streuexperimenten bestimmt worden, da man einzelne Quarks nicht herstellen und mit ihnen experimentieren kann.

Woher wissen wir überhaupt, daß das Proton und das Neutron und alle anderen Hadronen aus Quarks bestehen, wenn wir sie doch gar nicht in solche zerlegen können? Es gibt dafür eine ganze Reihe von Indizien. Die zwei wichtigsten wollen wir kurz besprechen. Zum einen zeigt sich, daß die Streuung von hochenergetischen Elektronen oder Neutrinos an Protonen teilweise inelastisch erfolgt. Das heißt, ein Proton kann innere Energie aufnehmen (Abb. 2-8) und in einen angeregten Zustand übergehen. Dies ist aber nur möglich, wenn es eine, wie auch immer beschaffene, innere Struktur mit verschiedenen Energiezuständen hat (siehe Abschn. 4.3). So könnten seine Bestandteile sich relativ zueinander bewegen, rotieren oder schwingen. Zum anderen hängt die Streuwahrscheinlichkeit bei einem solchen Experiment in ganz anderer Weise vom übertragenen Impuls ab, als für den Fall eines elektrisch und magnetisch homogenen Protons vorausgesagt wird (vgl. Abb. 4-8). Aus diesen und vielen ähnlichen Beobachtungen hat man heute die Überzeugung gewonnen, daß alle Hadronen aus

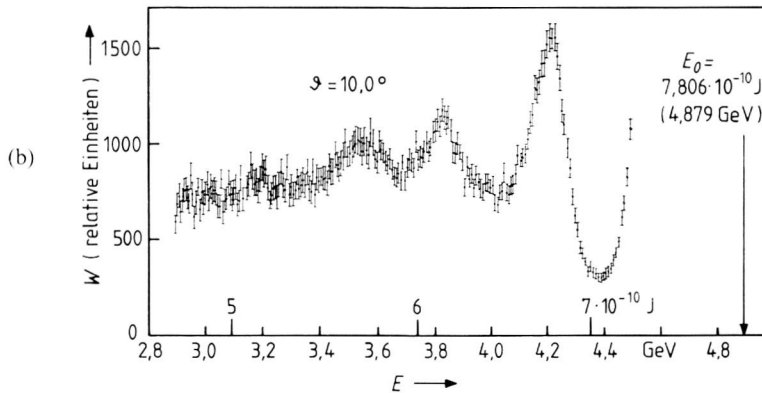
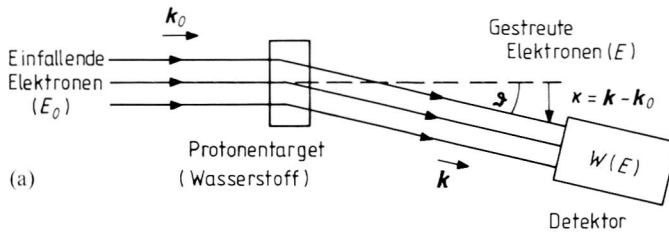


Abb. 2-8. Nachweis der inneren Struktur von Protonen durch Streuung von hochenergetischen Elektronen (vgl. Kap. 5).
(a) Experimentelle Anordnung. k_0, k Wellenvektoren ($|k| = 2\pi/\lambda$) der einfallenden bzw. gestreuten Elektronen. (b) Streuwahrscheinlichkeit $W(E)$ als Funktion der Energie E der gestreuten Elektronen. Die mit niedriger Energie als $E_0 = 7,8 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ ($\lambda \approx 10^{-16} \text{ m}$) gestreuten Elektronen haben das Proton in einen höheren Energiezustand angeregt und einen Teil ihrer Energie an die Quarks abgegeben (unelastische Streuung). Die Bevorzugung bestimmter Energieverluste, die Maxima in $W(E)$, deuten auf diskrete Anregungszustände der Quarks im Proton hin (nach Perkins 1983).

Quarks zusammengesetzt sind. Wir werden dies im Kapitel 4 genauer besprechen. Ebenso wie die schweren Leptonen zerfallen die schweren Quarks (s, c, b, t) in sehr kurzer Zeit, und zwar in die leichten, u und d.

2.6 Feldquanten

Die dritte Elementarteilchengruppe bilden die Feldquanten, welche die Wechselwirkungen zwischen Leptonen und Quarks sowie zwischen jeder dieser Teilchenarten untereinander vermitteln (siehe Abb. 1-5 und 3-1). Da es vier fundamentale Wechselwirkungen gibt, sollten mindestens vier verschiedene Feldquanten existieren. Tatsächlich kennen wir bis heute jedoch schon 13 derartige Teilchen. Die Feldquanten unterscheiden sich ganz wesentlich von den bisher behandelten Elementarteilchen. Erstens haben die meisten von ihnen keine Ruhemasse, keine elektrische Ladung und kein magnetisches Moment. Insofern unterliegen sie selbst nicht der elektromagnetischen Kraft. Zweitens können sie als Bosonen, als Teilchen mit ganzzahligem Spin, in beliebiger Zahl erzeugt oder vernichtet werden, wie die Quantenstatistik lehrt. Die Eigenschaften der Feldquanten sind in Tabelle 2-4 zusammengestellt.

Das Graviton konnte bis heute trotz vieler Bemühungen noch nicht nachgewiesen werden. Dies liegt an der geringen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der Gravitonen mit Massen bzw. an den vielen störenden

Gravitonen

Tabelle 2-4. Eigenschaften der Feldquanten. Die Farbindizes der Gluonen bedeuten: r rot, g grün, b blau, \bar{r} türkis (antirot), \bar{g} lila (antigrün), \bar{b} gelb (antiblau). Beobachtet wurden bisher die folgenden Farbkombinationen: $r\bar{g}$, $r\bar{b}$, $g\bar{r}$, $g\bar{b}$, $b\bar{r}$, $b\bar{g}$, $\frac{1}{3}(r\bar{r} + b\bar{b} - g\bar{g})$, $\frac{1}{3}(r\bar{r} - b\bar{b} + g\bar{g})$, $\frac{1}{3}(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g}) \equiv$ „weiß“, also acht verschiedene farbändernde Prozesse („weiß“ bewirkt keine Farbänderung).

Name	Zeichen	Ruhemasse (10^{-27} kg)	Elektrische Ladung (e_0)	Spin	Vermittelte Wechsel- wirkung
Graviton *)	(Γ)	0(?)	0	2	Gravitation
Photon	γ	0	0	1	Elektromagnetische
Gluonen	$G_{r\bar{r}}$	0	0	1	} Starke
	$G_{r\bar{g}}$	0	0	1	
	$G_{r\bar{b}}$	0	0	1	
	$G_{g\bar{r}}$	0	0	1	
	$G_{g\bar{g}}$	0	0	1	
	$G_{g\bar{b}}$	0	0	1	
	$G_{b\bar{r}}$	0	0	1	
	$G_{b\bar{g}}$	0	0	1	
Plus-Weon	W^+	144 (= 80 GeV/c ²)	+1	1	} Schwache
Minus-Weon	W^-	144 (= 80 GeV/c ²)	-1	1	
Zeton	Z^0	163 (= 91 GeV/c ²)	0	1	
Higgson *)	(H)	$\lesssim 10^3$ (?)	+1, 0, -1	0	} Symmetriebrechung bei der schwachen Wechselwirkung
Ixon *)	(X)	$\approx 10^{15}$ (?)	0	0	
					Hyperfarbkraft

*) Noch nicht entdeckt.

Einflüssen, denen ein Gravitonen-Detektor ausgesetzt ist. Gravitonen sollten bei Änderungen der räumlichen Verteilung von Masse und Energie im Weltall entstehen, zum Beispiel beim Gravitationskollaps eines Sternes oder einer Galaxie (siehe Kap. 22). Sie sollten sich mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum ausbreiten und könnten durch ihre Gravitationswirkung auf eine irdische Masse nachgewiesen werden. Ein solcher Detektor besteht zum Beispiel aus einem optischen Interferometer von einigen 10 bis 1000 Metern Länge (Abb. 2-9). Eintreffende Gravitationswellen, die etwa 10^{20} bis 10^{30} Gravitonen enthalten, könnten die Spiegel deformieren und führten so zu einer Veränderung des Interferenzmusters.

Das Photon ist das Quant des elektromagnetischen Feldes. Man kennt es schon seit etwa hundert Jahren. Seine Eigenschaften sind heute relativ gut erforscht. Wir wollen hier nicht näher darauf eingehen, sondern verweisen auf die zum Anhang A zitierte Literatur.

Die Gluonen vermitteln die starke Wechselwirkung zwischen den Quarks. Dabei kann sich deren Farbe ändern. Man ordnet den Gluonen deshalb je ein Farb-Antifarbe-Paar zu. Durch Austausch eines rot-antigrünen Gluons ($G_{r\bar{g}}$) zum Beispiel werden die Farben eines roten und eines grünen Quarks vertauscht, wobei eine anziehende Kraft zwischen den beiden Quarks wirksam wird (siehe Abb. 3-1). Die Gluonen konnte man bis heute, ebenso wie die Quarks, nur indirekt beobachten. Eine Möglich-

Photonen

Gluonen

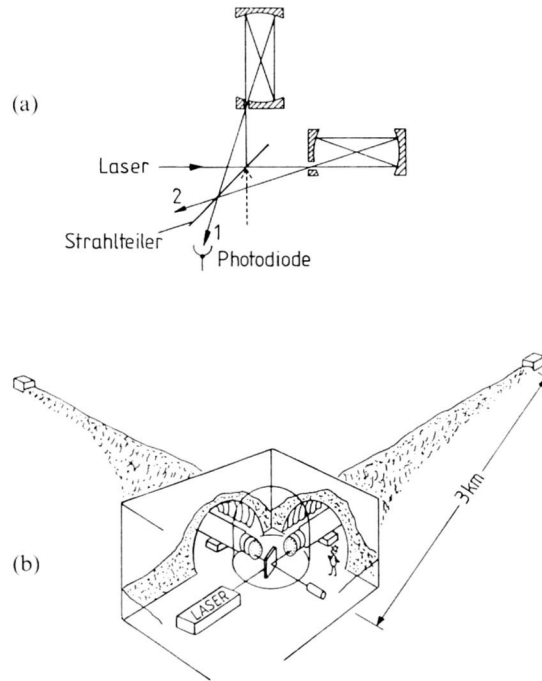


Abb. 2-9. Projekt eines Gravitationswellen-Detektors (nach Leuchs 1986). (a) Prinzip; (b) Schema des in Garching bei München geplanten Interferometers.

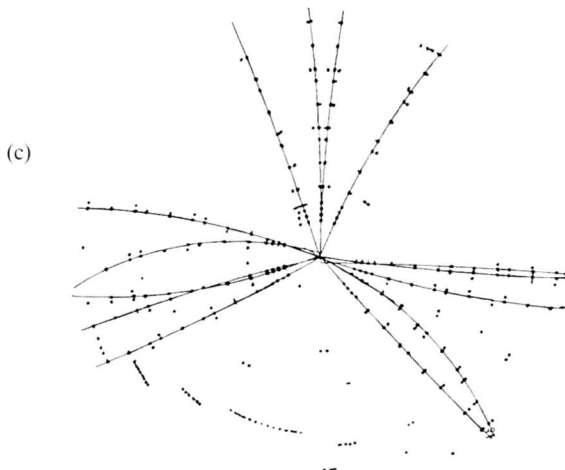
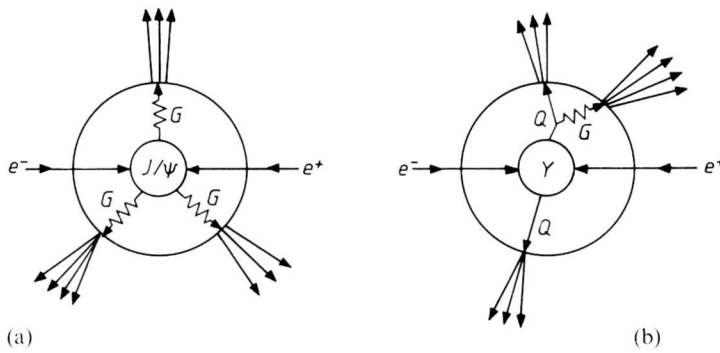


Abb. 2-10. Gluonen-Jets, erzeugt durch e^+e^- -Kollisionen. (a) Zerfall des J/ψ -Teilchens in drei Gluonen (G). (b) Zerfall des Υ -Teilchens in zwei Quarks (Q), wovon eines ein Gluon emittiert. (c) Detektorbild eines Ereignisses der Sorte (b), aufgenommen 1980 bei DESY (Deutsches Elektronen-Synchrotron) in Hamburg (nach Lohrmann 1983).

keit ergibt sich zum Beispiel beim Zerfall schwerer Mesonen (siehe Tab. 4-1), des J/ψ -Mesons ($c\bar{c}$) oder des Y -Mesons ($b\bar{b}$), die man ihrerseits durch Zusammenstöße von e^+e^- -Paaren erzeugt (Abb. 2-10). Die Gluonen wandeln sich dann sehr schnell wieder in Gruppen von Quark-Antiquark-Paaren um und bilden gerichtete Teilchenströme, sogenannte Jets, deren Eigenschaften man untersuchen kann. Charakteristisch für diese Prozesse ist das Auftreten von Dreier-Jets: Quarks alleine würden immer in gerader Anzahl entstehen ($q\bar{q}$ -Paare), und aus dem Vorkommen ungeradzahlgiger Jets schließt man auf die Existenz der Gluonen.

Die Feldquanten der schwachen Wechselwirkung (W^+ , W^- , Z^0) wurden erst 1983 bei CERN in Genf entdeckt (Centre Européen de Recherche Nucléaire). Die W -Bosonen (Weonen) zerfallen sehr rasch in ein Elektron (Positron) bzw. in μ^+ , μ^- , τ^+ , τ^- und die betreffenden Neutrinos (Abb. 2-11), das Z -Boson (Zeton) ebenfalls. Nach der Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung sollte darüber hinaus das hypothetische

Andere Feldquanten

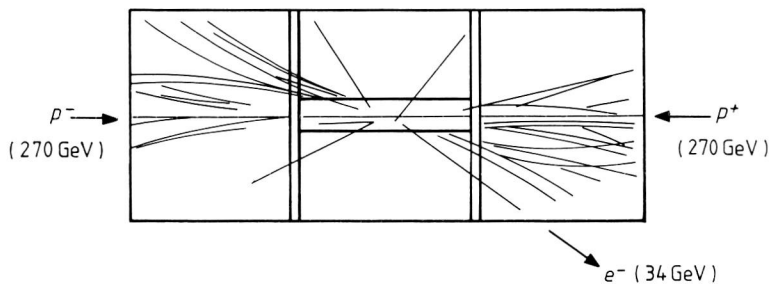


Abb. 2-11. Erster Nachweis des Weons 1983 bei CERN in Genf: Teilchenspur in einer Driftkammer. Ein Protonenstrahl kommt von rechts, ein Antiprotonenstrahl von links. Beim Zusammenstoß erzeugen sie unter anderem ein W^- , welches sofort wieder zerfällt und daher keine Spur von meßbarer Länge hinterläßt. Das Elektron aus dem Zerfall $W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ ist die diagonale Spur nach rechts unten. Es hat eine Energie von $5,4 \cdot 10^{-9} \text{ J}$ ($\approx 34 \text{ GeV}$). Das $\bar{\nu}_e$ ist nicht sichtbar, trägt aber einen großen Teil der Energie und des Impulses mit sich, die somit den sichtbaren Teilchen (also den nachgewiesenen Spuren) fehlen. Aus diesen Fehlbeträgen können die Flugrichtung und die Energie des $\bar{\nu}_e$ ermittelt werden (nach Physics Today, April 1983).

Higgs-Teilchen existieren. Man sucht intensiv danach, weiß aber nur, daß seine Masse wahrscheinlich kleiner als 10^{-24} kg ($\approx 10^3 \text{ GeV}/c^2$) ist. Das hypothetische X -Teilchen schließlich sollte eine so große Masse haben (10^{-12} kg), daß man es mit irdischen Mitteln wohl niemals erzeugen kann. Dieses Teilchen könnte bewirken, daß Quarks und Leptonen sich ineinander umwandeln. Ein solcher Prozeß verletzt die Erhaltungssätze der Baryonen- und Leptonenzahlen. Er würde zur Folge haben, daß Protonen mit einer Halbwertszeit von etwa 10^{31} Jahren in Positronen und Neutrinos oder andere leichte Teilchen zerfallen, und daß die Neutrinos eine endliche Ruhemasse haben. Nach all diesen Effekten sucht man heute sehr intensiv, aber bisher ohne Erfolg. So hat man zum Beispiel den Protonenzerfall in einer Menge von 8000 Tonnen Wasser untersucht, die tief unter der Erde gelagert sind, um den Einfluß der kosmischen Strahlung klein zu halten, der den Nachweis stören würde. Anstelle der etwa 100 erwarteten Ereignisse hat man jedoch während einer Meßzeit von einem Jahr keinen einzigen sicheren Protonenzerfall gesehen.

2.7 Die Frage nach den Urbausteinen

Wenn wir uns die Abbildung 2-2 und die Tabellen der Elementarteilchen-Eigenschaften ansehen, so könnten wir uns fragen, ob denn dies alles schon der Weisheit letzter Schluß ist? Die Natur scheint im ganz Kleinen reichlich kompliziert gebaut zu sein. Immerhin kennen wir bis heute schon 13 Feldquanten, 21 Elementarteilchen und 21 Antiteilchen, zusammen als 55 Stück. Diese Situation erinnert sehr an den Wissensstand um etwa 1900, als man 90 verschiedene „Elementarteilchen“ kannte, nämlich die Atome der chemischen Elemente (siehe Abb. 2-1). Die Teilchenzahl reduzierte sich dann auf 2 bzw. 3 (Elektron, Proton, Neutron), um bis 1965 wieder auf etwa 300 anzuwachsen (Baryonen und Mesonen). Das Quarkmodell brachte zunächst eine Verminderung, aber heute sind wir wieder bei fast 60 angelangt. Hier fragt man sich, ob diese Geschichte wohl immer so weiter gehen soll, oder ob sie einmal an ein Ende kommt. Man sucht zur Zeit nach den möglichen Bestandteilen, aus denen Quarks und Leptonen zusammengesetzt sein könnten, in der Hoffnung, daß es deutlich weniger als 60 sind. Bis heute haben diese Versuche jedoch noch zu keinem konsistenten Bild geführt, das alle wichtigen Eigenschaften der Quarks und Leptonen erklärt.

Seit einigen Jahren wird ein Modell diskutiert, die sogenannte Superstringtheorie, die den Anspruch erhebt, alle noch offenen Fragen der Elementarteilchenphysik zu beantworten. In diesem Modell treten an die Stelle der Teilchen winzige elastische Fäden bzw. Saiten (strings) von 10^{-35} m Länge und von noch viel kleinerem Durchmesser, die sich in einer zehndimensionalen Raumzeit bewegen. Die sechs in der uns zugänglichen Welt überschüssigen Dimensionen sind „aufgerollt“ zu denken. Als Analogie stelle man sich einen Zylinder vor, der einige Zentimeter lang ist, aber einen Durchmesser von weniger als 1/100 mm besitzt. Dem unbewaffneten Auge erscheint er als eindimensionales Gebilde, während er in Wirklichkeit dreidimensional ist. Den verschiedenen Massen in den bisher bekannten drei Teilchenfamilien entsprechen verschiedene Schwingungsmoden der Superstring-Saiten. Den Teilchen entspricht die eine Laufrichtung der Saitenwellen, den Antiteilchen die entgegengesetzte. Die für die Wechselwirkung der Teilchen verantwortlichen Ladungen sitzen an den Saitenenden. Ob die Superstringtheorie Erfolg haben wird oder nicht, hängt letzten Endes davon ab, ob sie experimentell nachprüfbar Voraussagen machen kann. Bisher ist das noch nicht der Fall.

Superstrings

Vielleicht sind die Urbausteine der Materie so klein, daß sie allen unseren heute bekannten irdischen Untersuchungsmethoden unzugänglich sind? Dann bräuchte man ganz neue Ideen oder, wie Niels Bohr es einmal ausdrückte: „Unsere heutigen Vorstellungen sind noch nicht verrückt genug, um richtig zu sein“. Dies ist wohl der geeignete Schluß für ein Kapitel über Elementarteilchen.

Zusammenfassung

Wir haben nun die Elementarteilchen kennengelernt. Was wissen wir von ihnen? Wir wissen, daß es zwei verschiedene Gruppen gibt, Leptonen und Quarks, und daß davon je drei verschieden schwere Familien existieren. Wir haben gesehen, daß zu jedem Teilchen ein Antiteilchen existiert. Alle diese Teilchen sind Fermionen, und man kann sie als „Quellen“ der Kraftfelder ansehen, während die Kraftwirkungen durch Feldquanten (Bosonen) übertragen werden. Schließlich haben wir die Eigenschaften aller heute bekannten 55 Teilchen besprochen: ihre Masse, ihre elektrische Ladung, ihren Drehimpuls und ihr magnetisches Moment. Für die übrigen Eigenschaften (B , L , Farbe, Flavour, schwache Ladung, P , C und \tilde{h}) haben wir bis heute keine analogen Begriffe aus unserer unmittelbaren Erfahrung.

Dies reicht aus, um sich eine primitive Vorstellung davon zu machen, was ein Elementarteilchen für ein Ding ist. Aber vieles bleibt noch rätselhaft: Sind die Elementarteilchen ihrerseits wieder zusammengesetzt, und geht diese Unterteilung eventuell weiter; wenn ja, bis wohin? Warum gibt es gerade die beobachteten Gruppen und Familien? Diese und andere offene Fragen sind jedoch für das Verständnis der Struktur der kondensierten Materie und für ihre Eigenschaften in weiten Bereichen ohne Bedeutung. Wir können daher trotz unserer Unwissenheit im Bereich des ganz Kleinen mit gutem Mut daran gehen, die zusammengesetzte Materie zu untersuchen.

3 Die Grundgesetze der Physik und die Kräfte zwischen den Teilchen

Nachdem wir die Elementarteilchen und ihre Eigenschaften kennengelernt haben, wollen wir kurz die Naturgesetze besprechen, welche die Bewegungen der Teilchen in Raum und Zeit bestimmen. Diese Gesetze sind unser Handwerkszeug für alles Folgende. Einige davon werden Sie schon aus den Vorlesungen über Mechanik, Elektrodynamik und Wärme kennen. Andere werden Ihnen noch ganz neu sein. Diese werden wir etwas genauer besprechen. Manche Gesetze kann man in verschiedener Gestalt formulieren. Von Zeit zu Zeit gelingt es auch, zwei oder mehrere der Gesetze zu einem einzigen, umfassenderen zusammenzufügen.

3.1 Was sind Grundgesetze?

Die Grundgesetze der Physik beschreiben das Verhalten der Materie in Raum und Zeit. Sie beschreiben außerdem den Zustand der Raumzeit selbst, nämlich die darin existierenden Kraftfelder. Die Grundgesetze sind eine Zusammenfassung unserer gesamten Erfahrung. Es war jeweils ein langer und mühevoller Prozeß, bis aus dem angesammelten Beobachtungsmaterial eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit formuliert werden konnte. Man denke nur an die Geschichte der Fallgesetze von Aristoteles bis hin zu Galilei und Newton.

Die heute bekannten Grundgesetze sind in Tabelle 3-1 zusammengestellt. Es sind ungefähr 20, aber weder ihre Zahl noch ihre Form ist zeitlich konstant. Mit der Entdeckung neuer Phänomene kommen immer wieder neue Gesetze hinzu. Zuletzt waren es diejenigen der starken und schwachen Wechselwirkung. Auch gelingt es von Zeit zu Zeit, mehrere einzelne Gesetze zu einem einzigen zusammenzufassen, wie zum Beispiel die vielen früheren elektrodynamischen Regeln zu den Maxwell-Gleichungen.

Die meisten Gesetze in der Tabelle werden Ihnen schon bekannt sein. Die Formeln für die Wechselwirkungen (siehe D bis F) sehen teilweise

Tabelle 3-1. Grundgesetze der Physik.

A. Erhaltungssätze

Bei einem abgeschlossenen System sind folgende Größen unveränderlich:

Energie	E	Leptonenzahl ^{a)} L^e bzw. L^μ bzw. L
Impuls	\mathbf{p}	Baryonenzahl ^{b)} B
Drehimpuls	\mathbf{J}	Farbladung ^{b)} f
		Statistik-Quantenzahl ^{c)} $(-1)^F$
Elektrische Ladung	q	CPT-Produkt ^{d)}

B. Entropiesatz

$$\frac{dS}{dt} \geq 0 \text{ für ein abgeschlossenes System}$$

C. Quantenphysik^{e)}

Einstein-Beziehung	$E = \hbar \omega \quad (= \hbar \nu)$
de Broglie-Beziehung	$\mathbf{p} = \hbar \cdot \mathbf{k} \quad (= \hbar / \lambda)$
Schrödinger-Gleichung	$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U \psi; \quad W = \psi^* \psi$
[Richtungsquantelung	$\Delta j_z = \pm \hbar]$
[Pauli-Prinzip	$n_F = 1]$

D. Gravitation

$$\text{Einsteins Feldgleichung^{f, g)}} \quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \bar{R} = - \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

E. Elektromagnetisches Feld^{h)}

$$\begin{aligned} \text{Maxwell-Gleichungen} \quad & \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ & \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}_q, \\ & \nabla \cdot \mathbf{D} = \varrho_q, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \\ \text{[Lorentz-Kraft]} \quad & \mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v}_q \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

F. Kurzreichweitige Wechselwirkungen

Schwache Wechselwirkungⁱ⁾ (Salam-Weinberg-Formulierung)

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}_w^{\text{cc}} &= \frac{g_w}{2\sqrt{2}} [J^{(+)} \mathfrak{W}^{(-)} + J^{(-)} \mathfrak{W}^{(+)}], \\ \mathcal{L}_w^{\text{nc}} &= \frac{g_w}{m_w/m_z} \left[\left(J^{(3)} - \left(1 - \left(\frac{m_w}{m_z} \right)^2 \right) J^{(\text{em})} \right) \mathcal{Z}^{(0)} \right] \end{aligned} \right\} \mathcal{L}_w = \mathcal{L}_w^{\text{cc}} + \mathcal{L}_w^{\text{nc}}.$$

Starke Wechselwirkung^{j)}

$$\mathcal{L}_s = - \frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} - \psi^{*z} \gamma^\mu \left(i \hbar c \frac{\partial}{\partial \mu} - g_s c \tilde{A}_\mu \right) \psi^\beta + \tilde{m} c^2 \psi^* \psi,$$

Näherungsweise gilt für das Potential zwischen zwei Quarks:^{k)}

$$U_s \approx - \frac{K_1}{r} + K_2 r.$$

Tabelle 3-1. Fortsetzung.

Naturkonstanten

Gravitationskonstante	$G = 6,672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Planck-Konstante	$h = 6,626\,0755 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ($\hbar = 1,054\,572\,66 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$)
Elementarladung	$e_0 = 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$
Influenzkonstante	$\epsilon_0 = 8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ A s/V m}$
Induktionskonstante	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,256\,637\,061 \cdot 10^{-6} \text{ A s/V m}$
Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung	$g_s \approx 6,5 \cdot 10^{-19} \text{ A s} \approx 4 \cdot e_0$
Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung	$g_w \approx 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ A s} \approx 2 \cdot e_0$

(Zahlenwerte nach: E. R. Cohen und B. N. Taylor, Physics Today, August 1987, Seite BG 11)

- a) Die Leptonenzahl L ist eine Eigenschaft der schwach wechselwirkenden Elementarteilchen, für die wir kein anschauliches Analogon besitzen (siehe Kap. 2). Sie kennzeichnet die Anzahl der Leptonen einer Familie und kommt in drei verschiedenen Arten vor.
- b) Die Baryonenzahl B hat die gleiche Funktion für die Quarks wie die Leptonenzahl für die Leptonen. Die Farbladung ist die Quelle der starken Wechselwirkung.
- c) Die Fermionenzahl F ist die Anzahl der Elementarteilchen, deren Drehimpuls gleich einem ungradzahligen Vielfachen von $\hbar/2$ ist.
- d) C , P und T sind die Paritäten der Wellenfunktion des Systems bezüglich der elektrischen Ladung, des Raumes und der Zeit (siehe Kap. 2); „ T “ bedeutet Zeitumkehr.
- e) ψ Wellenfunktion, U potentielle Energie, j_z Betrag des Drehimpulses in Beobachtungsrichtung. Die Schrödinger-Gleichung kann für punktförmige relativistische Teilchen mit Spin $1/2$ zur Dirac-Gleichung erweitert werden. Diese ist jedoch kein zusätzliches Grundgesetz im definierten Sinn. Das Pauli-Prinzip und die Richtungsquantelung können aus der relativistischen Quantentheorie abgeleitet werden; insofern ist die Tabelle redundant; n_F ist die Anzahl der Fermionen mit identischen Quantenzahlen in einem System.
- f) Einsteins Feldgleichung beschreibt die Geometrie der Raumzeit in Abhängigkeit von Energie und Impuls. $g_{\mu\nu}$ sind die Komponenten des metrischen Tensors, der aus den Koeffizienten der Koordinatendarstellung des Linienelements $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ (x^μ, x^ν Raum- und Zeitkoordinaten; $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$). $R_{\mu\nu}$ sind die Komponenten des Krümmungstensors und Funktionen der $g_{\mu\nu}$:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\alpha}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\alpha}^\nu}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \Gamma_{\alpha\beta}^\beta - \Gamma_{\beta\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\beta,$$

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = g^{\alpha\mu} \Gamma_{\mu\beta\gamma},$$

$$\Gamma_{\mu\beta\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial g_{\gamma\mu}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^\mu} \right).$$

(Über doppelt vorkommende Indizes wird summiert.)

$\bar{R} \equiv R_{\mu\mu}$ ist die totale Krümmung der Raumzeit. $T_{\mu\nu}$ sind die zehn Komponenten des Energie-Impuls Tensors: T_{00} Energiedichte, T_{j0}/c negative Dichte der j -Komponente des Impulses, $T_{0k} \cdot c$ negative Dichte der k -Komponente des Energieflusses, T_{jk} k -Komponente des Flusses der j -Komponente des Impulses.

- g) Einsteins Feldgleichung der allgemeinen Relativitätstheorie umfaßt unter anderem folgende Gesetze:

Newtons Gravitationsgesetz $\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r},$

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit $c = \text{const.},$

Masse-Energie-Beziehung $E = m c^2,$

Äquivalenzprinzip (Gleichheit von schwerer und träger Masse) $m_{\text{schw}} = m_{\text{tr}}.$

(Fortsetzung der Erläuterungen zu Tab. 3-1 auf der nächsten Seite.)

recht kompliziert aus. Das rührt daher, daß man die Orts- und Zeitabhängigkeit der Kräfte zum Teil in die Definitionen der Feldgrößen mit hineingesteckt hat. Im Prinzip ist es gleichgültig, ob die Information über die Form der Wechselwirkung mehr auf die Definitionen oder mehr auf die Feldgleichungen verlagert wird. Die Natur wird in beiden Fällen richtig beschrieben, aber sie ist offenbar so kompliziert. Man könnte auch sagen: Unsere Fähigkeit, die Natur einfach zu beschreiben, ist eben noch so unvollkommen.

Immerhin brauchen wir nur etwa 20 Gesetze, um die Vielfalt der heute bekannten physikalischen Erscheinungen vollständig zu beschreiben. Vielleicht werden Sie sagen: „Da fehlen ja noch eine ganze Menge! Wo sind

b) Die Lorentz-Kraft ist im Prinzip in Einsteins Feldgleichung und den Maxwell-Gleichungen enthalten. Insofern ist unsere Liste redundant. ϱ_q ist die Dichte der elektrischen Ladung, \mathbf{j}_q die elektrische Stromdichte, \mathbf{v}_q die Geschwindigkeit einer bewegten elektrischen Ladung. ($\mathbf{D} \equiv \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{B} \equiv \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$; ε_r und μ_r sind Dielektrizitätskonstante und Permeabilität des Mediums.)

i) \mathcal{L}_w ist die Lagrange-Dichte $(E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}})/V$ der schwachen Ströme ($\mathcal{L}_w^{\text{cc}}$ elektrisch geladener, $\mathcal{L}_w^{\text{nc}}$ elektrisch neutraler Strom). Die \mathcal{L} sind jeweils das Produkt aus einer Kopplungskonstante g_w (Dimension A s), einem Teilchenfluß J (Dimension $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$) und einer Feldgröße \mathfrak{B} , \mathcal{Z} (Dimension Vs/m) analog dem magnetischen Vektorpotential A ; m_w bzw. m_z sind die Massen des W^\pm - bzw. Z^0 -Bosons; $g_w = e_0/\sqrt{1 - (m_w/m_z)^2}$; e_0 elektrische Elementarladung; $J^{(\pm)}$ und $J^{(3)}$ sind die drei Komponenten des Isospinflusses der Leptonen und Quarks ($J^\pm = J^{(1)} \pm J^{(2)}$); $J^{(\text{em})}$ ist der elektromagnetische Fluß $c\psi^*(1, \mathbf{p}/mc)\psi$. Man erhält die Bewegungsgleichungen der Teilchen durch Minimalisierung von \mathcal{L} bezüglich \mathbf{r} und \mathbf{v} .

j) \mathcal{L}_s ist die Lagrange-Dichte der starken Wechselwirkung. Die Größen $a, b, c = 1, 2, \dots, 8$ sind die acht beobachteten Kombinationen von Gluonen-Farbladungen, $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ diejenigen der Quarks; $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ die vier Raumzeit-Koordinaten, γ^μ die Dirac Matrizen

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Der erste Term in \mathcal{L}_s , $F_{\mu\nu}^a = \frac{\partial}{\partial \mu} \tilde{A}_\nu^a - \frac{\partial}{\partial \nu} \tilde{A}_\mu^a - g_s f_{bc}^a \tilde{A}_\mu^b \tilde{A}_\nu^c$, und das kontravariante $F_a^{\mu\nu}$ beschreiben die Wechselwirkung der Gluonen untereinander mittels des Farbfeldes \tilde{A} ; g_s ist die starke Kopplungskonstante, f_{bc}^a eine Strukturkonstante. Der zweite Term in \mathcal{L}_s ist die Quark-Quark-Wechselwirkung mit der Quark-Wellenfunktion ψ ; der dritte Term berücksichtigt die Masse der Quarks, wobei \tilde{m} die „nackte“, nicht renormierte Masse ist. Außer dem Ausdruck für die Lagrange-Dichte ist hier noch die angenäherte potentielle Energie U_s in Abhängigkeit vom Abstand zweier Quarks verschiedener Farbe angegeben. Dieses Potential enthält zwei experimentelle Parameter: $K_1 \approx 1,6 \cdot 10^{-26} \text{ J m}$ und $K_2 \approx 1,6 \cdot 10^5 \text{ J/m}$.

k) In manchen Bereichen der Physik ist es üblich, die Begriffe „Potential“ (U) und „potentielle Energie“ (E_p) synonym zu gebrauchen. Das kann zu Verwechslungen führen. Beispielsweise gilt für ein Kraftgesetz zwischen zwei verallgemeinerten Punktladungen Q_i von der Form $F = Q_1 Q_2 / r^2$:

$$U \equiv - \int (\mathbf{F}/Q_2) \cdot d\mathbf{r} = Q_1/r \quad \text{und} \quad E_p \equiv - \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = Q_1 Q_2 / r.$$

Die Dimension von U ist Joule/Ladung, diejenige von E_p ist Joule. Man muß dem jeweiligen Zusammenhang entnehmen, ob U oder E_p gemeint ist, wenn vom Potential gesprochen wird. In den Fällen, wo es nicht auf diese Unterscheidung ankommt, schließen wir uns der eingeführten Terminologie an.

das Coulomb-Gesetz, Newtons Kraftgesetze usw.?" Bei intensivem Nachdenken kann man feststellen, daß diese alle in der Tabelle mit enthalten sind. Das Coulomb-Gesetz steckt in den Maxwell-Gleichungen, Newtons Gesetze in den Erhaltungssätzen für Energie und Impuls usw.

Mit den Erhaltungssätzen hat es eine besondere Bewandnis: Jeder Erhaltungssatz ist mit einer bestimmten Symmetrieeoperation verbunden. Dies folgt aus einem mathematischen Theorem von Emmy Noether: „Die Invarianz des n -dimensionalen Wirkungsintegrals der Lagrange-Dichte, $\int \mathcal{L}(x) dx^n$, gegenüber einer r -parametrischen stetigen Transformationsgruppe G_r , bedingt die Existenz von r lokalen Erhaltungssätzen.“ So kann man die Impulserhaltung auf die Translationsinvarianz des Raumes zurückführen, die Drehimpulserhaltung auf seine Rotationssymmetrie und die Energieerhaltung auf die Zeitumkehrsymmetrie der mikroskopischen Bewegungsgleichungen. Der Erhaltungssatz für die elektrische Ladung folgt aus der Eichinvarianz der Maxwell-Gleichungen, das heißt aus der Unbestimmtheit des Coulomb-Potentials und des magnetischen Vektorpotentials bis auf je eine Konstante. Die Erhaltung der Statistik-Quantenzahl schließlich läßt sich aus der Symmetrie der Wellenfunktion eines Systems gegenüber der Vertauschung identischer Teilchen gewinnen; die Erhaltung der Farbladung aus der Eichinvarianz des Feldes der starken Wechselwirkung. Das CPT-Produkt bleibt, soweit wir bisher wissen, bei gleichzeitiger Inversion von elektrischer Ladung, Raum und Zeit erhalten. Die Baryonen- und Leptonenzahlen sind im Rahmen unserer heutigen Kenntnisse ebenfalls Erhaltungsgrößen. Doch ist man sich dessen nicht mehr so ganz sicher, wie die Experimente zum Protonenzerfall zeigen, die wir im Abschnitt 2.6 besprochen haben.

Die Invarianzeigenschaften des Wirkungsintegrals der Lagrange-Dichte spielen heute eine wichtige Rolle bei der Beurteilung der Theorien der fundamentalen Wechselwirkungen. Die entsprechenden Symmetriegruppen liefern nämlich Aussagen über die Anzahl der Teilchen und Feldquanten, welche diese Wechselwirkungen besitzen bzw. vermitteln, sowie über deren Eigenschaften. Auf die Details dieser modernen Aspekte der Elementarteilchen- und Quantenfeldtheorien wollen wir hier jedoch nicht näher eingehen.

Symmetrien

3.2 Die vier fundamentalen Wechselwirkungen

Wir kennen heute vier verschiedene Arten von Kräften zwischen den Elementarteilchen: die Gravitation, die schwache, die elektromagnetische und die starke Wechselwirkung. Es hat sich eingebürgert, von Kräften zu sprechen, wenn die Bewegung der Teilchen gemeint ist, aber von Wechselwirkungen, wenn die zwischen den Teilchen ausgetauschte Energie im Vordergrund steht; im Grunde genommen sind beide Ausdrucksweisen äquivalent. Wie hat man herausgefunden, daß es genau diese vier Wechselwirkungen gibt? Man hat untersucht, wie sich die Teilchen bewegen, wenn

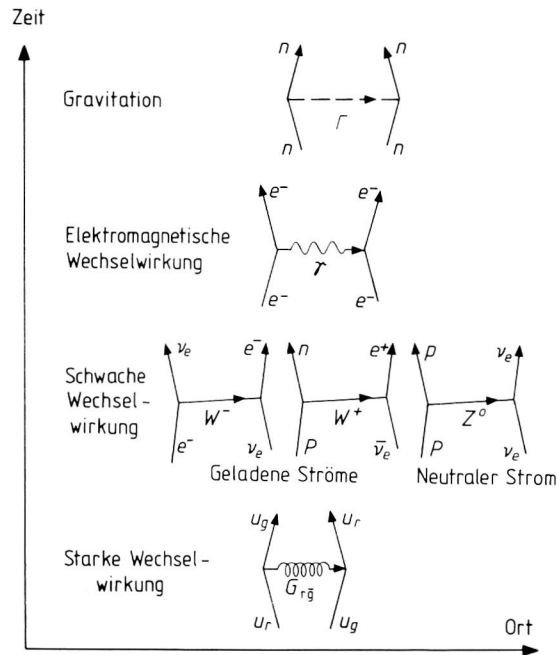


Abb. 3-1. Beispiele für die vier Wechselwirkungen in Feynman-Darstellung. Zeitachse vertikal, Raumachse horizontal. Die Bezeichnung der Teilchen ist dieselbe wie in Kapitel 2.

andere Teilchen in der Nähe sind. Dies ist in Abbildung 3-1 skizziert. Dabei wird die Wechselwirkung durch den Austausch von Feldquanten gemäß Abbildung 1-5 beschrieben. Bei der systematischen Untersuchung aller möglichen derartigen Prozesse hat man herausgefunden, daß es nur diese vier Wechselwirkungen zu geben scheint.

Die „Ursache“ der jeweiligen Wechselwirkung schreibt man, anschaulich gesprochen, einer bestimmten Eigenschaft der Teilchen zu, die mit dem Begriff „verallgemeinerte Ladung“ gekennzeichnet wird. Es gibt vier verschiedene solcher Teilcheneigenschaften, die Gravitationsladung (das ist die Masse), die elektrische Ladung, die schwache und die starke Ladung. Die beiden letzteren sind uns aus der unmittelbaren Erfahrung nicht geläufig. Das liegt an der kurzen Reichweite der betreffenden Kräfte von weniger als 10^{-15} m. Wäre ihre Reichweite ebenso von makroskopischer Größenordnung wie beim Graviton und beim Photon, so wären uns auch die schwache und die starke Wechselwirkung wohlvertraut. Abstände von weniger als 10^{-15} m sind aber experimentell erst durch die Entwicklung der großen Teilchenbeschleuniger in den letzten 20 Jahren zugänglich geworden. Die starke Ladung, auch Farbladung genannt, ist mit der Farbe der Quarks verknüpft, die schwache Ladung ist eine allgemeine Eigenschaft der Leptonen und Quarks.

In der Tabelle 3-2 sind die wichtigsten Eigenschaften der vier Wechselwirkungen zusammengestellt. Ihre Reichweite und ihre Stärke sind in Abbildung 3-2 erläutert. In Zeile 6 der Tabelle ist das statische, das heißt das zwischen ruhenden Teilchen wirksame, Potential angegeben, soweit es heute bekannt ist. Wenn sich die Teilchen relativ zueinander bewegen, werden die Kräfte zwischen ihnen komplizierter (Lorentz-Kraft und Maxwell-Gleichungen bzw. Einsteins Feldgleichungen). Für die schwache Wechselwirkung kennen wir das Potential noch nicht.

In Abbildung 3-2 ist die Abhängigkeit der zwischen zwei Teilchen wirkenden Kräfte von ihrem Abstand dargestellt. Dabei wurden die in der

„Ladungen“

Abstandsabhängigkeit

Tabelle 3-2. Eigenschaften der vier fundamentalen Wechselwirkungen. Die Art der wechselwirkenden Teilchen ist in der Legende zu Abbildung 3-2 erläutert. Die relative Stärke der Wechselwirkung wurde für die starke, die elektromagnetische und die Gravitation aus den betreffenden Kraftgesetzen in der drittletzten Zeile der Tabelle berechnet. Bei der schwachen Wechselwirkung versagt dieses Verfahren, weil die Abstandsabhängigkeit der Kraft noch nicht bekannt ist. Ihre Reichweite ist ja kleiner als 10^{-18} m. Hier wurden direkt die Kopplungskonstanten g_w und g_s aus Tabelle 3-1 verglichen. Die Größe $(g_w/g_s)^2 = 3 \cdot 10^{-1}$ ist ein geeignetes Maß für die relative Stärke der beiden Wechselwirkungen. (In der Literatur findet man hierfür Werte zwischen 10^{-2} und 10^{-15} ! Dies rührt daher, daß man jeweils ganz verschiedene Dinge miteinander vergleicht, zum Beispiel die Stabilität stark bzw. schwach wechselwirkender Teilchen, oder die Wirkungsquerschnitte entsprechender Streuprozesse bei einer bestimmten Energie.)

	Gravitation	Elektromagnetische Wechselwirkung	Schwache Wechselwirkung	Starke Wechselwirkung
Wechselwirkende Teilchen	Alle	Elektrisch geladene Teilchen	Leptonen und Quarks	Quarks
Wechselwirkende Eigenschaft („Ladung“)	Masse	Elektrische Ladung	Schwache Ladung	Starke Ladung (Farbladung)
Charakter der Wechselwirkung für Teilchen mit gleicher „Ladung“	anziehend	abstoßend	abstoßend	abstoßend
Reichweite der Wechselwirkung (siehe Abb. 3-2)	∞	∞	10^{-18} m (?)	∞ (?)
Relative Stärke der Kraft zwischen zwei Teilchen extrapoliert auf $r = 10^{-18}$ m	10^{-39}	10^{-2}	10^{-1}	1 (per definitionem)
Potentielle Energie zwischen zwei ruhenden Teilchen	$U_g = -G \frac{m_1 m_2}{r}$	$U_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$	$U_w(r) = ?$	$U_s \approx -\frac{K_1}{r} + K_2 r$
Feldquanten (intermediäre Bosonen)	Graviton	Photon	W^+ ; W^- ; Z^0	Gluonen
Ruhemasse	0(?)	0	1,4; 1,4; 1,6 $\cdot 10^{-25}$ kg	0

Tabelle 3-2 angegebenen Potentiale verwendet. Für die schwache Wechselwirkung ist der Verlauf geschätzt. Außerdem sind gestrichelt die Kräfte zwischen je zwei neutralen Hadronen bzw. Atomen angegeben. Hierbei handelt es sich nicht mehr um die Wechselwirkung zwischen punktförmigen Elementarteilchen, sondern zwischen zusammengesetzten Gebilden, um sogenannte Kernkräfte bzw. um Bindungskräfte zwischen Atomen.

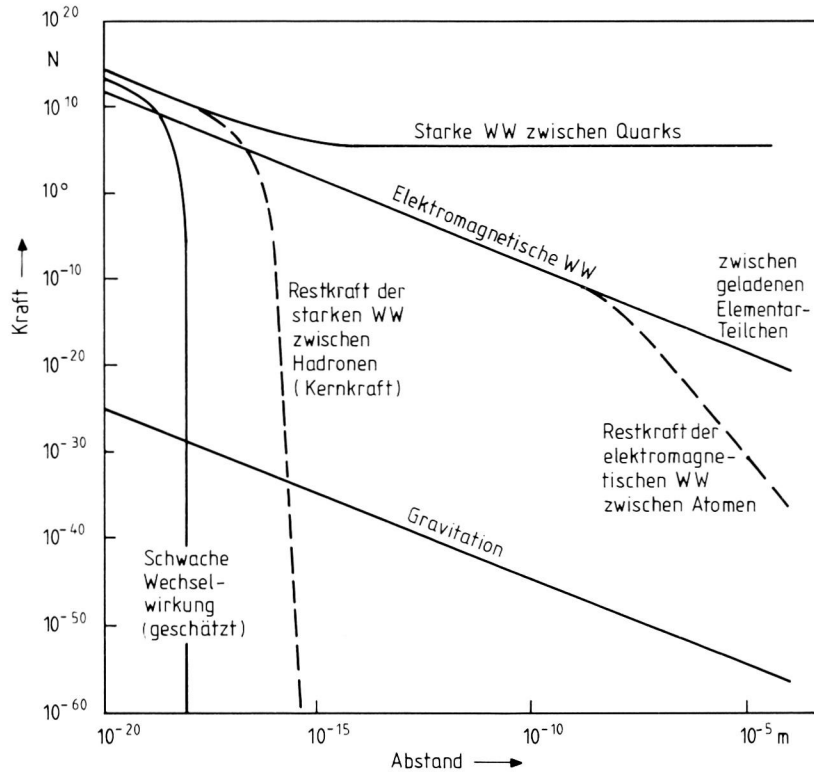


Abb. 3-2. Abstandsabhängigkeit der Kraft zwischen je zwei Teilchen für die vier fundamentalen Wechselwirkungen und ihre Restkräfte (vgl. Abb. 3-3). Für die starke Wechselwirkung ist die näherungsweise bekannte Kraft zwischen zwei Quarks eingetragen, für die elektromagnetische und die Gravitation diejenige zwischen zwei Protonen. Für die schwache Wechselwirkung ist nur ihre relative Stärke bei etwa 10^{-18} m bekannt.

Diese Kräfte beruhen auf den Resten der Wechselwirkung, die zwischen den Elementarteilchen nicht abgesättigt ist und nach außen reicht. Das ist in Abbildung 3-3 skizziert. Das Potential der Kernkraft zwischen zwei Hadronen fällt mit dem Abstand etwa proportional zu $(1/r) \cdot \exp(-a \cdot r)$ ab (a ist eine reziproke Reichweite), das der elektromagnetischen Kraft zwischen neutralen Atomen oder Molekülen etwa wie $1/r^6$.

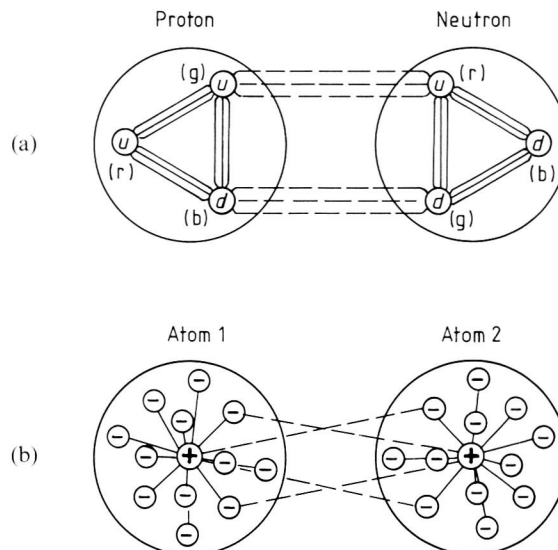


Abb. 3-3. Kräfte in und zwischen zusammengesetzten Teilchen. (a) Zwei Hadronen mit den Feldlinien der starken Wechselwirkung (u, d: Quarks, r, b, g: Quarkfarben); (b) Zwei neutrale Atome mit den Feldlinien der elektromagnetischen Wechselwirkung (\oplus : Kerne, \ominus : Elektronen). Die Kräfte im Innern der Teilchen (Hadronen bzw. Atome) sind abgesättigt (durchgezogene Linien), nach außen, das heißt zwischen den Teilchen, wirken die sogenannten Restkräfte (gestrichelte Linien).

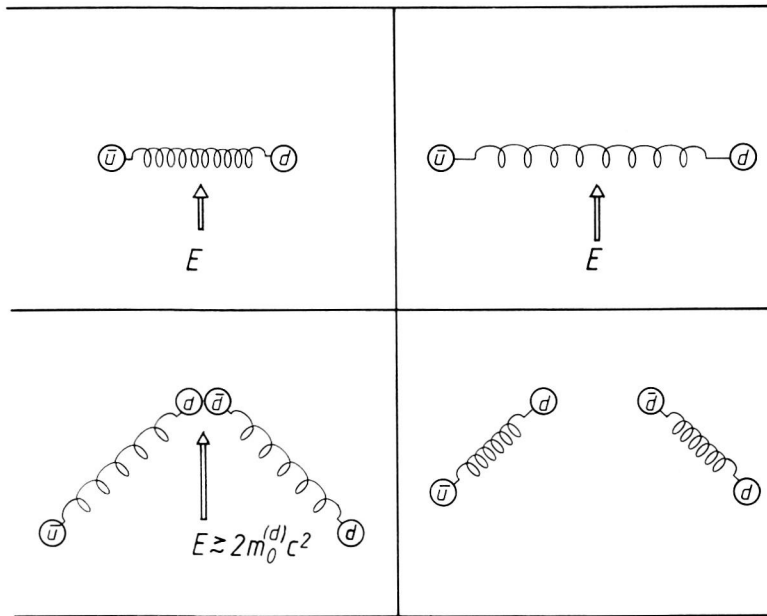


Abb. 3-4. Die Dauerbindung der Quarks. Um den Abstand eines Quark-Antiquark-Paares ($\bar{u}d$) zu vergrößern, muß Energie E aufgewendet werden. Bei steigender Energiezufuhr wird schließlich (untere zwei Teilbilder) ein neues Quark-Antiquark-Paar erzeugt, in unserem Beispiel d und \bar{d} . Der Effekt tritt auf, wenn die zugeführte Energie die Ruhemasse des Quark-Antiquark-Paares übersteigt.

Die starke Wechselwirkung zwischen Quarks hängt in sehr merkwürdiger Weise vom Abstand ab. Mit zunehmender Entfernung zwischen zwei verschiedenen Quarks wächst ihre potentielle Energie etwa linear an. Ab einem bestimmten Abstand bleibt dann die Kraft, die notwendig ist, um sie auseinanderzuziehen, unabhängig vom Abstand konstant (siehe Abb. 3-2). Dies hat eine wichtige Konsequenz: Man kann keine freien Quarks erzeugen und beobachten. Würde man nämlich versuchen, eines vom anderen abzutrennen, so bräuchte man dafür mit zunehmendem Abstand immer mehr Energie. Schon bei etwa 10^{-15} m ist diese Energie so groß geworden wie die Ruheenergie $2m_0c^2$ eines Quark-Antiquark-Paares, d. h. ein solches entsteht dann spontan aus der zum Trennen hineingesteckten Energie. Anstelle zweier freier Quarks erhält man also zu dem ursprünglich vorhandenen Meson noch ein neues Meson dazu. Dieses merkwürdige Verhalten der starken Wechselwirkungen ist in Abbildung 3-4 dargestellt. Man nennt es die Dauerbindung der Quarks (englisch: confinement).

Die mittlere Reichweite R_m der Wechselwirkungen läßt sich abschätzen, denn sie ist durch Heisenbergs Unbestimmtheitsrelation $\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar$ mit der Ruhemasse m_0 der betreffenden Feldquanten verknüpft. Da das Feldquant bei der Wechselwirkung praktisch „aus dem Nichts“ entsteht, ist während seiner Flugzeit der Energiesatz verletzt. Dies ist jedoch nur für Prozesse erlaubt, die in einer unbeobachtbar kurzen Zeit, nämlich $\tau < \hbar/\Delta E$ ablaufen. Setzt man für τ den kleinstmöglichen Wert ein, nämlich die Flugstrecke R_m des Feldquants dividiert durch c , und für ΔE seine Ruheenergie m_0c^2 , so folgt

$$\frac{R_m}{c} < \frac{\hbar}{m_0 c^2} \quad \text{bzw.} \quad R_m < \hbar/m_0 c.$$

Da Gravitonen, Photonen und Gluonen keine Ruhemasse haben, kann man vermuten, daß die Reichweite der entsprechenden Wechselwirkungen unendlich groß ist.

3.3 Die Vereinigung der Wechselwirkungen

Wir müssen uns nun fragen: Hat es eine tiefere Ursache, daß gerade vier Wechselwirkungen von so verschiedenem Charakter in der Natur vorkommen? Dies ist wieder eine der berühmten Warum-Fragen. Die Zahl Vier ist durch kein übergeordnetes Prinzip ausgezeichnet, sondern sie scheint eine Funktion der Zeit bzw. unserer Erkenntnis zu sein, wie ein Blick auf Abbildung 3-5 zeigt. Im Lauf der Zeit hatte man insgesamt 10 besondere Arten von Kräften entdeckt, die man alle für durchaus verschieden hielt. Dann gelang es aber, immer mehr davon zu einheitlichen Gesetzen zusammenzufassen, so daß heute nur noch vier verschiedene Kräfte übriggeblieben sind. Nach der Vereinigung der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung vor etwa zehn Jahren kann man sich auf den Standpunkt stellen, daß es sogar nur noch drei verschiedene Kräfte gibt, doch ist dies Definitionssache.

In den Jahren 1986 bis 1988 wurde über eine Reihe von Experimenten berichtet, die auf eine fünfte fundamentale Kraft hinweisen könnten. Diese sollte nach theoretischen Spekulationen mit der im vorigen Kapitel besprochenen Baryonenzahl zusammenhängen und eine Reichweite von etwa 300 Metern haben. Die bisherigen Versuchsergebnisse sind jedoch so widersprüchlich, daß man weitere Experimente abwarten muß. Wenn die neue Kraft existiert, ist sie sicher schwächer als ein Millionstel der Gravitationskraft, und bisher ist nicht einmal klar, ob sie anziehenden oder abstoßenden Charakter haben könnte.

In diesem Zusammenhang wäre auch eine Reihe von bis heute noch völlig unverstandenen Phänomenen zu erwähnen: Bestimmte Orientierungsleistungen von Zugvögeln und anderen Tierarten, die Auffindung von Wasseradern durch Rutengänger, die Fernwirkungen von Wettervorgängen und viele andere bisher unerklärbare Erscheinungen in der belebten Natur. Trotz zahlreicher Bemühungen ist es bisher nicht gelungen, solche Phänomene mit Hilfe der bekannten physikalischen Gesetzmäßigkeiten zu verstehen. Da sie jedoch existieren^{*)}, muß man weiter nach Erklärungen suchen, wobei auch eine neue Art von Wechselwirkung nicht von vornherein ausgeschlossen werden sollte.

Das Bemühen der Physiker geht heute dahin, auch die restlichen, nach Abbildung 3-5 noch unvereinigten, drei Wechselwirkungen in einer einheitlichen Theorie zusammenzufassen (GUT: **g**rand **u**nified **t**heory oder TOE: **t**heory of **e**verything). Dies ist jedoch sehr schwierig, weil die den Wechselwirkungen zugrundeliegenden Symmetrien so verschieden sind. Diese Symmetrien hängen mit den Erhaltungssätzen (siehe Tab. 3-1) zusammen und regulieren auch die Zahl und die Eigenschaften der wechselwirkenden Teilchen. Schon Einstein und Heisenberg haben vergeblich an

Fünfte Kraft usw.?

Vereinigungsbestrebungen

^{*)} Neueste sorgfältige Untersuchungen im Auftrag des Bundesministeriums für Forschung und Technologie haben zum Beispiel ergeben, daß die Wahrscheinlichkeit von Zufallstreffern bei der Auffindung von Wasseradern durch besonders geübte Rutengänger kleiner als ein Promill ist (H. L. König und H.-D. Betz: „Erdstrahlen? Der Wünschelruten-Report“, München 1989).

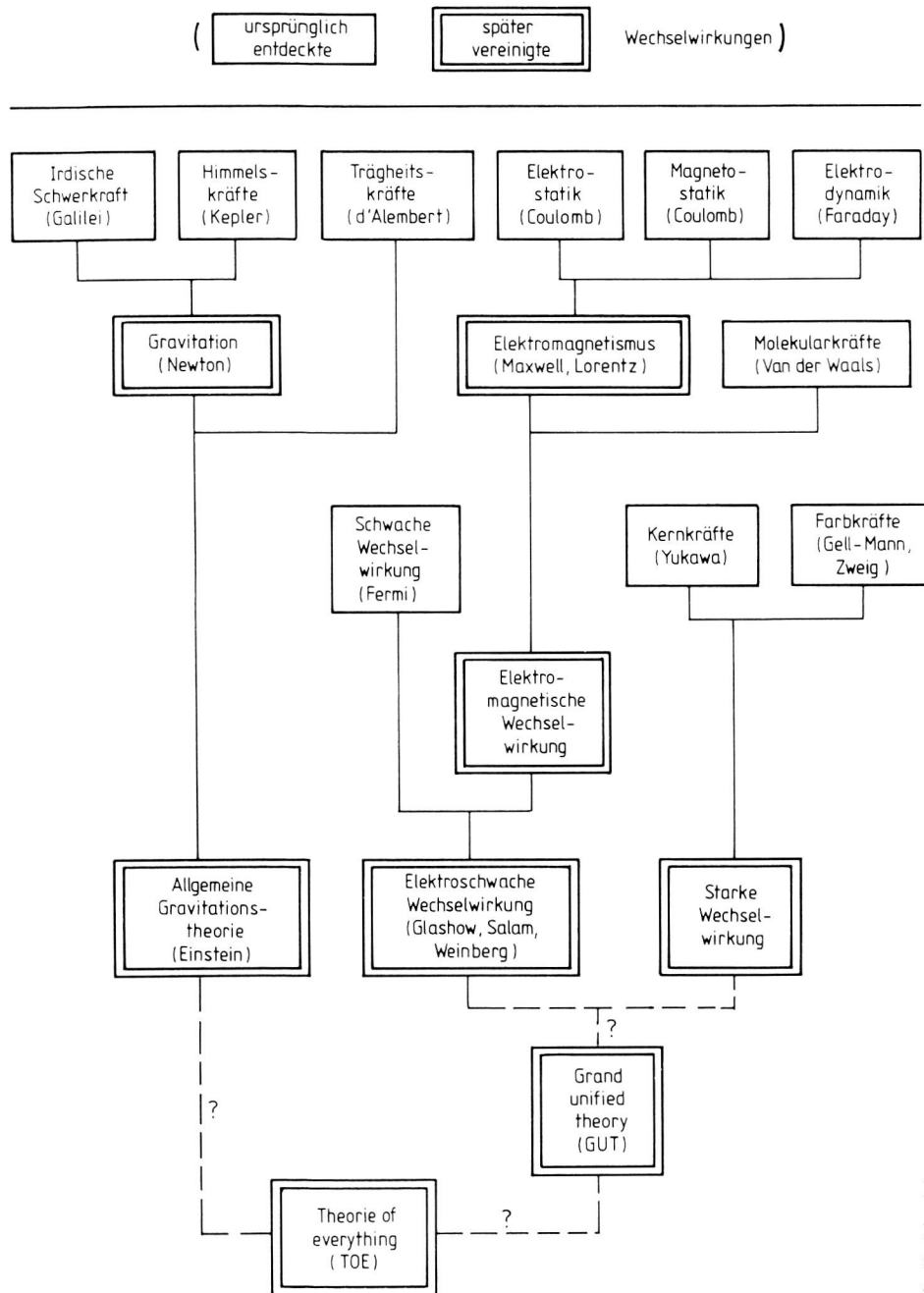


Abb. 3-5. Die Vereinigung der Wechselwirkungen. Die ursprünglich entdeckten Wechselwirkungen sind einfach, die später vereinigten doppelt eingerahmt.

diesem Problem gearbeitet. In neuester Zeit gibt es jedoch Hinweise darauf, in welcher Richtung man nach der „Weltformel“ suchen muß, die alle Kräfte der Natur in sich vereinigt. Aus verschiedenen Beobachtungen kann man schließen, daß die in den Kraftgesetzen vorkommenden Kopplungskonstanten G , e_0 , g_w und g_s vom gegenseitigen Abstand der Teilchen abhängen, und zwar nehmen die Konstanten der starken und der schwachen Wechselwirkung mit kleiner werdendem Abstand ab, die der elektromagnetischen und vermutlich auch die der Gravitation nehmen im selben Sinne zu. In Abbildung 3-6 ist gezeigt, wie diese Abhängigkeit in

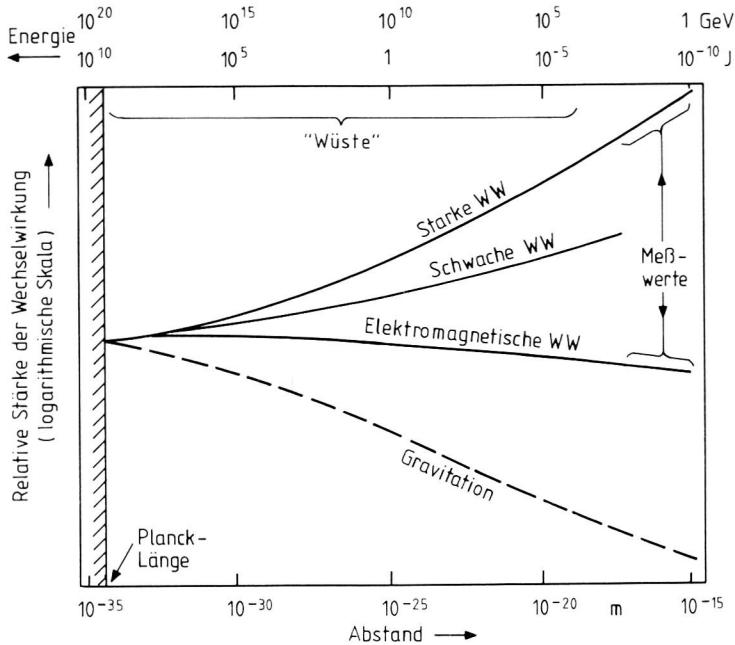


Abb. 3-6. Vermutete Abstandsabhängigkeit der Stärke der Wechselwirkungen. Meßwerte gibt es nur im Bereich zwischen 10^{-10} und 10^{-8} J (≈ 1 bis 100 GeV). Die Umrechnung der Energieskala in die Abstandsskala erfolgt gemäß $\Delta r = h/\Delta|p|$ und $\Delta|p| = \Delta E/c$ (für $v \rightarrow c$), woraus sich $\Delta r = h c/\Delta E$ ergibt.

einem großen Abstandsreich aussehcn könnte. Meßwerte gibt es bisher allerdings nur im Bereich zwischen 10^{-10} und 10^{-8} J (≈ 1 bis 100 GeV). Das entspricht nach der Umrechnung von Energie- in Längeneinheiten einem Abstand r der Teilchen von 10^{-15} bis 10^{-17} m, also von einem bis 1/100 Protonenradius.

Aus dem Kurvenverlauf in Abbildung 3-6 kann man entnehmen, daß die drei stärksten Wechselwirkungen bei etwa 10^7 J bzw. 10^{-33} m gleichgroß werden. Natürlich ist eine solche Extrapolation über 15 Zehnerpotenzen hinweg mit größter Vorsicht zu genießen; man nennt diesen Energiebereich die „Wüste“. Die Aussagen darüber liegen weit außerhalb unserer heutigen experimentellen Möglichkeiten. Ein Ringbeschleuniger, der Elementarteilchen von 10^5 J Energie liefert, müßte etwa den Durchmesser unserer Milchstraße haben, wenn er nach heute bekannten Prinzipien arbeitet. Daher ist eine Bestätigung der in Abbildung 3-6 postulierten Abhängigkeiten wohl nur aus astrophysikalischen Beobachtungen zu gewinnen. Schließlich kann man vermuten, daß auch die Gravitationswechselwirkung mit abnehmendem Abstand stärker wird und bei der sogenannten Planck-Länge ($l_p = \sqrt{h \cdot G/c^3} \approx 4 \cdot 10^{-35}$ m) von gleicher Größenordnung ist wie die übrigen Wechselwirkungen. Bei so kleinen Abständen

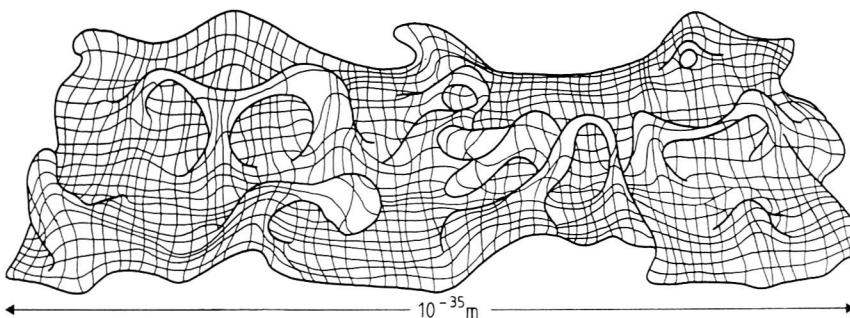


Abb. 3-7. Schwammartige Raumzeit. Aufgrund von Vakuumfluktuationen entstehen auf der Längenskala der Planck-Länge von $l_p = 4 \cdot 10^{-35}$ m und einer Zeitskala von 10^{-43} s spontane Krümmungen der Raumzeit. Die Planck-Zeit t_p von 10^{-43} s ist gleich $\sqrt{h G/c^5}$ (aus Cadogan 1985).

würden dann die Unterschiede aller Wechselwirkungen verschwinden; es gäbe nur noch eine universelle Kraft. Allerdings kommen wir dann auch in begriffliche Schwierigkeiten. Nach Einsteins Gravitationstheorie wird der Krümmungsradius des Raumes bei einer Teilchenenergie von 10^9 J etwa so groß wie die zu messende Länge selbst. Das heißt anschaulich: Es entstehen schwarze Löcher (siehe Kap. 22), der Raum schnürt sich ab, so daß man nicht mehr durch ihn hindurchsehen kann. Er bietet dann ein ähnliches Bild wie die in Abbildung 3-7 dargestellten „Nullpunktsfluktuationen“ der Raumzeit.

3.4 Die Wechselwirkungen und die Struktur der Materie

Die vier fundamentalen Wechselwirkungen sind der Schlüssel zum Verständnis der Struktur der Materie. Wir hatten bereits festgestellt: Struktur „entsteht aus“ potentieller Energie. Jetzt kennen wir die Quellen dieser potentiellen Energie. Es sind die vier Wechselwirkungen. Durch sie üben die Elementarteilchen Kräfte aufeinander aus und können sich in Raum und Zeit relativ zueinander anordnen. Die ganze Vielfalt der beobachteten Strukturen entsteht als Folge der vier Wechselwirkungen (siehe Abb. 1-1 und Innenseite des vorderen Buchdeckels). Jedoch sind die Größenbereiche, in denen sie in Erscheinung treten, sehr verschieden.

Die starke Wechselwirkung dominiert bei sehr kleinen Abständen über alle anderen. Sie ist aber für Systeme aus mehreren Quarks fast abgesättigt und reicht bei Hadronen nur etwa 10^{-15} m weit. Die starke und die schwache Wechselwirkung sind für die Struktur der Materie bei so kleinen Abständen verantwortlich, nämlich bei Hadronen, Atomkernen und in sehr dichten kosmischen Objekten wie zum Beispiel Neutronensternen. Die Gravitation ist bei weitem die schwächste der vier Wechselwirkungen. Sie tritt erst bei sehr großen Massen merklich in Erscheinung. Der Unterschied von fast 40 Größenordnungen zwischen der starken Wechselwirkung und der Gravitation bedeutet, daß erst bei 10^{40} Nukleonen ihre gesamte potentielle Gravitationsenergie mit der starken Wechselwirkung zwischen nur zwei (!) Nukleonen vergleichbar wird. 10^{40} Nukleonen befinden sich zum Beispiel in einer Gesteinskugel von 1 km Radius, einem Planetoiden. Die elektromagnetische Wechselwirkung füllt sozusagen den Größenbereich zwischen Atomkernen und Planetoiden aus. Alle Materie in diesem Bereich verdankt ihre Struktur den elektromagnetischen Kräften zwischen elektrisch geladenen und relativ zueinander bewegten Teilchen. Diese Kräfte sind auch allein maßgebend für das Funktionieren aller unserer technischen Geräte sowie für die Strukturen der belebten Materie und für alle physiologischen Vorgänge.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir die Grundgesetze der Physik rekapituliert. Für die Struktur der Materie sind vier fundamentale Wechselwirkungen verantwortlich, deren Eigenschaften in Tabelle 3-2 und Abbildung 3-2 zusammengestellt sind. Der verschiedene Charakter dieser Kräfte, ihre relative Stärke und ihre Abhängigkeit vom Abstand zwischen den Teilchen bestimmen die Größe und den Zusammenhalt der betreffenden Strukturen. Wir wissen bis heute nicht, ob es noch weitere Kräfte in der Natur gibt. Das Bemühen der Physiker ist vielmehr darauf gerichtet, alle Wechselwirkungen als Folge einer einzigen fundamentalen Kraft zu verstehen. Dies ist bis heute jedoch nicht gelungen. Der Inhalt von Abbildung 2-2 und Tabelle 3-1 (D bis F), das heißt die Art der bekannten Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen, wird gern unter dem Begriff „Standardmodell“ zusammengefaßt. Damit soll ausgedrückt werden, daß man glaubt, mit diesem „Handwerkszeug“, und unter Hinzunahme der übrigen Grundgesetze aus Tabelle 3-1, „alles“ erklären zu können.

Einen Versuch, einen Aspekt des Standardmodells, nämlich die Beziehung zwischen den Elementarteilchen und den auf sie wirkenden fundamentalen Kräften, möglichst einfach und anschaulich darzustellen, zeigt Abb. 3-8.

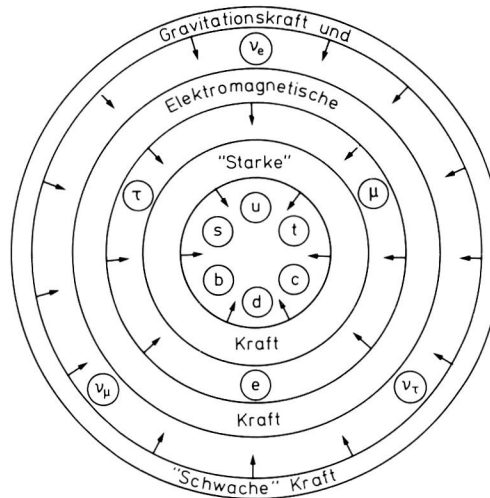


Abb. 3-8. Phantasiedarstellung des Standardmodells. Die schalenförmige Anordnung der in der Natur wirkenden Kräfte symbolisiert den Zusammenhang der Materie. Diese besteht im Innersten aus 12 Elementarteilchen (kleine Kreise). Die Kräfte einer Schale wirken auf alle in ihrem Inneren befindlichen Teilchen. Leptonen: ν_e Elektron-Neutrino, ν_μ Myon-Neutrino, ν_τ Tauon-Neutrino, e Elektron, μ Myon, τ Tauon; Quarks: u Up-Quark, d Down-Quark, s Strange-Quark, c Charme-Quark, b Bottom-Quark, t Top-Quark.

4 Hadronen

Wir kommen in diesem Kapitel zu den kleinsten zusammengesetzten Einheiten der Materie, den Hadronen (vom griechischen ἄδρός stark). Es gibt davon zwei verschiedene Sorten, die Mesonen (μέσος mittel) und die Baryonen (βαρύς schwer). Wir werden dabei eine Feststellung von ganz fundamentaler Bedeutung machen: Zusammengesetzte Materie besitzt Eigenschaften, die ihre einzelnen Bestandteile nicht haben. Oder: „Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile“. Diese Tatsache wird im folgenden unsere Richtschnur für die Physik der zusammengesetzten Materie sein. Sie begegnet uns hier zum ersten Mal, und zwar an dem kleinsten bekannten System. Daher wollen wir versuchen, sie so gut wie möglich zu verstehen.

4.1 Mesonen

Im zweiten Kapitel haben wir einige experimentelle Beobachtungen besprochen, die zeigen, daß Protonen aus kleineren Teilchen zusammengesetzt sein müssen. Diese nennt man Quarks. Ähnliche Resultate ergaben sich bei Streuexperimenten an Neutronen und an Pionen (Pi-Mesonen). Die zusammenfassende Interpretation dieser und vieler ähnlicher Beobachtungen im Rahmen des Quarkmodells liefert folgendes Bild: Soviel wir heute wissen, bestehen alle bisher bekannten zusammengesetzten Teilchen unterhalb des Größenbereichs der Atomkerne entweder aus einem Quark-Antiquark-Paar, aus drei Quarks, oder aus drei Antiquarks. Andere Zusammensetzungen von Quarks und Antiquarks als diese Zweier- und Dreier-Kombinationen kommen nicht vor. Warum das so ist, wissen wir nicht.

Zunächst besprechen wir die leichten Hadronen, die aus Quark-Antiquark-Paaren bestehenden Teilchen. Man nennt sie auch Mesonen (mittelschwere Teilchen), weil ihre Masse zwischen derjenigen der Elektronen und

Zahl und Art der Mesonen

der Protonen liegt, den beiden zum Zeitpunkt der Mesonen-Entdeckung bekannten „Elementarteilchen“. Da es nach unserer heutigen Auffassung je sechs verschiedene Quarks und Antiquarks gibt (siehe Abb. 2-2), sind aus diesen insgesamt 36 Zweier-Kombinationen möglich. Außerdem können die Eigendrehimpulse des Quarks und des Antiquarks entweder parallel oder antiparallel zueinander stehen, was die Zahl der Mesonen auf 72 erhöht. (Wie die Quantenmechanik lehrt, kann der Eigendrehimpuls eines Teilchens mit Spin 1/2 nur unter zwei verschiedenen Winkeln relativ zu einer vorgegebenen Beobachtungsrichtung gemessen werden, zum Beispiel relativ zur Richtung eines Magnetfeldes („Richtungsquantelung“, siehe Abb. 7-12).) Mesonen mit antiparallelem Spin der beiden Quarks nennt man skalare Mesonen, solche mit parallelem Spin Vektormesonen. Die ersten haben eine niedrigere Energie, weil es günstiger ist, wenn die Drehimpulse antiparallel stehen.

Bis heute hat man jedoch noch nicht alle 72 möglichen Mesonen beobachtet. So ist zum Beispiel noch kein Teilchen nachgewiesen, das ein t-Quark oder \bar{t} -Antiquark enthält. Auch Mesonen mit b-Quarks wurden bisher erst wenige gefunden, und zwar Y ($b\bar{b}$), B^+ ($u\bar{b}$), B^- ($\bar{u}b$), \bar{B}^0 ($\bar{d}b$) und B^0 ($d\bar{b}$). Insgesamt kennt man bis heute 37 Mesonen. Einen guten Überblick liefern die sogenannten YCI-Polyeder (Abb. 4-1). Man erhält sie, indem man in einem kartesischen Koordinatensystem den Charme C , die Hyperladung Y (die Summe aus Baryonenzahl B und Strangeness S) und die dritte Komponente $I^{(3)}$ des Isospins aufrägt. Die Bedeutung dieser Größen, bis auf $I^{(3)}$, haben wir im zweiten Kapitel besprochen. Man versteht unter dem Isospin eine Ordnungszahl für die zusammengesetzten Teilchen annähernd gleicher Masse, aber mit verschiedener elektrischer

YCI-Polyeder

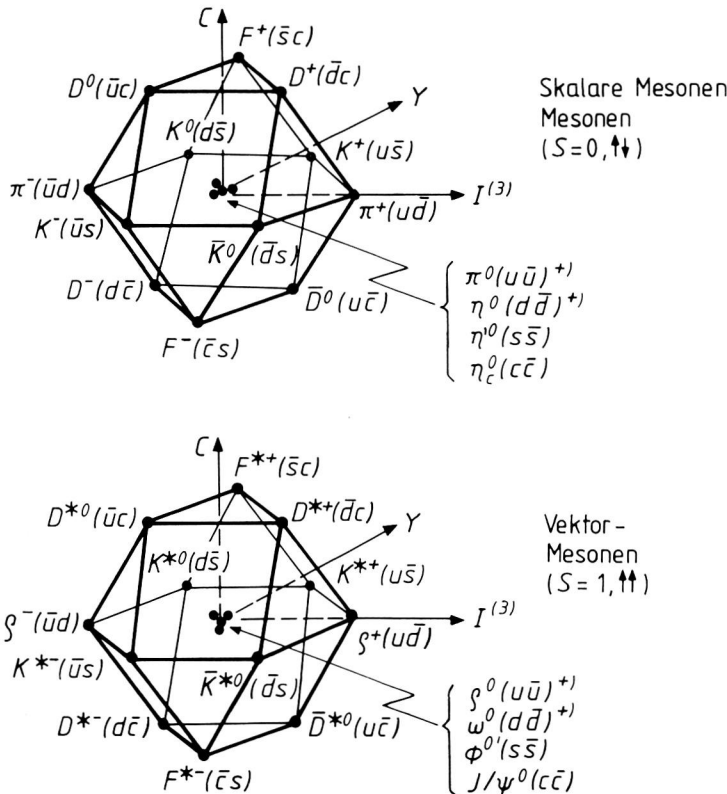


Abb. 4-1. Die Mesonenpolyeder für Mesonen mit u-, d-, s- und c-Quarks. Bedeutung der Koordinatenachsen: Die C-(Charme)-Achse nach oben gibt die Anzahl der c-Quarks an; $C = +1$ entspricht einem c-Quark, $C = -1$ einem \bar{c} -Quark. Die Y-Achse nach hinten gibt die Summe aus Baryonenzahl B und Strangeness S an; ein s-Quark und ein anderes Antiquark liefert $Y = -1$, ein \bar{s} -Quark und ein anderes Quark liefert $Y = +1$. Die $I^{(3)}$ -Achse nach rechts ist die dritte Komponente des Isospins (siehe Text). Jeder Polyeder enthält 16 Mesonen. Wegen des geringen Massenunterschiedes zwischen u- und d-Quark ($< 1\%$) sind die zusammengesetzten Teilchen π^0 , η^0 , ρ^0 und ω^0 keine „reinen“ Zustände, quantenphysikalisch gesprochen. Man beobachtet immer Mischungen der Wellenfunktionen aus annähernd gleichschweren Bestandteilen: $\pi^0 \triangleq (d\bar{d} - u\bar{u})/\sqrt{2}$, $\eta^0 \triangleq (d\bar{d} + u\bar{u})/\sqrt{2}$, $\rho^0 \triangleq (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$, $\omega^0 \triangleq (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$.

Ladung. Ersetzt man z. B. ein u-Quark durch ein d-Quark, so ändert sich die Masse um weniger als 1%, die elektrische Ladung aber um eine volle Einheit (e_0). Eine Folge von N solchen Teilchen, z. B. uuu-uud-udd-ddd, charakterisiert man durch die $I^{(3)}$ -Zahlen $3/3$, $1/2$, $-1/2$, $-3/2$, wobei $|I_{\max}^{(3)}| \equiv (N-1)/2$ und $\Delta I^{(3)} = \pm 1$ gilt. Mesonen mit b- oder t-Quarks sind in den Polyedern nicht enthalten, denn dazu bräuchte man eine fünfdimensionale Darstellung. Die Bezeichnung der Mesonen durch griechische und lateinische Buchstaben erfolgte ziemlich willkürlich durch die Entdecker. Daher erscheint uns die Namengebung genauso unsystematisch wie zum Beispiel die der chemischen Elemente oder der Sterne am Himmel. Man wird sich entweder daran gewöhnen oder die Namen irgendwann einmal vereinheitlichen, weil das lateinische und das griechische Alphabet jetzt schon erschöpft sind.

In Tabelle 4-1 sind die Eigenschaften der heute bekannten Mesonen im Grundzustand, das heißt bei ihrer niedrigsten Energie, angegeben. Es ist

Tabelle 4-1. Eigenschaften der Mesonen im Grundzustand. Die elektrische Ladung ist bei allen Mesonen als rechter oberer Index angegeben. Die Daten dieser Tabelle wurden zum größten Teil der Zusammenstellung von C. Wohl u.a. entnommen (Reviews of Modern Physics, **56**, S1, 1984).

Skalare Mesonen ($S=0$)	Quark-gehalt	Ruhemasse $(10^{-27} \text{ kg}) (\text{MeV}/c^2)$		Mittlere Lebensdauer (s)	Wichtigste Zerfallsarten
Pionen					
π^0	$(u\bar{u})^*$	0,240	135	$0,83 \cdot 10^{-16}$	$\gamma\gamma(98,8\%), \gamma e^+ e^-$
π^+	$(u\bar{d})$	0,249	140	$2,60 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$ $\mu^- \bar{\nu}_\mu$
π^-	$(\bar{u}d)$				
Kaonen					
K^+	$(u\bar{s})$	0,880	494	$1,24 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu (63,5\%), \pi^+ \pi^0 (21,2\%)$ $\mu^- \bar{\nu}_\mu (63,5\%), \pi^- \pi^0 (21,2\%)$
K^-	$(\bar{u}s)$				
K^0	$(d\bar{s})$	0,887	498	$\left. \begin{array}{l} \text{Je zur H\u00e4lfte} \\ 8,9 \cdot 10^{-11} \\ \text{u. } 5,18 \cdot 10^{-8} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{Je zur H\u00e4lfte } \pi^+ \pi^- (68,6\%), \\ \pi^0 \pi^0 (31,4\%), \pi^0 \pi^0 \pi^0 (21,5\%) \\ \pi^+ \pi^- \pi^0 (12,4\%), \pi^\pm \mu^\mp \nu (27,1\%) \\ \pi^\pm e^\mp \nu (38,7\%) \end{array} \right\}$
\bar{K}^0	$(\bar{d}s)$				
η^0	$(d\bar{d})^*$	0,978	549	$7,49 \cdot 10^{-19}$	$\gamma\gamma(39,0\%), \pi^0 \pi^0 \pi^0 (31,8\%),$ $\pi^+ \pi^- \pi^0 (23,7\%)$
η'^0	$(s\bar{s})$	1,707	958	$2,27 \cdot 10^{-21}$	$\eta^0 \pi \pi (65,3\%) \varrho^0 \gamma (30,0\%)$
D^0	$(\bar{u}c)$	3,323	1865	$3,4 \cdot 10^{-13}$	$\left. \begin{array}{l} K^\pm \text{ u.a. } (52\%), \bar{K}^0 \text{ u.a. } (16\%), \\ K^0 \text{ u.a. } (16\%) \end{array} \right\}$
\bar{D}^0	$(u\bar{c})$				
D^+	$(\bar{d}c)$	3,331	1869	$11,1 \cdot 10^{-13}$	$\left. \begin{array}{l} \bar{K}^0 \text{ u.a. } (24\%), K^0 \text{ u.a. } (24\%), \\ K^\pm \text{ u.a. } (22\%), e^\pm \text{ u.a. } (19\%), \\ K^{(-)} \pi^\pm \pi^0 (13\%) \end{array} \right\}$
D^-	$(d\bar{c})$				
F^+	$(\bar{s}c)$	3,512	1971	$\approx 4,8 \cdot 10^{-13}$	$\left. \begin{array}{l} \phi^0 \pi^\pm \end{array} \right\}$
F^-	$(s\bar{c})$				
η_c^0	$(c\bar{c})$	5,312	2918	$> 3,3 \cdot 10^{-23}$	$K^+ K^- \pi^+ \pi^-, \eta^0 \pi^+ \pi^-, 2(\pi^+ \pi^-)$
B^+	$(u\bar{b})$	9,391	5720	$9,8 \cdot 10^{-13}$	$\left. \begin{array}{l} D^{0(-)} \text{ u.a. } (80\%), e^{\pm(-)} \nu_e \text{ u.a. } (13\%), \\ D^{0(-)} \pi^+ \pi^- (13\%), \mu^{\pm(-)} \nu_\mu \text{ u.a. } (12\%) \end{array} \right\}$
B^-	$(\bar{u}b)$				
B^0	$(\bar{d}b)$	9,398	5274		
\bar{B}^0	$(d\bar{b})$				

(Fortsetzung der Tab. 4-1 auf der nächsten Seite.)

Tabelle 4-1. Fortsetzung.

Vektor- mesonen ($S = 1$)	Quark- gehalt	Ruhemasse <hr/> (10^{-27} kg)(MeV/ c^2)		Mittlere Lebensdauer (s)	Wichtigste Zerfallsarten	
ϱ^0	($u\bar{u}$)*	1,370	769	$4,28 \cdot 10^{-24}$	$\pi \pi$	
ϱ^+	($u\bar{d}$)	1,374	771		$\pi^+ \pi^0$	
ϱ^-	($\bar{u}d$)				$\pi^- \pi^0$	
ω^0	($d\bar{d}$)*	1,395	783	$6,7 \cdot 10^{-23}$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$ (89,9%), $\pi^0 \gamma$ (8,7%)	
K^{*+}	($u\bar{s}$)	1,590	892	$1,3 \cdot 10^{-23}$	} $K \pi$	
K^{*-}	($\bar{u}s$)					
K^{*0}	($d\bar{s}$)	1,593	894			
\bar{K}^{*0}	($\bar{d}s$)					
ϕ^0	($s\bar{s}$)	1,818	1020	$1,56 \cdot 10^{-22}$	$K^+ K^-$ (49,1%), $K^0 \bar{K}^0$ (34,7%), $\pi^+ \pi^- \pi^0$ (14,8%)	
D^{*0}	($\bar{u}c$)	3,576	2007	$> 1,3 \cdot 10^{-22}$	} $D^0 \pi^0$ (55%), $D^0 \gamma$ (45%)	
\bar{D}^{*0}	($u\bar{c}$)					
D^{*+}	($\bar{d}c$)	3,582	2010	$> 3 \cdot 10^{-22}$	} $D^0 \pi^\pm$ (64%), $D^\pm \pi^0$ (28%), $D^\pm \gamma$ (8%)	
D^{*-}	($d\bar{c}$)					
F^{*+}	($\bar{s}c$)	3,813	2140		} $F \gamma$	
F^{*-}	($s\bar{c}$)					
J/ψ^0	($c\bar{c}$)	5,519	3097	$1,05 \cdot 10^{-20}$	Hadronen + γ (85%), $e^+ e^-$ (7,4%), $\mu^+ \mu^-$ (7,4%)	
Y^0	($b\bar{b}$)	16,858	9460	$1,49 \cdot 10^{-20}$	$\mu^+ \mu^-$, $e^+ e^-$, $\tau^+ \tau^-$	

*) Keine „reinen“ Zustände (siehe Legende zu Abbildung 4-1).

noch Platz frei für die noch nicht entdeckten Mesonen mit b- und t-Quarks. Wenn Sie in der aktuellen Literatur auf ein solches stoßen, so tragen Sie es bitte ein. Außerdem können Sie versuchen, die der Abbildung 4-1 entsprechenden Polyeder mit b oder t statt c zu zeichnen.

Da Quarks und Antiquarks in jeweils drei verschiedenen Farben vorkommen, könnte es von jeder Mesonensorte verschiedene Mischfarben geben, zum Beispiel für das Pion π^0 die 9 Kombinationen ($u_r\bar{u}_r$), ($u_g\bar{u}_g$), ($u_b\bar{u}_b$), ($u_r\bar{u}_g$), ($u_g\bar{u}_g$), ($u_b\bar{u}_g$), ($u_r\bar{u}_b$), ($u_g\bar{u}_b$), ($u_b\bar{u}_b$). Bisher wurde aber immer nur eine Sorte von Mesonen beobachtet, unabhängig von der Farbkombination der beiden Quarks. Man nimmt daher an, daß Mesonen „farblose“ bzw. „weiße“ Objekte sind, die aus der „Superposition“ von drei Farbzuständen bestehen. In der Sprache der Quantenmechanik heißt das zum Beispiel:

$$(u\bar{u})_{\text{weiss}} \hat{=} [(u_g\bar{u}_r) + (u_b\bar{u}_g) + (u_r\bar{u}_b)]/3.$$

Die farbigen Zustände selbst, zum Beispiel ($u_r\bar{u}_r$), kann man nicht beobachten, sondern immer nur ihre farblose bzw. weiße Linearkombination. Dieses Verhalten der Mesonen ist grundsätzlich unanschaulich und eine Folge des Welle-Teilchen-Dualismus. Ein hierzu analoges Beispiel ist die Doppel-

Die „Farbe“ der Mesonen

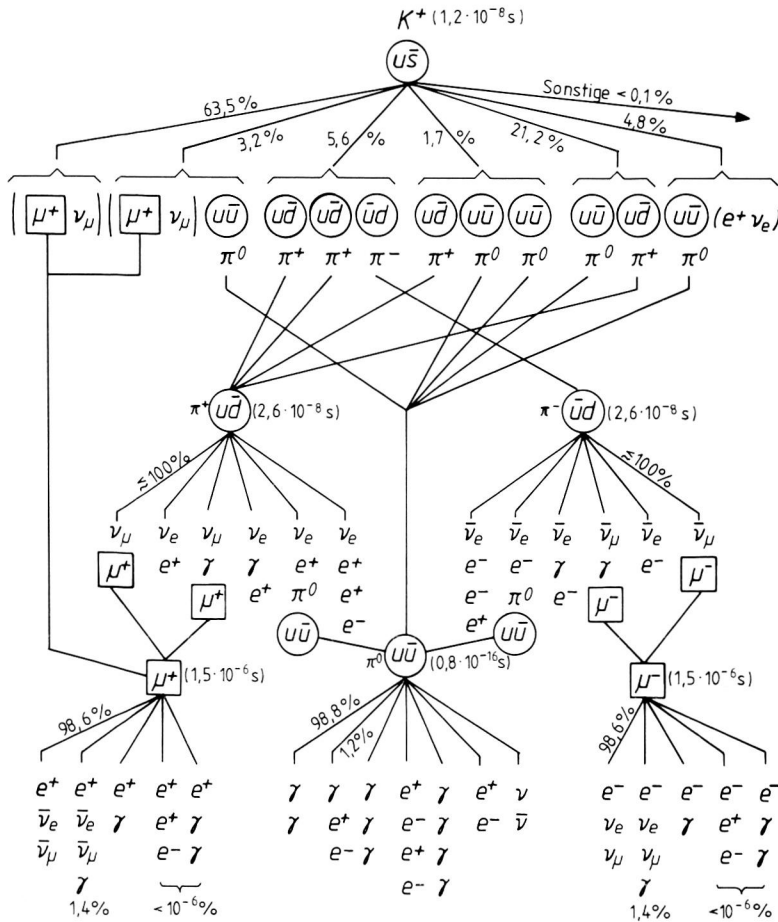


Abb. 4-2. Die Zerfallsmöglichkeiten des K^+ -Mesons. Die Prozentangaben bezeichnen die Aufteilung der gesamten Zerfallswahrscheinlichkeit auf die verschiedenen Möglichkeiten („Zerfallskanäle“). (Achtung: Der Übersichtlichkeit halber wurde das π^0 -Meson als „ $u\bar{u}$ “ bezeichnet anstelle der richtigen Linearkombination $(d\bar{d} - u\bar{u})/\sqrt{2}$; siehe Legende zu Abbildung 4-1.)

spalt-Interferenz von Elektronen: Im Teilchenbild müßte das Elektron geteilt sein, während es durch beide Spalte fliegt; ein geteiltes Elektron wurde jedoch noch nie beobachtet. Wir haben uns inzwischen an diese Schwierigkeiten der Anschauung weitgehend gewöhnt. Daher können wir uns vielleicht auch daran gewöhnen, ein Meson aus den Wellenfunktionen dreier Farbzustände zusammengesetzt zu denken, von denen jeder mit der Wahrscheinlichkeit $1/3$ vorkommt und die wir nicht einzeln beobachten können.

Alle Mesonen sind instabil. Sie zerfallen nach höchstens $5 \cdot 10^{-8}$ Sekunden in Elektronen, Positronen, Neutrinos und Photonen, oft auf dem Umweg über Myonen (Abb. 4-2). Die Mesonen zerfallen, weil sich ihr Quark und ihr Antiquarkbestandteil unter Erhaltung der Baryonenzahl gegenseitig vernichten können. Die aus der dabei freiwerdenden Energie entstehenden Leptonen gehorchen den Erhaltungssätzen der Leptonenzahlen L^e , L^μ und L^τ (siehe Kap. 3). Wenn man mit Mesonen experimentieren will, muß man sie daher immer wieder neu herstellen. Dazu schießt man Elektronen oder Protonen mit einer Energie aufeinander, die mindestens der Ruhemasse der Mesonen entspricht. Von den bei diesem Prozeß primär entstehenden Quarks und Antiquarks lagern sich einige zu Mesonen, andere zu Baryonen zusammen.

Bei solchen Untersuchungen zeigt es sich, daß ein- und dasselbe Meson, zum Beispiel J/ψ^0 , mit ganz verschiedenem Energieinhalt entstehen kann

Stabilität

Energiezustände

(Abb. 4-3). Es handelt sich dabei um die *innere* Energie der Mesonen, nicht etwa um ihre kinetische Energie oder um diejenige in einem äußeren Feld. Wir haben es hier mit einer neuen Eigenschaft zu tun, die das System J/ψ^0 besitzt, die jedoch seine Bestandteile, das c - und das \bar{c} -Quark, selbst nicht haben. Isolierte Quarks oder Leptonen wurden bisher noch nie in Zuständen mit verschiedener innerer Energie beobachtet. Im Prinzip wäre das natürlich denkbar, wenn diese ihrerseits zusammengesetzte Teilchen wären (siehe Abschn. 2.7). Dafür gibt es aber bis heute keine experimentellen Anhaltspunkte.

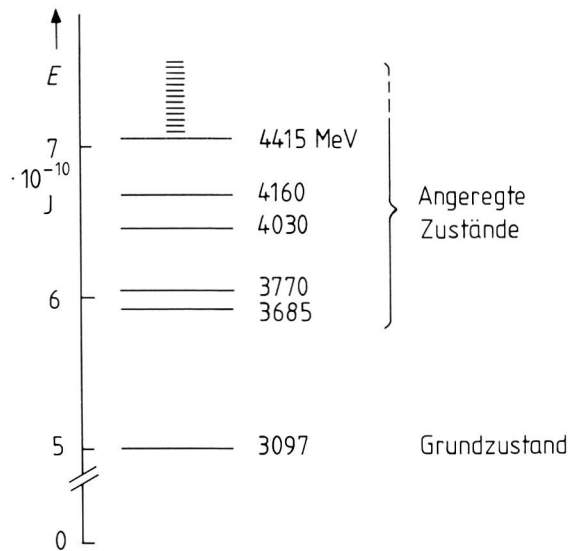


Abb. 4-3. Die Energieniveaus des J/ψ^0 -Mesons ($c\bar{c}$).

Wie können wir uns die verschiedenen Energiezustände eines Mesons veranschaulichen? Es gibt dafür im klassischen Teilchenbild drei Möglichkeiten (Abb. 4-4):

- Erstens können die beiden Quarks, aus denen das Meson besteht, verschiedene Abstände voneinander haben. Größerer Abstand bedeutet größere potentielle Energie (siehe Abb. 1-7 und 3-2 bzw. Tab. 3-2).
- Zweitens können die beiden Quarks um ihren gemeinsamen Schwerpunkt rotieren. Größere Rotationsgeschwindigkeit bedeutet größere kinetische Energie. Klassisch ist $E_r = |l|^2/2\Theta$, mit dem Bahndrehimpuls l und dem Trägheitsmoment Θ .
- Drittens können die beiden Quarks gegeneinander schwingen. Größere Amplitude oder größere Frequenz bedeuten höhere Schwingungsenergie. Klassisch ist $\bar{E}_s = (m/4)\omega^2 x_0^2$, mit der Kreisfrequenz ω und der Amplitude x_0 .

Die innere Energie eines solchen Zweiquarksystems darf man jedoch nicht klassisch berechnen, weil hier die Gesetze der Quantenmechanik gelten, zum Beispiel $E_r = l(l+1)\hbar^2/2\Theta$ und $E_s = (v' + 1/2)\hbar\omega$ mit den Quantenzahlen l bzw. v' ($l, v' = 0, 1, 2, \dots$). Wir kommen darauf im übernächsten Abschnitt dieses Kapitels noch zurück.

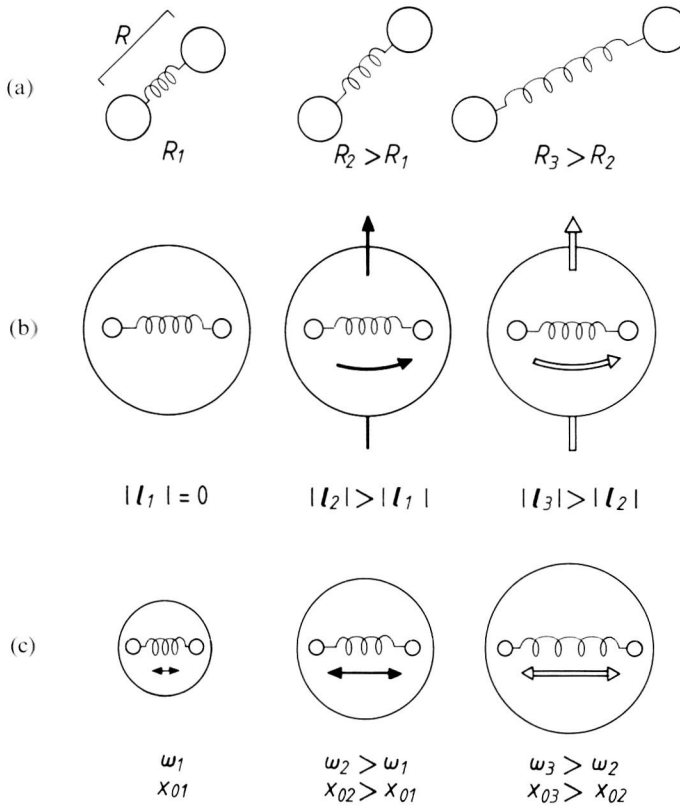


Abb. 4-4. Energiezustände von Mesonen, anschaulich dargestellt. (a) Verschiedene Abstände R der Quarks entsprechen verschiedenen potentiellen Energien. (b) Verschiedene Bahndrehimpulse l der Quarks um den gemeinsamen Schwerpunkt entsprechen verschiedenen Rotationsenergien. (c) Verschiedene Schwingungsfrequenzen ω oder verschiedene Schwingungsamplituden x der Quarks entsprechen verschiedenen Schwingungsenergien.

4.2 Baryonen

Die schweren Hadronen, d. h. die Baryonen, bestehen aus je drei Quarks (siehe Abb. 3-3), die Antibaryonen aus je drei Antiquarks. Gemischte Baryonen, die Quarks und Antiquarks zusammen enthalten, wurden bis heute nicht beobachtet. Die drei Quarks eines jeden Baryons tragen immer drei verschiedene Quarkfarben, so daß die Baryonen als Ganzes „weiß“ erscheinen wie die Mesonen.

Da jedes Quark den Spin $1/2$ hat, kann der Gesamtspin der Baryonen entweder $3/2$ ($\uparrow\uparrow\uparrow$) oder $1/2$ ($\uparrow\downarrow\uparrow$) betragen. Es gibt daher auch zwei Gruppen von Baryonen mit diesen beiden Spinwerten. Zur Beantwortung der Frage, wieviel verschiedene Mesonen in jeder der beiden Gruppen sind, verwenden wir eine Regel aus der Kombinationsrechnung: Die Anzahl ${}^nC_n^k$ der möglichen Kombinationen von k Vertretern aus insgesamt n -Elementen mit Elementwiederholung ist ${}^nC_n^k = (n+k-1)! / [(n-1)! k!]$. In unserem Fall ist $n = 6$ (u, d, s, c, b, t) und $k = 3$, also ${}^nC_n^k = 56$. Die Sache wird nun dadurch noch komplizierter, daß es bei den Spin- $1/2$ -Baryonen mit drei verschiedenen Quarks auch noch darauf ankommt, welche Quarkspins parallel und welche antiparallel zueinander stehen. Wir wollen dies jedoch hier nicht weiter verfolgen, denn bis heute wurden erst je 24 Baryonen und Antibaryonen entdeckt. Man hat noch keine Baryonen mit b- und

Zahl und Art der Baryonen

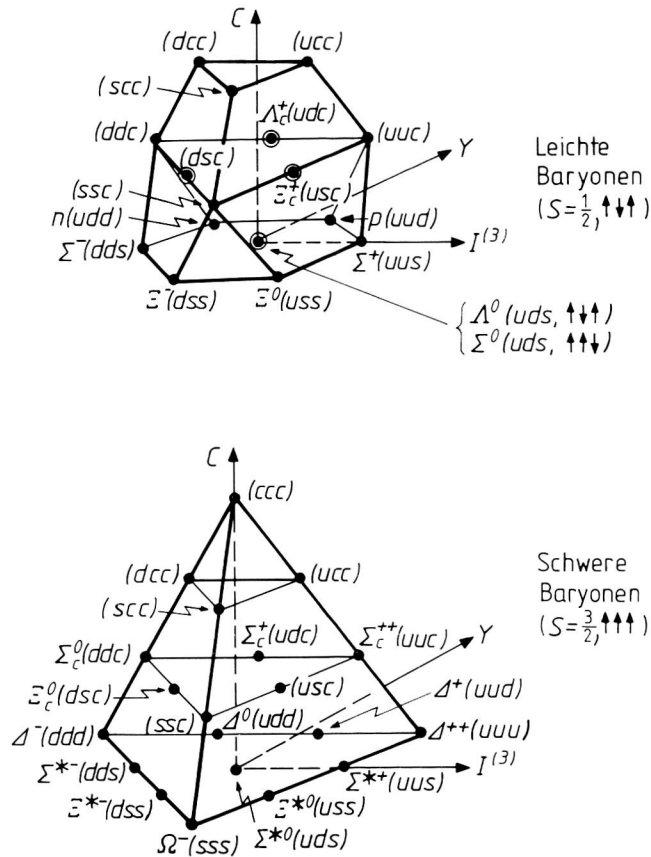


Abb. 4-5. Die Baryonenpolyeder. Die Koordinatenachsen C , Y und $I^{(3)}$ haben dieselbe Bedeutung wie in Abb. 4-1. Die mit Kreisen umgebenen Punkte sind jeweils doppelt besetzt, denn bei den Baryonen mit Spin $s = 1/2$ und mit drei verschiedenen Quarks gibt es je zwei Möglichkeiten der Spinstellung: $\uparrow\uparrow\downarrow$ und $\uparrow\downarrow\uparrow$. Die beiden Möglichkeiten entsprechen verschiedenen Grundzustandsenergien der Teilchen. Entdeckt wurden bis heute nur die 24 Baryonen, bei denen ein griechischer oder lateinischer Buchstabe vor der Quarkkombination ($x y z$) steht. Jeder Polyeder enthält 20 Baryonen. „Leichte“ Baryonen mit drei gleichen Quarks gibt es nicht: dem oberen Polyeder fehlen gegenüber dem unteren die Spitzen. Dies hängt mit den Symmetrieeigenschaften der Baryonen-Wellenfunktion bezüglich Spin, Farbe und Flavour zusammen. (Die Gesamtwellenfunktion muß antisymmetrisch bezüglich Raum inversion sein, weil das Baryon ein Fermion ist.)

t-Quarks gefunden, sowie erst fünf mit einem c-Quark. Wir erhalten für $n=4$ (u, d, s, c) dann ${}^nC_n^k = 20$. Diese je 20 Baryonen und Antibaryonen kann man, ähnlich wie im Fall der Mesonen, durch YCI-Polyeder darstellen. Das ist in Abbildung 4-5 gezeigt. Die Polyeder für die Antibaryonen sehen genauso aus, nur haben die drei Koordinatenachsen dann negatives Vorzeichen.

In Tabelle 4-2 sind die Eigenschaften der bis heute bekannten 11 Baryonen mit Spin 1/2 zusammengestellt. Über die Spin-3/2-Baryonen ist noch relativ wenig bekannt, weil sie alle sehr kurzlebig sind mit Ausnahme des Ω^- .

Fast alle Baryonen sind, ebenso wie die Mesonen, instabil. Die einzige Ausnahme bildet das Proton (vom griechischen $\pi\rho\omega\tau\omicron\varsigma$, der erste), soweit wir heute wissen. Es ist zugleich das Baryon mit der kleinsten Ruhemasse: $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg. Alle anderen Baryonen können sich unter Energieabgabe und unter Erhaltung der Baryonenzahl in Protonen umwandeln. Die Zerfallsschemata sehen ähnlich aus wie bei den Mesonen (siehe Abb. 4-2). Ein Proton kann sich nicht in leichtere Teilchen umwandeln, ohne daß die Baryonenzahl geändert würde. Es kann nur verschwinden, wenn es mit einem Antiproton rekombiniert. Aber Antiprotonen sind bei uns zum Glück außerordentlich selten. Über die Frage, ob das Proton in Leptonen zerfallen könnte, wenn die Erhaltungssätze der Leptonen- und Baryonenzahl verletzt wären, haben wir schon im zweiten Kapitel gesprochen. Bis heute hatten entsprechende Untersuchungen ein negatives Ergebnis. Die Lebensdauer der Protonen ist sicher größer als 10^{33} Jahre. Freie Neutro-

Stabilität und Energiezustände

Tabelle 4-2. Eigenschaften der Baryonen im Grundzustand. Die elektrische Ladung ist als rechter oberer Index angegeben. Die Daten dieser Tabelle wurden zumeist der Zusammenstellung von C. G. Wohl u.a. entnommen (Reviews of Modern Physics **56**, S1, 1984).

Bezeichnung	Quark- gehalt	Ruhemasse		Magnet. Moment (10 ⁻²⁷ A m ²)	Mittlere Lebensdauer (s)	Wichtigste Zerfallsarten
		(10 ⁻²⁷ kg)	(MeV/c ²)			
Spin 1/2						
Proton p	(uud)	1,673	938,3	+14,106	∞ (?)	—
Neutron n	(udd)	1,674	939,6	−9,662	876 ± 21	p e [−] ν _e
Λ ⁰	(uds) *)	1,988	1115,6	−3,096	2,63 · 10 ⁻¹⁰	p π [−] (64,2%), n π ⁰ (35,8%)
Σ ⁺	(uus)	2,120	1189,4	+12,016	0,80 · 10 ⁻¹⁰	p π ⁰ (51,6%), n π ⁺ (48,4%)
Σ ⁰	(uds) *)	2,125	1192,5		5,8 · 10 ⁻²⁰	Λ ⁰ γ
Σ [−]	(dds)	2,134	1197,3	−6,21	1,48 · 10 ⁻¹⁰	n π [−]
Ξ ⁰	(uss)	2,343	1314,9	−6,314	2,90 · 10 ⁻¹⁰	Λ ⁰ π ⁰
Ξ [−]	(dss)	2,352	1321,3	−9,34	1,64 · 10 ⁻¹⁰	Λ ⁰ π [−]
Λ _c ⁺	(udc)	4,067	2282,0		2,2 · 10 ⁻¹³	Λ u. a. (33%)
Ξ _c ⁺	(usc)	4,382	2459		4,0 · 10 ⁻¹³	Λ, Σ, u. a.
Ξ _c ⁰	(csd)	4,403	2471			Ξ [−] π ⁺
Spin 3/2						
Ω [−]	(sss)	2,980	1672,5		0,82 · 10 ⁻¹⁰	Λ ⁰ K [−] (68,6%), Ξ ⁰ π [−] (23,4%), Ξ [−] π ⁰ (8,0%)

Für die anderen Spin-3/2-Baryonen – Δ , Σ^* , Ξ^* – sind erst relativ wenige genaue Zahlenwerte bekannt.

^{*)} Die Spinstellung beim Λ^0 ist (uds $\cong \uparrow\downarrow\uparrow$), beim Σ^0 (uds $\cong \uparrow\uparrow\downarrow$).

nen zerfallen nach rund 900 Sekunden in Protonen und Elektronen. In Atomkernen oder Neutronensternen gebundene Neutronen sind dagegen stabil. Der durch die Bindung entstehende Massendefekt (siehe Abschn. 6.1) macht sie zu leicht. Die Masse eines so gebundenen Neutrons ist kleiner als die Summe der Massen von Proton und Elektron.

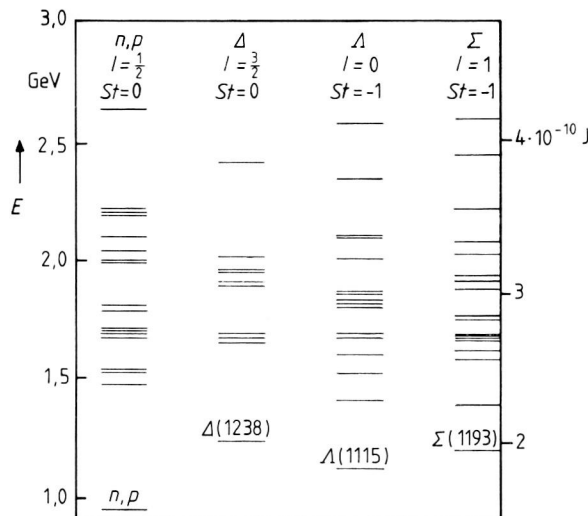


Abb. 4-6. Energiezustände einiger Baryonen. Der jeweils niedrigste Zustand ist der Grundzustand. I Betrag des Isospins, St Seltsamkeit (Strangeness) (nach Perkins 1983).

Wie bei den Mesonen gibt es auch bei den Baryonen angeregte Zustände höherer Energie. Weil im Baryon aber drei statt zwei Quarks enthalten sind, kann es auf mehr verschiedene Arten Energie aufnehmen als ein Meson. Die Energieniveaus der Baryonen liegen daher dichter beieinander (Abb. 4-6) als diejenigen der Mesonen (Abb. 4-3). Man weiß auch über ihre Deutung (vgl. Abb. 4-4) schon wesentlich mehr als bei den Mesonen. So kennt man von den meisten angeregten Zuständen die Drehimpulse und die Parität. Daraus kann man auf die Bewegungszustände der Quarks im Baryon schließen. Mehr darüber erfahren wir im nächsten Abschnitt.

4.3 Die Energiezustände der Hadronen

In den Abbildungen 4-3 und 4-6 haben wir die verschiedenen Energiezustände von Hadronen kennengelernt. Abbildung 4-4 zeigte, wie man sich diese Zustände im Teilchenbild anschaulich vorstellen kann, nämlich als potentielle Energie der Quarks im Feld ihrer starken Wechselwirkung bzw. als kinetische Rotations- oder Schwingungsenergie. Die Möglichkeit, in verschiedenen Energiezuständen zu existieren, ist etwas grundsätzlich Neues, das wir bei den Elementarteilchen nicht finden, sondern erst bei den Hadronen und damit auch bei allen Formen der zusammengesetzten Materie. Verschiedene Energiezustände entsprechen gleichzeitig auch unterschiedlichen Bewegungen oder Anordnungen der Quarks im Hadron, also verschiedenen raum-zeitlichen Strukturen. Wir wollen dies daher noch etwas genauer besprechen.

Zunächst darf man die anschauliche Darstellung der Abbildung 4-4 nicht allzu ernst nehmen. Dafür ist die Unschärfebeziehung ($\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar/2$) verantwortlich. Der mittlere Abstand der Quarks in einem Hadron beträgt etwa 10^{-15} m, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden. Setzt man diesen Wert für Δx ein, so muß die Impulsunschärfe Δp_x mindestens $5 \cdot 10^{-20}$ J s/m betragen und die daraus nichtrelativistisch berechnete Energieunschärfe ($\Delta E = \Delta(p_x/2m)$) mindestens 10^{-13} J (≈ 1 MeV). Von der gleichen Größenordnung sind jedoch auch die kleinsten Abstände der verschiedenen Energieniveaus der Baryonen. Da ΔE nicht größer sein sollte als diese Abstände, darf Δp_x nicht größer und Δx nicht kleiner sein als die angegebenen Werte. Daher müssen wir uns die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Quarks über den größten Teil des Baryonenvolumens verteilt denken: Die Quarks sind im Baryon nicht lokalisiert.

Andererseits kann man die Bewegung der Quarks im Baryon näherungsweise nichtrelativistisch berechnen. Die Berechtigung hierzu folgt daraus, daß die Energiedifferenzen zwischen den verschiedenen Zuständen meist nur einem kleinen Bruchteil der Ruheenergie entsprechen (Abb. 4-6). So erhält man zum Beispiel für die Rotationsenergie auf klassischem Wege die richtige Größenordnung. Einer Änderung des Bahndrehimpulses $|I|$ um den kleinstmöglichen Wert \hbar entspricht eine Änderung der Rotationsenergie um $\Delta E_r = \Delta(I^2/2\Theta) \approx \hbar^2/2mR^2 \approx 10^{-11}$ J (≈ 100 MeV), wenn man für m und R die Masse und den Radius des Protons einsetzt. Dies entspricht ungefähr den Energiedifferenzen in Abbildung 4-6.

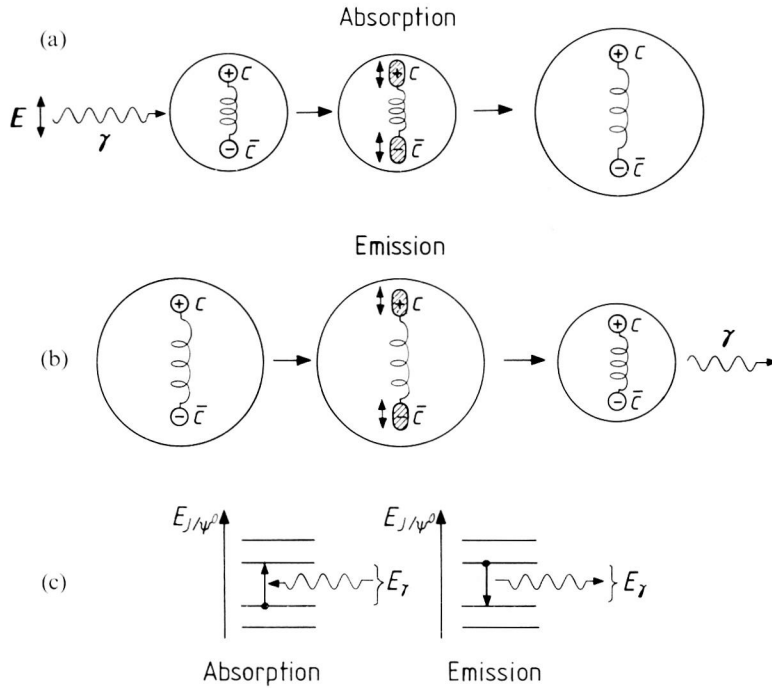


Abb. 4-7. Anschauliches Bild der Absorption und Emission eines Photons durch ein J/ψ^0 -Meson (siehe auch Abb. 4-3 und 4-4). E ist das elektrische Feld der mit dem Photon (γ) verbundenen elektromagnetischen Welle. (a) Absorptionsprozeß; (b) Emissionsprozeß (spontane Emission); (c) beide Prozesse im Energieniveauschema.

Die verschiedenen Energiezustände der Hadronen sind nicht stabil. Sie wandeln sich durch Emission oder Absorption von Energie ineinander um. Diese wird in Form von Photonen, Leptonen, Quarks usw. aufgenommen oder abgegeben. Das ist in Abbildung 4-7 skizziert. Ein auf ein J/ψ^0 -Meson treffendes Photon bzw. dessen elektrisches Feld E regt den elektrischen Dipol des ($c\bar{c}$)-Systems zu erzwungenen Schwingungen an. Wie wir aus der Schwingungslehre wissen, nimmt ein solches System dann besonders schnell Energie auf, wenn es in Resonanz kommt, d. h. wenn die Frequenz der einfallenden Welle mit einer Eigenfrequenz des Systems übereinstimmt. Dann kann die Energie des Photons schnell vollständig absorbiert werden. Das Meson geht dabei in einen der in Abbildung 4-4 skizzierten energiereicheren Zustände über. Diese angeregten Zustände nennt man daher auch „Resonanzen“. Bei der Emission läuft der umgekehrte Prozeß ab. Die spontane Anregung der Dipolschwingungen erfolgt dabei durch die Nullpunktsschwankungen des elektromagnetischen Feldes (Vakuumfluktuationen, siehe Abb. 3-7).

Die bisherigen weitgehend klassisch-anschaulichen Betrachtungen liefern nur ein näherungsweise richtiges Bild davon, wie sich die Quarks im Inneren eines Hadrons bewegen. Eine exakte und quantenphysikalisch richtige Beschreibung vermittelt die Schrödinger-Gleichung (siehe Anhang A) bzw. ihre relativistische Verallgemeinerung für Teilchen mit Spin, die Dirac-Gleichung. Die Schrödinger-Gleichung ist eines der Grundgesetze der Physik (siehe Kap. 3) und lautet

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t), \quad (4-1)$$

bzw. für stationäre, zeitlich unveränderliche Zustände

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + (E - U) \phi(\mathbf{r}) = 0. \quad (4-2)$$

Resonanzen

Schrödinger-Gleichung

Dabei ist $\psi(\mathbf{r}, t)$ bzw. $\phi(\mathbf{r})$ die Wellenfunktion des oder der beteiligten Teilchen der Masse m (bei mehreren Teilchen der reduzierten Masse), E ist deren Gesamtenergie, $U(\mathbf{r}, t)$ ihre potentielle Energie und $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ der Laplace-Operator.

Die Schrödinger-Gleichung ist eine partielle Differentialgleichung, welche im allgemeinen nur für bestimmte Werte von E , die sogenannten Eigenwerte E_i , physikalisch sinnvolle Lösungen $\psi(\mathbf{r}, t)$ bzw. $\phi(\mathbf{r})$ hat^{*)}. Leider kann man die Schrödinger-Gleichung nur in ganz wenigen Fällen wirklich analytisch lösen, nämlich nur für ganz bestimmte einfache Potentialfunktionen $U(\mathbf{r}, t)$. Die so erhaltenen Wellenfunktionen $\psi(\mathbf{r}, t)$ liefern die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $W = \psi^* \psi$ eines Teilchens im Kraftfeld eines oder mehrerer anderer Teilchen. Für das angenäherte Potential der starken Wechselwirkung $U_s \approx -K_1/r + K_2 r$ (K_1, K_2 experimentelle Konstanten (siehe Tab. 3-1)) ist die Schrödinger- bzw. die Dirac-Gleichung, nicht analytisch lösbar. Wir können daher für die Quarks in den Hadronen bisher Energieeigenwerte E_i und Wellenfunktionen $\psi(\mathbf{r}, t)$ höchstens numerisch berechnen. Die Eigenwerte entsprechen den verschiedenen Energiezuständen der Abbildungen 4-3 und 4-6, die Wellenfunktionen $\psi(\mathbf{r}, t)$ den verschiedenen dynamischen Strukturen, die in Abbildung 4-4 veranschaulicht sind.

4.4 Die Größe der Hadronen

Während wir von den Elementarteilchen nicht wissen, wie groß sie sind – sicher kleiner als 10^{-18} m im Durchmesser – kann man die Größe der Hadronen direkt messen, und zwar indem man „punktförmige“ Elementarteilchen, zum Beispiel Elektronen, an ihnen streut. Wir haben für dieses Verfahren schon einige Beispiele kennengelernt (siehe Abb. 2-3 und 2-8). Aber wir haben noch nicht gesehen, wie man aus diesen Messungen den „Radius“ R der Hadronen, oder besser gesagt, die Abstände der Quarks in ihnen erhalten kann.

Wie wir aus der Wellenlehre wissen und im nächsten Kapitel noch einmal kurz besprechen werden, ist die Winkelabhängigkeit der elastisch gestreuten Intensität $I(\vartheta)$ proportional zur Fourier-Transformierten der räumlichen Anordnung $N(r)$ der Streuzentren. Letztere erhält man also durch inverse Fourier-Transformation aus $I(\vartheta)$. Ein Beispiel dafür zeigt die Abbildung 4-8; dort erkennt man deutlich den Unterschied zwischen der gemessenen Winkelverteilung und der für ein punkt- bzw. kugelförmiges Proton berechneten. Zur Streuung werden heute Elektronen bis etwa $3 \cdot 10^{-9}$ J (≈ 20 GeV) Energie verwendet. Dies entspricht einer Wellenlänge von 10^{-16} m. Man kann also nur Strukturen auflösen, die größer als etwa die Hälfte dieser Länge sind. Die einzelnen Quarks bleiben aus diesem und noch aus einem anderen Grund unsichtbar. Sie bewegen sich

^{*)} Physikalisch sinnvoll sind nur solche Lösungen, deren Betragsquadrat überall eindeutig und regulär ist und das im Unendlichen verschwindet.

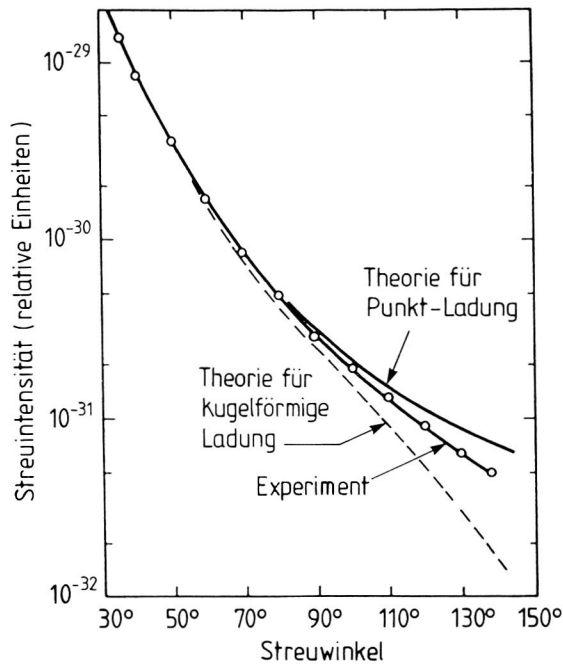


Abb. 4-8. Zur Struktur des Protons. Hier wurden Elektronen von $3 \cdot 10^{-11} \text{ J}$ ($\approx 190 \text{ MeV}$) an Protonen gestreut. Der Vergleich zwischen Theorie und Experiment zeigt, daß die elektrische Ladung im Proton weder punktförmig konzentriert ist noch homogen über eine Kugel verteilt sein kann. Diese und ähnliche Messungen bildeten die Grundlage für das Quarkmodell der Hadronen (nach Frauenfelder und Henley 1974).

nämlich im Inneren eines Hadrons mit einer Geschwindigkeit v_q von etwa $0,6 c$. Diese kann man folgendermaßen abschätzen: Die Materiewellenlänge λ des Quarks im Hadron darf höchstens gleich seinem Umfang sein: $\lambda = h/m_q v_q = 2\pi R$, so daß sich mit $R = 10^{-15} \text{ m}$ und $m_q = 0,5 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $v_q \approx 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ergibt. Das gestreute Elektron ist nur wenig schneller und kann daher keine gute Momentaufnahme der Lage der Quarks liefern, sondern nur ihre mittlere Position während einer Zeit $t = R/v_q \approx 10^{-23} \text{ s}$.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir die kleinsten zusammengesetzten Teile der Materie kennengelernt, die Mesonen und die Baryonen. Die Mesonen bestehen aus je einem Quark und einem Antiquark und haben Lebensdauern von weniger als 10^{-8} Sekunden. Es sollte nach dem Quarkmodell 72 verschiedene Mesonen geben, je 36 mit Spin 0 und 1. Bis heute hat man 37 davon entdeckt. Die Baryonen bestehen aus je drei Quarks, die Antibaryonen aus je drei Antiquarks. Sie haben Lebensdauern von weniger als 10^{-10} Sekunden, mit Ausnahme des Neutrons (900 s) und des Protons, welches, soviel wir bis heute wissen, stabil ist. Von den Baryonen sollte es 126 verschiedene geben, von den Antibaryonen ebenfalls: 70 mit Spin $1/2$ und 56 mit Spin $3/2$. Gefunden wurden bis heute 24 Baryonen und ebenso viele Antibaryonen. Alle Hadronen sind farblose, „weiße“ Quarkkombinationen.

Die Hadronen haben gegenüber den Elementarteilchen eine wichtige neue Eigenschaft. Sie können verschiedene Energiezustände annehmen, die sich durch die Abstände der Quarks in ihrem Inneren sowie durch deren Bahndrehimpulse und Schwingungsformen unterscheiden. Bis heute hat man bereits mehrere hundert solcher angeregter Zustände oder „Resonanzen“ gefunden. Eine quantitative Beschreibung der Bewegungen der Quarks im Inneren eines Hadrons liefern im Prinzip die Schrödinger- oder die Dirac-Gleichung. Sie sind jedoch für ein solches System höchstens numerisch lösbar. Die Existenz verschiedener Energiezustände zusammengesetzter Systeme zeigt uns, daß das Ganze mehr ist als die Summe seiner Teile. Es hat zusätzliche „Systemeigenschaften“, die mit strukturellen Veränderungen verbunden sind. Je größer und je komplizierter aufgebaut zusammengesetzte Systeme sind, desto zahlreicher werden ihre Systemeigenschaften.

5 Wie mißt man die Eigenschaften der Elementarteilchen?

In diesem Kapitel wollen wir Meßverfahren für die Eigenschaften von Elementarteilchen und von kleinen zusammengesetzten Systemen (Hadronen, Atomkernen, Atomen) besprechen. Es fällt etwas aus dem Rahmen, da ansonsten die speziellen Meßmethoden für andere Eigenschaften der Materie direkt im Zusammenhang mit der Beschreibung dieser Eigenschaften behandelt werden (siehe spätere Kapitel). Bei den Elementarteilchen machen wir eine Ausnahme. Sonst wäre das Kapitel 2, in dem ihre Eigenschaften beschrieben wurden, zu lang und unübersichtlich geworden. Wir werden im folgenden für einige der Teilcheneigenschaften die wichtigsten Meßverfahren besprechen, und zwar für Masse, Energie, Impuls, elektrische Ladung, Drehimpuls, magnetisches Moment, Lebensdauer und Größe der Teilchen. Dieses Kapitel soll uns einen Einblick vermitteln, wie man die Elementarteilcheneigenschaften messen kann, aber es soll kein Lehrbuch für solche Methoden ersetzen. Wir werden die Verfahren also nur kurz behandeln und uns auf das jeweils Charakteristische beschränken.

5.1 Nachweis- und Meßgeräte für Elementarteilchen

Elementarteilchen kann man nicht direkt sehen, denn sie sind viel kleiner als die Wellenlänge des sichtbaren Lichts. Aber man kann sie indirekt sichtbar oder hörbar machen, und man kann sie mit elektrischen Methoden zählen und registrieren. Zunächst wollen wir ein paar der wichtigsten hierfür verwendeten Geräte besprechen. Dabei beschränken wir uns auf einige gebräuchliche Methoden zum Nachweis und zur Energiemessung an Teilchen sowie zum Aufzeichnen und Sichtbarmachen ihrer Bahnen.

Das bekannteste Instrument zur Messung radioaktiver Strahlung ist der „Geiger-Müller“-Zähler (Abb. 5-1 a). Er besteht aus einem elektrisch leitfähigen zylindrischen Gefäß, das als Mittelelektrode einen feinen Draht enthält. Zwischen beiden liegt eine elektrische Spannung von einigen 100 Volt. Das Zählrohr ist mit Gas gefüllt; die nachzuweisenden Teilchen können durch eine Fenster eintreten und Gasatome ionisieren. Die dabei entstehenden Ladungsträger, Elektronen und positive Ionen, wandern im elektrischen Feld zur Anode bzw. Kathode. Der so erzeugte Strom kann über den Spannungsabfall an einem Widerstand gemessen werden.

Die Kennlinie einer solchen Anordnung zeigt Abbildung 5-1 b. Man unterscheidet vier Bereiche: I Rekombinationsbereich; hier rekombinieren die erzeugten Ladungsträger teilweise, bevor sie zu den Elektroden gelangen. II Ionisationskammerbereich; hier gelangen praktisch alle primär durch das ionisierende Teilchen erzeugten Ladungsträger an die Elektroden. III Proportionalbereich; hier erzeugen die primären Elektronen auf ihrem Weg zu den Elektroden durch Stoßionisation an Gasmolekülen weitere Ladungsträger. Der Strom ist in gewissen Grenzen proportional zur Anzahl der primären Ladungsträger und damit zu der vom Teilchen im Zählrohrvolumen deponierten Energie. Man kann das Zählrohr also als energieauflösendes Instrument verwenden. IV Auslösebereich; hier erzeugen die Ladungsträger durch Zusammenstöße mit Gasmolekülen so viele UV-Lichtquanten, die ihrerseits wieder im Gas und an den Zählrohrwänden Photoelektronen auslösen, daß die Entladung sich im ganzen Volumen ausbreitet. Die Stromstärke wird dann unabhängig von der Zahl der primär erzeugten Ladungsträger („Geiger-Zähler“ im engeren Sinne). Praktisch jedes in das Zählrohr gelangende Teilchen wird registriert, auch wenn es nur ein einziges Ionenpaar erzeugt. Das Zählrohr ist das in der Strahlenschutzpraxis am häufigsten verwendete Gerät. Zur genauen Energiebestimmung ist es jedoch nicht geeignet, weil der Entladungsvorgang nicht sehr übersichtlich und schwer berechenbar verläuft. Für solche Zwecke verwendet man Szintillationszähler oder Proportionalkammern.

Zählrohr

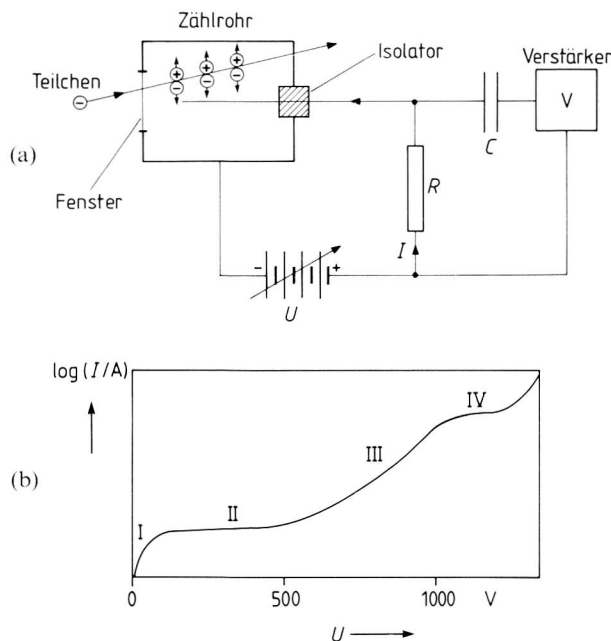


Abb. 5-1. Das Zählrohr („Geiger-Zähler“). (a) Schematischer Aufbau und Schaltung. (b) Strom-Spannungs-Kennlinie der Anordnung im Teilbild a. Die römischen Zahlen kennzeichnen die im Text erläuterten Spannungsbereiche.

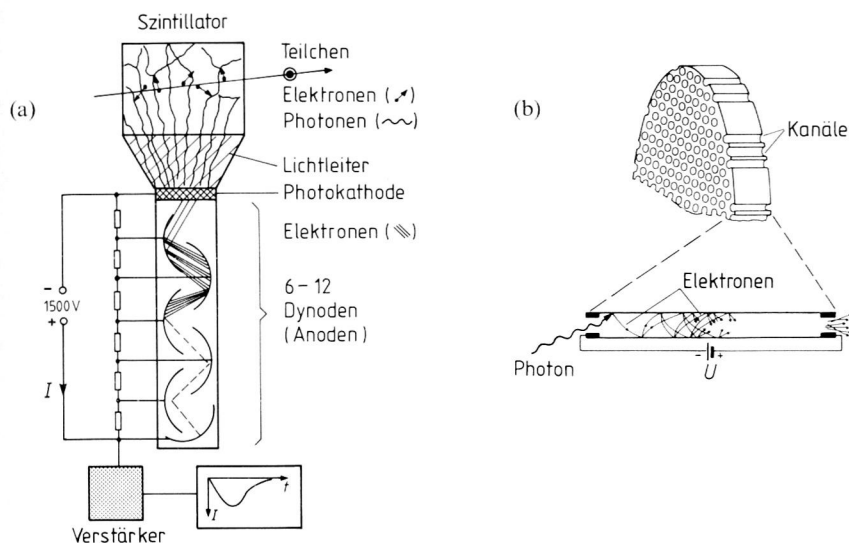


Abb. 5-2. Der Szintillationszähler. (a) Prinzip-Schaltbild. Photonen, die auf die verspiegelten Wände des Szintillatorkristalls fallen, werden teilweise reflektiert und gelangen über den Lichtleiter auf die Photokathode, wo Elektronen freigesetzt werden. Diese erzeugen an der ersten Dynode des SEV Sekundärelektronen usw. Über einen elektronischen Verstärker läßt sich der ursprüngliche Lichtimpuls um ein Vielfaches verstärkt als Stromimpuls z. B. auf einem Oszillographen anzeigen. (b) Photokathode eines positionsempfindlichen Mikrokanal-Multipliers mit einer Ortsauflösung von etwa $100\ \mu\text{m}$ (nach Kleinknecht 1986).

Der Szintillationszähler ist eines der am meisten verwendeten Geräte der Teilchen- und Kernphysik. Seine Wirkungsweise ist in Abbildung 5-2 skizziert. Ein geladenes Teilchen durchquert den Szintillator und ionisiert dabei einige von dessen Atomen. Die bei der Rekombination der freigesetzten Elektronen mit Störstellen im Szintillator entstehenden Photonen werden durch einen Lichtleiter zur Photokathode eines Sekundärelektronenvervielfachers („SEV“ oder „Multiplier“) geführt. Dort erzeugen sie Photoelektronen, die im elektrischen Feld zu mehreren hintereinander angeordneten Anoden wandern. Dabei werden sie stufenweise beschleunigt und machen an jeder Anode einige zusätzliche Elektronen frei. Auf diese Weise verstärkt sich der ursprüngliche Elektronenstrom immer weiter. Man kann Verstärkungsfaktoren von 10^9 erreichen und aus einem Photon einen Stromimpuls von etwa $10^{-4}\text{ A} \cdot 10^{-5}\text{ s}$ erhalten. Die Impulsfläche ist proportional zur im Szintillator abgegebenen Energie des Teilchens. Daher eignet sich ein Szintillationszähler zur Energiemessung, wenn man ihn vorher mit Teilchen bekannter Energie eicht. Als Szintillatoren verwendet man meist NaI-Kristalle, die mit Tl-Ionen als Lumineszenzsubstanz aktiviert sind; darüber hinaus werden mit Terphenyl aktiviertes Polystyren oder flüssige Szintillatorsubstanzen auf Toluol-Basis eingesetzt. Die letzteren kann man in ihrer Form natürlich leicht jedem beliebigen Verwendungszweck anpassen.

Ein Halbleiterzähler ist einfacher aufgebaut als ein Szintillationszähler. Hier werden die erzeugten Ionen direkt, und nicht auf dem Umweg über Photonen, in elektrische Spannungsimpulse umgewandelt. Der Halbleiterzähler hat ein etwa zehnmal größeres Energieauflösungsvermögen als der Szintillationszähler, aber er besitzt nur ein relativ kleines Zählvolumen. In Abbildung 5-3a ist sein Prinzip erklärt. Das zu untersuchende Teilchen ionisiert längs seiner Bahn durch einen Germanium- oder Silizium-Einkristall dessen Atome. In einem elektrischen Feld werden die Ionen getrennt; der so entstehende Stromimpuls wird verstärkt. Seine Ladung ist proportional zur im Kristall deponierten Energie des Teilchens. Sortiert man die Impulse nach der Größe ihrer Ladung, so erhält man ein Spektrum, wie es in Abbildung 5-3b dargestellt ist. Zum Vergleich ist dasselbe Spektrum mit

Szintillationszähler

Halbleiterzähler

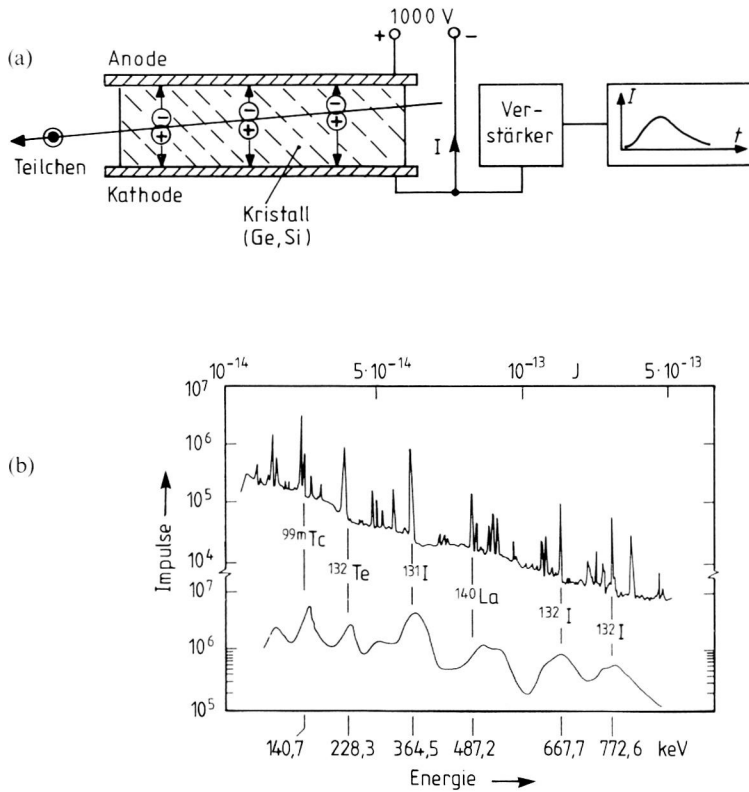


Abb. 5-3. Der Halbleiterzähler. (a) Prinzip-Schaltbild. (b) Gamma-Spektrum von Uran-Spaltprodukten, aufgenommen mit einem Halbleiterzähler (obere Kurve) bzw. mit einem Szintillationszähler (untere Kurve) (nach Frauenfelder und Henley 1974).

einem Szintillationszähler aufgenommen. Ein Nachteil der Halbleiterzähler besteht darin, daß man die meisten von ihnen bei tiefen Temperaturen, in flüssigem Stickstoff, betreiben muß. Bei Raumtemperatur liefern die thermisch erzeugten Ionen einen zu hohen Untergrund. Aus dem gleichen Grunde kann man auch nur Einkristalle verwenden, denn auch an Kristallbaufehlern werden thermisch leicht Ionen erzeugt, die den Untergrund in die Höhe treiben.

Die bisher besprochenen Nachweisinstrumente gestatten es nicht, die Bahn eines Teilchens genau zu beobachten. Dies ist aber, wie wir noch sehen werden, für seine Identifizierung und für die Bestimmung seiner Eigenschaften meist unerlässlich. Ein sehr vielseitiges Instrument zur Beobachtung von Teilchenbahnen ist die Blaskammer (Abb. 5-4). Sie besteht aus einem teilweise durchsichtigen Gefäß, das mit einer wasserstoffhaltigen, überhitzten Flüssigkeit gefüllt ist. Durch die Überhitzung bilden sich längs der Bahn eines Teilchens an den dort erzeugten Ionen kleine Dampfbläschen, die man photographieren kann. Das Überhitzen geschieht meist durch einen Kolben, mit dem man den Druck schnell unter den zur betreffenden Temperatur gehörigen Dampfdruck erniedrigen kann. Die ganze Kammer befindet sich in einem Magnetfeld, in dem die Bahn elektrisch geladener Teilchen aufgrund der Lorentz-Kraft gekrümmt verläuft. Diese Bahnkrümmung dient, wie wir noch sehen werden, zur Impulsbestimmung. Die Füllung der Kammern besteht meist aus Wasserstoff, Propan oder Freon unter einem Druck von etwa 10 bar. Die Kammervolumina betragen bis zu 20 m^3 , die typischen Werte für die Magnetfeldstärken gehen bis zu 3,5 T. Der Expansionskolben arbeitet zyklisch mit etwa 1 s Hubzeit, wovon nur etwa 10 ms Expositionszeit zur Verfügung stehen,

Blaskammer

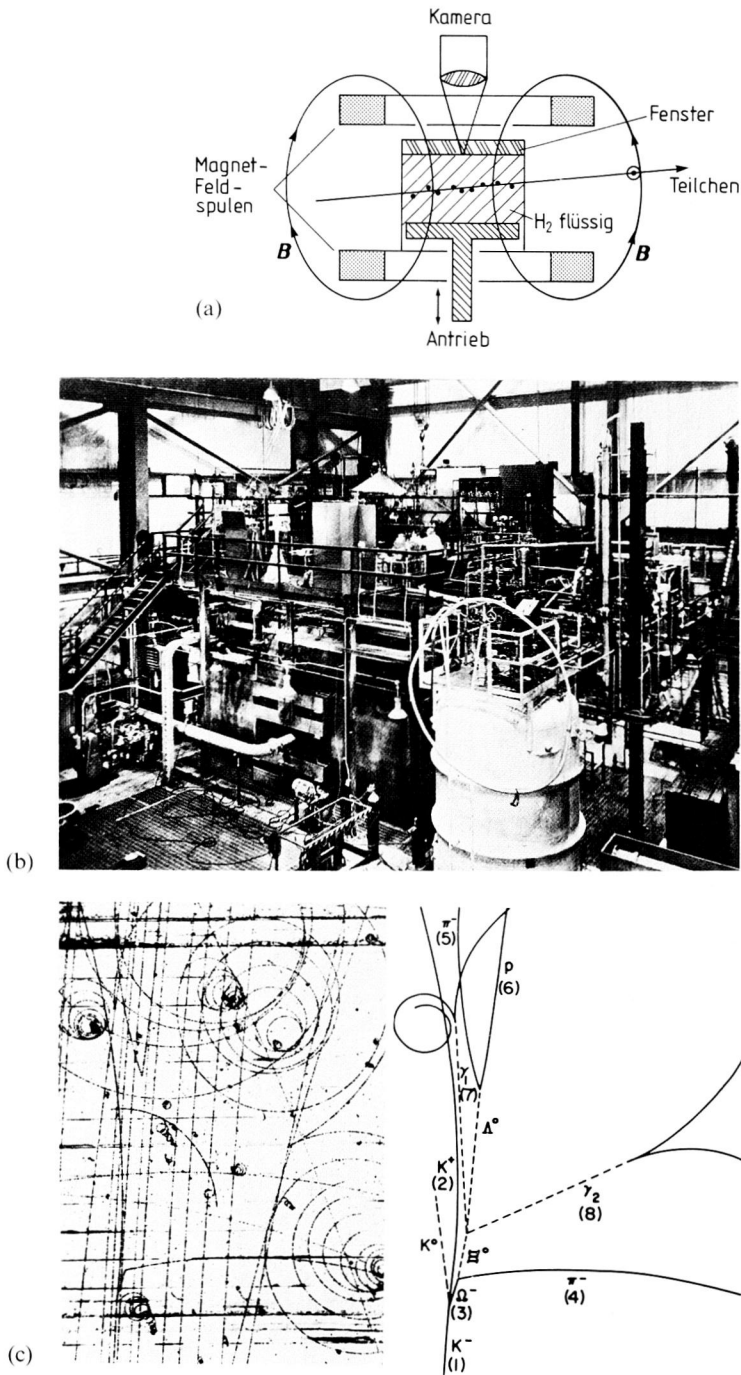
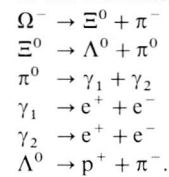


Abb. 5-4. Die Blasenkammer.

(a) Prinzip. Die Kammer ist mit flüssigem Wasserstoff gefüllt, der durch plötzliche Expansion überhitzt wurde. Ein hindurchtretendes Teilchen erzeugt längs seiner Bahn kleine Dampfbläschen, die durch ein Fenster photographiert werden können. Ein Magnetfeld dient zur Bestimmung der elektrischen Ladung des Teilchens aus der Bahnkrümmung im Feld. (b) Große Blasenkammer (mit freundlicher Genehmigung des Argonne National Laboratory, Argonne, USA).

(c) Blasenkammeraufnahme des Ω^- -Teilchens und seines Zerfalls; links Originalaufnahme, rechts schematisiert. Ungeladene Teilchen, die keine Spuren hinterlassen, sind gestrichelt dargestellt. Magnetfeld 1,8 T senkrecht zur Zeichenebene. Folgende Reaktionen laufen ab (aus Atkins 1974): $K^- + p^+ \rightarrow K^+ + \Omega^- + K^0$ (Zusammenstoß eines K^- -Mesons mit einem Proton des Wasserstoffs in der Kammer)



während denen die Überhitzung geeignete Werte hat. Eine Blasenkammeraufnahme ist in Abbildung 5-4c wiedergegeben. Sie zeigt die Beobachtung des aus drei s-Quarks bestehenden Ω^- -Teilchens.

Blasenkammern sind sehr aufwendig im Betrieb, sie sind ziemlich träge und nur für einen kurzen Zeitraum empfindlich. Diese Nachteile haben Proportionalkammern (Abb. 5-5) nicht. Dabei handelt es sich um Anordnungen, die wie ein Zählrohr im Proportionalbereich (siehe Abb. 5-1 b)

Proportionalkammer

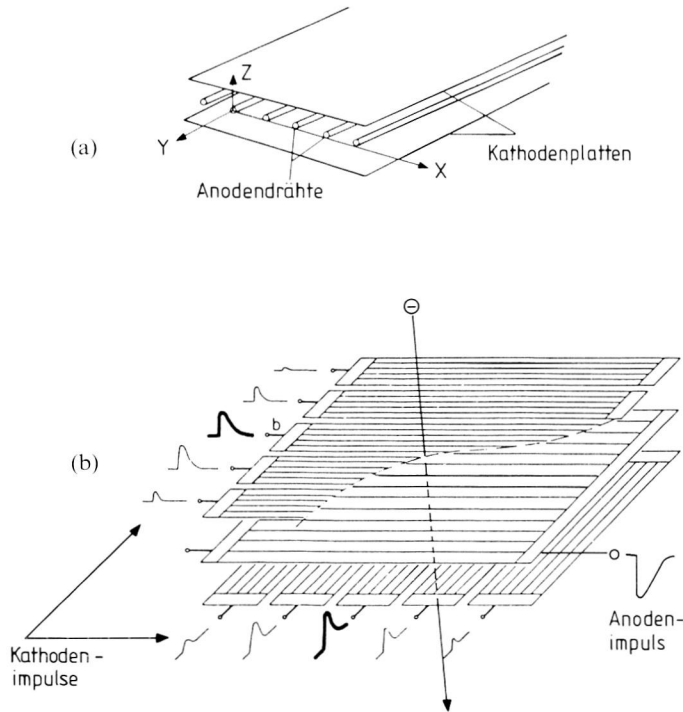


Abb. 5-5. Die Proportional-Kammer. (a) Prinzip der Proportional-Kammer, analog zum Zähler (Abb. 5-1) im Proportionalbereich III der Kennlinie (nach Kleinknecht 1986). (b) Ortsauflösung in der Proportional-Kammer mittels drahtförmiger Anoden und Kathoden. Die Schnittpunkte der Drähte, an denen die höchsten Spannungs- bzw. Stromimpulse auftreten (dick gezeichnet), markieren den Durchtrittsort des Teilchens (nach Kleinknecht 1986). (c) Drei Schichten einer Proportional-Driftkammer für den Tevatron-Beschleuniger des FERMILAB (mit freundlicher Genehmigung von FERMILAB, Batavia, USA).

funktionieren, aber ein großes Meßvolumen mit übersichtlichen Entladungsverhältnissen haben. Es werden Proportionalkammern von mehreren Quadratmetern Fläche gebaut. Der Elektrodenabstand beträgt einige mm, die angelegte Spannung einige kV. Durch Registrieren der Spannungsimpulse an Kathoden- und Anodendrähten (Abb. 5-5 b) kann man den Ort feststellen, an dem ein Teilchen die Kammer durchquert hat. Das räumliche Auflösungsvermögen beträgt etwa 30 μm , das zeitliche 30 ns.

5.2 Die Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit

Manche Größen eines Elementarteilchens, wie zum Beispiel Ruhemasse (m_0), elektrische Ladung (q), Energie (E) und Impuls (p) lassen sich im allgemeinen nicht unabhängig voneinander bestimmen. Denn bei einer solchen Messung läßt man das Teilchen mit magnetischen und elektrischen Feldern wechselwirken und beobachtet deren Einfluß auf seine Bahn. Die dabei auftretenden Meßgrößen enthalten immer Kombinationen von m_0 und q mit der Geschwindigkeit v des Teilchens. Diese jedoch kann auf ganz einfache Weise direkt bestimmt werden. Die Methode ist in Abbildung 5-6 skizziert. Man läßt das Teilchen nacheinander durch zwei

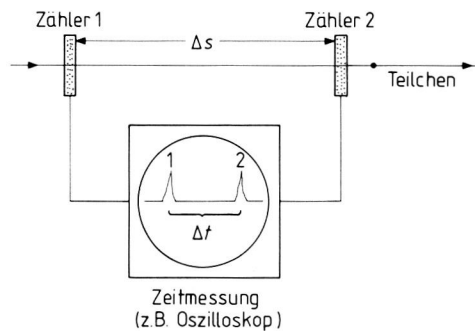


Abb. 5-6. Geschwindigkeitsmessung an einzelnen Elementarteilchen. Gemessen wird die Laufzeit Δt längs der Strecke Δs ; $v = \Delta s / \Delta t$.

im Abstand Δs aufgestellte Zähler fliegen (Halbleiter- oder Szintillationszähler) und mißt die Flugzeit Δt . Die Geschwindigkeit ergibt sich dann einfach als $v = \Delta s / \Delta t$. Mit dieser Methode ist es heute möglich, Geschwindigkeiten bis nahe c mit einer Genauigkeit von 1% zu messen. Bei bekannter Ruhemasse m_0 , über deren Bestimmung wir gleich reden werden, kann man dann den Impuls $p = m_0 v$ und die kinetische Energie $E_k = m_0 v^2 / 2$ berechnen. Für relativistische Teilchen mit $v \lesssim c$ gilt entsprechend

$$E_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right); \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (5-1)$$

5.3 Die Bestimmung der elektrischen Ladung

Wenn man die Geschwindigkeit eines Teilchens kennt, kann man seine elektrische Ladung q ermitteln, indem man es durch ein Gas oder eine Flüssigkeit von bekannter Dichte und Zusammensetzung hindurchlaufen

läßt. Dabei verliert es Energie durch die Ionisierung der Atome des Mediums. Für den mittleren spezifischen Energieverlust dE/dx längs einer Wegstrecke dx im Medium gilt eine von H. Bethe und F. Bloch abgeleitete Beziehung:

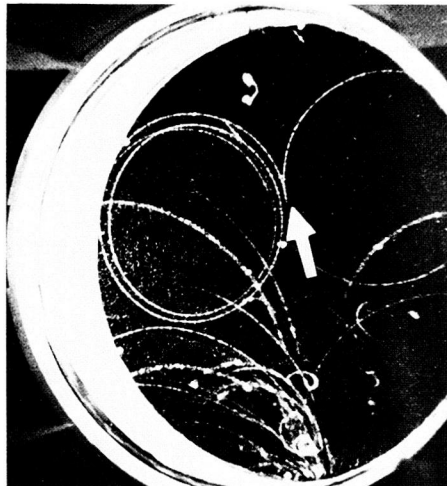
$$\frac{dE}{dx} = - \frac{n_e q^2 e_0^4}{4 \pi \varepsilon_0^2 \cdot m_e v^2} \left\{ \ln \left[\frac{2 m_e v^2}{E_i (1 - v^2/c^2)} \right] - \frac{v^2}{c^2} \right\}. \quad (5-2)$$

Dabei ist n_e die Elektronendichte im Medium, E_i die mittlere Ionisierungsenergie seiner Atome, ε_0 die Influenzkonstante und m_e die Elektronenmasse. Der Energieverlust ist also unabhängig von der Masse m_i des Teilchens. Die Formel gilt jedoch nur näherungsweise für $E \ll m_i^2 c^2 / 2 m_e$, und sie enthält als empirische Konstante die Größe E_i . Diese muß durch Eichmessungen bestimmt werden.

Die Beziehung (5-2) gilt für elektrisch geladene Mesonen und Baryonen sowie für Elektronen mit kleinerer Energie als 10^{-10} J/Z , wobei Z die Ordnungszahl des ionisierten Medium ist. Die Meßgröße dE/dx kann man auf zweierlei Weise ermitteln: Entweder läßt man das Teilchen vor und nach dem Durchqueren des zu ionisierenden Mediums der Dicke Δx durch je eine Flugzeitanordnung nach Abbildung 5-6 laufen – dann bestimmt man ΔE aus der Geschwindigkeitsabnahme Δv im Medium. Oder man mißt die Anzahl der in der Bremssubstanz erzeugten Ionenpaare, zum Beispiel mittels einer Ionisationskammer oder durch Auszählen der entstandenen Kondensationskeime (siehe Abb. 5-7 a). Aus der Beziehung (5-2) erhalten wir dann bei bekannter Teilchengeschwindigkeit den Betrag $|q|$



(a)



(b)

Abb. 5-7. (a) Ionisierungsdichte von Elektronen in der Nebelkammer. Die Nebelkammer funktioniert ähnlich wie die Blaskammer (Abb. 5-4), mit dem Unterschied, daß sie mit einem Gas gefüllt ist, welches zur Bildung von Nebeltröpfchen unterkühlt wurde. Man erkennt hier die statistische Natur der Ionisierungsprozesse längs der Bahn der Teilchen. Der helle Fleck in der Bildmitte rührt von einem senkrecht zur Bildebene durchgelaufenen Sekundärelektronen her. Vergrößerung 5,5-fach (aus Dee 1932). (b) Paarbildung in der Nebelkammer, hier am Beispiel der Entstehung eines Elektron-Positron-Paares aus einem Photon im Feld eines Atomkerns. Das Elektron (links) läuft mehrfach um, das Positron (rechts) wird nach einem Umlauf vernichtet. Kammerdurchmesser 30 cm, Magnetfeld 0,162 T senkrecht zur Bildebene, Kammerfüllung Methan, Druck 1,5 bar (aus Phillips und Kruger 1949).

seiner elektrischen Ladung. Ihr Vorzeichen kann man auf diese Weise noch nicht bestimmen, doch ergibt es sich zwanglos bei der Messung der Masse (siehe nächsten Abschnitt).

5.4 Die Bestimmung der Masse

Kennt man die Geschwindigkeit v und die elektrische Ladung q eines Teilchens, so kann man die Masse aus der Krümmung seiner Bahn in einem magnetischen Feld \mathbf{B} bestimmen. Wenn \mathbf{B} und \mathbf{v} senkrecht aufeinander stehen, so durchläuft das Teilchen eine Kreisbahn, deren Krümmungsradius R leicht zu messen ist (siehe Abb. 5-7 b und 5-4 c). Durch Gleichsetzen von Lorentz-Kraft $\mathbf{F}_L = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ und Zentripetalkraft $\mathbf{F}_z = (mv^2/R)(\hat{\mathbf{R}}/R)$ erhält man für $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$

$$m = \frac{qBR}{v}. \quad (5-3)$$

Die Bahn des Teilchens wird mit einer der oben besprochenen Bahnspurkammern aufgezeichnet. Kennt man v noch nicht, so erhält man auf diese Weise zunächst den Impuls $mv = qBR$.

Um die Masse des Teilchens genau zu bestimmen, braucht man entweder ein möglichst starkes oder besser ein möglichst ausgedehntes und homogenes Magnetfeld. So erfordert zum Beispiel ein relativistisches Proton der Ladung $q = e_0$ und der Energie 10^{-10} J ($\approx 1 \text{ GeV}$) bei einem Kammerradius von 2 m nach Gleichung (5-3) eine Feldstärke von etwa 3 T, damit die Kreisbahn ganz in der Kammer verläuft. Dieses Feld muß über die ganze Kammer möglichst homogen sein, wenn man die Masse des Teilchens genau bestimmen möchte. Man erhält als Meßgröße zunächst die Gesamtmasse m , woraus man die Ruhemasse $m_0 = m\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ bei bekannter Geschwindigkeit berechnen kann.

Alle bisher besprochenen Meßverfahren beruhen auf der Wechselwirkung der elektrischen Ladung des Teilchens mit elektromagnetischen Feldern, das heißt auf der Coulomb-Kraft oder der Lorentz-Kraft. Daher kann man elektrisch neutrale Teilchen (Neutronen, Neutrinos, neutrale Feldquanten usw.) mit diesen Verfahren nicht unmittelbar erfassen. Dafür benötigt man spezielle Methoden, deren Besprechung über den Rahmen dieses Kapitels hinausgehen würde. Die einfachste Methode besteht darin, den Impuls des neutralen Teilchens durch Stoß auf ein geladenes zu übertragen und dieses dann weiter zu untersuchen. Einzelheiten hierüber findet man in den am Ende des Buches genannten Lehrbüchern.

5.5 Die Bestimmung von Eigendrehimpuls und magnetischem Moment

Die bisher behandelten Eigenschaften (Ladung, Masse und Geschwindigkeit) konnten direkt an einzelnen Elementarteilchen gemessen werden. Das trifft für den Eigendrehimpuls und das magnetische Moment nur noch sehr beschränkt zu. Hierfür benötigt man im allgemeinen eine sehr große Zahl gleichartiger Teilchen, entweder in Form kondensierter Materie oder als Teilchenstrahl, zum Beispiel aus einem Beschleuniger.

Der Eigendrehimpuls eines Elementarteilchens beträgt $\hbar/2 = 0,525 \cdot 10^{-34}$ Js oder ein kleines Vielfaches davon. Dies ist verschwindend wenig, verglichen mit den gerade noch meßbaren Drehimpulsen kleinster makroskopischer Körper, zum Beispiel einer Mikrodrehwaage. Die Meßgenauigkeit einer solchen Waage ist durch die Brownsche Molekularbewegung der umgebenden Luft begrenzt. Die mittlere thermische Schwankung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}$ beträgt $\sqrt{\langle \dot{\phi}^2 \rangle} = \sqrt{kT/\Theta^*}$, wobei k die Boltzmann-Konstante, T die absolute Temperatur und Θ das Trägheitsmoment der Drehwaage ist. Für $T = 10$ K und $\Theta = mR^2/2 = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot (10^{-3} \text{ m})^2 = 5 \cdot 10^{-13} \text{ kg m}^2$ ergibt sich $\sqrt{\langle \dot{\phi}^2 \rangle} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Aus dem Drehimpulssatz $J = \Theta \dot{\phi}$ folgt dann für den kleinsten meßbaren Drehimpuls $J_{\min} \approx 10^{-17}$ Js. Das entspricht der Summe der Eigendrehimpulse von 10^{17} Elementarteilchen!

**Größe des
Eigendrehimpulses**

Auf diese Weise ist es gelungen, den Eigendrehimpuls von Photonen zu messen, da man genügend intensive Quellen für polarisiertes Licht zur Verfügung hat. Bei allen übrigen Elementarteilchen ist das jedoch nicht der Fall. Hier ist man auf indirekte Methoden angewiesen, die alle darauf beruhen, daß mit den elementaren Drehimpulsen s elektrisch geladener Teilchen ein magnetisches Dipolmoment μ starr verbunden ist. Die Ursache hierfür kennen wir bis heute nicht.

Die klassische Vorstellung, nämlich daß μ durch eine Eigenrotation der elektrischen Ladung des Teilchens zustandekommen könnte, ist falsch. Sie führt zu völlig paradoxen Ergebnissen für die Rotationsgeschwindigkeit oder die Größe der Elementarteilchen. Nehmen wir zum Beispiel an, das magnetische Moment des Elektrons $\mu_e = -9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$ entstehe durch einen Kreisstrom I der Elementarladung e_0 , die mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Fläche A rotiert, so gilt

Klassische Paradoxien

$$\mu_e = I A = e_0 \frac{\omega}{2\pi} \pi R^2; \quad \omega = \frac{2\mu_e}{e_0 R^2}.$$

Die Geschwindigkeit v der Ladung ergibt sich, wenn man für R den maximal möglichen Elektronenradius von 10^{-18} m (siehe Kap. 2) einsetzt, zu

$$v = \omega R = \frac{2\mu_e}{e_0 R} = \frac{2 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-18}} = 1,16 \cdot 10^{14} \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^5 c.$$

Das ist die 300 000fache Lichtgeschwindigkeit!

*) Dies ergibt sich durch Gleichsetzen der kinetischen Rotationsenergie $\Theta \dot{\phi}^2/2$ und der mittleren thermischen Energie pro Freiheitsgrad $kT/2$.

Zu einem ähnlich verrückten Ergebnis kommen wir, wenn wir die Umfangsgeschwindigkeit v am Äquator aus der Elektronenmasse m_e und dem Eigendrehimpuls $|s| = \Theta \omega$ berechnen (Trägheitsmoment einer homogenen Kugel $\Theta = (3/5) m R^2$):

$$v = \omega R = \frac{|s| R}{\Theta} = \frac{|s|}{0,4 m_e R} = \frac{0,525 \cdot 10^{-34}}{0,4 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = 1,44 \cdot 10^{14} \text{ m/s.}$$

Wir müssen uns also von der Vorstellung trennen, daß Elementarteilchen kleine rotierende Kugeln von Masse und elektrischer Ladung sind. Eine andere Möglichkeit, das magnetische Dipolmoment der Elementarteilchen zu erklären, bestünde darin, es aus zwei entgegengesetzten magnetischen Monopolen zusammengesetzt zu denken. Diese Annahme ist bis heute aber rein hypothetischer Natur. Zum einen sind solche Monopole trotz zahlreicher Bemühungen bisher noch nicht gefunden worden. Zum anderen widersprechen Messungen der Kraftwirkung im inhomogenen Magnetfeld einer solchen Konfiguration. Schließlich würde auch keines der bekannten Naturgesetze die beobachtete starre Kopplung zwischen einem solchen Dipolmoment und dem mechanischen Eigendrehimpuls erklären.

Formal lautet die Beziehung für diese Kopplung

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \cdot \mathbf{s}, \quad (5-4)$$

wobei die Konstante γ als gyromagnetisches Verhältnis bezeichnet und aus historischen Gründen

$$\gamma = g \frac{e_0}{2m} \equiv g \frac{\mu_i}{\hbar} \quad \left(\text{Dimension } \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2} \right) \quad (5-5)$$

geschrieben wird^{*)}. Die Größe $\mu_i = e_0 \hbar / 2m$ wird „Magneton“ genannt; für Elektronen beträgt sie $\mu_B = -9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$ (Bohr-Magneton). Setzt man für m die Protonenmasse ein, so erhält man eine Größe, die „Kernmagneton“ genannt wird, $\mu_k = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ A m}^2$. Das wirkliche magnetische Moment des Protons beträgt demgegenüber $1,41 \cdot 10^{-26} \text{ A m}^2$ oder $2,79 \mu_k$. Das negative Vorzeichen bei μ_B rührt daher, daß die Ladung des Elektrons selbst negativ ist. Die bis heute nicht völlig verstandene Information über den Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{\mu}$ und \mathbf{s} steckt also in dem Faktor g , der auch Landé-Faktor oder spektroskopischer Aufspaltungsfaktor genannt wird (siehe Abschnitt 7.5).

Es gibt eine Methode, den gesamten Drehimpuls (Eigen- plus Bahndrehimpuls) der Elektronen eines Festkörpers direkt zu messen, den Einsteinde-Haas-Effekt (Abb. 5-8). Wird ein frei drehbar aufgehängter Eisenstab bis zur Sättigung magnetisiert, und wird dann seine Magnetisierung \mathbf{M} durch ein äußeres Magnetfeld um 180° gedreht, so erfährt der Stab ein Drehmoment um seine vertikale Achse. Dieses rührt daher, daß beim Ummagnetisieren die magnetischen Momente $\boldsymbol{\mu}_e$ eines Teils der Elektronen umgedreht werden. Die starr mit $\boldsymbol{\mu}_e$ verbundenen Eigendrehimpulse \mathbf{s}_e der Elektronen müssen dann diese 180° -Drehung mitmachen. Da der Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} des Systems erhalten bleiben muß, ändert sich der Drehimpuls des frei aufgehängten Stabes um $2 \sum |\mathbf{s}_e|$. Die auf diese Weise

Gyromagnetisches Verhältnis

Direkte Messung des Drehimpulses

^{*)} Das Verhältnis zwischen $\boldsymbol{\mu}$ und Drehimpuls \mathbf{I} einer auf einem Kreis umlaufenden punktförmigen Masse m mit der elektrischen Ladung e_0 , $\boldsymbol{\mu} = I \mathbf{A} = e_0 \omega R^2 / 2 = e_0 \omega \Theta / 2m = (e_0 / 2m) |\mathbf{I}|$ liefert $g = 1$.

5.6 Die Bestimmung der Lebensdauer

Stabile Teilchen sind nach unserer heutigen Kenntnis nur e^- , e^+ , u , \bar{u} , \bar{d} , \bar{v}_e , \bar{v}_e und die Feldquanten Γ , γ , G_{ij} (vgl. Abb. 2-2). Alle anderen Teilchen zerfallen im Lauf der Zeit in leichtere. Ihre Lebensdauern liegen zwischen 10^{-6} und 10^{-24} Sekunden, wenn man vom Neutron absieht (siehe Tab. 2-2, 2-3, 4-1, 4-2). Die Größenordnung dieser Lebensdauern ist durch die Art der beim Zerfall maßgebenden Wechselwirkung bestimmt und beträgt für die starke Wechselwirkung etwa 10^{-23} s, für die elektromagnetische Wechselwirkung rund 10^{-18} s und für die schwache Wechselwirkung etwa 10^{-10} s. Lebensdauern von mehr als etwa 10^{-13} s kann man im allgemeinen noch direkt messen. Entweder beobachtet man die gesamte Bahn der Länge L des Teilchens, von seiner Entstehung bis zu seinem Zerfall, in einer Bahnspur und bestimmt die Lebensdauer τ aus der gleichzeitig gemessenen Geschwindigkeit v zu $\tau = L/v$. Oder man kennt den Zeitpunkt t_e der Entstehung (zum Beispiel eines Stoßprozesses) und den des Zerfalls (t_z) (zum Beispiel durch Registrierung der Zerfallsprodukte). Dann ist $(t_z - t_e) = \tau$ (Abb. 5-10).

Die sehr viel kürzeren Lebensdauern der meisten Teilchen kann man nur indirekt bestimmen, denn ein mit $v = 0,99c$ fliegendes Teilchen mit einer Ruhe-Lebensdauer von 10^{-13} s legt nur noch eine Strecke von 2/10 mm zurück, so daß Laufzeitmessungen schwierig werden. Grundlage für die indirekte Bestimmung von τ ist Heisenbergs Unschärfebeziehung $\Delta E \cdot \tau \geq h/2$ zwischen der mittleren Lebensdauer τ und der Unbestimmtheit $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ der Energie des Teilchens. Instabile Elementarteilchen haben keine wohldefinierte feste Masse, diese schwankt vielmehr in einem gewissen Bereich Δm um einen Mittelwert \bar{m} . Das ist eine Folge des Welleilchen-Dualismus, wie wir in der Quantenmechanik gelernt haben. Die in den Tabellen der Kapitel 2 und 4 angegebenen Ruhemassen der Teilchen entsprechen den gemessenen Mittelwerten \bar{m} .

Wie kann man nun die Größe $\bar{m} \pm \Delta m$ bestimmen? Das ist relativ einfach: Man erzeugt eine Reihe von Teilchen derselben Art und mißt jeweils

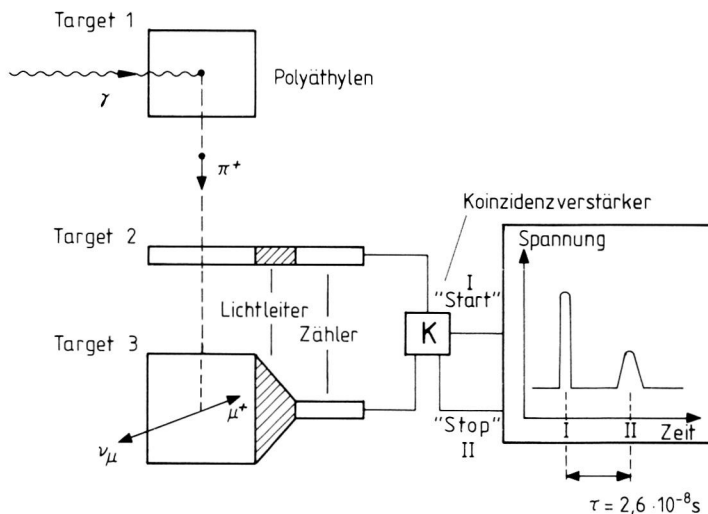


Abb. 5-10. Messung der Lebensdauer τ von Pionen (π^+). Die Pionen werden im Target 1 durch Zusammenstoß von Photonen mit Protonen erzeugt ($\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$). Sie durchfliegen Target 2 und werden im Target 3 gestoppt. Dort zerfallen sie nach einigen 10^{-8} Sekunden in $\mu^+ + \nu_\mu$. Die Koinzidenzschaltung K liefert den ersten Impuls (I) wenn das Pion sehr kurze Zeit nach seiner Entstehung in Target 3 ankommt. Der zweite Impuls (II) entsteht durch vom Myon erzeugte Ionisation, wenn es im Target 3 zerfällt.

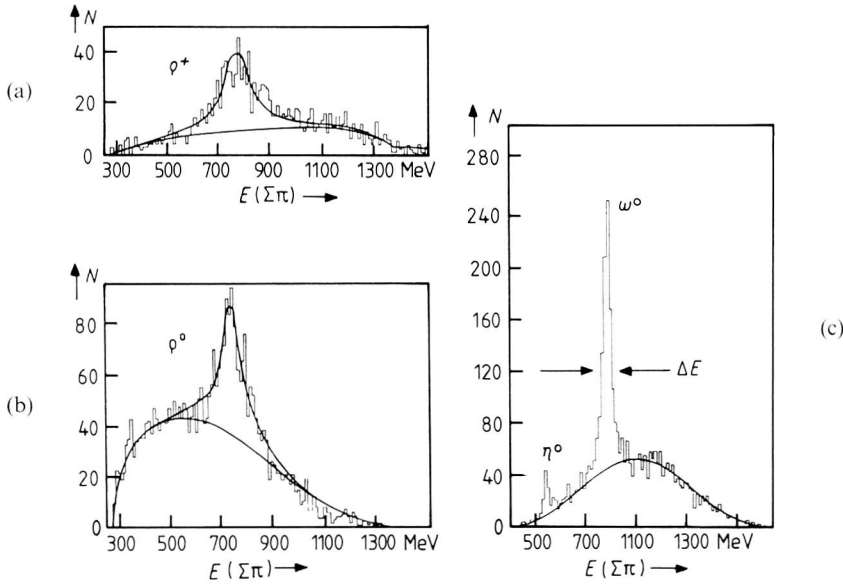


Abb. 5-11. Lebensdauerermessungen von Mesonen ($\eta^0, \rho^+, \rho^0, \omega^0$). Aufgetragen ist die Anzahl N der beobachteten Zweier- bzw. Dreiergruppen von Pionen gegen die Gesamtenergie $E(\Sigma\pi)$ der Gruppe pro MeV-Interfall. Die Pionen entstehen beim Zerfall dieser Mesonen, die ihrerseits durch Zusammenstöße von Pionen mit Protonen erzeugt wurden (nach Perkins 1983).
(a) $\pi^+ \pi^0$ -Zerfall des ρ^+ ,
(b) $\pi^+ \pi^-$ -Zerfall des ρ^0 ,
(c) $\pi^+ \pi^- \pi^0$ -Zerfall des η^0 und ω^0 .

die gesamte bei ihrem Zerfall freiwerdende Energie E . Die so bestimmte Energieverteilung ist dann ein Maß für $\bar{E} \pm \Delta E$ bzw. $\bar{m} \pm \Delta m$ (Abb. 5-11). Die Zerfallsenergie E erhält man als Summe der Energien aller Zerfallsprodukte. Im Fall der Abbildung 5-11 sind dies durchwegs Pionen. Deren Energie bestimmt man entweder aus ihrer Bahnkrümmung im Magnetfeld oder aus ihrer Geschwindigkeit, die mit der in Abbildung 5-6 dargestellten Anordnung gemessen werden kann.

5.7 Die Bestimmung von Größe und Struktur der Teilchen

Die Größe und die innere Struktur von Teilchen kann man durch Streuexperimente bestimmen, wie wir sie schon einige Male besprochen haben (siehe Abb. 2-3, 2-8, 4-8). Dabei werden Teilchen mit schon bekannten Eigenschaften an den zu untersuchenden Teilchen gestreut. Infolge der Wechselwirkungen zwischen den streuenden und den gestreuten Teilchen ändern im allgemeinen beide ihre Flugrichtung (siehe Abb. 2-3), ihre Energie und ihren Impuls. Wir behandeln diesen Prozeß jetzt hier etwas ausführlicher als die anderen Meßmethoden, weil er nicht nur zur Bestimmung der Größe von Elementarteilchen verwendet wird, sondern auch zu Strukturuntersuchungen in Atomen, Molekülen und in kondensierter Materie.

Mathematisch läßt sich ein Streuprozess durch die Schrödinger-Gleichung (4-1) beschreiben:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t).$$

Elastische Streuprozesse

Dabei ist $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0 + \psi_g$ die Gesamtwellenfunktion des einfallenden (ψ_0) und des gestreuten (ψ_g) Teilchens, m seine Masse und $U(\mathbf{r}, t)$ das Wechselwirkungspotential zwischen einfallendem und streuendem Teilchen (Abb. 5-12). Bezüglich des Streupotentials U können wir die folgenden Fälle unterscheiden (Abb. 5-13):

- Nur schwache Wechselwirkung; Streuung von Neutrinos; $U_w(\mathbf{r}, t)$ nicht bekannt; Streuquerschnitte bzw. -intensitäten außerordentlich klein.
- Schwache und elektromagnetische Wechselwirkung; Streuung von elektrisch geladenen Leptonen aneinander oder an Quarks; Coulomb-Potential bekannt.
- Schwache, elektromagnetische und starke Wechselwirkung zusammen; Streuung von Hadronen an Hadronen; Coulomb-Potential genau bekannt, das der starken Wechselwirkung näherungsweise.

In allen Fällen ist der Beitrag der Gravitationswechselwirkung vernachlässigbar klein (siehe Tab. 3-2).

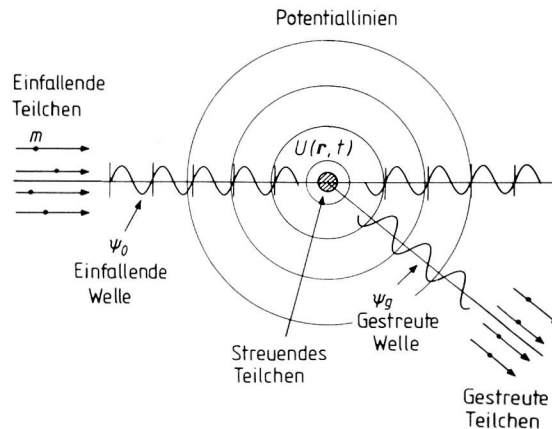


Abb. 5-12. Streuprozess im Wellen- und Teilchenbild. Wenn sich das streuende Teilchen während des Streuvorgangs bewegt, hängt sein durch Höhenlinien angedeutetes Potential von der Zeit ab. Die Fronten der auslaufenden Welle ψ_g entsprechen qualitativ dem Potentialverlauf $U(r)$.

Einfallende Teilchen	Streuende Teilchen	Gestrene Teilchen
(a) ν (Neutrino)	ν (Neutrino), e^- (Elektron), Ha (Hadron)	ν (Neutrino)
(b) e^- (Elektron)	e^- (Elektron), Ha (Hadron)	e^- (Elektron)
(c) Ha (Hadron)	Ha (Hadron)	Ha (Hadron)

Abb. 5-13. Schematische Veranschaulichung von Streuprozessen im Teilchenbild bei verschiedenen Wechselwirkungen. (a) Nur schwache Wechselwirkung; (b) schwache und elektromagnetische Wechselwirkung; (c) schwache, elektromagnetische und starke Wechselwirkung. Die Wechselwirkungen sind folgendermaßen symbolisiert: \circ schwache, $*$ elektromagnetische, \odot starke Wechselwirkung (ν Neutrino, e^- Elektron, Ha Hadron).

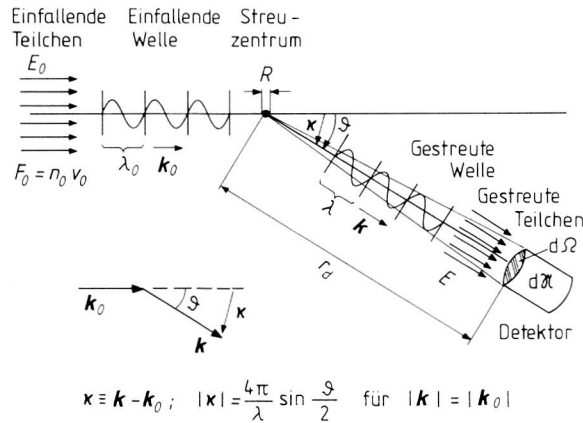


Abb. 5-14. Die wichtigsten Bezeichnungen beim Streuprozess.

F_0	Einfallender Teilchenstrom	ϑ	Streuwinkel
n_0	Teilchendichte im einfallenden Strom	λ	Gestrene Wellenlänge
v_0	Teilchengeschwindigkeit im einfallenden Strom	$ \mathbf{k} = 2\pi/\lambda$	Gestrueter Wellenvektor
λ_0	Einfallende Wellenlänge	$\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$	Streuvektor
$ \mathbf{k}_0 = 2\pi/\lambda_0$	Einfallender Wellenvektor	r_d	Abstand Streuzentrum-Detektor
R	Durchmesser des Streuzentrums	$d\mathfrak{N}$	Zahl der pro Zeiteinheit ankommenden Streuteilchen
σ_p	$(\vartheta) \equiv \frac{1}{F_0} \frac{d\mathfrak{N}}{d\Omega}$	$d\Omega$	Raumwinkel, unter dem der Detektor vom Streuzentrum aus erscheint
		E	Energie der gestreuten Teilchen

Eine Möglichkeit, die Schrödinger-Gleichung für das Streuexperiment zu lösen, führt über eine Reihe von Näherungen (die Bezeichnungen sind in Abb. 5-14 erklärt):

- Das streuende Teilchen vom Radius R sei „punktförmig“ ($R \ll \lambda_0$).
- Der Abstand r_d des Detektors vom Streuzentrum sei groß ($r_d \gg R, \lambda_0$).
- Die Streuung sei elastisch („Beugung“): $E = E_0$, $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_0|$, $U(r)$ zeitunabhängig.
- Die Streuung sei schwach ($U \ll E$), das heißt die gestreute Welle unterscheidet sich nur unwesentlich von der einfallenden Welle.

Mit diesen Näherungen erhält man aus der Lösung der Schrödinger-Gleichung für die in den Detektor gestreute Intensität (Erste Bornsche Näherung):

$$|\psi^* \psi| \sim \sigma_p(\vartheta) \equiv |f(\boldsymbol{\kappa})|^2 = \left| -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} U(r) e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \right|^2. \quad (5-6)$$

Dabei ist $\sigma_p(\vartheta)$ die Zahl $d\mathfrak{N}$ der pro Raumwinkelelement $d\Omega$ und pro Zeiteinheit am Detektor ankommenden, gestreuten Teilchen, normiert auf den einfallenden Fluß $F_0 = n_0 v_0$ (Abb. 5-14): $\sigma_p(\vartheta) = d\mathfrak{N}/F_0 d\Omega$. Die Größe $f(\boldsymbol{\kappa})$ heißt Streuamplitude. Ihr Quadrat $\sigma_r(\vartheta)$, der „differentielle Wirkungsquerschnitt“, wird oft auch in der Form $\sigma_p(\vartheta) = d\sigma(\vartheta)/d\Omega$ mit $d\sigma(\vartheta) = d\mathfrak{N}/F_0$ geschrieben und hat die Dimension einer Fläche. Der Index p bezeichnet die Streuung an punktförmigen Teilchen.

Mit der Beziehung (5-6) kann man wegen der vielen einschränkenden Näherungen oft noch nicht viel anfangen. Das streuende Objekt wird meistens nicht punktförmig sein, sondern eine gewisse räumliche Ausdeh-

Strukturamplitude

nung haben. Dann kann man es sich aus vielen punktförmigen Streuzentren zusammengesetzt denken. Man erhält dann eine Intensitätsverteilung, die für die jeweilige Anordnung der Streuzentren charakteristisch ist und aus der man diese Anordnung wieder herauslesen kann. Formal wird die gestreute Intensität σ_s eines solchen Systems von Punktstreuern wieder durch einen Wirkungsquerschnitt beschrieben:

$$\sigma_s(\vartheta) = \sigma_p(\vartheta) \cdot |F(\mathbf{x})|^2. \quad (5-7)$$

Dabei ist $\sigma_p(\vartheta)$ der Wirkungsquerschnitt einer Punktquelle (siehe Gleichung 5-6) und $F(\mathbf{x})$ die Strukturamplitude (oft auch „Formfaktor“ genannt). Sie enthält die gesamte Information über die räumliche Anordnung der Punktquellen. In einfachen Fällen kann man $F(\mathbf{x})$ berechnen.

Wie wir in der Vorlesung über Wellenlehre gelernt haben, ist die Strukturamplitude gleich der Fourier-Transformierten der räumlichen Dichte $\varrho_T(\mathbf{r})$ der streuenden Teilchen

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_V \varrho_T(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{x}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (5-8)$$

integriert über das gesamte Streuvolumen V . Das Problem der Strukturbestimmung ist also identisch mit der Berechnung von $\varrho_T(\mathbf{r})$ aus den gemessenen Größen $\sigma_r(\vartheta)$ und $\sigma_s(\vartheta)$. Man kann $\varrho_T(\mathbf{r})$ im Prinzip durch inverse Fourier-Transformation von Gleichung (5-8) erhalten:

$$\varrho_T(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{x}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{x} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\sigma_s(\vartheta)}{\sigma_p(\vartheta)}} e^{-i\mathbf{x}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{x}. \quad (5-9)$$

Bei der Auswertung dieses Integrals gibt es zwei Schwierigkeiten. Erstens sind die Meßwerte σ_s und σ_p im allgemeinen nicht als analytische Funktionen gegeben, sondern nur als fehlerbehaftete Meßpunkte. Zweitens müßte das Integral von $\mathbf{x} = -\infty$ bis $\mathbf{x} = +\infty$ genommen werden, wenn man $\varrho_T(\mathbf{r})$ exakt berechnen wollte. Der Meßbereich des Streuvektors ist aber dadurch beschränkt, daß dieser nie größer werden kann als der Wellenvektor der einfallenden Welle $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. Daher geht man in der Praxis so vor, daß man die Meßwerte von $F(\mathbf{x})$ an eine geschätzte Dichteverteilung $\varrho_T(\mathbf{r})$ anpaßt. Einige Beispiele dafür zeigt Abbildung 5-15.

Wir sind nun in der Lage, aus der gemessenen Winkelverteilung der gestreuten Teilchen die räumliche Dichteverteilung der Streuzentren zu berechnen. Ein Beispiel für dieses Verfahren hatten wir in Abbildung 4-8 kennengelernt. Weitere Anwendungen werden wir später in den Kapiteln 8 und 14 besprechen, wo die Beugungsmethode bei der Bestimmung der Struktur von Molekülen und Kristallen eine wichtige Rolle spielt.

Kondensierte Materie ist mehrfach zusammengesetzt. Ein Kristall besteht aus Molekülen, diese aus Atomen, diese aus Elektronen und Atomkernen, diese aus Baryonen, diese aus Quarks. Dementsprechend kann man die Strukturamplitude $F(\mathbf{x})$ folgendermaßen zerlegen:

$$F(\mathbf{x}) = F_B \cdot F_{Ak} \cdot F_A \cdot F_M \cdot F_K. \quad (5-10)$$

Dabei beschreibt F_B die Interferenz der Streuwellen der drei im Baryon enthaltenen Quarks, F_{Ak} diejenige der Baryonen im Atomkern, usw. Diese Zerlegung hat den Vorteil, daß man bei der Berechnung einer Struktur nicht immer bei den Quarks und Leptonen anfangen muß, obwohl die Wechselwirkungen beim Streuprozeß natürlich nur zwischen den Elementarteilchen selbst stattfinden. Man kann zur Diskussion der Streuung an

Zusammengesetzte Materie

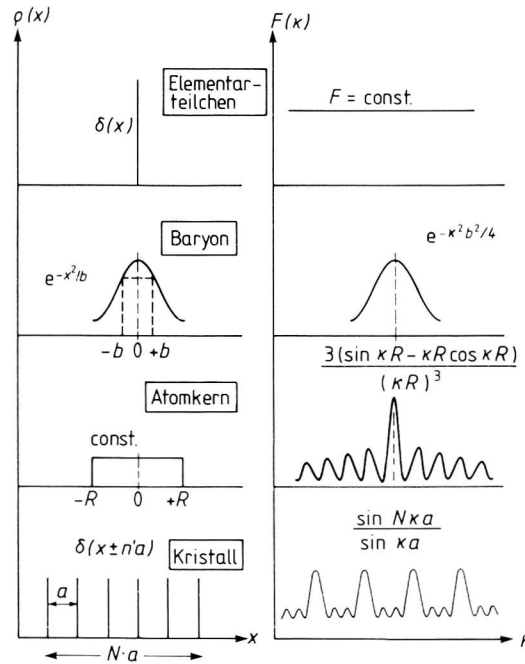


Abb. 5-15. Zusammenhang zwischen der Teilchen-Dichteverteilung $\rho_T(x)$ und der Strukturamplitude $F(\kappa)$ für verschiedene streuende Objekte. Die auf der linken Seite skizzierten Strukturen entsprechen einigen der in Gl. (5-10) enthaltenen Strukturamplituden.

einem Kristall die Atome desselben als streuende Punktquellen ohne weitere Struktur auffassen, wenn die Wellenlänge der gestreuten Teilchen nicht sehr viel kleiner als der Atomdurchmesser ist. Dann braucht man sich um die Anordnung der Elektronen und Quarks in den Atomen nicht weiter zu kümmern, sondern benutzt in Gleichung (5-7) für σ_p den Meßwert σ_A eines ganzen Atoms.

Zum Schluß noch ein Wort über unelastische Streuung. Bisher haben wir vorausgesetzt, daß die Energie und der Betrag des Impulses für das einfallende und für das gestreute Teilchen gleich sind, daß also im Schwerpunktsystem keine Energie auf das streuende Teilchen übertragen wird. Falls sich dieses aber während des Streuprozesses bewegen oder Energie austauschen kann, so wird die Streuung unelastisch. Die Intensität am Detektor hängt dann nicht nur vom Streuwinkel ϑ bzw. vom Streuvektor κ ab, sondern auch von der übertragenen Energie ε . Sie wird durch eine dynamische Strukturamplitude $F(\kappa, \varepsilon)$ beschrieben. Hieraus kann man wieder durch inverse Fourier-Transformation nach κ und nach ε/\hbar die zeitabhängige räumliche Dichteverteilung $\rho_T(\mathbf{r}, t)$ berechnen, natürlich mit den oben diskutierten Einschränkungen. Aus der Zeitabhängigkeit von ρ_T erhält man dann Aussagen über Bewegungsvorgänge im Streuzentrum, zum Beispiel über Platzwechsel von Atomen, Rotation und Schwingung von Atomen und Molekülen, Diffusion, Strömungen usw.

Unelastische Streuung

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir die wichtigsten Geräte und Methoden zur Untersuchung von Eigenschaften der Elementarteilchen kennengelernt. Der Überblick ist naturgemäß etwas technisch ausgefallen. Auch konnten wir nur einen kleinen Teil der heute verwendeten Instrumente und Untersuchungsverfahren besprechen. Wie haben dabei an Hand einiger Beispiele noch einmal einen Blick in die Welt der kleinsten Bausteine der Materie getan. Nun werden wir unseren roten Faden wieder aufgreifen und uns den nächstgrößeren zusammengesetzten Systemen von Elementarteilchen zuwenden, den Atomkernen. Dabei wollen wir im Auge behalten, daß die Materie in Atomkernen unter ähnlichen Bedingungen existiert wie in Neutronensternen, die wir in Kapitel 22 besprechen werden.

6 Atomkerne

Die Atomkerne sind die kleinsten zusammengesetzten Bestandteile der Materie, abgesehen von den Hadronen, bei denen es wegen der Dauerbindung der Quarks Ansichtssache ist, ob man sie als zusammengesetzt ansieht oder nicht. Im Vergleich zu Hadronen sind Atomkerne schon sehr komplizierte Gebilde. Sie können bis zu 270 Nukleonen (Protonen und Neutronen) enthalten. Dies bringt einerseits große Schwierigkeiten für die theoretische Beschreibung mit sich; andererseits werden jedoch manche Probleme auch einfacher, weil man bei einem System mit so vielen Teilchen bereits Methoden der statistischen Physik anwenden kann. Die Nukleonen werden im Atomkern durch die Restkraft (den weitreichenden Teil) der starken Wechselwirkung zusammengehalten, wie wir es in Abbildung 3-3 gesehen haben. Viele Eigenschaften von Atomkernen sind heute gut bekannt, weil die Wechselwirkungsenergien zwischen den Nukleonen in einem experimentell schon länger bequem zugänglichen Bereich liegen. Andererseits gibt es nur wenige gesicherte theoretische Ergebnisse, die direkt aus den Grundgesetzen abgeleitet werden können. Daher werden wir das Beobachtungsmaterial zum größten Teil empirisch ordnen und beschreiben.

6.1 Masse und Zusammensetzung der Atomkerne

Wir kennen heute etwa 270 stabile und über 1600 instabile bzw. radioaktive Atomkerne (Tabelle im Anhang B). Alle diese Kerne sind nur aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt, enthalten also nur u- und d-Quarks. Doch sind die Quarks im Atomkern nicht frei beweglich, sondern in den Nukleonen gebunden (vgl. Kapitel 4). Die Nukleonen bewegen sich im Atomkern mit relativ großer Geschwindigkeit. Aus der Unschär-

Nukleonen im Kern

febeziehung $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$ folgt für die Geschwindigkeitsunschärfe Δv_x und damit für die minimale Geschwindigkeit v_x der Nukleonen $v_x \approx \Delta v_x = \Delta p_x/m \geq \hbar/2m \Delta x = 1,05 \cdot 10^{-34}/(2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^{-15}) = 6,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Dabei ist für Δx ein mittlerer Kernradius eingesetzt (siehe Abb. 6-9) und für m die Masse eines Nukleons. Ein solches bewegt sich also im Atomkern mit mindestens 2% der Lichtgeschwindigkeit. Jedoch können wir nicht genau angeben, auf welchen Bahnen sich die Nukleonen im Kern bewegen. Der Welle-Teilchen-Dualismus verbietet es, bei so kleinen Objekten von wohldefinierten „Bahnen“ in Raum und Zeit zu sprechen. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Nukleonen ist vielmehr über ein endliches Raumgebiet verteilt, ähnlich wie diejenige der Elektronen im Atom, die wir im nächsten Kapitel behandeln werden. Wir können jedoch sagen, daß die Bewegung der Nukleonen im Atomkern stark korreliert erfolgen muß, weil sie dicht gepackt sind, sich also „berühren“. Ein Atomkern ist demnach ein dynamisch sehr kompliziertes System (Abb. 6-1). Um die Bewegung der Nukleonen im Atomkern genau verstehen zu können, müßten wir die Schrödinger-Gleichung für den Kern lösen. Das ist aber bis heute nur in sehr groben Näherungen möglich; einmal wegen des Vielteilchenproblems, zum anderen wegen der komplizierten und nicht genügend genau bekannten Struktur der Wechselwirkungskräfte zwischen den Nukleonen. Nicht einmal für den einfachsten Atomkern, das Deuteron (vom griechischen δεῦτερος, der zweite) ${}^2_1\text{H}^*$, bestehend aus einem Proton und einem Neutron, kann man die Schrödinger-Gleichung daher exakt lösen.

Die übrigen Bestandteile der stabilen Materie, Elektronen und Neutrinos kommen in Atomkernen, soweit wir heute wissen, nicht vor. Für diese Teilchen ergibt die Abschätzung ihrer relativistischen Mindestenergie aus der Unschärfebeziehung $\Delta E_x = \Delta p_x c \geq \hbar c/2 \Delta x = 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (2 \cdot 5 \cdot 10^{-15}) = 3,2 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ ($\approx 20 \text{ MeV}$), wenn $\Delta x = 5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ (siehe Abb. 6-9) angenommen wird. Elektronen oder Neutrinos von so hoher Energie wurden jedoch in Atomkernen oder als Zerfallsprodukte von solchen bis heute nie beobachtet.

Die Kerne bestehen also nur aus Neutronen und Protonen. Wieviel Protonen (Z) und wieviel Neutronen (N) enthält ein Atomkern von gegebener Gesamtnukleonenzahl ($A = N + Z$)? Die Protonenzahl ist identisch mit der Ordnungszahl des betreffenden Elements im Periodensystem. Entweder kennt man sie aus der Chemie, oder man bestimmt sie aus der Frequenz der charakteristischen Röntgenstrahlung. Wie wir bei der Besprechung der Energieniveaus von Elektronen im Atom im nächsten Kapitel sehen werden (siehe Abb. 7-11), gilt für die Frequenz $\nu(K_\alpha)$, die dem Energieunterschied $\Delta E = h\nu$ zwischen den beiden innersten Elektronenschalen eines Atoms entspricht (m_e Elektronenmasse):

$$\nu(K_\alpha) = \frac{3 m_e e_0^4}{256 \pi^3 \hbar^3 \varepsilon_0^2} (Z - 1)^2. \quad (6-1)$$

Dieses, nach seinem Entdecker benannte, Moseley-Gesetz ergibt sich direkt aus der Serienformel der Spektrallinien (siehe Gl. 7-6) für den Spezialfall der Energiedifferenz zwischen der innersten und zweitinnersten Schale

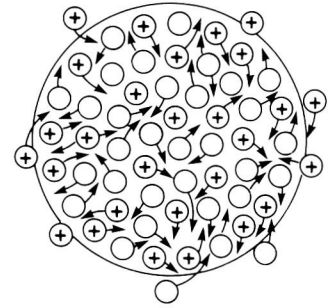


Abb. 6-1. Naives Bild eines Atomkerns, bestehend aus Protonen \oplus und Neutronen \circ . Die Pfeile sollen die momentanen Geschwindigkeiten andeuten. Hier sind 28 Protonen und 32 Neutronen, entsprechend dem Kern ${}^{60}_{28}\text{Ni}$, in der Zeichenebene dargestellt.

Ordnungszahl und Massenzahl

*¹) Wir benutzen im folgenden für die Atomkerne die bekannten Symbole der chemischen Elemente, obwohl wir hier nur die Kerne und nicht die ganzen Atome meinen. Der linke untere Index ist die Ordnungszahl Z , der linke obere die Massenzahl $A = N + Z$ (N Neutronenzahl, Z Protonenzahl).

($n = 1, n' = 2$). Der Faktor $(Z - 1)$ in Gleichung (6-1) anstelle von Z in (7-6) rührt davon her, daß die innerste Schale ionisiert sein muß, damit der Übergang $n' = 2 \rightarrow n = 1$ stattfinden kann. Die innerste Schale enthält dann ein Elektron, wodurch die effektive Kernladung für ein Elektron in der zweitinnersten Schale um 1 vermindert wird. Durch Messung von $\nu(K_\alpha)$ ist somit die Protonenzahl Z eines Atomkerns eindeutig bestimmbar.

Die Neutronenzahl N kann man nicht so einfach und direkt erhalten. Man bekommt sie jedoch aus der Gesamtmasse m_a eines Atoms

$$m_a = N m_n + Z m_p - |E_{bn}|/c^2 + (Z - z) m_e - |E_{be}|/c^2, \quad (6-2)$$

wenn man die übrigen in dieser Beziehung vorkommenden Größen kennt. Es sind dies m_p, m_n, m_e , die Massen von Proton, Neutron und Elektron, die Anzahl z der durch Ionisierung eventuell fehlenden Elektronen, sowie $|E_{bn}|$ bzw. $|E_{be}|$, die Beträge der gesamten Bindungsenergien der Nukleonen bzw. Elektronen. Die Bindungsenergie ist diejenige potentielle Energie, die beim Zusammenbau der Atomkerne bzw. Atome aus ihren Bestandteilen frei wird (siehe Abb. 1-7); die Atommasse m_a^{*1} kann man mit einem Massenspektrometer sehr genau bestimmen (Abb. 6-2). Dabei wer-

Bindungsenergie und Massendefekt

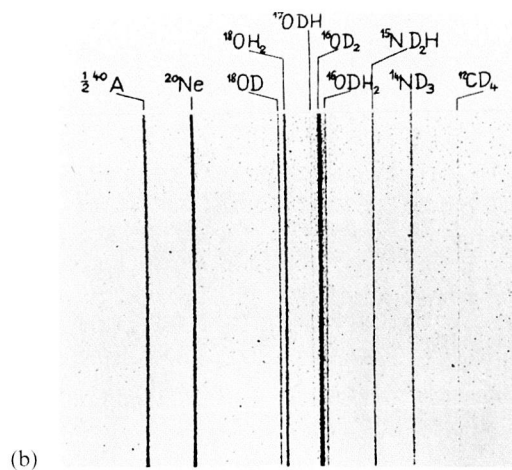
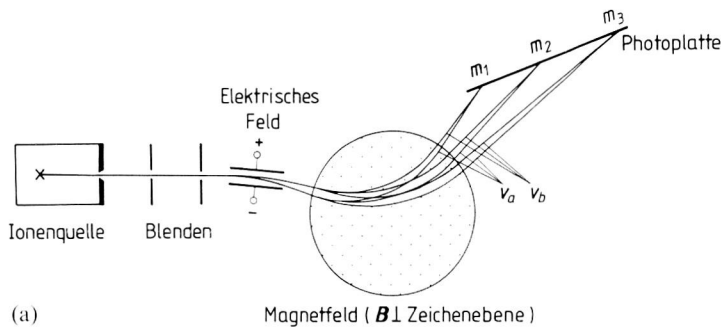


Abb. 6-2. Massenspektrometrie. (a) Massenspektrograph mit Geschwindigkeitsfokussierung, hier für drei verschiedene Massen und zwei Geschwindigkeiten dargestellt. (b) Massenspektrum im Bereich von $3,31911$ bis $3,33156 \cdot 10^{-26}$ kg, das heißt, um die Massenzahl 20 herum. Die Linie „ $1/2^{40}\text{A}$ “ gehört zum zweifach ionisierten Argonatome, die übrigen zu einfach ionisierten Atomen oder Molekülen. Der Abstand der beiden Linien ^{18}OD und $^{18}\text{OH}_2$ entspricht drei Elektronenmassen; das Auflösungsvermögen ist besser als $1 m_e$ (aus Bieri u. a. 1955).

^{*)} Für Atommassen wurde aus historischen Gründen eine eigene Masseneinheit eingeführt, nämlich die Einheit „u“ = $1,660\,566 \cdot 10^{-27}$ kg. Sie entspricht $1/12$ der Masse des neutralen Kohlenstoffatoms ^{12}C . Diese Einheit ist im Prinzip überflüssig wie zum Beispiel auch die Einheit „mol“ für die Teilchenzahl $6,022\,17 \cdot 10^{23}$. Doch ist es in der Praxis oft bequem, nicht so hohe Zehnerpotenzen, sondern lieber neue Maßeinheiten zu verwenden.

den ionisierte Atome durch gekreuzte elektrische und magnetische Felder geeigneter Anordnung so abgelenkt, daß auf einer Photoplatte oder einem anderen Detektor Teilchen verschiedener Geschwindigkeit und gleicher Masse fokussiert werden. Mit einer solchen Anordnung kann man Atommassen auf 6 Stellen genau bestimmen.

Aus Gleichung (6-2) erhält man die Neutronenzahl N , wenn die übrigen darin vorkommenden Größen bekannt sind. Das sieht auf den ersten Blick nicht sehr hoffnungsvoll aus. Die Gleichung kann jedoch stark vereinfacht werden, wenn man die Größenordnung der einzelnen Terme vergleicht (Tab. 6-1). Die gesamte Bindungsenergie für einen Kern von 100 Nukleonen kommt bereits in die Größenordnung der Ruheenergie eines einzelnen Nukleons. Die Ruhemasse und die Bindungsenergie der Elektronen sind demgegenüber jedoch vernachlässigbar klein. Bei der Auswertung von Gleichung (6-2) kann man daher die beiden letzten Glieder weglassen und hat somit nur noch zwei Unbekannte, N und E_{bn} , während m_a gemessen wird und Z , m_p und m_n als bekannt vorausgesetzt werden. Da N immer ganzzahlig sein muß, gibt es eine eindeutige Lösung dieser Gleichung, die mit der ihrer Größenordnung nach bekannten Bindungsenergie der Nukleonen verträglich ist.

Tabelle 6-1. Größenordnung der verschiedenen Terme in Gleichung (6-2).

	Masse (10^{-27} kg)	Energieäquivalent (MeV/ c^2)
Neutronenmasse m_n	1,674	939,6
Protonenmasse m_p	1,673	938,3
Mittlerer Massendefekt pro Nukleon $E_{bn}/A \cdot c^2$	0,014	8
Elektronenmasse m_e	0,000 911	0,511
Mittlerer Massendefekt pro Elektron $E_{be}/(Z - z) c^2$	0,00018 bis 0,000 000 0018	0,1 bis 0,000 0001

Trägt man in einem Diagramm (Abb. 6-3) die Neutronenzahl N gegen die Protonenzahl Z auf, so liegen die stabilsten Kerne alle auf einer leicht gekrümmten Kurve. Welche Kerne man als „stabil“ bezeichnet, ist Definitionssache. Normalerweise heißen solche Kerne stabil, deren Lebensdauer größer als 10^{13} Jahre ist. Den Verlauf der Kurve in Abbildung 6-3 kann man qualitativ verstehen: Protonen und Neutronen ziehen sich aufgrund der starken Wechselwirkung an. Wie anhand von Abbildung 3-3 erläutert wurde, geschieht dies wegen der innerhalb der Nukleonen nicht abgesättigten Restkräfte zwischen den Quarks. Diese Kräfte sind bezüglich der Art der Nukleonen fast völlig symmetrisch. Die Kraft zwischen zwei Neutronen ist praktisch dieselbe wie diejenige zwischen zwei Protonen oder zwischen einem Proton und einem Neutron. Hinzu kommt im Atomkern die elektrostatische Abstoßung der Protonen aufgrund ihrer elektrischen Ladung. Diese Abstoßung muß durch anziehende Kräfte zwischen den Nukleonen kompensiert werden, damit der Atomkern zusammenhält. Es ist daher günstig, wenn ein Kern mehr Neutronen als Protonen enthält. Andererseits verhindert das Pauli-Prinzip ein zu großes Übergewicht einer Teilchensorte: Da Nukleonen Fermionen mit dem Spin $1/2$ sind, können sich nur je zwei von ihnen mit antiparallelem Spin auf jedem erlaubten

N-Z-Diagramm

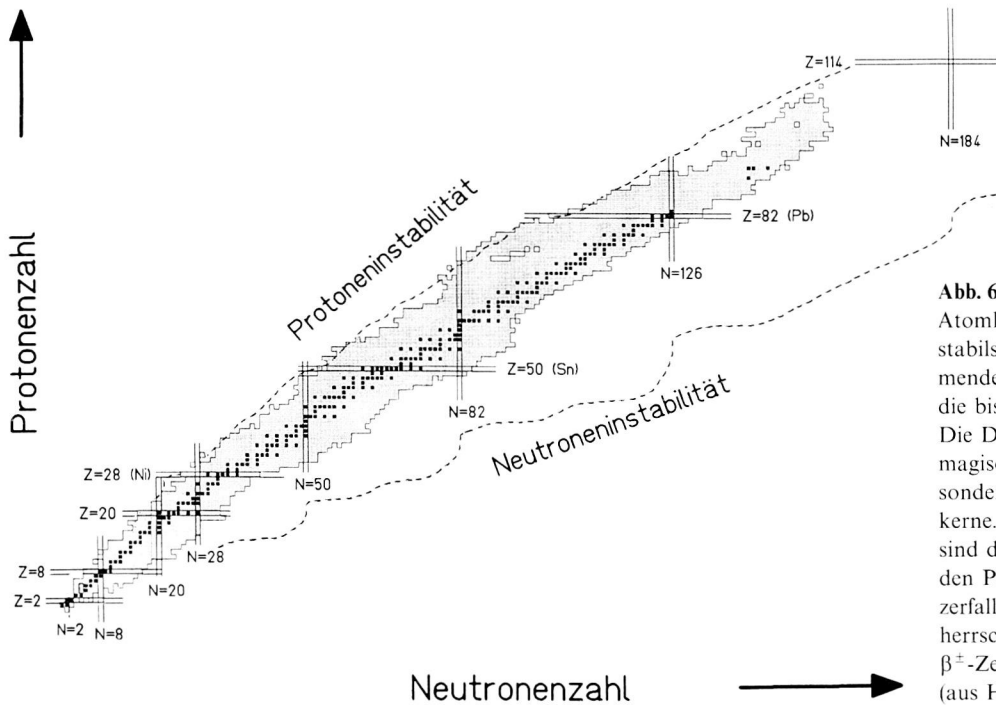


Abb. 6-3. Stabilitätsdiagramm der Atomkerne. Schwarz sind die 290 stabilsten in der Natur vorkommenden Kerne eingetragen, grau die bis heute künstlich erzeugten. Die Doppellinien bezeichnen die magischen Zahlen; hier gibt es besonders viele natürliche Atomkerne. Die gestrichelten Linien sind die theoretischen Grenzen für den Protonen- bzw. Neutronenzerfall. Innerhalb dieser Grenzen herrscht Kernumwandlung durch β^+ -Zerfall oder e^- -Einfang vor (aus Hofmann u. a. 1984).

Energieniveau befinden (Abb. 6-4). Die Gesamtenergie wird daher am niedrigsten, wenn gleich viele Protonen und Neutronen vorhanden sind. Betrachtet man die kombinierte Wirkung der beiden genannten Einflüsse, Protonenabstoßung und Pauli-Prinzip, so ergibt die Rechnung ein mit wachsender Massenzahl langsam zunehmendes Verhältnis von Neutronenzahl zu Protonenzahl, vom Wert 1:1 bei leichten Kernen mit $A \leq 30$ bis zum Wert 1,6:1 bei $A = 250$. Atomkerne mit $Z > 83$ und $A > 209$ ($^{209}_{83}\text{Bi}$) sind überhaupt nicht mehr stabil, weil die Coulomb-Abstoßung der Protonen dann nicht mehr durch einen Neutronenüberschuß kompensiert werden kann. Diese schweren Kerne zerfallen durch spontane Spaltung oder durch Emission von α -Teilchen (siehe Abschn. 6.7).

Einen guten Überblick über die Zusammensetzung der Atomkerne und ihrer Stabilität vermittelt die dreidimensionale N - Z - E_b -Darstellung der

Stabilität

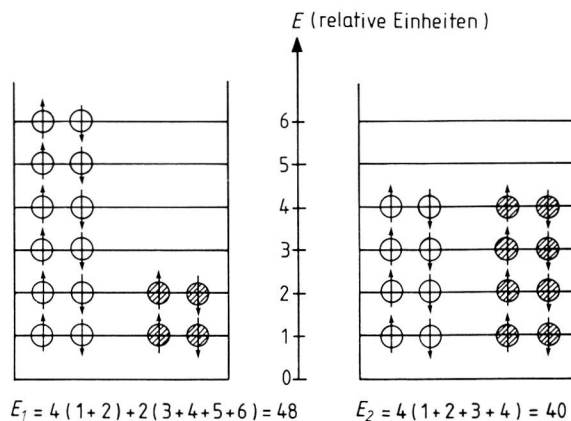


Abb. 6-4. Vereinfachtes Energieschema eines Atomkerns mit der Massenzahl 16. Nach dem Pauli-Prinzip können immer nur je zwei gleichartige Fermionen mit antiparallelem Drehimpuls in jedem Energiezustand sein. Es bedeuten \circ Neutronen, \otimes Protonen, \uparrow oder \downarrow Drehimpuls. Die Gesamtenergie (E_1) der Konfiguration mit 12 Neutronen und 4 Protonen ist höher als diejenige (E_2) des Kerns mit je 8 Protonen und Neutronen.

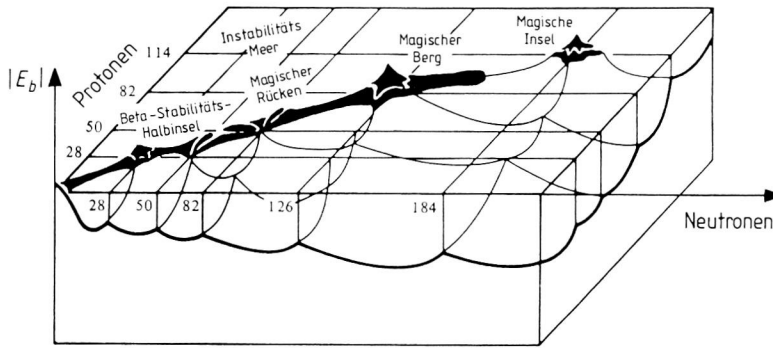


Abb. 6-5. Die Zusammensetzung der stabilen und instabilen Atomkerne. E_b ist die Bindungsenergie. Die „magische Insel“ bei $Z = 114$, $N = 184$ beruht auf der Vermutung, daß hier noch relativ stabile schwere Atomkerne existieren könnten (nach Frauenfelder und Henley 1974).

Abbildung 6-5 (siehe auch Abb. 6-3). Sie faßt unser gesamtes Erfahrungsmaterial und einige begründete Spekulationen zusammen. Man sieht hier, daß es bestimmte Werte von N und Z gibt, zu denen besonders stabile Atomkerne mit besonders großer Bindungsenergie gehören. Dies sind die sogenannten magischen Zahlen 2, 8, 20, 28, 50, 82, 114, 126 und 184. Durch Aufeinanderschießen sehr energiereicher schwerer Ionen kann man in der Natur nicht vorkommende schwere Kerne erzeugen, und man ist heute bereits bis zur Massenzahl 268 ($Z = 109$, $N = 159$) vorgedrungen. Solche Atomkerne haben eine Lebensdauer von nur wenigen tausendstel Sekunden. Danach wandeln sie sich durch Emission von α -Teilchen sukzessive in die Elemente 107, 105 usw. um.

6.2 Die Bindungsenergie der Atomkerne

Die Bindungsenergie steht in engem Zusammenhang mit der Stabilität eines Kerns. Ist ihr Betrag groß, so ist der Kern stabil; ist er klein, so zerfällt der Kern nach einiger Zeit wieder, wenn er auf natürlichem oder künstlichem Wege entstanden ist. Der Verlauf der Bindungsenergie pro Nukleon E_b/A ist für die energieärmsten, das heißt stabilsten Atomkern in Abbildung 6-6 als Funktion der Massenzahl A aufgetragen. Die Kurve zeigt bei kleinen Massenzahlen starke Schwankungen, aber ab etwa $A = 20$ einen

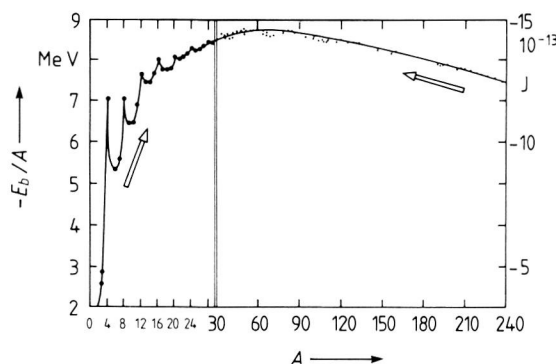


Abb. 6-6. Bindungsenergie E_b pro Nukleon für die stabilsten Atomkerne in Abhängigkeit von der Massenzahl A . Die Pfeile bezeichnen den Verlauf von Kernfusion (links) und Kernspaltung (rechts). Beide weisen in die Richtung zunehmenden Betrags der Bindungsenergie (nach Meyerhof 1967).

ziemlich glatten Verlauf, den man qualitativ verstehen kann: Mit wachsender Massenzahl nimmt das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen eines Atomkerns ab. Die mittlere Zahl der nächsten Nachbarn eines Nukleons wächst daher im gleichen Sinne und demzufolge die mittlere Bindungsenergie an seine Nachbarn aufgrund der kurzreichweitigen starken Wechselwirkung. Wird der Atomkern jedoch zu groß, so nimmt die langreichweitige Coulomb-Abstoßung der Protonen überhand. Diese beiden gegenläufigen Effekte führen zu einem Maximum des Betrages der mittleren Bindungsenergie pro Nukleon von $1,41 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ ($\approx 8,79 \text{ MeV}$) bei $A = 56$. Eisen mit 26 Protonen und 30 Neutronen hat somit den stabilsten Atomkern, den wir kennen. Berechnen kann man den Verlauf der Kurve in Abbildung 6-6 bis heute nur näherungsweise.

Die Größe $|E_b|/c^2$ nennt man auch Massendefekt, wie es die Massenbilanz in Gleichung (6-2) nahelegt. Die starken Schwankungen von E_b/A bei kleinen Massenzahlen kommen folgendermaßen zustande: Atomkerne mit gerader Protonen- und gerader Neutronenzahl sind besonders stabil, weil sich bei ihnen die Drehimpulse und magnetischen Momente der Protonen und Neutronen paarweise antiparallel einstellen. Dadurch wird das Pauli-Verbot unwirksam, und die Nukleonen können näher zusammenrücken. Dies bringt einen Gewinn an Bindungsenergie. Die doppelt geraden Atomkerne sind in der Natur daher auch viel häufiger zu finden als die doppelt ungeraden (Tabelle 6-2). So bestehen zum Beispiel 80% der Erdkruste aus den Elementen $^{16}_8\text{O}$, $^{24}_{12}\text{Mg}$, $^{28}_{14}\text{Si}$, $^{40}_{20}\text{Ca}$, $^{48}_{22}\text{Ti}$ und $^{56}_{26}\text{Fe}$. Im Weltall ist ^4_2He neben ^1_1H das bei weitem häufigste Element.

Tabelle 6-2. Natürliche Häufigkeit stabiler Atomkerne.

N Z	gerade gerade	ungerade gerade	gerade ungerade	ungerade ungerade
Anzahl der stabilen Kerne	162	56	52	6

Den Zusammenhang zwischen Nukleonenzahl und Bindungsenergie in Abbildung 6-6 nehmen wir zum Anlaß, einen Blick auf die Energiegewinnung aus Atomkernen zu tun. Es gibt zweierlei Möglichkeiten, die potentielle Energie der starken Wechselwirkung in kinetische Energie und dann in Wärme und in nutzbare elektrische Energie umzuwandeln. Einmal kann man leichte Kerne zu schweren ($A \leq 56$) zusammenbauen, zum anderen kann man schwere Kerne in leichtere ($A \geq 56$) zerlegen. Das erste nennt man Kernverschmelzung (Fusion), das zweite Kernspaltung (Fission). In beiden Fällen bewegt man sich gemäß Abbildung 6-6 auf das Maximum der mittleren Bindungsenergie zu (das bei $A = 56$ liegt), das heißt man gewinnt Energie, und zwar in der Größenordnung 10^{-13} J pro beteiligtes Nukleon. Beide Verfahren sind mit technischen Schwierigkeiten verbunden. Bei der Spaltung muß man den Kern durch Beschießen mit Neutronen zu so starken Deformationsschwingungen anregen, daß die elektrostatische Abstoßung der Protonen momentan stärker wird als die Anziehung der Nukleonen aufgrund der starken Wechselwirkung. Die benötigten Neutronen kann man aus den gespaltenen Kernen selbst wieder gewinnen (Kettenreaktion), denn diese emittieren einige Neutronen, da ihr N/Z -Verhältnis gemäß Abbildung 6-3 zunächst noch zu groß ist. Die

Kernenergiegewinnung

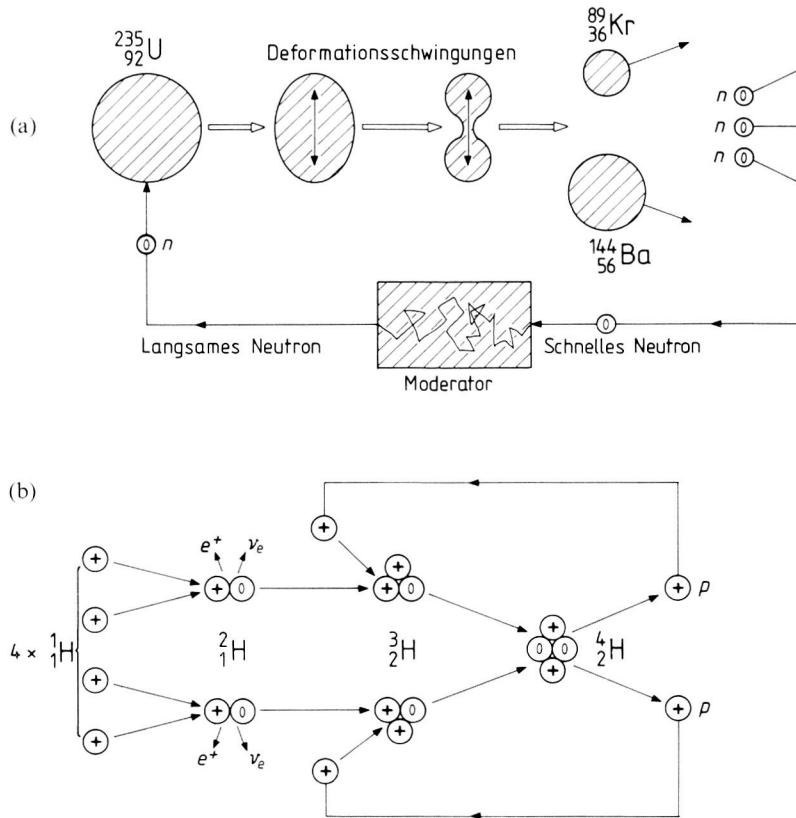


Abb. 6-7. Kernspaltung und Kernverschmelzung. (a) Schematische Darstellung einer Kernspaltungsreaktion. Pro gespaltenen Uran-kern werden etwa $3 \cdot 10^{-11} \text{ J}$ ($\approx 200 \text{ MeV}$) als kinetische Energie der Spaltprodukte frei. (b) Verschmelzung von 4 Protonen zu einem ${}^4_2\text{He}$ -Kern. Pro Heliumkern werden $3,95 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ ($\approx 24,7 \text{ MeV}$) als kinetische Energie frei.

Spaltneutronen haben allerdings eine hohe Energie (10^{-13} J) und müssen durch Zusammenstöße mit anderen Atomkernen in einem Moderator erst auf etwa 10^{-20} J abgebremst werden, bevor sie weitere Atomkerne spalten können. Die geschilderte Kettenreaktion liegt dem Kern(spaltungs)reaktor und der Kern(spaltungs)bombe zugrunde (Abb. 6-7a).

Bei der Kernfusion besteht die Schwierigkeit darin, die zu verschmelzen-den Atomkerne einander so nahe zu bringen, daß die abstoßende Coulomb-Kraft zwischen den Protonen überwunden wird und die anziehende starke Kraft wirksam werden kann. Dazu benötigen die leichtesten Kerne eine kinetische Energie der Größenordnung 10^{-15} J ($\approx 10 \text{ keV}$). Das entspricht einer Temperatur von 10^8 K , die sich unter irdischen Verhältnissen nur in einem magnetisch eingeschlossenen Plasma aufrechterhalten läßt. Außerdem muß dieses Plasma genügend dicht sein, um eine genügend große Leistung zu liefern. Bei der Verschmelzung von vier Protonen zu einem Heliumatomkern (Abb. 6-7b) wird zum Beispiel eine Energie von $3,95 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ (24,7 MeV) frei, wovon man bei geeigneter Konstruktion des Fusionsreaktors einen Teil wieder in nutzbare elektrische Energie umwandeln kann. Die wirtschaftliche Ausnutzung der Kernfusion bereitet bekanntermaßen viel größere technische Schwierigkeiten als die der Kernspaltung. Während Spaltungsreaktoren bereits seit 40 Jahren in Betrieb sind und heute einige Prozent des Welt-Energiebedarfs decken, wird der erste Fusionsreaktor mit einem akzeptablen Wirkungsgrad wohl kaum vor Ende dieses Jahrhunderts Energie liefern. Eine der größten heute bestehenden Versuchsanlagen ist der Joint European Torus (JET) in Culham (England), der in Abbildung 11-18 zu sehen ist.

6.3 Die Größe der Atomkerne

Wir fragen jetzt nach der räumlichen Anordnung der Nukleonen in Atomkernen und damit nach deren Größe. Aufschluß hierüber erhält man aus der Streuung von Elektronen oder Neutronen an Atomkernen, wie wir sie im Abschnitt 5.7 besprochen haben. Die Ergebnisse solcher Messungen sind in Abbildung 6-8 wiedergegeben. Durch Fourier-Transformation kann man daraus bei Elektronenstreuung die Verteilung $\varrho(r)$ der Ladungsdichte im Atomkern gewinnen. Dabei wird im allgemeinen eine Verteilung der Form

$$\varrho(r) = \frac{\bar{\varrho}}{1 + e^{(r-R)/\delta}} \quad (6-3)$$

an die Meßpunkte angepaßt, das heißt man nimmt eine kugelsymmetrische Anordnung der Protonen im Kern an. In dieser Formel sind $\bar{\varrho}$, R und δ empirische Konstanten, deren Bedeutung in Abbildung 6-9 a erläutert ist. Ergebnisse dieses Verfahrens sind in Abbildung 6-9 b zusammengestellt. Die Parameter der Dichteverteilung betragen demnach ungefähr $\bar{\varrho} = 1,2 \cdot 10^{25} \text{ C/m}^3$ für die mittlere Ladungsdichte, $R = 4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ für den gemittelten Radius und $\delta = 2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ für die mittlere Dicke der Grenzschicht.

Damit haben wir zunächst ein grobes Bild von der Protonenverteilung im Atomkern gewonnen. Der Abbildung 6-9 b kann man auch einen Zusammenhang zwischen Kernradius R und Massenzahl A entnehmen, nämlich $R = R_0 \cdot A^{1/3}$ mit $R_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, dem „harten Kern“ von Protonen bzw. Neutronen. Hieraus folgt, daß die Nukleonen in Atomkernen annähernd dicht gepackt sind. Die Massendichte der Kernmaterie beträgt

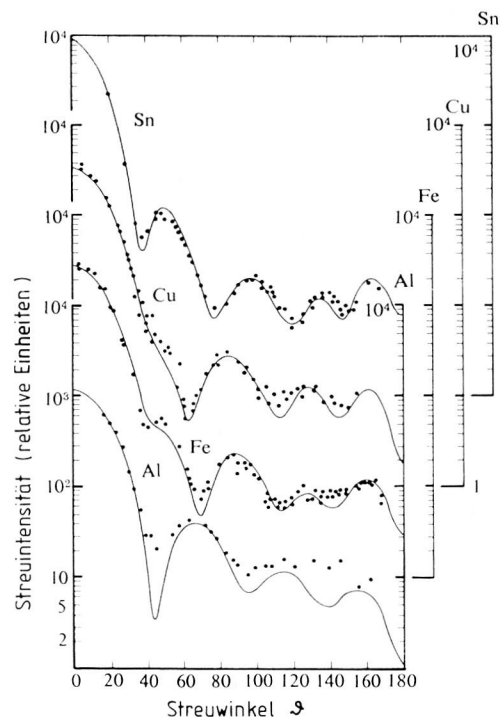


Abb. 6-8. Winkelverteilung von an Atomkernen gestreuten Neutronen mit $2,2 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ (14 MeV) Primärenergie. Die durchgezogenen Kurven sind mit dem Modell der Gleichung (6-3) berechnet (vgl. Abbildung 5-15, zweites Beispiel von unten) (nach Segrè 1965).

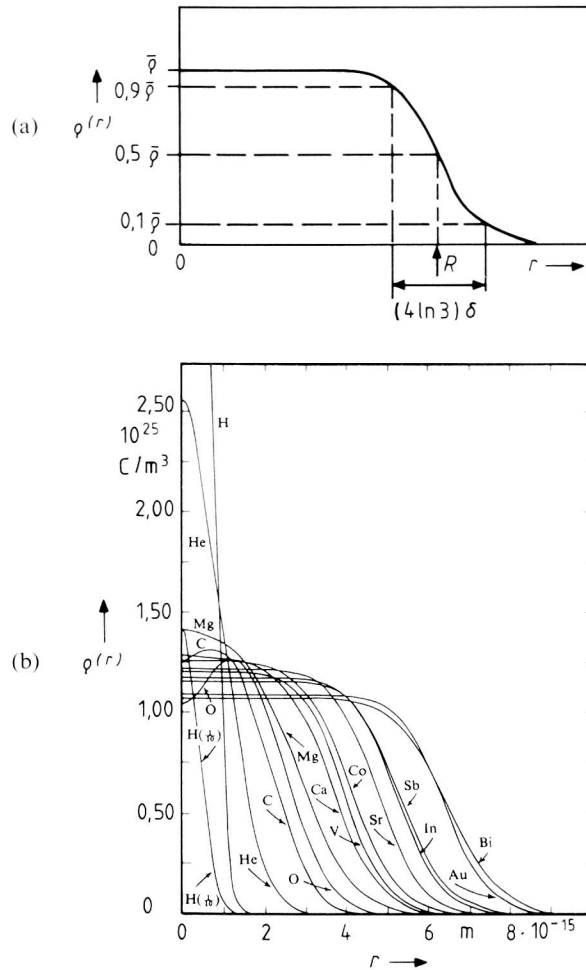


Abb. 6-9. Die Protonen-Dichteverteilung in Atomkernen. (a) Bedeutung der Parameter der Dichteverteilung in Gleichung (6-3). (b) Durch Elektronenstreuung bestimmte Ladungsdichteverteilungen (nach Segrè 1965).

demnach rund 10^{15} g/cm^3 . Bei den leichten Atomkernen (C und O) fällt auf, daß die Protonendichte im Zentrum kleiner ist als weiter am Rand. Dies rührt von der Coulomb-Abstoßung der Protonen her. Infolgedessen halten sich die Protonen in leichten Kernen bevorzugt am Rand auf, wo ihr mittlerer gegenseitiger Abstand etwas größer ist als bei gleichmäßiger Verteilung über das Volumen. Wegen der starken Coulomb-Abstoßung nimmt auch bei schweren Kernen die Protonendichte in der Mitte mit wachsender Ordnungszahl etwas ab.

Bei den zuletzt besprochenen Experimenten der Streuung von Elektronen an Atomkernen erhält man nur Information über die räumliche Verteilung der Protonen, weil das Elektron nur mit dem Proton in Coulomb-Wechselwirkung tritt. Will man etwas über die Neutronenverteilung erfahren, so muß man Neutronen auch als Meßsonde, das heißt als zu streuende Teilchen verwenden (siehe Abb. 6-8). Die Ergebnisse derartiger Messungen sehen jedoch ganz ähnlich aus wie diejenigen in Abbildung 6-9 b. Man kann daher annehmen, daß die Verteilung der Neutronen im Atomkern im wesentlichen dieselbe ist wie die der Protonen, nur mit den soeben erläuterten Unterschieden aufgrund der Coulomb-Abstoßung der Protonen untereinander. Über die Anordnung und Bewegung der einzelnen Nukleonen im Inneren der Atomkerne können wir mit den beschriebenen Streuexperimenten jedoch nicht viel erfahren.

6.4 Die Form der Atomkerne

Bisher haben wir stillschweigend angenommen, daß die Atomkerne kugelförmige Gestalt haben (Gleichung 6-3). Die zentralsymmetrischen Kraftgesetze der starken und der Coulomb-Wechselwirkung legen dies auch nahe. Tatsächlich hat man jedoch erhebliche Abweichungen von der Kugelgestalt beobachtet. Viele Kerne ähneln mehr abgeplatteten oder verlängerten Rotationsellipsoiden als Kugeln.

Es gibt verschiedene Methoden, um die Form von Atomkernen zu bestimmen. Die direkteste besteht darin, eine Festkörperprobe zu nehmen und die in ihr enthaltenen Atomkerne zu orientieren, daß heißt mit ihren Figurenachsen in eine Richtung zu stellen, und dann Nukleonen oder Elektronen an ihnen zu streuen (Abb. 6-10). Die Winkelverteilung der gestreuten Teilchen liefert dann nach dem bekannten Verfahren (siehe Abschn. 5.7) die räumliche Dichteverteilung der Nukleonen im Kern. Solche Messungen sind jedoch sehr schwer durchzuführen. Um die Kerne auszurichten, muß man ihre magnetischen Momente μ (siehe Abschn. 6.5) durch ein Magnetfeld B orientieren. Der Grad der Ausrichtung in einem gegebenen Feld hängt von der Temperatur ab und ist proportional zur Größe $\mu B/kT$. Für $\mu \approx 10^{-26} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ und $B = 10 \text{ T}$ ist eine Temperatur von $1/100 \text{ K}$ nötig, um die Hälfte der Kerne zu orientieren. So tiefe Temperaturen kann man jedoch nur mit großer Mühe aufrechterhalten, weil jedes gestreute Teilchen im Mittel eine Energie der Größenordnung 10^{-13} J ($\approx 1 \text{ MeV}$) in der Probe abgibt und diese dadurch aufgeheizt wird.

Daher bestimmt man die Form der Atomkerne besser mit indirekten Verfahren. Entweder berechnet man ihr Trägheitsmoment Θ aus der gemessenen Rotationsenergie (siehe Abschn. 6.6) und sucht dann die zu Θ passende Massenverteilung. Oder man bestimmt das elektrische Quadrupolmoment Q der Kerne durch ihre Energie in einem inhomogenen elektrischen Feld (Abb. 6-11). Die Ergebnisse derartiger Experimente sind in Abbildung 6-12 a zusammengestellt. Das elektrische Quadrupolmoment ist natürlich nur ein direktes Maß für die Verteilung der Protonen, wäh-

Streuung an polarisierten Kernen

Quadrupolmoment

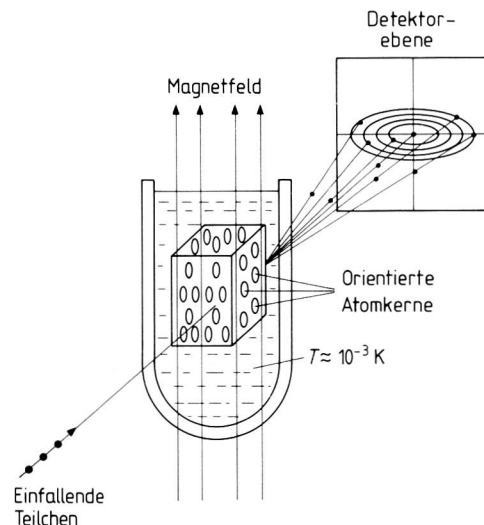


Abb. 6-10. Streuung an orientierten Atomkernen.

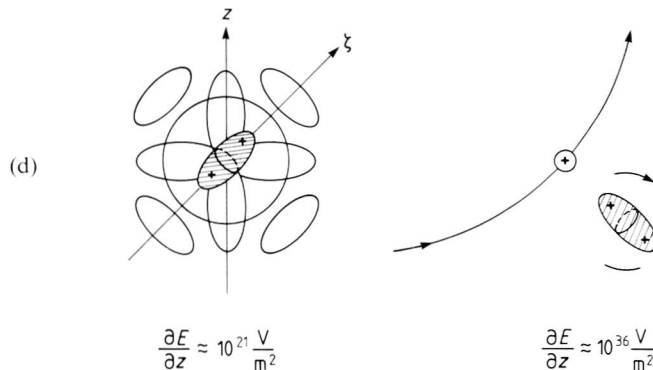
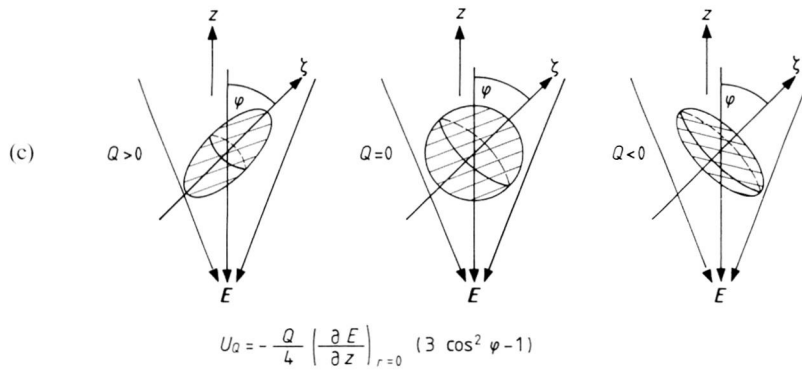
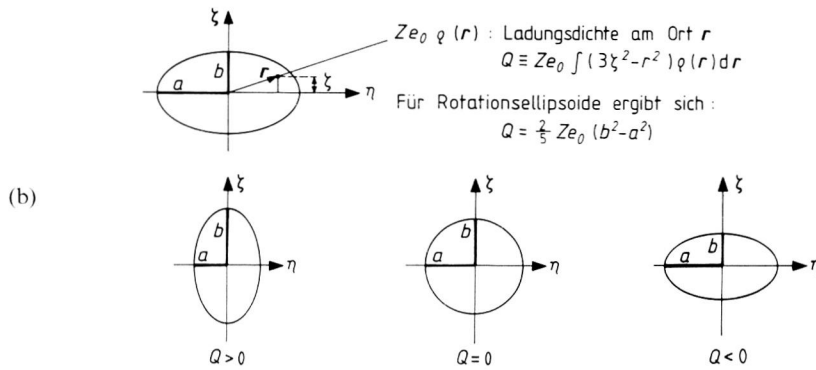
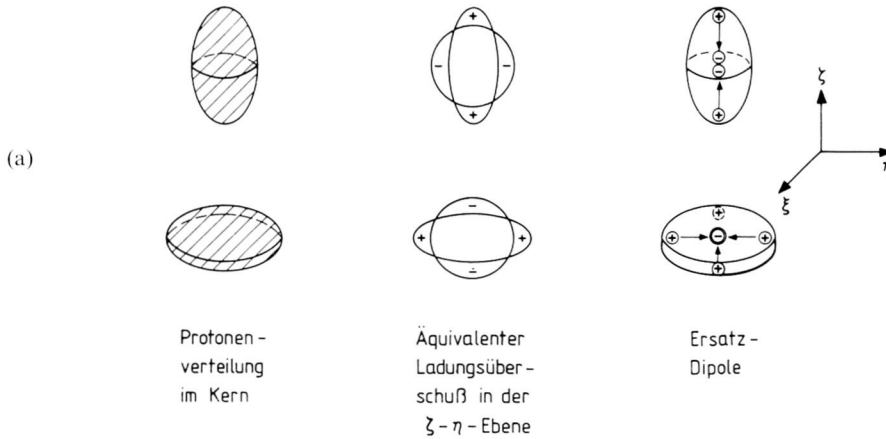


Abb. 6-11. Das elektrische Quadrupolmoment von Atomkernen. (a) Veranschaulichung von Ladungsverteilungen mit Quadrupolmoment (Rotationsellipsoide). (b) Definition des Quadrupolmoments Q für um die ξ -Achse rotationsymmetrische Ladungsverteilungen. In der kernphysikalischen Literatur wird oft die Größe $Q/Z e_0$ als Quadrupolmoment bezeichnet und in der Einheit cm^2 angegeben. (c) Energie U_Q eines Quadrupols im inhomogenen elektrischen Feld E mit $\partial E_x / \partial z = \partial E_y / \partial z = 0$, $\partial E_z / \partial z = \text{const.}$; φ ist der Winkel zwischen der Figurenachse (ζ) des Quadrupols und der Symmetrieachse (z) des Feldes. (d) Verschiedene Realisierungsmöglichkeiten für ein genügend inhomogenes elektrisches Feld; links das E -Feld einer Elektronenhülle, rechts dasjenige eines vorbeifliegenden Protons. Makroskopische Feldgradienten von entsprechender Größe lassen sich nicht herstellen. Die verschiedenen Einstellmöglichkeiten des Kernquadrupols im Feld der Elektronenhülle äußern sich in einer Hyperfein-Aufspaltung der Spektrallinien (siehe Abb. 7-9) von der Größenordnung $U_Q \approx 10^{-26} \text{ J}$ ($\approx 10^{-7} \text{ eV}$). Der Energieübertrag von einem dicht vorbeifliegenden Proton an einen Kernquadrupol beträgt etwa 10^{-12} J ($\approx 10 \text{ MeV}$). In beiden Fällen können die Energieänderungen auf einige Prozent genau gemessen werden.

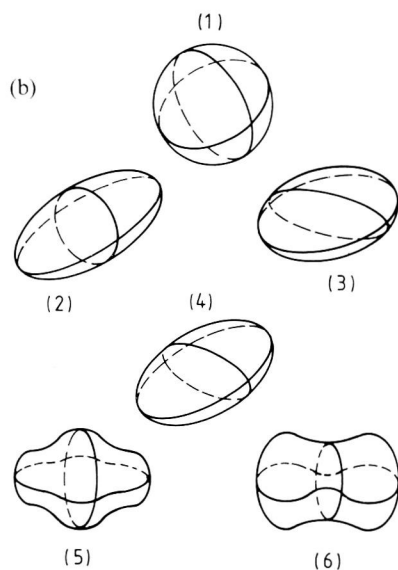
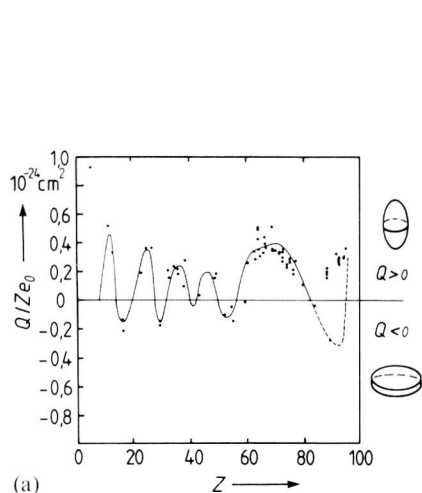


Abb. 6-12. Quadrupolmomente und Formen der Atomkerne.

(a) Quadrupolmoment als Funktion der Kernladungszahl Z . Bei den magischen Zahlen 2, 8, 20, 28, 50, 82 und bei noch einigen anderen Werten von Z wird Q Null; das heißt, diese Kerne haben Kugelgestalt (nach Bodenstein 1973). (b) Verschiedene Formen von Atomkernen: Kugel (1), verlängertes Rotationsellipsoid (2), abgeplattetes Rotationsellipsoid (3), dreiaxsiges Ellipsoid (4), Doppelkegel (5, Uran-234), Doppelkugel (6, Hafnium-180) (nach Hamilton und Maruhn 1986).

rend man über diejenige der Neutronen nur indirekte Aussagen machen kann. Die Protonenverteilung der Atomkerne pendelt gemäß Abbildung 6-12a mit wachsender Ordnungszahl zwischen derjenigen eines abgeplatteten und eines verlängerten Rotationsellipsoids hin und her.

Auch die rotationselliptische Form der Protonenverteilung in Atomkernen ist nur eine angenäherte Beschreibung der Wirklichkeit. Genauere Messungen zeigen, daß Kerne noch vielerlei anderer Gestalt haben können, zum Beispiel auch eine toroidale oder polyedrische (Abb. 6-12b). Die Abweichungen von der Kugelform sind jedoch im Grundzustand meist nicht größer als einige Prozent. Ausnahmen bilden die leichten Atomkerne mit nur wenigen Nukleonen. So ähnelt zum Beispiel der ^{12}C -Kern einem Toroid mit einem Achsenverhältnis von 1:2.

6.5 Drehimpuls und magnetisches Moment der Atomkerne

Viele Atomkerne besitzen einen mechanischen Drehimpuls I und ein damit räumlich fest verbundenes magnetisches Moment μ . Zwischen diesen beiden Größen besteht die formale Beziehung der Gleichung (5-4): $\mu = \gamma \cdot I = (g \mu_K / \hbar) I$. Hierbei ist μ_K das Kernmagneton (siehe Abschn. 5.5), das den Wert $e_0 \hbar / 2 m_p = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ hat (mit der Protonenmasse m_p). Da Atomkerne zusammengesetzte Gebilde sind, besteht I (und demzufolge auch μ) aus verschiedenen Anteilen, den Eigendrehimpulsen s_i und den Bahndrehimpulsen l_i der Nukleonen. Diese setzen sich vektoriell zum Gesamtdrehimpuls $I = \sum i_i = \sum (s_i + l_i)$ zusammen (Abb. 6-13).

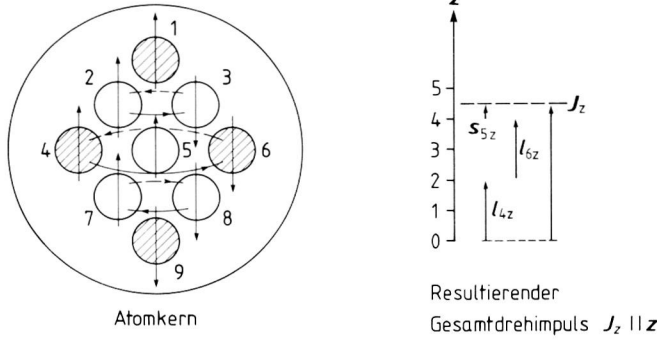


Abb. 6-13. Zusammensetzung von Drehimpulsen im Atomkern (schematisch). \otimes Protonen, \circ Neutronen, $\uparrow\downarrow$ Eigendrehimpulse s_{iz} , $|s_{iz}| = \hbar/2$, \curvearrowright Bahndrehimpulse l_{iz} , $|l_{iz}| = m_l \hbar$ ($m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Bahndrehimpulszahl). Gesamtdrehimpuls eines Nukleons: $j_{iz} = s_{iz} + l_{iz}$. Gesamtdrehimpuls des Kerns: $J_{iz} = \sum_i j_{iz} = \sum_i (s_{iz} + l_{iz})$. Im Grundzustand kompensieren sich die Eigen- und Bahndrehimpulse von Protonen bzw. Neutronen jeweils paarweise soweit als möglich. Für die Verhältnisse in dieser Abbildung ergibt sich (es sind jeweils nur die z -Komponenten angegeben):

$$\begin{aligned}
 j_1 &= s_1 + l_1 = \hbar/2 + 0 & (m_l = 0) \\
 j_2 &= s_2 + l_2 = \hbar/2 + \hbar & (m_l = 1) \\
 j_3 &= s_3 + l_3 = -\hbar/2 + \hbar & (m_l = 1) \\
 j_4 &= s_4 + l_4 = \hbar/2 + 2\hbar & (m_l = 2) \\
 j_5 &= s_5 + l_5 = \hbar/2 + 0 & (m_l = 0) \\
 j_6 &= s_6 + l_6 = -\hbar/2 + 2\hbar & (m_l = 2) \\
 j_7 &= s_7 + l_7 = \hbar/2 - \hbar & (m_l = -1) \\
 j_8 &= s_8 + l_8 = -\hbar/2 - \hbar & (m_l = -1) \\
 j_9 &= s_9 + l_9 = -\hbar/2 + 0 & (m_l = 0)
 \end{aligned}$$

$$J = \sum j_i = s_5 + l_4 + l_6 = 4,5 \hbar.$$

(Achtung: Abweichend von den Bezeichnungen im Text wurden hier die Gesamtdrehimpulse mit J, j statt I, i bezeichnet.)

Wie im Abschnitt 5-5 besprochen, kann man die elementaren Drehimpulse der Größenordnung 10^{-34} J s nicht direkt messen. Daher bestimmt man zunächst die magnetischen Momente, zum Beispiel nach der Methode der Abbildung 5-9 und berechnet daraus mittels der Gleichungen (5-4) und (5-5) die Drehimpulse I . Dabei wird die Wechselwirkungsenergie U_m von μ mit einem äußeren Magnetfeld B_a und mit dem Magnetfeld B_h der Elektronenhülle gemessen:

$$U_m = -\mu(B_a + B_h). \quad (6-4)$$

Das Feld B_h der Elektronenhülle am Ort eines Atomkerns kann man nicht klassisch berechnen. Die Quantentheorie liefert hierfür Werte der Größenordnung 10 T. Die entsprechende Energie U_m beträgt für mittelgroße Atomkerne etwa 10^{-24} J ($\approx 10^{-5} \text{ eV}$).

Außer der in Abbildung 5-9 gezeigten Methode gibt es noch zwei weitere wichtige Verfahren zur Bestimmung der magnetischen Momente der Atomkerne: die Hyperfeinaufspaltung der Energieniveaus im Magnetfeld und die Kernresonanz. Infolge der Richtungsquantelung spaltet die Energie eines Zustands mit einem bestimmten μ bzw. I im Magnetfeld in

***g*-Faktor**

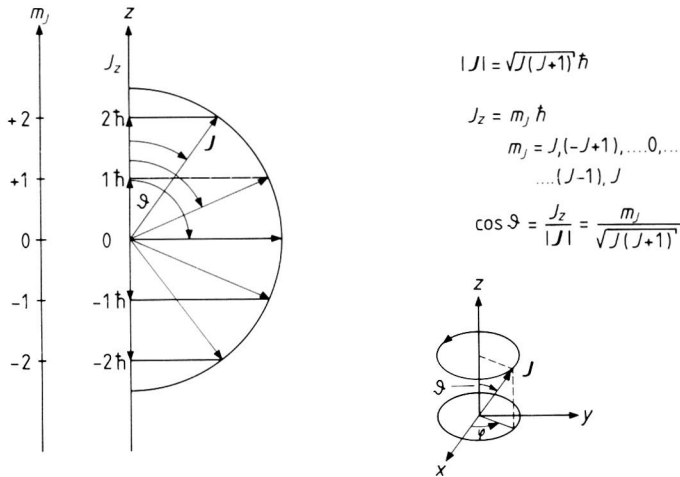


Abb. 6-14. Richtungsquantelung des Drehimpulses für $J = 2$. Die Präzession der Drehimpulse um die Meßrichtung ist eine Folge der Unschärfebeziehung: φ ist der Azimutalwinkel um die z -Achse, um welche J präzediert. Könnte man J und φ gleichzeitig genau messen, so hätte man die Lage von J im Raum exakt festgelegt. Damit wäre die Bewegung des Nukleons auf die Ebene senkrecht zu J beschränkt, das heißt seine Impulsunschärfe parallel zu J wäre dann unendlich groß; das Nukleon müßte den Kern verlassen. Aus diesem Grunde präzedieren Drehimpulse immer um die Meßrichtung. Die Zahl der Einstellmöglichkeiten von J relativ zur z -Achse, für welche J_z ein ganzzahliges Vielfaches von \hbar ist, beträgt aus geometrischen Gründen $2J + 1$, in unserem Beispiel 5. Entsprechende Verhältnisse gelten für die anderen elementaren Drehimpulse und deren Kombinationen ($j, l, L = \sum l_i$, s und $S = \sum s_i$). (Achtung: Abweichend von den Bezeichnungen im Text wurden hier die Gesamtdrehimpulse mit J, j statt L, l bezeichnet.)

($2I + 1$) getrennte Energieniveaus auf (Abb. 6-14).*) Mit modernen spektroskopischen Methoden, zum Beispiel mit dem Mößbauer-Effekt oder mit Interferenzspektroskopie kann man deren Energiedifferenzen mit einer Genauigkeit von etwa 1% messen. Hieraus erhält man bei Kenntnis von B mittels Gleichung (6-4) zunächst μ und dann mittels der Gleichungen (5-4) und (5-5) I . Dazu müssen allerdings die g -Faktoren der Nukleonen im Kern bekannt sein. Der g -Faktor enthält, wie wir in Abschnitt 5.5 besprochen haben, die Information über die innere Struktur des magnetischen Moments. Für das Bahnmoment eines Teilchens mit der Elementarladung e_0 , wie des Protons, ist er definitionsgemäß 1; für dasjenige eines neutralen Teilchens, wie des Neutrons, ist er 0. Die g -Faktoren der Eigenmomente haben für Nukleonen jedoch ganz andere Werte als für das Elektron, nämlich für das Proton + 5,59 und für das Neutron - 3,83. Das negative Vorzeichen beim Neutron bedeutet, daß hier μ und I antiparallel stehen. Diese Zahlenwerte kann man mit dem Quarkmodell der Nukleonen erklären. Beim Proton hat man danach $\mu_p = (4/3)\mu_u - (1/3)\mu_d$ und beim Neutron $\mu_n = (4/3)\mu_d - (1/3)\mu_u$. Die Zahlenfaktoren ergeben sich aus der Berechnung der verschiedenen Möglichkeiten für die relative Stellung der Drehimpulse des u- bzw. d-Quarks. Aus den gemessenen Werten von μ_p und μ_n hat man die in Tabelle 2-3 angegebenen Momente μ_u und μ_d erhalten, mit denen man die magnetischen Momente anderer Hadronen richtig voraussagen konnte.

*) Um Verwechslungen zwischen der Quantenzahl I und dem Betrag des Drehimpulses I zu vermeiden, schreiben wir diesen als $|I|$. Entsprechendes gilt für die anderen Drehimpulse.

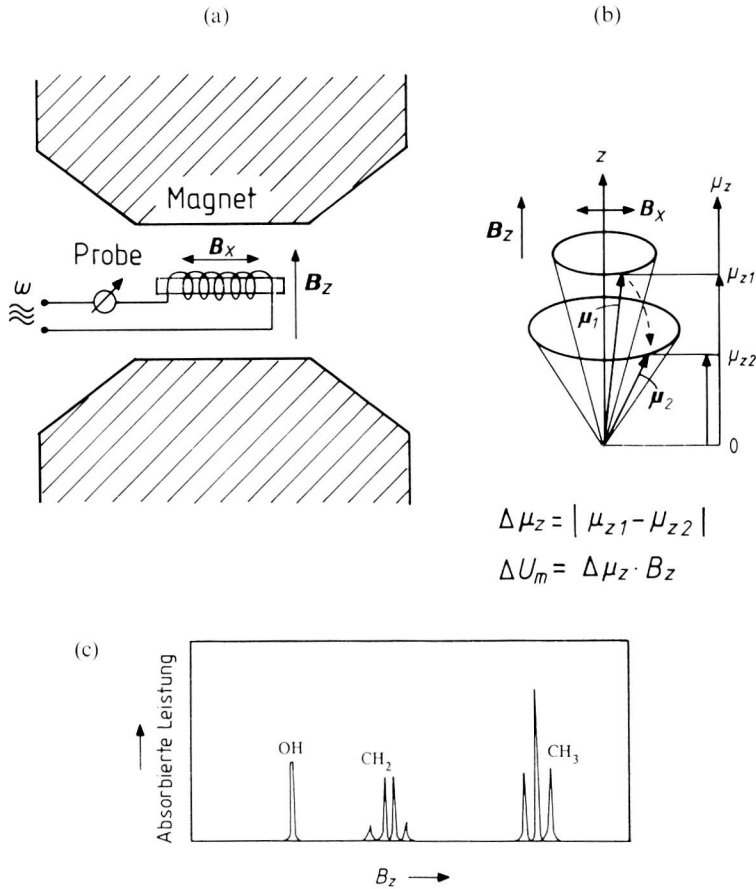


Abb. 6-15. Magnetische Kernresonanz. (a) Meßanordnung; (b) Umklappen ($\cdots \rightarrow$) von μ_1 in eine Richtung (μ_2) mit größerer magnetischer Energie; (c) Resonanzspektrum von Äthylalkohol ($\text{CH}_2\text{--CH}_2\text{--OH}$) bei fester Frequenz ω und variablem Feld B_z (nach Frauenfelder und Henley 1974).

Die Methode der Kernresonanz ist in Abbildung 6-15 beschrieben. Die zu untersuchende Probe befindet sich in einem starken homogenen Magnetfeld B_z , dem senkrecht ein Hochfrequenzfeld B_x überlagert ist. Die magnetischen Momente der Atomkerne präzedieren dabei um die z -Richtung unter einem der nach Abbildung 6-14 erlaubten Winkel. Wenn die Energiequanten $\Delta E = \hbar \omega$ des Hochfrequenzfeldes gerade so groß sind wie die Differenz $\Delta U_m = \Delta\mu_z \cdot B_z$ der magnetischen Energien zweier benachbarter Winkeleinstellungen, wird μ in eine ungünstigere Stellung relativ zum Feld B_z umgeklappt und dabei die Energie ΔU_m von der Probe absorbiert (Resonanz). Man beobachtet dann eine Abnahme des Stromes im Hochfrequenzkreis bei der Resonanzfrequenz $\omega_r = \Delta E/\hbar = \Delta\mu_z \cdot B_z/\hbar$. Sofern dabei μ nur in die nächstliegende ungünstigere Stellung umklappt ($\Delta m_I = 1$), was fast immer der Fall ist, so gilt nach Abbildung 6-14:

Kernresonanz

$$\Delta\mu_z = |\mu| \Delta \cos \vartheta = \frac{|\mu|}{\sqrt{I(I+1)}} \quad \text{und man erhält} \quad |\mu| = \frac{\omega_r \hbar \sqrt{I(I+1)}}{B_z}.$$

Bei Kenntnis von I , zum Beispiel aus der Zahl $(2I+1)$ der aufgespaltenen Linien der Hyperfeinstruktur, kann man somit $|\mu|$ aus den gemessenen Werten von ω_r und B_z berechnen.

Die Ergebnisse von Experimenten zur Bestimmung von μ bzw. I sind in Abbildung 6-16 und im Anhang B zusammengestellt. Die gemessenen Spinkquantenzahlen liegen im Grundzustand zwischen 0 und 11,5, die

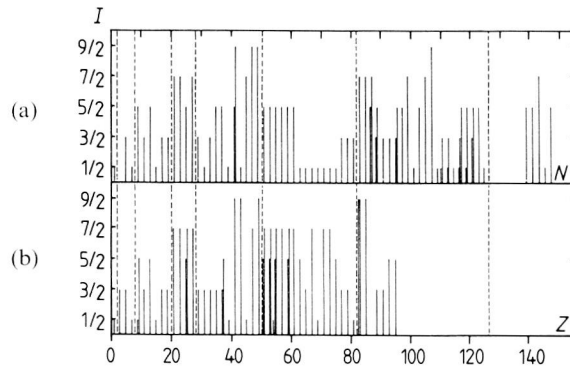


Abb. 6-16. Drehimpulsquantenzahlen von Atomkernen im Grundzustand. (a) Kerne mit ungerader Neutronenzahl N , (b) Kerne mit ungerader Protonenzahl Z . Die gestrichelten vertikalen Linien sind die magischen Zahlen (2, 8, 20, 28, 50, 82 und 126) (nach Meyerhof 1967).

Gesamtdrehimpulse zwischen 0 und $12\hbar = 12,7 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$. Die magnetischen Momente bewegen sich zwischen $-5\mu_K$ und $+7\mu_K$ bzw. zwischen $-2,53$ und $+3,54 \cdot 10^{-26} \text{ A m}^2$ (negatives Vorzeichen bedeutet, daß μ und I antiparallel zueinander stehen). Alle Kerne mit gerader Protonen- und gerader Neutronenzahl (gg-Kerne) haben $\mu = I = 0$, da sich bei ihnen Spin- und Bahndrehimpulse paarweise zu Null kompensieren. Der Betrag $|\mu|$ des magnetischen Kernmoments läßt sich durch ein von außen angelegtes Magnetfeld praktisch nicht beeinflussen. Da μ_I aus den μ_{i_i} und diese wieder aus den μ_{s_i} und μ_{l_i} der einzeln Nukleonen analog zu Abbildung 6-13 zusammengesetzt sind, könnte man an eine Änderung der relativen Orientierung der μ_{l_i} und μ_{s_i} , und damit von $|\mu_I|$, durch ein äußeres Feld denken. Hierzu wären jedoch Felder der Größenordnung 10^{13} T notwendig, denn die μ_{l_i} und μ_{s_i} sind im Kern durch elektromagnetische Kräfte mit einer Energie der Größenordnung 10^{-13} J ($\approx 1 \text{ MeV}$) untereinander gekoppelt (Spin-Bahn-Kopplung, siehe Abschn. 7.2).

6.6 Die Energiezustände der Atomkerne

Jedes aus mehreren Teilchen zusammengesetzte System, das den Gesetzen der Quantenmechanik gehorcht, kann in verschiedenen diskreten Energiezuständen existieren, nämlich dem Grundzustand mit der niedrigsten möglichen Energie und den angeregten Zuständen. Das gilt natürlich auch für Atomkerne. Die Bestimmung der Energien der verschiedenen Zustände eines Atomkerns geschieht durch unelastische Streuexperimente, wobei Energie vom einfallenden Teilchen auf den Atomkern übertragen wird (Abb. 6-17). Das Spektrum der angeregten Zustände enthält oft sehr viele Linien und ist nicht einfach zu interpretieren. Die zugeführte Energie kann nämlich im Atomkern vielerlei verschiedene Prozesse hervorrufen (Abb. 6-18 a–e):

- Änderung der mittleren Abstände der Nukleonen voneinander (a), (c),
- Änderung der Drehimpulse der Nukleonen bzw. des gesamten Kerns (b),
- damit verbundene Änderung der magnetischen Momente (b),
- Anregung von Deformationsschwingungen des Kerns (e),
- Änderung der Protonenverteilung bzw. des elektrischen Quadrupolmoments (d), (e).

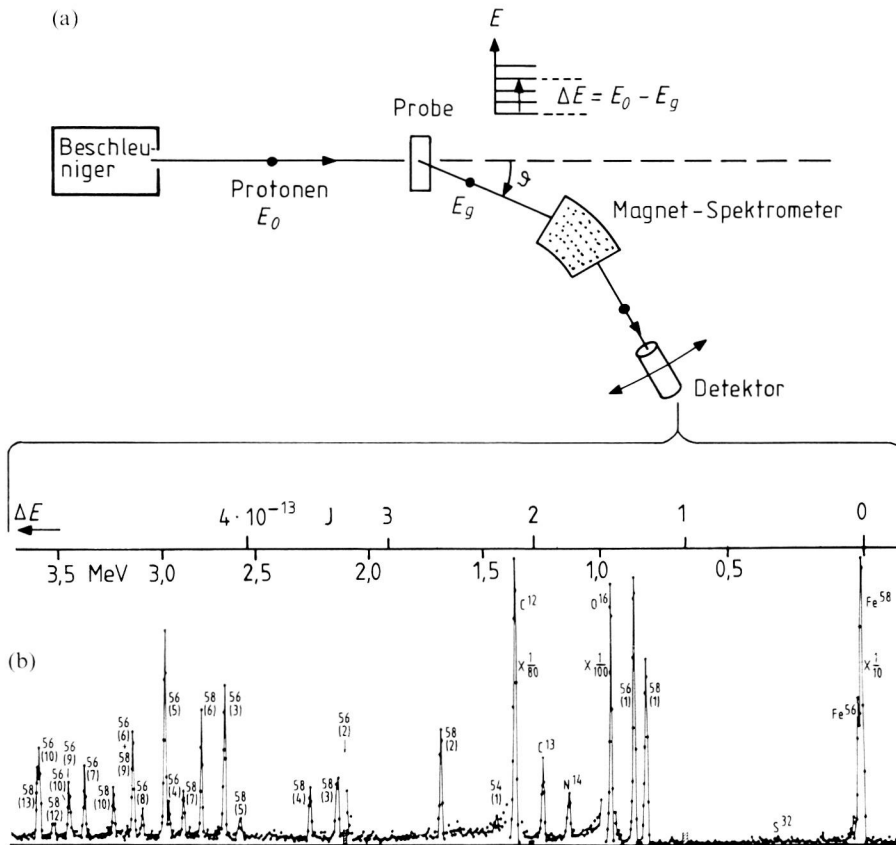


Abb. 6-17. Unelastische Streuung zur Bestimmung der Energiezustände von Atomkernen. (a) Experimentelle Anordnung zur Streuung von Protonen. Das magnetische Spektrometer sortiert die gestreuten Protonen nach Impuls bzw. Energie. Die Differenz $\Delta E = E_0 - E_g$ wird an einen Atomkern der Probe übertragen. (b) Energieverluste von Protonen in Eisen. Einfallenergie 10^{-14} J ($\approx 7 \text{ MeV}$), Streuwinkel $\vartheta = 130^\circ$ (nach Frauenfelder und Henley 1974).

Welcher dieser Prozesse jeweils zu einem bestimmten angeregten Energiezustand gehört, ist vom Experiment her nicht immer leicht zu entscheiden. Dazu benötigt man im allgemeinen ein Modell.

Weil die Schrödinger- bzw. die Dirac-Gleichung für einen Atomkern nicht exakt lösbar ist, hat man eine Reihe solcher Modellvorstellungen entwickelt, denen jeweils bestimmte Vereinfachungen zugrundeliegen: das Tröpfchenmodell, das Fermi-Gas-Modell, das Schalenmodell, das Alpha-Teilchenmodell, das optische Modell, das Modell wechselwirkender Bosonen usw. Wir wollen diese Modelle hier nicht im einzelnen behandeln, denn mit keinem von ihnen kann man *alle* experimentellen Befunde befriedigend interpretieren. Jedes Modell erklärt nur gewisse Aspekte der Kerneigenschaften, aber es versagt bei anderen.

Manchen Modellen gemeinsam ist die Annahme eines gemittelten Potentials^{*)}, durch welches die Nukleonen im Atomkern zusammengehalten werden (Abb. 6-19 b). Dieses Potential ist eine an experimentelle Werte angepaßte Funktion, die für Protonen wegen der Coulomb-Abstoßung eine etwas andere Form hat als für Neutronen. Man kann sich das Kernpotential additiv aus den Potentialen der einzelnen Nukleonen zusammengesetzt denken, deren Form durch Streuexperimente von Neutronen und Protonen aneinander sehr genau bekannt ist (Abb. 6-19 a). Im Kernpotential sind die Nukleonen gebunden, wenn ihre Gesamtenergie negativ ist, das heißt, wenn ihre kinetische Energie (E_k) dem Betrage nach kleiner ist als ihre potentielle (E_p) (Abb. 6-19 b).

Kernmodelle

Empirisches Kernpotential

^{*)} Siehe Fußnote k zu Tabelle 3-1.

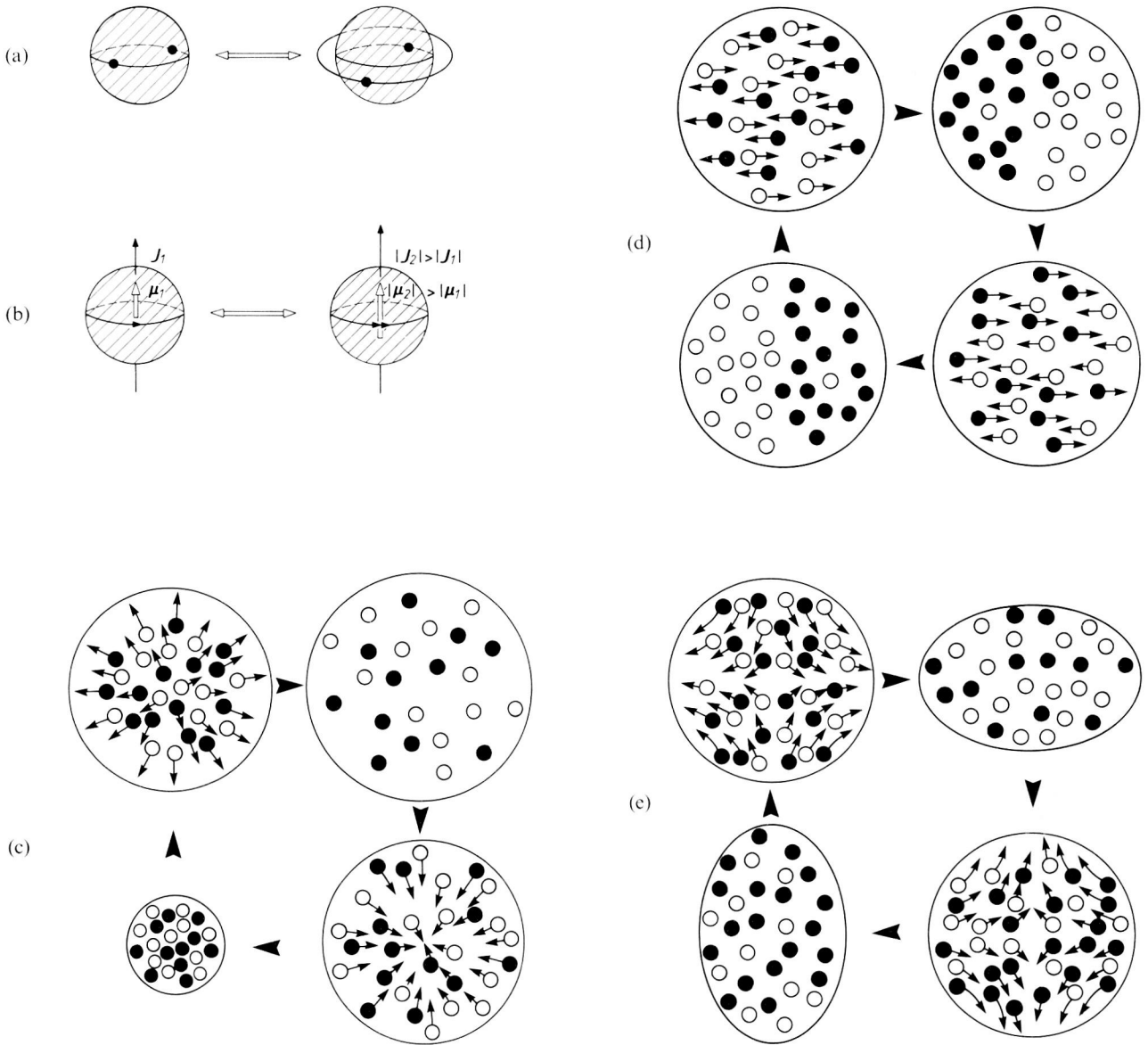


Abb. 6-18. Angeregte Zustände von Atomkernen. (a) Änderung des Bahnradius eines Nukleons; (b) Änderung des Drehimpulses und des magnetischen Moments; (c) Monopolschwingung: Änderung des Volumens ohne Änderung der elektrischen Ladungsverteilung; (d) Dipolschwingung: Änderung der Protonenverteilung ohne Änderung des Volumens; (e) Quadrupolschwingung: Änderung des Quadrupolmoments und der Form (● Protonen, ○ Neutronen; teilweise nach Bertsch 1983).

Mit einem solchen Potential kann man die Schrödinger- bzw. die Dirac-Gleichung für ein einzelnes Nukleon numerisch lösen und erhält dann angenäherte Wellenfunktionen und Energieeigenwerte, die mit den experimentell bestimmten Energieniveaus (siehe Abb. 6-17) verglichen werden können. Diese Einteilchen-Näherung liefert in einigen Fällen ganz befriedigende Resultate, in anderen Fällen, besonders bei leichten Kernen versagt sie jedoch. Da wir im nächsten Kapitel die Lösung der Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoffatom ausführlich besprechen werden, wollen wir hier nur die wichtigsten Eigenschaften kurz zusammenstellen, die sol-

Quantenzustände

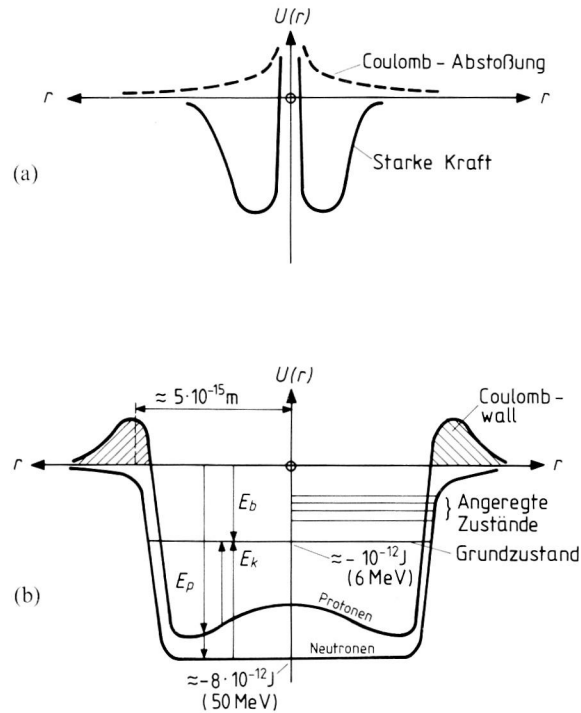


Abb. 6-19. Potentialverlauf in Atomkernen. (a) Empirisches Streupotential zweier Nukleonen (Proton oder Neutron). $U(r) = [V_R e^{-K_R r} - V_A e^{-K_A r}]/r$ mit $V_R = 4,75 \cdot 10^{-25} \text{ J m}$, $V_A = 1,22 \cdot 10^{-25} \text{ J m}$, $K_R = 2,66 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-1}$, $K_A = 1,75 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-1}$ (Indizes: A: Attraction [Anziehung], R: Repulsion [Abstoßung]). (b) Empirisches Kernpotential für $A \geq 50$. Die Summe aus kinetischer und potentieller Energie der Nukleonen, $E_k + E_p$ (< 0), ist die Bindungsenergie E_b . Der „Coulomb-Wall“ stellt eine Potentialbarriere für elektrisch positiv geladene Teilchen dar, die sich dem Atomkern von außen nähern. Seine Höhe beträgt einige 10^{-12} J ($\approx 20 \text{ MeV}$; hier nicht maßstäblich gezeichnet).

chen Lösungen gemeinsam sind:

- Die Schrödinger-Gleichung besitzt physikalisch sinnvolle Lösungen $\psi(r)$ nur für bestimmte Werte der Gesamtenergie sowie des Betrages und der Richtung des gesamten Drehimpulses. Diese Werte nennt man Eigenwerte (E_i , $|I|_i$, I_{z_i}).
- Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Teilchen ist gegeben durch $W(r) = \psi^*(r) \psi(r)$.
- Die Eigenwerte sind für bestimmte zentralsymmetrische Formen des Potentials durch drei Quantenzahlen n , I und m_I charakterisiert. Es gilt $E_n = f(n)$, wobei $f(n)$ eine mit n monoton wachsende Funktion ist, $|I| = \sqrt{I(I+1)} \hbar$, $I_z = m_I \hbar$.
- Die Quantenzahlen können folgende Werte annehmen: $n = 1, 2, 3, \dots$; $I = L - S, \dots, 0, \dots, L + S$; $m_I = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm I$.

Dabei sind L bzw. S die Drehimpulsquantenzahlen der Bahn- bzw. Spindrehimpulse des gesamten Korns $|L| = \sqrt{L(L+1)} \hbar$ bzw. $|S| = \sqrt{S(S+1)} \hbar$. Gelingt es, die Wellenfunktionen zu berechnen, so erhält man ein anschauliches Bild von dem betreffenden Atomkern, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines seiner Nukleonen an einem bestimmten Ort r , seine Gesamtenergie, sowie den Betrag und die Richtung seines Bahndrehimpulses. Dieses Bild liegt allen unseren Vorstellungen vom Atomkern zugrunde, insbesondere auch allen unseren schematischen Zeichnungen. Im Grundzustand hat das Nukleon immer den Bahndrehimpuls Null. Die angeregten Zustände unterscheiden sich davon in der in Abbildung 6-18 skizzierten Weise. Einige Energieniveaus sind im rechten Teil der Abbildung 6-19b eingezeichnet. Die zugehörigen Wellenfunktionen ähneln in wesentlichen Zügen denjenigen, die wir im nächsten Kapitel beim Wasserstoffatom erhalten werden (siehe Abb. 7-5).

6.7 Instabile Atomkerne und Radioaktivität

Nicht alle Atomkerne sind stabil. Die meisten von ihnen verwandeln sich im Lauf der Zeit in energieärmere, das heißt leichtere und stabilere Kerne. Man nennt diesen Vorgang radioaktiven Zerfall. Welche Atomkerne stabil sind, welche nicht, und wie sie zerfallen, kann man nicht exakt voraussagen. Wir sind hier, wie bei so vielen Kerneigenschaften, im wesentlichen auf die Erfahrung und auf einige näherungsweise befriedigende Modelle angewiesen. Wie die Tabelle im Anhang B zeigt, sind etwa 1600 von den 1900 bis heute untersuchten Atomkernen radioaktiv. Die Umwandlung eines solchen Atomkerns in einen anderen kann auf viele verschiedene Arten erfolgen. Die wichtigsten sind in Abbildung 6-20 skizziert. Es können eines oder mehrere Nukleonen emittiert werden, die Nukleonen bzw. die darin enthaltenen u- und d-Quarks können sich ineinander umwandeln, oder der Kern kann sich in zwei oder mehr Teile spalten. Schließlich können die Nukleonen sich relativ zueinander anders anordnen oder ihre Drehimpulse ändern, wobei fast immer elektromagnetische Strahlung ausgesandt wird, wenn der Vorgang mit einer Erniedrigung der Energie des Kerns verbunden ist.

Welcher dieser Prozesse in einem bestimmten Kern jeweils abläuft läßt sich nicht exakt voraussagen. Atomkerne mit einem großen Überschuß von Protonen verwandeln sich unter Protonenemission, solche mit einem kleinen Überschuß durch β^+ -Zerfall oder e^- -Einfang. Kerne mit einem großen Neutronenüberschuß emittieren Neutronen, solche mit einem kleinen emittieren β^- -Teilchen, also Elektronen (siehe Abb. 6-3). Alle schweren Kerne mit mehr als 83 Protonen zeigen α -Zerfall oder spontane Spaltung. Bei den letzten drei Beispielen in Abbildung 6-20, also beim γ -Zerfall, bei der Konversion und der inneren Paarbildung, haben die entstehenden Kerne dieselbe Nukleonenzahl wie die „zerfallenden“, nur besitzen sie weniger Energie. Im Grunde handelt es sich hier um nichts anderes als um den Übergang eines Kerns von einem höheren in einen niedrigeren Energiezustand, wie wir ihn im vorigen Abschnitt besprochen haben. Man nennt jedoch Kerne mit einer Lebensdauer des angeregten Zustands von mehr als 10^{-8} s „isomere“ Atomkerne und spricht auch bei ihnen von radioaktivem „Zerfall“; das hat historische Gründe. Bei dieser Gelegenheit gleich noch ein paar weitere konventionelle Bezeichnungen:

- Nuklid: eine bestimmte Sorte (N, Z) von Atomkernen;
- Isobare: Nuklide mit gleicher Massenzahl A (wobei gilt: $A = N + Z$);
- Isotope: Nuklide mit gleicher Ordnungs-(Protonen-)Zahl Z ;
- Isotone: Nuklide mit gleicher Neutronenzahl N .

Die Umwandlung der Atomkerne folgt dem bekannten Zerfallsgesetz für die Anzahl dN der in der Zeit dt zerfallenden Kerne:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad \text{woraus folgt} \quad N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-t/\tau}. \quad (6-5)$$

Hier ist λ die Zerfallskonstante und $\tau = 1/\lambda$ die mittlere Lebensdauer der Kerne. Die Größe $\tau_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0,693/\lambda$ wird als Halbwertszeit bezeichnet; es ist diejenige Zeit, in der sich jeweils die Hälfte einer vorhandenen

Arten der Radioaktivität

Zerfallsgesetz

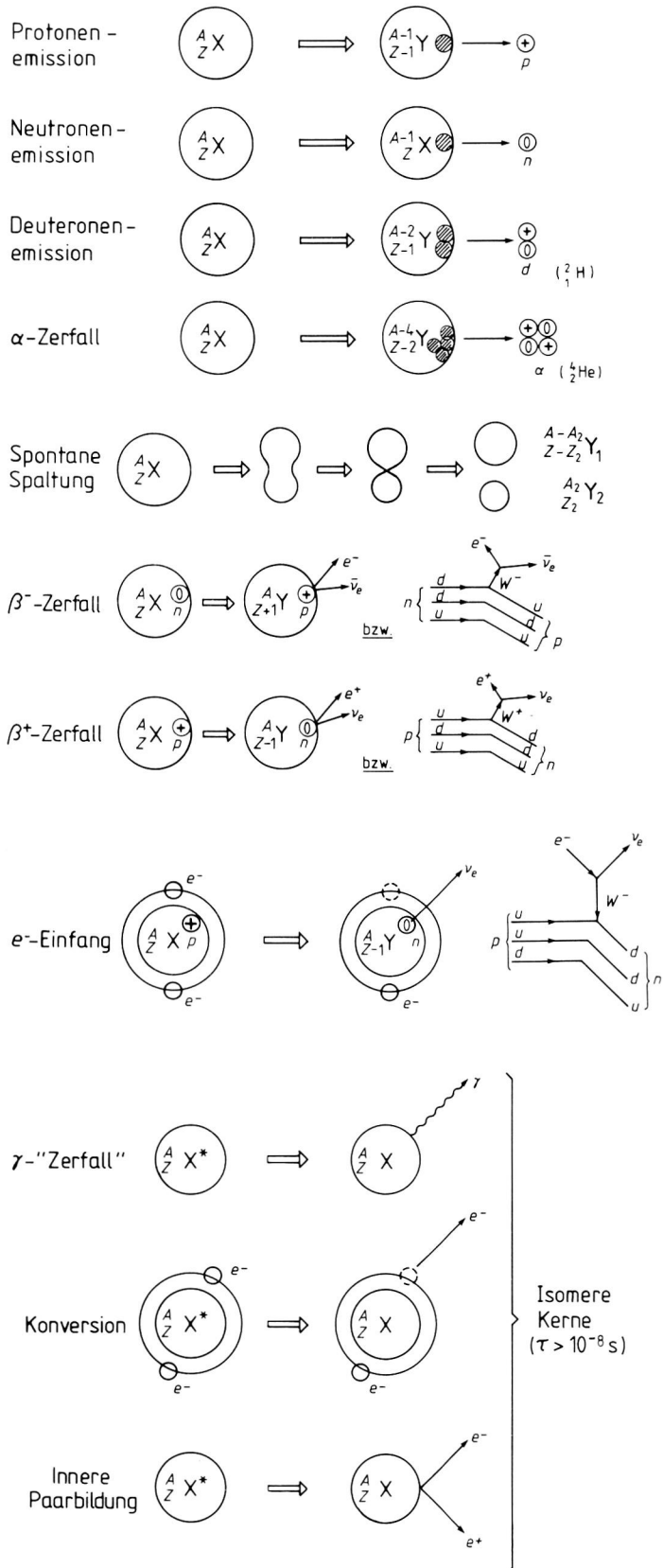


Abb. 6-20. Radioaktive Kernumwandlungen. X bzw. Y stehen für das chemische Symbol eines Kerns. X* bezeichnet einen angeregten Zustand von X. Beim β^\pm -Zerfall und beim e^- -Einfang ist die $p \leftrightarrow n$ -Umwandlung auch im Quarkmodell dargestellt.

Zahl von Atomkernen umgewandelt hat, was man leicht nachprüfen kann, indem man in Gleichung (6-5) $N = N_0/2$ setzt. Das Zerfallsgesetz mit konstantem λ ist ein Ausdruck dafür, daß die Zahl der pro Zeiteinheit zerfallenden Kerne dN/dt völlig unabhängig von allen äußeren Einflüssen und nur eine Eigenschaft des zerfallenden Kerns selbst ist.

Die bisher beobachteten Lebensdauern von Atomkernen liegen zwischen 10^{-20} Sekunden und 10^{30} Jahren; sie sind zusammen mit den Zerfallsenergien in der Tabelle im Anhang B angegeben. Als Zerfallsenergie bezeichnet man die Differenz der Gesamtenergien des zerfallenden und des entstehenden Kerns. Sie liegt zwischen 10^{-16} und 10^{-12} J (≈ 1 keV bis 10 MeV). Die Bestimmung der Energiewerte selbst ist durch die Unschärfebeziehung $\Delta E \cdot \tau \geq h/2$ begrenzt. Sie liefert zum Beispiel für $\tau = 10^{-20}$ s ein ΔE von 10^{-14} J (≈ 100 keV), jedoch für $\tau = 10^{30}$ a = $3 \cdot 10^{37}$ s ein ΔE von $3 \cdot 10^{-72}$ J ($\approx 3 \cdot 10^{-53}$ eV). Die Zerfallsenergien langlebiger Atomkerne sind also sehr genau bestimmbar, diejenigen von kurzlebigen aber nur relativ ungenau. Bei der Messung der Zerfallsenergie nach einer der in Kapitel 5 besprochenen Methoden muß man beachten, daß der Atomkern bei der Emission von Teilchen oder elektromagnetischer Strahlung im allgemeinen eine Rückstoß erfährt und somit selbst einen Teil der Zerfallsenergie wieder aufnimmt. Eine Ausnahme bildet der Mößbauer-Effekt (siehe Kap. 16), bei dem der Rückstoß des Kerns durch den Einbau in ein Kristallgitter unterdrückt wird. Der Rückstoß wird dann vom ganzen Kristall oder der ganzen Erde aufgenommen, und seine Energie wird demzufolge unmeßbar klein. Wenn mehrere Teilchen beim Zerfall entstehen, wie bei der β -Umwandlung, beim Elektronen-Einfang und bei der Paarbildung, verteilt sich die Zerfallsenergie nach den Regeln der Mechanik auf alle Partner.

Die Emission von Nukleonen kann man phänomenologisch im Rahmen des Potentialmodells der Abbildung 6-19 b gut beschreiben. Protonen und α -Teilchen müssen dabei den elektrostatischen Coulomb-Wall überwinden bzw. durchtunneln. Je höher ihre Energie im Kern ist, desto leichter gelingt ihnen dies, desto kürzer ist die Lebensdauer der zerfallenden Kerne, und um so höher ist auch die kinetische Energie der emittierten Nukleonen (Regel von Geiger und Nuttal, Abb. 6-21). Für den β -Zerfall gibt es keine

Zerfallsmodelle

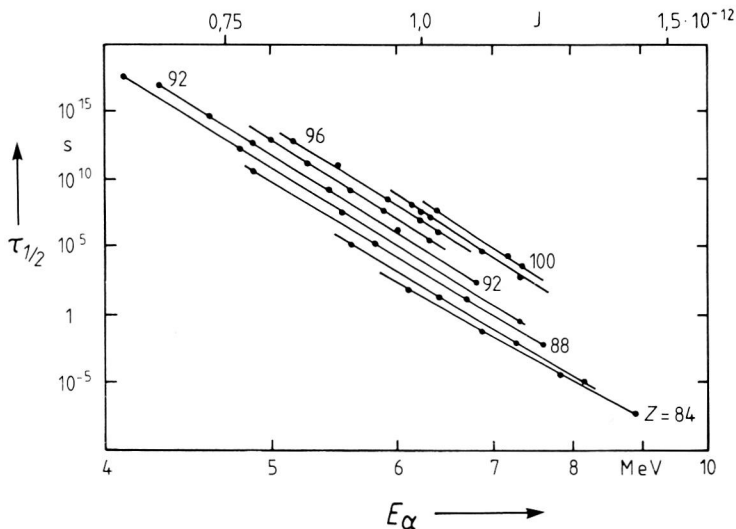


Abb. 6-21. Geiger-Nuttal-Beziehung für den Alpha-Zerfall. Wiedergegeben ist hier die Halbwertszeit $\tau_{1/2}$ in Abhängigkeit von der Zerfallsenergie E_{α} . Parameter ist die Protonenzahl Z des zerfallenden Kerns. Die Geiger-Nuttal-Regel lautet (mit E_{α} in MeV, der Summe der kinetischen Energien des entstehenden Kerns $(Z-2)$ und des α -Teilchens; $\tau_{1/2}$ in s):

$$\log \tau_{1/2} = -1,61 (Z-2)^{2/3} - 21,4 + \frac{1,61 (Z-2)}{\sqrt{E_{\alpha}}}$$

(nach Meyerhof 1967).

derartige einfache Beziehung zwischen Lebensdauer und Zerfallsenergie. Hier ist der primäre Vorgang die Emission eines W-Bosons durch ein u- bzw. d-Quark und dessen Verwandlung in die jeweils andere Quarksorte. Diesen Prozeß kann man bisher nicht durch die Bewegung eines Teilchens in einem Potentialtopf beschreiben. Jedoch gilt auch hier die Regel, daß zu größeren Lebensdauern kleinere Zerfallsenergien gehören und umgekehrt.

Sie werden nun vielleicht fragen: Woher kommen die radioaktiven Atomkerne, wenn sie doch alle immer wieder zerfallen? Warum sind sie nicht schon längst von der Erde verschwunden, sofern ihre Lebensdauern kleiner sind als das Erdalter ($4,5 \cdot 10^9$ a)? Die Antwort ist einfach. Radioaktive Atomkerne stammen aus drei Quellen: Die meisten der heute vorhandenen Atomkerne entstanden bei thermonuklearen Reaktionen in Sternen, bei denen sie stufenweise aus Protonen zusammengebaut werden (siehe Abb. 6-7b und Kap. 22). Die kurzlebigeren Kerne werden zum einen Teil in der Erdatmosphäre und in den obersten Erdschichten durch Neutronen aus stabilen Atomkernen erzeugt, zum Beispiel in den Reaktionen $^{14}_7\text{N} + n \rightarrow ^{14}_6\text{C} + p$, $^{14}_7\text{N} + n \rightarrow ^{12}_6\text{C} + ^3_1\text{H}$. Die Neutronen sind dabei Sekundärprodukte der kosmischen Strahlung, die primär aus sehr energiereichen Protonen, Elektronen und Photonen besteht. Bei deren Zusammenstößen mit den Atomkernen der Atmosphäre werden aus diesen Neutronen emittiert. Zum anderen Teil entstehen die kurzlebigen Atomkerne bei der technischen Nutzung der Kernenergie und in Teilchenbeschleunigern. Der technisch erzeugte Anteil kurzlebiger Atomkerne ist heute bei manchen Stoffen schon größer als der natürliche.

Entstehung instabiler Kerne

Zusammenfassung

Atomkerne sind im Vergleich zu den Hadronen sehr komplizierte zusammengesetzte Systeme. Ihre Eigenschaften sind daher vielseitiger als diejenigen der Hadronen. Auch liegen ihre angeregten Zustände in einem experimentell leichter zugänglichen Energiebereich, nämlich bei etwa 10^{-13} J statt bei 10^{-10} J. Die Schrödinger-Gleichung läßt sich für einen Atomkern nur unter starken Vereinfachungen und nur numerisch lösen. Daher muß man das experimentelle Material und unser Wissen über die Eigenschaften der Kerne weitgehend empirisch ordnen, was den Überblick etwas erschwert.

Bei den Atomkernen begegnen wir, wie schon bei den Hadronen, einer Reihe von neuen Erscheinungen, die nicht Eigenschaften der Elementarteilchen selbst sind, sondern erst durch das Zusammenwirken vieler Teilchen zustandekommen: Energiezustände, Bahndrehimpulse, Deformationsschwingungen, Radioaktivität. In jüngster Zeit glaubt man, sogar Dichtewellen (Schallfortpflanzung) in Atomkernen beobachtet zu haben. Wir bezeichnen diese neuen Eigenschaften als „Systemeigenschaften“. Sie sind im Prinzip alle auch schon bei den Hadronen vorhanden, nur liegen sie dort in schwerer zugänglichen Energiebereichen. Im nächsten Kapitel werden wir weitere neue Systemeigenschaften kennenlernen, die wiederum aus energetischen Gründen noch nicht bei Atomkernen, sondern erst bei Atomen beobachtet werden können: die Polarisierung in elektrischen und magnetischen Feldern.

Bei der Interpretation von Untersuchungen an Atomkernen macht manchmal ein Umstand Schwierigkeiten: Wegen der starken Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen und Atomkernen sind die Kerne meistens nicht „nackt“; sie haben eine mehr oder weniger vollständige Elektronenhülle. Diese besitzt ihrerseits Eigenschaften, die denen der Atomkerne gleich oder ähnlich sind. Bei der Deutung von Experimenten muß man in der Lage sein, die Eigenschaften des Kerns von denjenigen der Hülle zu unterscheiden und abzutrennen.

Die Zahl der heute bekannten Atomkerne beträgt rund 1900, wovon etwa 270 „stabil“ sind, d. h. Lebensdauern von mehr als 10^{13} Jahren besitzen. Theoretisch müßte es rund 23 000 verschiedene Atomkerne geben, wenn man alle möglichen Kombinationen aus 1 bis 115 Protonen und 1 bis 200 Neutronen zusammenzählt. Die meisten dieser Kerne haben jedoch eine positive Gesamtenergie, d. h. die kinetische Energie ihrer Bestandteile ist größer als ihre potentielle Energie. Solche Kerne halten nicht zusammen, wenn sie auf natürliche oder künstliche Weise erzeugt werden. Ihre Bestandteile fliegen sofort wieder auseinander. Alle Kerne mit mehr als 83 Protonen sind radioaktiv. Etwas langlebiger sind vielleicht die Kerne mit 114 ± 5 Protonen und 192 ± 10 Neutronen, um deren künstliche Herstellung man sich bemüht. Das Verhältnis der Neutronen- zur Protonenzahl wächst von 1:1 bei leichten Kernen mit $A \lesssim 30$ bis auf 1,6:1 bei $A \approx 250$.

Die Nukleonen sind im Kern dicht gepackt und bewegen sich mit etwa $1/10$ Lichtgeschwindigkeit. Die Form der meisten Kerne weicht um einige Prozent von der Kugelgestalt ab; sie haben daher ein elektrisches Quadrupolmoment. Die Eigen- und Bahndrehimpulse sowie die magnetischen Momente der Protonen bzw. Neutronen kompensieren sich in Kernen im Grundzustand soweit als möglich paarweise. Der resultierende Bahndrehimpulse beträgt meist weniger als $10 \hbar$. Da man die Schrödinger- bzw. die Dirac-Gleichung für einen ganzen Atomkern wenn überhaupt, dann nur unter ziemlich einschränkenden Näherungen lösen kann, wissen wir nicht, wie die Wellenfunktionen der Nukleonen in Atomkernen genau aussehen.

7 Atome

Der Atombegriff stammt aus der griechischen Naturphilosophie und ist schon über 2500 Jahre alt. Seine wissenschaftliche Wiederbelebung in der Neuzeit geschah um 1800 durch W. Prout und J. Dalton bei der quantitativen Untersuchung chemischer Reaktionen. Das erste Atommodell wurde um 1900 von J. J. Thomson entwickelt und später durch E. Rutherford und W. Bohr verbessert und erweitert. Rund 20 Jahre danach fand E. Schrödinger dann das „richtige“ quantenmechanische Atommodell. Die Atomphysik hat im Vergleich zu den bisher behandelten kleineren Bausteinen der Materie somit schon eine sehr lange Geschichte. Experimente zum direkten Nachweis der Eigenschaften einzelner Atome gibt es jedoch erst seit etwa 100 Jahren, und erst seit 20 Jahren kann man Atome wirklich „sehen“, das heißt mit einem „Mikroskop“ abbilden.

Wir werden in diesem Kapitel zunächst das klassische Atommodell von Bohr besprechen und dann das quantenmechanische von Schrödinger. Detaillierte Rechnungen werden wir nur für das einfachste Atom, den Wasserstoff ${}^1\text{H}$, betrachten. Dann werden wir uns mit dem Aufbau komplizierter Atome und mit dem Periodensystem der Elemente beschäftigen. Schließlich werden wir die Wirkung von elektrischen und magnetischen Feldern auf Atome untersuchen und dabei eine neue Systemeigenschaft kennenlernen, ihre Polarisierbarkeit.

Da die Linearabmessungen der Atome etwa 100 000mal größer sind als die der Atomkerne, benötigt man zur Untersuchung ihrer Struktur eine rund 10^{10} mal kleinere Elektronenenergie bzw. eine 10^5 mal kleinere Photonenenergie. Die Energiedifferenzen in Atomen liegen zwischen 10^{-26} und 10^{-14} J ($\approx 10^{-7}$ bis 10^5 eV), also etwa 10^6 mal niedriger als bei Atomkernen. Dieser Unterschied rührt von den verschiedenen Größenverhältnissen aufgrund der verschiedenen Bindungsart her. Kern und Elektronenhülle werden nicht durch die starke Wechselwirkung zusammengehalten, sondern durch die etwa 100mal schwächere elektromagnetische.

Die verschiedene Größenordnung der für Atomkerne bzw. Atome relevanten Energiebereiche bedingt auch ganz verschiedene Experimentiermethoden. Wenn ein Atom seinen Energiezustand um ΔE verändert, dann wird im allgemeinen dabei eine elektromagnetische Strahlung der Frequenz $\nu = \Delta E/h$ emittiert. Umgekehrt kann man das Atom durch Einstrahlen des entsprechenden Photons wieder in den angeregten Energiezustand brin-

gen. Energiedifferenzen in der Atomhülle liegen zum großen Teil im sichtbaren Spektralbereich, man kann sie direkt und farbig sehen! Die optische Spektroskopie ist daher die wichtigste Methode zum Studium der Atomeigenschaften. Andererseits haben wir für die γ -Strahlung im Bereich von 10^{-13} J, die von Atomkernen ausgeht, kein Sinnesorgan.

7.1 Das Atommodell von Bohr

Atome sind elektrisch neutrale Gebilde. Das kann man nachprüfen, indem man einen Gasstrom durch ein elektrisches Feld laufen läßt: Er wird nicht abgelenkt. Die Masse der Atome kennt man aus massenspektrometrischen Untersuchungen sehr genau (siehe Abb. 6-2). Sie stimmt im Rahmen der Meßgenauigkeit mit den aus Gleichung (6-2) errechneten Werten überein. Atome bestehen demnach nur aus Atomkernen und der entsprechenden Anzahl Z von Elektronen. Die Größe der Atome erhält man entweder aus Streuexperimenten mit Teilchen geeigneter Wellenlänge, zum Beispiel Elektronen von 10^{-17} J (≈ 100 eV) (siehe Kap. 5-7), oder aus der Dichte ϱ von Festkörpern oder Flüssigkeiten, wenn man annimmt, daß die Atome hier dicht gepackt sind (Atomvolumen $V_a = V/N = m_a V/M = m_a/\varrho$ mit der Atomzahl N und der Masse M in V , sowie der Atommasse m_a). Die Atomdurchmesser liegen in der Größenordnung von 10^{-10} m, sind also etwa 100 000mal größer als die der Atomkerne. Ein Atom besteht somit zum größten Teil aus leerem Raum, der von einem winzigen Kern und von den Elektronen bevölkert wird. Es ist die Hauptaufgabe der Atomphysik, die räumliche Anordnung und die Relativbewegungen von Kern und Elektronen zu untersuchen und daraus, sowie aus den Eigenschaften der Kerne und Elektronen selbst, die Eigenschaften der Atome zu erklären.

Aufgrund der vorliegenden experimentellen Befunde über Atome, und zur Erklärung der in den optischen Spektren entdeckten Systematik (siehe Abb. 7-2) entwickelte N. Bohr 1913 ein sehr einfaches Modell: Die Elektronen kreisen auf festen Bahnen um den Atomkern und bewegen sich nach den Gesetzen der klassischen Mechanik (Abb. 7-1). Sie sind an den Kern durch die elektrostatische Coulomb-Kraft gebunden. Um ihre Bewegungen einfach berechnen zu können, muß man eine Reihe von Annahmen machen:

Näherungen

1. Die gesamte Atommasse ist im Kern konzentriert; er kann als ruhend betrachtet werden.
2. Die Bewegung der Elektronen ist nichtrelativistisch ($v_e \ll c$).
3. Jedes Elektron hat einen zeitlich konstanten und gequantelten Bahndrehimpuls $I = m_e (r \times v_e)$, $|I| = n \hbar$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) (m_e Elektronenmasse, r Bahnradius, n Hauptquantenzahl). Diese Annahme ist gleichbedeutend mit $n\lambda = 2\pi r$ für $\lambda = h/p$. Das heißt, der Bahnumfang muß ein ganzzahliges Vielfaches der Materiewellenlänge des Elektrons sein, damit die Wellenfunktion längs seiner Bahn eindeutig wird. Von Materiewellen und von de Broglies Beziehung wußte Bohr allerdings 1913 noch nichts.

4. Die Elektronen strahlen während ihrer Bewegung auf den stationären Bahnen keine elektromagnetische Energie ab.
5. Beim Übergang von einer Bahn (n') auf eine solche mit kleinerem Radius ($n < n'$) wird jedoch die Energiedifferenz $\Delta E = E_{n'} - E_n$ als elektromagnetische Welle der Frequenz $\nu = \Delta E/h$ abgestrahlt.
6. Die elektrostatische Wechselwirkung der Elektronen untereinander sowie die magnetische Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten von Kern und Elektronen werden vernachlässigt.

Mit diesen Annahmen kann man die Eigenschaften der stationären Elektronenbahnen berechnen. Dazu setzt man Coulomb-Kraft F_C und Zentrifugalkraft F_z gleich und erhält die in Abbildung 7-1 skizzierten

Bahnberechnungen

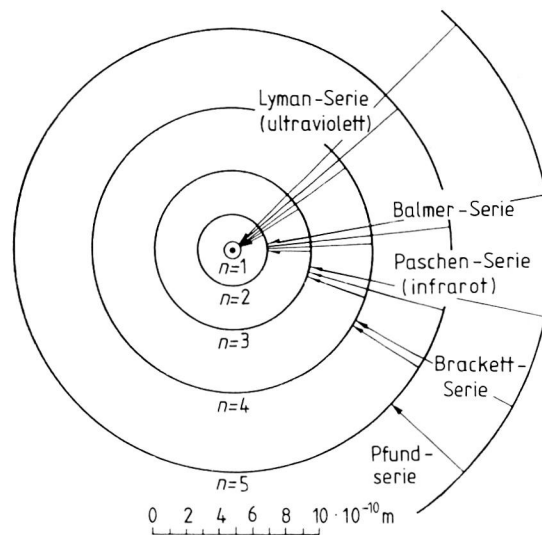


Abb. 7-1. Bohrs Atommodell. Die Kreise bezeichnen die Bahnen der Elektronen um den Kern. Die Pfeile bedeuten Platzwechselvorgänge der Elektronen zwischen den Bahnen. Die Namen der Pfeilgruppen bezeichnen die Entdecker der entsprechenden Linien im elektromagnetischen Wasserstoff-Atomspektrum; n ist die Bahnquantenzahl bzw. Hauptquantenzahl (nach Haken und Wolf 1987).

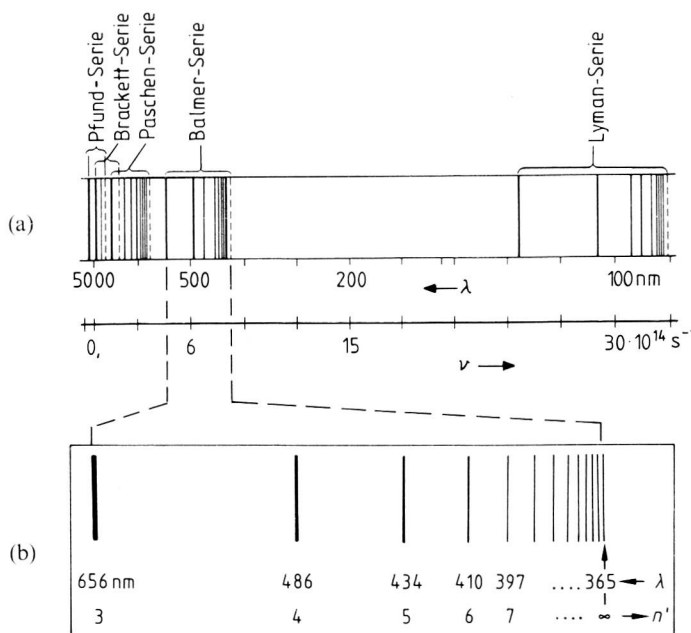


Abb. 7-2. Das Wasserstoffspektrum. Oben: Berechnetes Wasserstoffspektrum. Die Namen der Serien (Abb. 7-1) gehören jeweils zu einem bestimmten n ($n < n' < \infty$): Lyman ($n = 1$), Balmer ($n = 2$), Paschen ($n = 3$), Bracket ($n = 4$), Pfund ($n = 5$) (nach Semat und Albright 1972). Unten: Gemessenes Balmer-Spektrum des Wasserstoffs: $n = 2$, $2 < n' < \infty$ (nach Mayer-Kuckuk 1980).

Kreisbahnen. Für eine bestimmte Bahn (n) mit Radius r_n und Elektronengeschwindigkeit v_n gilt mit der Kernladungszahl Z

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z e_0^2}{r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n} = F_z. \quad (7-1)$$

Setzt man hier, gemäß der Voraussetzung 3, $r_n = n\hbar/m_e v_n$, so folgt

$$v_n = \frac{Z e_0^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n} \quad \text{und} \quad r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e Z e_0^2} n^2. \quad (7-2)$$

Die kinetische Energie des Elektrons ergibt sich zu

$$E_{k,n} = \frac{m_e}{2} v_n^2 = \frac{m_e Z^2 e_0^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2},$$

die potentielle Energie zu

$$E_{p,n} = -\frac{Z e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{m_e Z^2 e_0^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

und die Gesamtenergie zu

$$E_n \equiv E_{k,n} + E_{p,n} = -\frac{m_e Z^2 e_0^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (7-3)$$

Schließlich kann man noch die Umlauffrequenz f_n des Elektrons angeben,

$$f_n = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{m_e Z^2 e_0^4}{32\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \cdot \frac{1}{n^3}. \quad (7-4)$$

Für die erste Bohr-Bahn, den Grundzustand ($n = 1$) der Elektronen, erhält man mit $Z = 1$ folgende Zahlenwerte: $r_1 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, $v_1 = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, $f_1 = 6,59 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ und $E_1 = -2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ ($-13,6 \text{ eV}$).

Der große Erfolg von Bohrs Modell war die quantitative Erklärung der Frequenzen des Lichts, das die Atome beim Übergang von einem höheren (n') in einen niedrigeren (n) Energiezustand aussenden. Diese Frequenzen entsprechen den Energiedifferenzen zwischen benachbarten Elektronenbahnen in der Abbildung 7-1. Sie ergeben sich zu

$$\Delta E(n' \rightarrow n) \equiv E_{n'} - E_n = \frac{m_e Z^2 e_0^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \text{bzw.} \quad (7-5)$$

$$\nu(n' \rightarrow n) = \frac{\Delta E(n' \rightarrow n)}{h} = \frac{m_e Z^2 e_0^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right). \quad (7-6)$$

Die Größe $R_\infty = m_e e_0^4 / 64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 = 3,290 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ wird als Rydberg-Frequenz bezeichnet, so daß man schreiben kann $\nu(n' \rightarrow n) = R_\infty Z^2 (1/n^2 - 1/n'^2)^*$. Setzt man hier für n und $n' > n$ alle möglichen Kombinationen von ganzen Zahlen ein, so erhält man mit sehr guter Genauigkeit die in den Spektren von Atomen beobachteten Frequenzen bzw. die Wellenlängen (Abb. 7-2 und Tab. 7-1). Dies gilt allerdings nur für „wasserstoffähnliche“ Atome. Das sind solche, bei denen nur das jeweils

Spektrallinien

*¹ Der Index ∞ bei R weist auf den als ruhend angenommenen Atomkern hin. Andernfalls muß m_e durch die reduzierte Masse $\tilde{m} = m_e m_k / (m_e + m_k)$ ersetzt werden. Die Größe $R_\infty / c = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ nennt man Rydberg-Konstante.

Tab. 7-1. Vergleich der nach Gleichung (7-6) berechneten und der beobachteten Frequenzen bzw. Wellenlängen des Wasserstoffspektrums (nach Weber 1987).

Hauptquantenzahlen		Wellenlängen λ (nm)		Name der Serie
n	n'	berechnet	gemessen	
1	4	97,254	97,27	Lyman
1	3	102,57	102,60	
1	2	121,568	121,57	
2	10	379,902	379,878	Balmer
2	9	383,650	383,647	
2	8	389,020	389,015	
2	7	397,123	397,120	
2	6	410,290	410,289	
2	5	434,173	434,169	
2	4	486,273	486,268	
2	3	656,469	656,461	Paschen
3	8	954,873	954,882	
3	7	1005,218	1005,255	
3	6	1094,092	1094,099	
3	5	1282,17	1282,11	
3	4	1875,63	1875,63	

äußerste Elektron den Übergang $n' \rightarrow n$ ausführt. In den anderen Fällen kommt die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen ins Spiel, so daß die oben durchgeführte einfache Rechnung nicht mehr gilt. Für $n' \rightarrow \infty$ liefert Gleichung (7-5) die Ionisierungsenergie des Atoms.

Bohrs Atommodell hat nicht nur eine große historische Bedeutung. Es bildete lange Zeit die Grundlage der Atomphysik und erklärte eine Fülle von Beobachtungen, wenn man nicht allzu genau hinsah. Außerdem war es eine wichtige Stütze für die Anfänge der Quantenmechanik. Deren Ergebnisse wurden zunächst immer mit den klassischen Resultaten von Bohrs Modell verglichen. Es zeigte sich, daß klassische und quantenmechanische Berechnungen für große Quantenzahl bis auf weniger als ein Prozent übereinstimmen. Dieses Verhalten nennt man Korrespondenz-Prinzip. Zur Abschätzung der Größenordnung von atomaren Eigenschaften eignet sich Bohrs Modell sehr gut, zum Beispiel für die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Atomen im Molekül oder für das Verhalten der Atome in elektrischen oder magnetischen Feldern. Wir werden davon noch öfters Gebrauch machen. Allerdings sollte man dabei nie die Grenzen eines Modells vergessen, das die Wirklichkeit nicht vollständig beschreibt. Insbesondere sind so anschauliche Vorstellungen wie die auf den Bahnen herumfliegenden Elektronen irreführend, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden.

Bohrs Modell wurde in vielerlei Richtungen erweitert und verfeinert, wobei einige der eingangs genannten Einschränkungen aufgehoben wurden. Ein Beispiel dafür zeigt das berechnete Radium-Atom $^{226}_{88}\text{Ra}$ in Abbildung 7-3. Doch je genauer man rechnete, um so größer wurden die Abweichungen zwischen Theorie und Wirklichkeit. Insbesondere blieben die ad-hoc-Annahmen von Bohr immer rätselhaft, nämlich die Quantisierung der Bahndrehimpulse und die strahlungslose Bewegung der Elektronen auf ihren stationären Bahnen. Ein so bewegtes Elektron sollte (für $n = 1$)

Nutzen des Modells

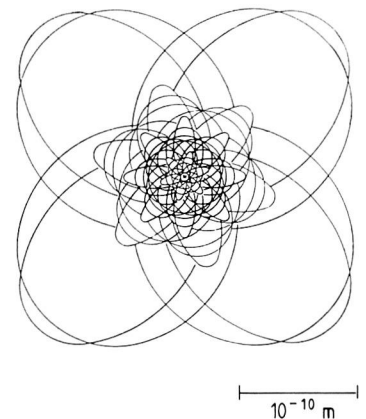


Abb. 7-3. Bohr-Modell des Radiumatoms. Die elliptischen Bahnen erhält man durch eine Erweiterung des Bohr-Modells zum Bohr-Sommerfeld-Modell (nach Marion 1971).

nach den Gesetzen der Elektrodynamik pro Sekunde eine Energie von $4,6 \cdot 10^{-9} \text{ J}$ abstrahlen. Es würde sich dann auf einer spiralförmigen Bahn dem Kern nähern und ihn nach 10^{-16} s berühren. Auch konnte man nicht nachweisen, daß Wasserstoffatome die Gestalt ebener Scheiben haben; nach aller Erfahrung schienen sie eher kugelförmig zu sein. Schließlich zeigten die Erfolge der Quantentheorie, daß man nicht mehr klassisch rechnen darf, wenn die Linearabmessungen eines solchen Systems vergleichbar mit der Materiewellenlänge λ eines seiner Bestandteile werden. Das ist aber in Atomen der Fall: Für $Z = 1$ und $v_e = v_1$ beträgt $\lambda = h/m_e v_e \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$; dies ist vergleichbar mit $2r_1 = 10^{-10} \text{ m}$. Aus all den genannten Gründen ist es notwendig, ein quantenmechanisches Atommodell zu verwenden und Bohrs Modell nur noch als heuristisches Werkzeug oder bei sehr großen Quantenzahlen zu benutzen.

7.2 Das Quantenmechanische Atommodell

Die Quantenmechanik enthält ein sehr einfaches Rezept zur Berechnung der Struktur und der Energiezustände von zusammengesetzten Systemen: „Man löse die Schrödinger-Gleichung für das gegebene Potential“. Die als Lösung resultierenden Wellenfunktionen liefern die Aufenthaltswahrscheinlichkeit bzw. die Dichteverteilung der Teilchen. Die Energie-Eigenwerte, für welche solche physikalisch sinnvollen Lösungen existieren, entsprechen den Energiezuständen des Systems. E. Schrödinger hat dieses Rezept 1925 mit großem Erfolg auf das Wasserstoffatom angewandt. Wir wollen die wichtigsten Schritte dieser Berechnung wegen ihrer großen grundsätzlichen Bedeutung hier nachvollziehen, auch wenn es dabei erheblich mathematischer zugeht, als wir es sonst gewohnt sind.

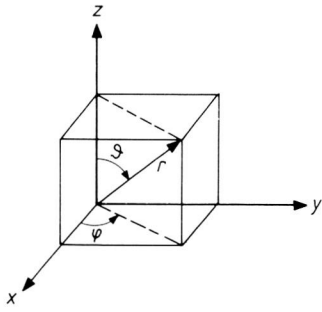
Zunächst muß man wieder einige Vereinfachungen vornehmen:

Näherungen

1. Wir betrachten nur stationäre Lösungen, das heißt wir untersuchen nur die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung.
2. Der Atomkern bewegt sich nicht mit, weil $m_p \gg m_e$. Die Bewegung des Kerns kann man in guter Näherung nachträglich berücksichtigen, indem man m_e durch die reduzierte Masse $\tilde{m}_e = m_e m_p / (m_e + m_p)$ ersetzt.
3. Wir rechnen nichtrelativistisch, sonst müßten wir anstelle der Schrödinger-Gleichung die Dirac-Gleichung lösen, eine relativistische Erweiterung der Schrödinger-Gleichung mit Berücksichtigung des Elektronenspins.
4. Wir vernachlässigen die Wechselwirkungen der magnetischen Momente, nämlich die Spin-Spin-Wechselwirkung und Spin-Bahn-Wechselwirkung.

Mit diesen Einschränkungen lautet die Schrödinger-Gleichung für ein Wasserstoffatom, bestehend aus einem Proton und einem Elektron

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U_e) \psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (7-7)$$



$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

Radialabstand

Polarwinkel

Azimutalwinkel

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vartheta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

Abb. 7-4. Kartesische Koordinaten und Kugelkoordinaten.

Dabei ist E die Gesamtenergie des Systems, $U_c = -e_0^2/4\pi\epsilon_0 r$ die potentielle Energie der Coulomb-Wechselwirkung zwischen Proton und Elektron und $\psi(\mathbf{r})$ die Wellenfunktion des Elektrons am Ort \mathbf{r} . Die schwache Wechselwirkung bzw. die Gravitation können wir wegen ihrer kurzen Reichweite bzw. ihrer geringen Stärke in guter Näherung vernachlässigen.

Aufgrund des kugelsymmetrischen Potentials U_c ist es naheliegend, die Schrödinger-Gleichung in Kugelkoordinaten zu behandeln anstatt in kartesischen (Abb. 7-4). Sie lautet dann

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \end{aligned} \quad (7-8)$$

Es wäre nun sicher hoffnungslos schwierig, wenn wir versuchen würden, die Lösung dieser Gleichung durch Probieren herauszufinden. Zum Glück hat Schrödinger das für uns schon erledigt, und wir können seine Ergebnisse benutzen. Bei einer Differentialgleichung in mehreren Veränderlichen stellt man zunächst fest, ob sie sich separieren läßt, das heißt, man sucht Lösungen der Form

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = \hat{R}(r) \cdot \hat{\Theta}(\vartheta) \cdot \hat{\Phi}(\varphi), \quad (7-9)$$

wobei die Funktion $\hat{R}(r)$, $\hat{\Theta}(\vartheta)$ und $\hat{\Phi}(\varphi)$ jeweils nur von einer einzigen Variablen abhängen. Geht man mit diesem Ansatz in Gleichung (7-8), so erkennt man nach etwas längerer, aber elementarer Rechnung, daß sie in drei getrennte Gleichungen für die Funktionen $\hat{R}(r)$, $\hat{\Theta}(\vartheta)$ und $\hat{\Phi}(\varphi)$ zerfällt, also tatsächlich separierbar ist. Dies liegt an der speziellen Form des Coulomb-Potentials. Man erhält dann

$$\frac{1}{\hat{\Phi}} \frac{d^2 \hat{\Phi}}{d\varphi^2} = -A, \quad (7-10)$$

$$\frac{1}{\hat{R}} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\hat{R}}{dr} \right) + \frac{2m_e r^2}{\hbar^2} \left(\frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = B, \quad (7-11)$$

$$\frac{A}{\sin^2 \vartheta} - \frac{1}{\hat{\Theta} \sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{d\hat{\Theta}}{d\vartheta} \right) = B. \quad (7-12)$$

Dabei sind A und B Konstanten, die, wie wir später sehen werden, mit den Quantenzahlen m_l und l für Richtung und Betrag des Bahndrehimpulses des Elektrons zusammenhängen: $A = m_l^2$ und $B = l(l+1)$.

Berechnungsverfahren

Die Lösung der Gleichung (7-10) ist leicht zu finden, nämlich

$$\hat{\Phi}(\varphi) = \Phi_0 e^{i\sqrt{A}\varphi} = \Phi_0 e^{im_l\varphi}. \quad (7-13)$$

Die Zahl m_l kann nur die Werte $0, \pm 1, \pm 2, \dots$ annehmen, damit $\hat{\Phi}$ eindeutig wird, das heißt $\hat{\Phi}(\varphi + 2\pi) = \hat{\Phi}(\varphi)$. Die Konstante Φ_0 ergibt sich aus der Bedingung, daß die Gesamtwahrscheinlichkeit W , das Elektron unter irgendeinem Winkel φ zu finden, gleich 1 sein muß. $W = \int_0^{2\pi} |\hat{\Phi}|^2 d\varphi = 1$. Daraus folgt $\Phi_0 = 1/\sqrt{2\pi}$.

Die Gleichungen (7-11) und (7-12) sind sehr viel mühsamer zu lösen. Man findet ihre Lösungen, indem man dafür Potenzreihen von trigonometrischen und Exponentialfunktionen ansetzt, und erhält nach langen, aber wiederum elementaren Rechnungen die folgenden Ergebnisse: Unter der Bedingung, daß

$$E_n = -\frac{m_e e_0^4}{32 \pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad (7-14)$$

und mit $n = 1, 2, 3, \dots$, wie bei Bohr (Gl. 7-3), folgt

$$\hat{R}_{nl}(r) = \sqrt{\frac{4(n-l-1)!}{n^4 a_B^3 [(n+1)!]^3}} \cdot e^{-\frac{r}{na_B}} \left(\frac{2r}{na_B}\right)^l \cdot \underbrace{\left(\frac{d}{d\left(\frac{2r}{na_B}\right)}\right)^{2l+1} \left[e^{\frac{2r}{na_B}} \left(\frac{d}{d\left(\frac{2r}{na_B}\right)}\right)^{n+l} \left\{ \left(\frac{2r}{na_B}\right)^{n+l} e^{-\frac{2r}{na_B}} \right\} \right]}_{\text{„Laguerre-Polynome“ } (L_{n+l}^{2l+1})}, \quad (7-15)$$

mit der Abkürzung $a_B = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / m_e e_0^2 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ für den Bohr-Radius, r_n aus Gleichung (7-2) ($n = Z = 1$) und mit $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ sowie

$$\hat{\Theta}_{lm_l}(\vartheta) = \underbrace{\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m_l)!}{2(l+m_l)!}} \cdot \sin^{m_l} \vartheta \cdot \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{d \cos \vartheta}\right)^{l+m_l} (\cos^2 \vartheta - 1)^l}_{\text{„Normierte zugeordnete Kugelfunktionen“ } (P_l^{m_l})}, \quad (7-16)$$

mit $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. In diesen Lösungen wurden per definitionem die Konstanten $B \equiv l(l+1)$ und $A \equiv m_l^2$ gesetzt.

Die Ausdrücke für $\hat{R}(r)$ und $\hat{\Theta}(\vartheta)$ haben nur für die angegebenen Kombinationen der drei Quantenzahlen n, l und m_l einen Sinn. Das sieht man rein formal an den Faktoren $(n-l-1)!$ bzw. $(l+m_l)!$ unter den Wurzeln. Die Fakultät ist ja nur für positive ganze Zahlen einschließlich der Null definiert. Es ist eine charakteristische Eigenschaft von Differentialgleichungen der Art (7-10) bis (7-12), daß sie nur für ganz bestimmte Zahlenwerte der darin vorkommenden Konstanten sinnvolle Lösungen besitzen. Zum Beispiel ist Gleichung (7-11) nur für solche Werte E_n sinnvoll, die (7-14) erfüllen. Dies sind die Eigenwerte der Gesamtenergie des Systems. Für andere Werte von E mag es zwar auch Lösungen von (7-11) geben, aber diese sind dann physikalisch sinnlos: Entweder verschwinden sie nicht im Unendlichen, oder sie sind im Endlichen nicht eindeutig. Das würde heißen, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons an einem Ort r könnte gleichzeitig zwei verschiedene Werte annehmen, was natürlich nicht möglich ist.

Die Ausdrücke (7-15) und (7-16) sehen zunächst furchterregend aus. Das gibt sich aber, wenn man eine Zeitlang mit ihnen gearbeitet hat. Die Funktionen $\hat{R}(r)$ und $\hat{\Theta}(\vartheta)$ haben wir hier nur deswegen vollständig hingeschrieben, um zu zeigen, wie eine geschlossene Lösung der Schrödinger-Gleichung (7-8) wirklich aussieht: Es ist eine Potenzreihe in r , e^{r/a_B} , $\cos \vartheta$ und $e^{i\varphi}$. Für kleine Zahlen n , l und m_l sind die Funktionen $\psi_{n,l,m_l}(r, \vartheta, \varphi) = \hat{R} \hat{\Theta} \hat{\Phi}$ noch relativ übersichtlich, zum Beispiel

$$\psi_{n=3, l=2, m_l=\pm 1} = \frac{r^2}{81 \sqrt{\pi} a_B^{7/2}} \cdot e^{-r/3a_B} \sin \vartheta \cos \vartheta e^{\pm i\varphi}.$$

Wir werden uns zunächst die räumliche Gestalt der Wellenfunktionen $\psi(r)$ für kleine Quantenzahlen n , l und m_l ansehen und dann die physikalische Bedeutung derselben diskutieren.

In Abbildung 7-5 (Tafel I im vorderen Buchteil) ist die Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte der Elektronen in der y - z -Ebene dargestellt. Alle Dichteverteilungen in dieser Abbildung sind rotationssymmetrisch um die z -Achse ergänzt zu denken, die in der Papierebene senkrecht nach oben zeigt. Dies erkennt man am besten aus Gleichung (7-13), denn $|\hat{\Phi}|^2 = \Phi_0^2 = 1/2\pi$ ist unabhängig vom Azimutwinkel φ . Die berechneten Elektronen-Dichteverteilungen sehen wesentlich anders aus als die Kreisbahnen in Bohrs Modell. Die stationären Lösungen der Schrödinger-Gleichung sind ja Wellenfunktionen $\psi(r)$, die nicht von der Zeit abhängen, und nicht Teilchenbahnen $r(t)$. Sie erlauben daher keine Aussage über den Ort des Elektrons in einem bestimmten Zeitpunkt. Nur die Wahrscheinlichkeit $|\psi(r)|^2 dV$ dafür, das Elektron in der Nähe des Ortes r im Volumenelement dV zu finden, ist nach den Regeln der Quantenmechanik eine beobachtbare Größe. Dagegen kann man grundsätzlich keine Aussagen darüber machen, wie sich das Elektron innerhalb des Volumenelements dV bewegt. Alle Versuche, die man gelegentlich in Lehrbüchern findet, die Wellenfunktionen mit Hilfe von Teilchenbahnen weiter zu interpretieren, sind daher mit Mißtrauen zu betrachten! Wenn wir im folgenden gelegentlich doch von Teilchenbahnen reden, so sollten wir nur das klassische Bohr-Modell vor Augen haben, dieses Bild jedoch nicht mit dem wellenmechanischen vermischen.

Was bedeuten nun die Quantenzahlen n , l und m_l ? Zunächst sehen wir uns die sogenannte Hauptquantenzahl n an. Sie erscheint in den Gleichungen (7-14) und (7-15). In (7-14) kennzeichnet n die Eigenwerte der Gesamtenergie, das sind die Energiezustände des Atoms. E_n nimmt mit wachsendem n quadratisch zu. In Gleichung (7-15) ist n ein Maß für den mittleren Abstand $\bar{r}_{n,l}$ des Elektrons vom Kern. Das erkennt man, wenn man $\bar{r}_{n,l}$ durch Integration von (7-15) über den ganzen Raum berechnet. Das Ergebnis lautet

$$\bar{r}_{n,l} = n^2 a_B \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{l(l+1)}{n^2} \right) \right]. \quad (7-17)$$

In Abbildung 7-6 ist die radiale Abhängigkeit der Elektronen-Dichteverteilung zusammen mit den Werten für $\bar{r}_{n,l}$ dargestellt. Die Quantenzahl n ist also ein Maß für den mittleren Abstand des Elektrons vom Kern und für seine Gesamtenergie. Wie man in Abbildung 7-5 erkennt, gibt n außerdem die Anzahl der „Kugelschalen“ an, auf welchen die Elektronendichte für $l=0$ verteilt ist.

Elektronendichte

(Abb. 7-5: auf Tafel I im vorderen Buchteil.)

Bedeutung der Quantenzahlen

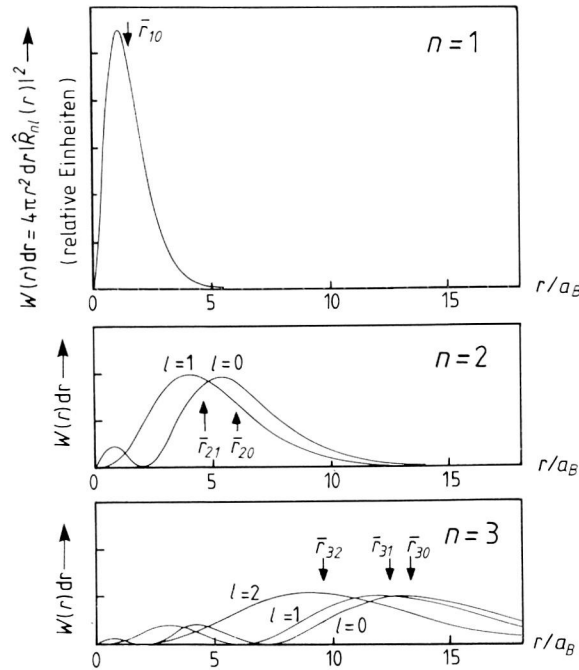


Abb. 7-6. Radiale Elektronen-Dichteverteilung im Wasserstoffatom. $W(r)dr$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, ein Elektron in einer Kugelschale zwischen r und $r + dr$ zu finden. Es gilt $\int_0^\infty W(r)dr = 1$; r ist in Einheiten von $a_B = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ angegeben. Die Werte der mittleren Abstände \bar{r}_{nl} sind nach Gl. (7-17) berechnet (nach Semat und Albright 1972).

Die Bedeutung der Quantenzahl l erkennt man am besten aus Gleichung (7-11). Sie beschreibt den Radialanteil der Bewegung des Elektrons, sollte also nur von r abhängen. Nun enthält aber die in der Gleichung vorkommende Gesamtenergie E sicher auch nicht-radiale Anteile, nämlich zum Beispiel die kinetische Energie der Rotation bei festem r . Diese lautet klassisch $E_{\text{rot}} = |I|^2 / 2 m_e r^2$, wobei $|I|$ der Betrag des Drehimpulses ist. Dieser Energieanteil sollte in Gleichung (7-11) aber nicht explizit vorkommen, wenn sie nur den Radialanteil der Bewegung des Elektrons beschreibt. Das ist genau dann der Fall, wenn $(2 m_e r^2 / \hbar^2) E = B$ ist. Daraus folgt $|I|^2 / \hbar^2 = B$. Nun wurde die Größe B in der Lösung (7-15) der Gleichung (7-11) gleich $l(l+1)$ gesetzt, weil sich dann die Bedingungen für n und l durch einfache ganze Zahlen ausdrücken lassen. Es gilt also $|I| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$. Die Quantenzahl l ist die natürliche Maßeinheit für den Bahndrehimpuls des Elektrons. (Hier ist wieder, wie überall in der Atom- und Kernphysik, die zu Verwechslungen prädestinierte Nomenklatur zu beachten: l wird gleichzeitig als Quantenzahl und zur Bezeichnung des Drehimpulsvektors gebraucht.)

Man sieht den Dichteverteilungen in Abbildung 7-5 an, daß l auch eine geometrische Bedeutung hat. Es entspricht nämlich der Zahl der Knoten bzw. Bäuche der Elektronendichte bei einem halben Umlauf in der r - ϑ -Ebene. Für $l = 0$ hat man kugelsymmetrische Dichteverteilungen, für $l = 1$ „zweiflügelige“, für $l = 2$ „vierflügelige“ usw. Für größere m_l können mehrere der Flügel verschmelzen. Will man dieses Verhalten der Wellenfunktion mit dem klassischen Bahndrehimpuls des Elektrons veranschaulichen, so muß man Wellen- und Teilchenbild vermischen, was wir aus den oben genannten Gründen vermeiden wollen. Wir gewöhnen uns daher an die Feststellung, daß nicht kugelsymmetrische Elektronen-Dichteverteilungen einen Bahndrehimpuls l haben, der mit der Anzahl $2l$ der Flügel des zugehörigen „Schmetterlings“ nach der Beziehung $|I| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$ zusammenhängt. Dieser merkwürdig nichtlineare Zusammenhang ist formal eine

Folge der Struktur der Schrödinger-Gleichung und beschreibt eine Eigenschaft des Welle-Teilchen-Dualismus, für die wir keine anschauliche Interpretation besitzen.

Schließlich müssen wir noch die Bedeutung der Quantenzahl m_l untersuchen. Man erkennt beim gründlichen Betrachten der Abbildung 7-5 daß bei festem n und l mit wachsendem Betrag von m_l das Dichtemaximum von der z -Achse weg und zur xy -Ebene wandert bzw. daß der Mittelwert von ϑ mit wachsendem m_l sich von 0° nach 90° bzw. 270° hin verschiebt. Während bei $m_l = 0$ die Elektronendichte in der xy -Ebene, für $\vartheta = 90^\circ$, verschwindet, tut sie das bei $m_l > 0$ entlang der z -Achse für $\vartheta = 0^\circ$. Was hat nun die Quantenzahl m_l im Wellen- bzw. Teilchenbild quantitativ zu bedeuten? Dazu betrachten wir die Gleichung (7-13). Man sieht, daß m_l gleich der Periode der Wellenfunktion $\hat{\Phi}$ um die z -Achse ist. Damit die Wellenfunktion eindeutig ist, muß der Umfang $2\pi r$ der Teilchenbahn um diese Achse gleich der m_l -fachen Materiewellenlänge λ sein. Diese ist nach de Broglie gleich $h/p = 2\pi\hbar/p$. Die Komponente l_z des Drehimpulses l in z -Richtung beträgt für ein in der xy -Ebene umlaufendes Teilchen rp . Faßt man diese Beziehungen zusammen, so erhält man $l_z = rp = r 2\pi\hbar/\lambda = r 2\pi\hbar/(2\pi r/m_l) = m_l\hbar$. Das ist unser gesuchtes Ergebnis: Die Quantenzahl m_l ist das natürliche Maß für die z -Komponente des Bahndrehimpulses.

Die hier abgeleiteten und plausibel gemachten Beziehungen $|l| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ und $l_z = m_l\hbar$ bestätigen nachträglich den in Abbildung 6-14 für die Größen J und J_z dargestellten Zusammenhang. Nach den Regeln der Quantenmechanik sind alle Drehimpulse, und ihre Komponenten in der jeweiligen Beobachtungsrichtung, in Einheiten von \hbar gequantelt. Dies erscheint hier als eine Folge der Struktur der Schrödinger-Gleichung für ein mit $1/r$ veränderliches Potential. Jedoch ist die Aussage von allgemeinerer Gültigkeit.

Für die Bezeichnung eines Quantenzustands haben sich Abkürzungen eingebürgert, bei denen die Hauptquantenzahl n als Ziffer und die Nebenquantenzahl l durch Buchstaben wiedergegeben wird. Für $l = 0$ schreibt man s, für $l = 1$ p, für $l = 2$ d, für $l = 3$ f, und für $l = 4$ g usw. Dies rührt von den historischen Bezeichnungen der entsprechenden Spektralserien her: s(harp), p(rincipal), d(iffuse), f(undamental). Der Gesamtzustand eines Elektrons wird dann mit „ $n l$ “ bezeichnet, also „3 s“ für $(n = 3, l = 0)$, „2 p“ für $(n = 2, l = 1)$, „5 f“ für $(n = 5, l = 3)$ usw. Manchmal wird als drittes Symbol noch der Wert von m_l angehängt oder als unterer Index an den l -Wert geschrieben, „ $n l m_l$ “, zum Beispiel „4 d 2“ oder „4 d $_{+2}$ “ für $(n = 4, l = 3, m_l = +2)$.

Wir fragen jetzt, wie gut die Ergebnisse der bisherigen Rechnungen mit dem Experiment übereinstimmen? Bei den Energie-Eigenwerten ist die Antwort leicht zu finden: Die quantenmechanische Formel (7-14) ist identisch mit der Beziehung (7-3) für Bohrs Atommodell, wenn darin $Z = 1$ gesetzt wird. Von Bohrs Energiebeziehung hatten wir aber bereits in Tabelle 7-1 gesehen, daß sie auf etwa ein Promill genau mit der Erfahrung übereinstimmt. Die vorhandenen kleinen Abweichungen sind eine Folge der Näherungen, die wir bei den Ansätzen (7-1) und (7-8) gemacht hatten. Für die Wellenfunktionen ist der Vergleich viel schwieriger. Es gibt bis heute noch kein direktes Experiment dafür. Man müßte geeignete Teilchen, zum Beispiel Elektronen, an Atomen streuen, deren Drehimpulsachsen durch ein Magnetfeld parallel gerichtet sind, ähnlich wie es in Abbildung 6-10 für Atomkerne skizziert ist. Außerdem müßten die Atome weit

**Übereinstimmung
zwischen Theorie
und Experiment**

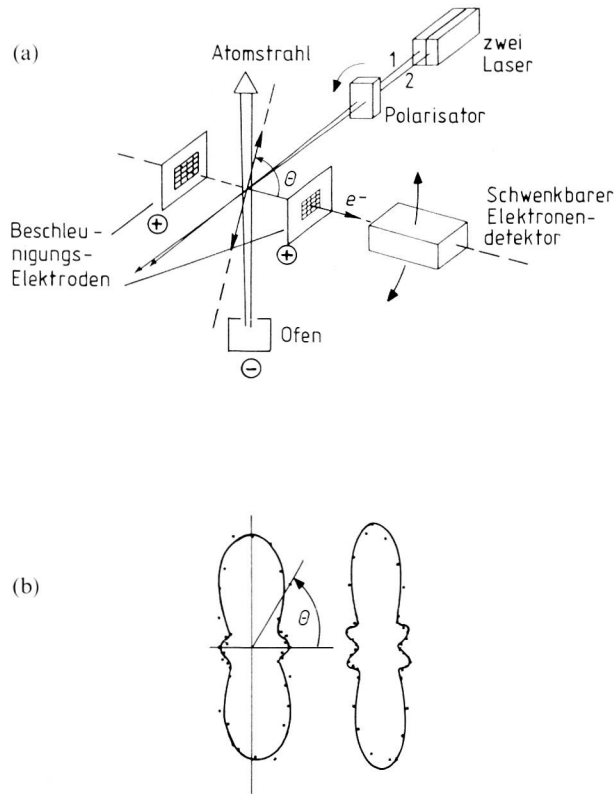


Abb. 7-7. Bestimmung der Elektronen-Dichteverteilung in einzelnen Atomen. (a) Anordnung zur Messung der Winkelabhängigkeit (θ) der Elektronenemission von Na-Atomen. Die Atome werden durch den polarisierten Laserstrahl 1 in einen angeregten Zustand mit räumlich orientierten Drehimpulsen gebracht. Durch den polarisierten Laserstrahl 2 werden sie sodann zur Emission von Elektronen angeregt, deren Richtungsverteilung mit einem schwenkbaren Detektor oder durch die Drehung der Polarisationssebene des Laserlichts nachgewiesen werden kann. (b) Winkelverteilung der aus der äußeren (M-) Schale von Na emittierten Elektronen mit antiparallelem (links) bzw. parallelem (rechts) Eigen- und Bahndrehimpuls. Das Experiment verläuft in Wirklichkeit noch etwas komplizierter. Hier werden nur seine Grundzüge beschrieben (nach Hellmuth u.a. 1981).

voneinander entfernt sein, damit man den einfachen Ansatz (7-8) für jedes Atom machen kann; das Coulomb-Feld benachbarter Atome muß vernachlässigbar klein gegen das inneratomare Feld sein. Hierin liegt die Schwierigkeit, denn man müßte einen sehr verdünnten Gasstrahl verwenden und erhielte entsprechend kleine Streuintensität. Ein solches Experiment wurde bis heute noch nicht durchgeführt. Hingegen konnte auf eine etwas indirekte Weise die Elektronen-Dichteverteilung in einem wasserstoffähnlichen Atom, dem Natrium nachgewiesen werden (Abb. 7-7). Andererseits gibt es sehr viele Streuexperimente an Atomen, die in Molekülen oder Kristallen eingebaut sind (siehe z. B. Abb. 8-7). Hier hat man wegen der großen Dichte der Atome genügend Intensität, doch sind die Wellenfunktionen nicht dieselben wie im ungestörten Wasserstoffatom (siehe Abb. 7-5). Soweit man in Molekülen und Kristallen noch etwas rechnen kann, stimmen die gemessenen Dichteverteilungen jedoch sehr gut mit den berechneten überein.

Wir hatten bei der Aufstellung der Schrödinger-Gleichung (7-8) eine Reihe von Vernachlässigungen gemacht. Sie führten dazu, daß die Energie-Eigenwerte (7-14) im Rahmen der heutigen Meßgenauigkeit von $\Delta E/E \approx 10^{-10}$ nicht ganz mit dem Experiment übereinstimmen, sondern nur bis auf etwa 10^{-4} . Außerdem ändern sich bei Berücksichtigung der vernachlässigten Phänomene natürlich die Wellenfunktion. Wir wollen hier noch einmal zusammenstellen, welche Effekte zu Abweichungen zwischen der vereinfachten Theorie (Gleichungen 7-8 bis 7-16) und der Wirklichkeit führen, und wie groß diese Abweichungen ungefähr sind:

1. Die Wechselwirkung zwischen dem magnetischen Spinmoment des Elektrons und seinem Bahnmoment, die Spin-Bahn-Kopplung, führt zu

Verfeinerung der Berechnung

einer Abhängigkeit des Betrags der Energie-Eigenwerte E_n vom Bahndrehimpuls l des Elektrons. Die Größenordnung dieses Effekts beträgt 10^{-22} J ($\approx 10^{-3}$ eV), verglichen mit $E_n \approx 10^{-19}$ J (≈ 1 eV).

2. Die relativistische Massenveränderlichkeit des Elektrons führt ebenfalls zu einer l -Abhängigkeit der Energie von derselben Größenordnung.

Diese beiden Effekte kann man durch Lösen der Dirac-Gleichung berücksichtigen. Man erhält dann folgenden Ausdruck für $E(n, l)$.

$$E(n, l) = E_n \left[1 + \frac{\alpha^2}{n} \left(\frac{1}{l \pm s + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right]. \quad (7-18)$$

Hierbei ist $\alpha = e_0^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c \approx 1/137$, die sogenannte Sommerfeld- oder Feinstruktur-Konstante, und $s = 1/2$ die Spinquantenzahl des Elektrons (siehe Tab. 2-1). Die Korrekturen 1 und 2 sind zusammen also von der Größenordnung $\alpha^2 \approx 1/20\,000$ und führen zu einer Verringerung der Gesamtenergie gegenüber dem vereinfachten Ausdruck (7-14). Die Energie $E(n, l)$ ist etwas größer, wenn Spin- und Bahndrehimpuls parallel stehen ($l + s$), und etwas kleiner, wenn sie antiparallel zueinander stehen ($l - s$). Man bezeichnet die entsprechende Veränderung der Spektren als Feinstruktur. Die Energieunterschiede kann man auch klassisch interpretieren: Im Bohr-Modell erzeugt das mit der Frequenz f_1 und dem Radius r_1 umlaufende Elektron ein Magnetfeld der Größe $B_l = \mu_0 f_1 e_0 / 2r_1 \approx 14$ T, wenn man die Zahlenwerte aus Abschnitt 7.1 benutzt. Dasselbe Feld erhält man, wenn man den Vorgang im Ruhesystem des Elektrons betrachtet (Abb. 7-8). Die Energie des magnetischen Moments μ_s des Elektrons im Feld B_l beträgt $U_m = -\mu_s \cdot B_l$ und, mit $|\mu_s|$ aus Tabelle 2-2, $U_m = 1,3 \cdot 10^{-22}$ J ($\approx 10^{-3}$ eV).

3. Die Wechselwirkung zwischen dem magnetischen Moment μ_E des Elektrons um demjenigen μ_K des Kerns führt zu einer Energie der Größenordnung 10^{-24} J ($\approx 10^{-5}$ eV). Die Energiedifferenz zwischen den Zuständen $\mu_E \uparrow \mu_K$ und $\mu_E \downarrow \mu_K$ bezeichnet man als Hyperfeinstruktur. Man kann sie, ebenso wie die Spin-Bahn-Wechselwirkung, klassisch abschätzen, wenn man für μ_K das magnetische Moment des Protons einsetzt. Der quantenmechanische Ausdruck für diese Wechselwirkung ist kompliziert. Die Energie eines Wasserstoffatoms ist um etwa 10^{-24} J größer, wenn das magnetische Moment des Protons parallel zum Gesamtmoment (Spin und Bahn) des Elektrons steht, als wenn beide antiparallel zueinander stehen.

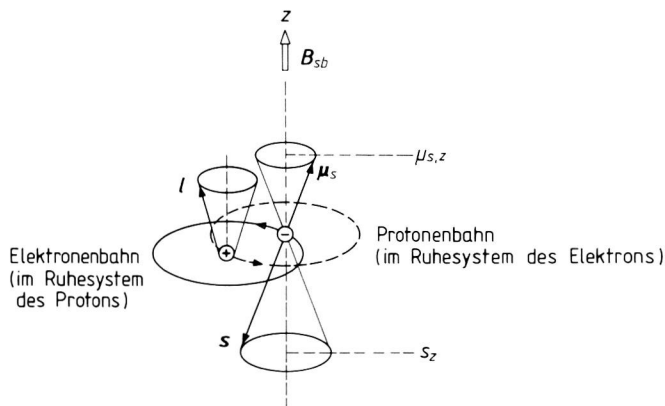


Abb. 7-8. Spin-Bahn-Wechselwirkung (Bohr-Modell) im Ruhesystem des Elektrons. Präzession des magnetischen Moments μ_s des Elektrons und seines starr damit verbundenen Eigendrehimpulses s um das von der Bahnbewegung des Protons herrührende Magnetfeld B_{sb} . Beim Elektron ist wegen seiner negativen Ladung μ_s definitionsgemäß antiparallel zu s . Die Bahn des Protons im Ruhesystem des Elektrons ist gestrichelt gezeichnet. Der Bahndrehimpuls l des Elektrons zeigt im hier skizzierten Fall nach oben. Da es energetisch günstig ist, wenn μ_s und B_{sb} einen möglichst kleinen Winkel einschließen ($U_{sb} = -\mu_s \cdot B_{sb}$), steht die z -Komponente von s bevorzugt antiparallel zu derjenigen von l .

4. Die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Proton weicht von der klassischen Coulomb-Kraft etwas ab. Aus der Quantenelektrodynamik ist bekannt, daß die Coulomb-Kraft für sehr kleine Abstände aufgrund der Vakuumfluktuationen des elektromagnetischen Feldes etwas schwächer wird, als dem $(1/r^2)$ -Gesetz entspricht. Dies macht sich bei solchen Elektronen bemerkbar, die eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort des Kerns, bei $r \approx 0$ haben. Das sind alle s-Zustände, $l = 0$ in Abbildung 7-5. Daher ist zum Beispiel die Energie eines Elektrons im Zustand $n = 2, l = 0$ um etwa 10^{-25} J ($\approx 10^{-6} \text{ eV}$) größer als im Zustand $n = 2, l = 1$. Diesen Effekt nennt man Lamb-Verschiebung.

In Abbildung 7-9 sind die Auswirkungen der hier besprochenen vier Effekte auf die Energiezustände des Wasserstoffatoms noch einmal zusammenfassend dargestellt.

Schrödingers Berechnung des Wasserstoffatoms war der erste große Erfolg der Quantenmechanik. Wir haben sie in diesem Abschnitt etwas ausführlicher besprochen, weil sie das einzige Beispiel ist, für das man „so einfach“ eine vollständige Lösung der Schrödinger-Gleichung unter weitgehend realistischen Bedingungen erhalten kann. Wir haben dadurch ein gutes Gefühl dafür bekommen, wie einfach, oder wie schwierig, Atomtheorie wirklich ist.

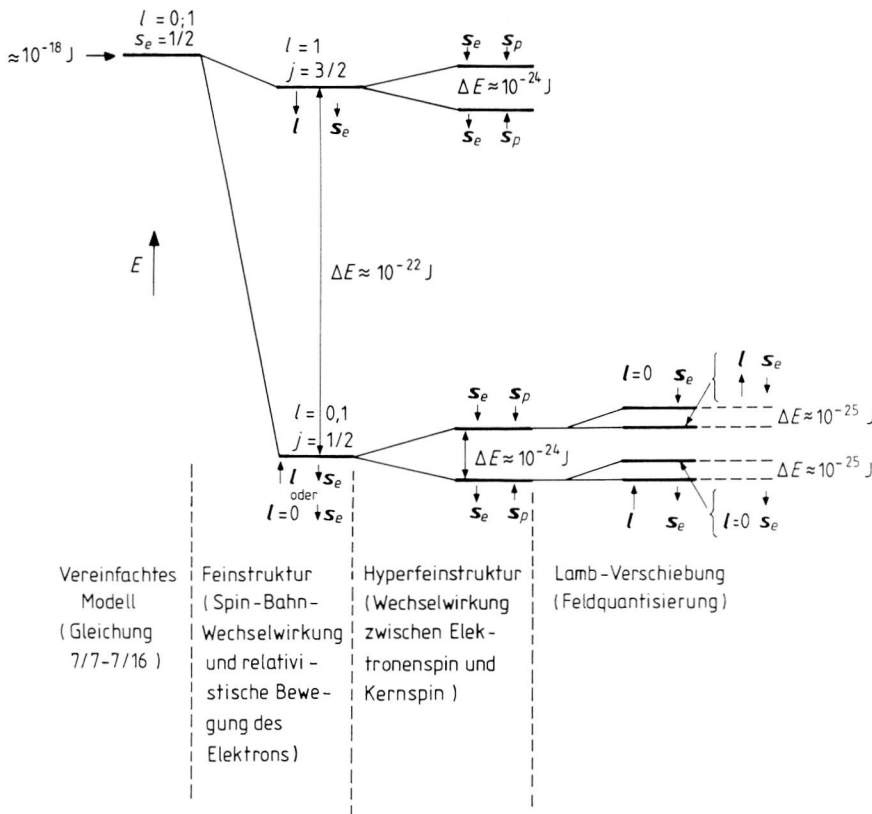


Abb. 7-9. Fein- und Hyperfeinstruktur der ($n = 2$)-Energiezustände des Wasserstoffatoms. Die Energieskala ist nicht maßstabsgetreu. Es bedeuten l Bahndrehimpuls, s_e Eigendrehimpuls; $j = l + s_e$ Gesamtdrehimpuls-Quantenzahl des Elektrons.

7.3 Atome mit mehreren Elektronen

Neutrale Atome mit mehr als einem Proton im Kern enthalten auch mehrere Elektronen. Was ändert sich in diesem Fall gegenüber dem Wasserstoffatom? Es sind im wesentlichen fünf Dinge:

1. Für Kernladungszahlen $Z > 1$ wird das Coulomb-Potential U_c in der Schrödinger-Gleichung (7-7) Z mal so groß. In allen einschlägigen Beziehungen tritt daher an die Stelle e_0^2 die Größe $Z e_0^2$. Insbesondere werden die Beträge der Energie-Eigenwerte von (7-14) Z^2 mal größer und die mittleren Abstände der Elektronen vom Kern, siehe (7-17), etwa Z mal kleiner.
2. Die Coulomb-Abstoßung der Elektronen untereinander kommt hinzu. Die Schrödinger-Gleichung hierfür läßt sich schon bei zwei Elektronen nicht mehr in geschlossener Form lösen. Die Wellenfunktionen beschreiben dann die Bewegungen aller Teilchen und hängen dementsprechend auch von den Koordinaten aller Teilchen ab.
3. Bei mehreren Elektronen in einem Atom haben wir das Pauli-Prinzip zu berücksichtigen. Es verbietet, daß zwei ununterscheidbare Teilchen mit halbzahligem Spin ($s = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$) sich mit endlicher Wahrscheinlichkeit gleichzeitig am selben Ort befinden. Die Lösungen der Schrödinger-Gleichung müssen dieser Tatsache Rechnung tragen.
4. Wir haben weiterhin die Spin-Spin- und die Spin-Bahn-Wechselwirkungen der Elektronen untereinander zu berücksichtigen. Sie führen zu relativ komplizierten Regeln für die erlaubten Werte der Energie und des Drehimpulses der Elektronen.
5. Die Coulomb-Energie des elektrischen Quadrupolmoments des Kerns im inhomogenen elektrischen Feld der Elektronenhülle führt zu einer Abhängigkeit der Gesamtenergie des Atoms von deren relativer Orientierung.

Wir wollen nun diese Effekte sowie ihre Bedeutung für die Struktur und die Eigenschaften von Atomen mit mehreren Elektronen der Reihe nach genauer besprechen.

Der Radialanteil der Elektronen-Dichteverteilungen ist in Abbildung 7-10 für einige Alkaliatome dargestellt. Denkt man sich diese Kurven kugelsymmetrisch um den Ursprung ergänzt, so erkennt man, daß die Elektronen in konzentrischen „Schalen“ um den Kern herum angeordnet sind. Für diese verwendet man eine separate Nomenklatur. Die zu $n = 1$ gehörende Elektronenschale wird K-Schale genannt, die zu $n = 2$ gehörende L-Schale, für $n = 3$: M-Schale, $n = 4$: N-Schale, $n = 5$: O-Schale usw. Der Einfluß der Kernladungszahl Z ist in Abbildung 7-10 deutlich zu sehen. Mit wachsendem Z nimmt der Radius einer bestimmten Schale (z. B. der K-Schale) wie $1/Z$ ab. Das quadratische Anwachsen der Energie der Elektronen mit der Kernladungszahl kann man in Abbildung 7-11 an der mit 1s bezeichneten Kurve erkennen.

Die elektrostatische Wechselwirkung der Elektronen untereinander führt zu einer relativ komplizierten und unübersichtlichen Abhängigkeit ihrer Energie von der Kernladungszahl Z (Abb. 7-11). Der einfache Zusammenhang $E \approx Z^2$ ist nur beim 1s-Elektron für $Z > 2$ annähernd verwirklicht. Bei allen anderen Elektronen macht sich der Einfluß ihrer Nachbarn erheblich bemerkbar. Man erkennt auch hier die Schalenstruk-

Einfluß der Kernladung

Wechselwirkung der Elektronen

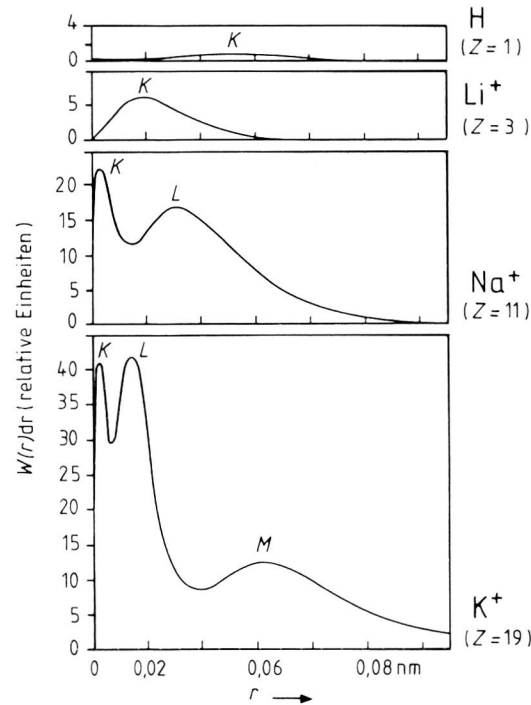
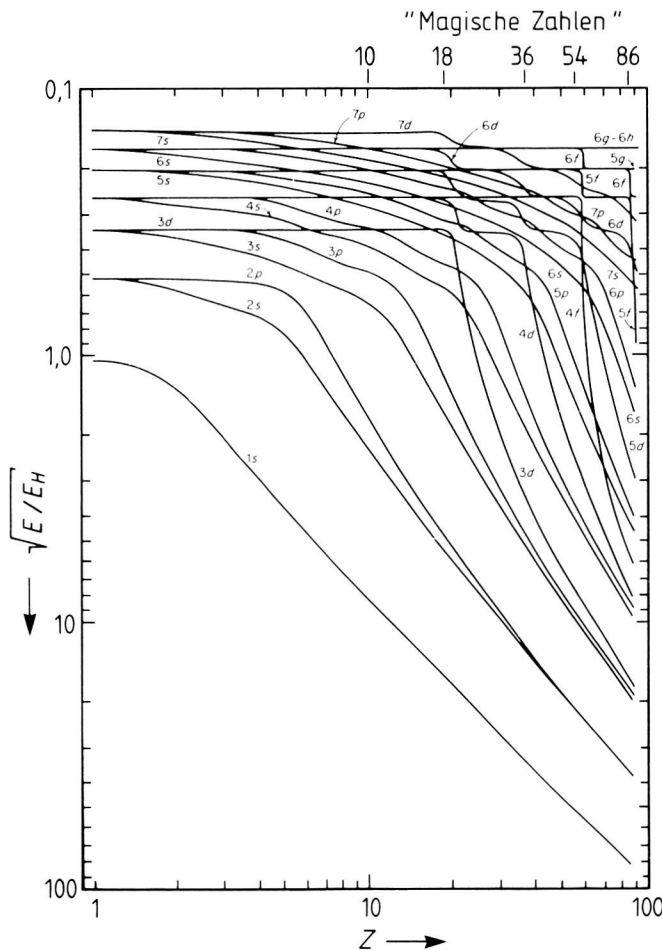


Abb. 7-10. Radiale Elektronen-Dichteverteilung in Wasserstoff und wasserstoffähnlichen Ionen. Die Kurven wurden mit Näherungsverfahren berechnet. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeit $W(r)dr = 4\pi r^2 |\sum \hat{R}_{nl}(r)|^2 dr$, ein Elektron zwischen r und $r + dr$ zu finden, summiert über alle Elektronen des Atoms (vgl. Abb. 7-6) (nach Haken und Wolf 1987).



tur der Elektronenhülle an den Stufen bei $Z \approx 10, 18, 36, 54$ und 86 . Diese „magischen“ Zahlen entsprechen abgeschlossenen Schalen, ähnlich wie bei den Atomkernen (s. Abschn. 6.2, Abb. 6-5).

Das Pauli-Prinzip verbietet, daß sich zwei ununterscheidbare Teilchen mit Spin $1/2$ gleichzeitig am selben Ort aufhalten, genauer gesagt, innerhalb eines Volumens, dessen Größe $(\Delta x)^3$ durch die Unschärfebeziehung gegeben ist ($\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$). Ununterscheidbar sind gleichartige Teilchen wie die Elektronen dann, wenn alle ihre Quantenzahlen gleich sind. Dabei ist außer n , l und m_l noch eine vierte Quantenzahl $m_s = \pm 1/2$ für die Richtung des Eigendrehimpulses $|s| = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ des Elektrons zu berücksichtigen, den wir bei der Behandlung der Schrödinger-Gleichung im vorigen Abschnitt vernachlässigt hatten. Die Bedeutung von m_s ist in Abbildung 7-12 erläutert, die analog zur Abbildung 6-14 ist. Für den Betrag des Eigendrehimpulses brauchen wir keine eigene Quantenzahl, weil er eine intrinsische Eigenschaft der Teilchen ist, unabhängig von deren Plazierung in einem System.

Die vier Quantenzahlen n , l , m_l und m_s unterliegen bestimmten einschränkenden Bedingungen, die wir hier noch einmal zusammenstellen:

Gesamtenergie	$n = 1, 2, 3, \dots;$	
Betrag des Bahndrehimpulses	$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ (n Werte);	
Richtung des Bahndrehimpulses	$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ($2l+1$ Werte);	(7-19)
Richtung des Eigendrehimpulses	$m_s = \pm 1/2$	(2 Werte).

Es ist nun eine leichte kombinatorische Aufgabe, die Zahl N^* der verschiedenen möglichen Kombinationen der Zahlen l , m_l und m_s zu gegebenem n auszurechnen. Wir erhalten für die Hauptschalen (K, L, M, ...)

$$N^*(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2 \frac{n}{2} [1 + (2n-1)] = 2n^2, \quad (7-20)$$

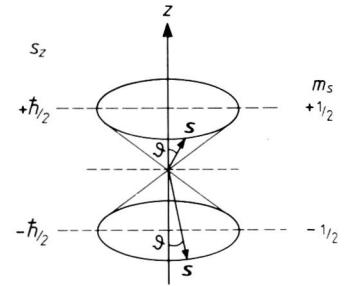
und für die Unterschalen (s, p, d, ...)

$$N^{**}(n, l) = 2(2l+1).$$

Der erste Faktor 2 in der Summe rührt von den beiden möglichen m_s -Werten her, der Faktor $(2l+1)$ von den zulässigen m_l -Werten, und die Summation erstreckt sich über alle erlaubten l -Werte.

Jetzt wollen wir ein Atom aus seinem Kern und den Elektronen zusammenbauen: Wählt man die stabilen Atomkerne und fügt man die Z Elektronen sukzessive hinzu, so erhält man nach und nach alle bekannten Atomsorten. Das Ergebnis zeigt Abbildung 7-13 und Tabelle 7-2. Dabei werden die einzelnen Schalen und Unterschalen jedoch nicht eine nach der anderen vollständig aufgefüllt, wie man zunächst annehmen könnte. Vielmehr wird jeweils immer das Elektron mit dem größtmöglichen Betrag der Bindungsenergie bzw. der kleinsten Gesamtenergie eingefügt. Da sich die Energiezustände der Elektronen wegen ihrer Coulomb-Wechselwirkung als Funktion von Z überschneiden (siehe Abb. 7-11) werden die Schalen alternierend aufgefüllt. Daher stellt die graue Fläche der abgeschlossenen, das heißt mit $2(2l+1)$ Elektronen besetzten Schalen in Tabelle 7-2 auch keine monoton absteigende Stufenleiter dar, sondern weist Sprünge und

Pauli-Prinzip und Periodensystem



$$|s| = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

$$s = 1/2$$

$$s_z = m_s \hbar$$

$$m_s = \pm 1/2$$

$$\cos \theta = \frac{s_z}{|s|} =$$

$$= \frac{m_s}{\sqrt{s(s+1)}} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Abb. 7-12. Der Eigendrehimpuls s des Elektrons. Die Richtungsquantelung des Eigendrehimpulses folgt den gleichen Regeln wie diejenige eines beliebigen Drehimpulses J (siehe Abb. 6-14). Im Fall des Elektrons ist die Spinquantenzahl s gleich $1/2$ (siehe Tab. 2-2). Daher ist m_s auf die Werte $\pm 1/2$ beschränkt.

Tab. 7-2. Periodensystem der Elemente (aus Haken und Wolf 1987). *)

Ordnungs- zahl Z	Element		Schalen										LS-Konfigu- ration des Grundzu- standes	Erstes Ionisations- potential (eV)		
			K		L		M			N					O	
			n = 1 s	n = 2 s p	n = 3 s p d	n = 4 s p d	n = 5 s p									
1	Wasserstoff	H	1										$2S_{1/2}$	13,60		
2	Helium	He	2										$1S_0$	24,58		
3	Lithium	Li	2	1									$2S_{1/2}$	5,39		
4	Beryllium	Be	2	2									$1S_0$	9,32		
5	Bor	B	2	2	1								$2P_{1/2}$	8,30		
6	Kohlenstoff	C	2	2	2								$3P_0$	11,26		
7	Stickstoff	N	2	2	3								$4S_{3/2}$	14,54		
8	Sauerstoff	O	2	2	4								$3P_2$	13,61		
9	Fluor	F	2	2	5								$3P_{3/2}$	17,42		
10	Neon	Ne	2	2	6								$1S_0$	21,56		
11	Natrium	Na	2	2	6	1							$2S_{1/2}$	5,14		
12	Magnesium	Mg	2	2	6	2							$1S_0$	7,64		
13	Aluminium	Al	2	2	6	2	1						$2P_{1/2}$	5,98		
14	Silicium	Si	2	2	6	2	2						$3P_0$	8,15		
15	Phosphor	P	2	2	6	2	3						$4S_{3/2}$	10,55		
16	Schwefel	S	2	2	6	2	4						$3P_2$	10,36		
17	Chlor	Cl	2	2	6	2	5						$2P_{3/2}$	13,01		
18	Argon	A	2	2	6	2	6						$1S_0$	15,76		
19	Kalium	K	2	2	6	2	6		1				$2S_{1/2}$	4,34		
20	Calcium	Ca	2	2	6	2	6		2				$1S_0$	6,11		
21	Scandium	Sc	2	2	6	2	6	1	2				$2D_{3/2}$	6,56	Über- gangs- elemente	
22	Titan	Ti	2	2	6	2	6	2	2				$3F_2$	6,83		
23	Vanadium	V	2	2	6	2	6	3	2				$4F_{3/2}$	6,74		
24	Chrom	Cr	2	2	6	2	6	5	1				$7S_3$	6,76		
25	Mangan	Mn	2	2	6	2	6	5	2				$6S_{5/2}$	7,43		
26	Eisen	Fe	2	2	6	2	6	6	2				$5D_4$	7,90		
27	Kobalt	Co	2	2	6	2	6	7	2				$4F_{9/2}$	7,86		
28	Nickel	Ni	2	2	6	2	6	8	2				$3F_4$	7,63		
29	Kupfer	Cu	2	2	6	2	6	10	1				$2S_{1/2}$	7,72		
30	Zink	Zn	2	2	6	2	6	10	2				$1S_0$	9,39		
31	Gallium	Ga	2	2	6	2	6	10	2	1			$2P_{1/2}$	6,00	Über- gangs- elemente	
32	Germanium	Ge	2	2	6	2	6	10	2	2			$3P_0$	7,88		
33	Arsen	As	2	2	6	2	6	10	2	3			$4S_{3/2}$	9,81		
34	Selen	Se	2	2	6	2	6	10	2	4			$3P_2$	9,75		
35	Brom	Br	2	2	6	2	6	10	2	5			$2P_{3/2}$	11,84		
36	Krypton	Kr	2	2	6	2	6	10	2	6			$1S_0$	14,00		
37	Rubidium	Rb	2	2	6	2	6	10	2	6		1	$2S_{1/2}$	4,18		
38	Strontium	Sr	2	2	6	2	6	10	2	6		2	$1S_0$	5,69		
39	Yttrium	Y	2	2	6	2	6	10	2	6	1	2	$2D_{3/2}$	6,38		
40	Zirkon	Zr	2	2	6	2	6	10	2	6	2	2	$3F_2$	6,84		
41	Niob	Nb	2	2	6	2	6	10	2	6	4	1	$6D_{1/2}$	6,88		
42	Molybdän	Mo	2	2	6	2	6	10	2	6	5	1	$7S_3$	7,13		
43	Technetium	Tc	2	2	6	2	6	10	2	6	6	1	$6D_{9/2}$	7,23		
44	Ruthenium	Ru	2	2	6	2	6	10	2	6	7	1	$5F_5$	7,37		
45	Rhodium	Rh	2	2	6	2	6	10	2	6	8	1	$4F_{9/2}$	7,46		
46	Palladium	Pd	2	2	6	2	6	10	2	6	10		$1S_0$	8,33		
47	Silber	Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10	1	$2S_{1/2}$	7,57		
48	Cadmium	Cd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	$1S_0$	8,99		
49	Indium	In	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	1	$1P_{1/2}$	5,79	
50	Zinn	Sn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2	$3P_0$	7,33	
51	Antimon	Sb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	3	$4S_{3/2}$	8,64	
52	Tellur	Te	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	4	$3P_2$	9,01	
53	Jod	J	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	5	$2P_{3/2}$	10,44	
54	Xenon	Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	6	$1S_0$	12,13	

Über-
gangs-
elemente

Über-
gangs-
elemente

Tabelle 7-2. (Fortsetzung).

Ordnungs- zahl Z	Element		Schalen												LS-Konfigu- ration des Grund- zustandes	Erstes Ionisations- potential (eV)		
			N n = 4				O n = 5				P n = 6			Q n = 7				
			s	p	d	f	s	p	d	f	s	p	d	s				
55	Cäsium	Cs	2	6	10		2	6			1				$2S_{1/2}$	3,89		
56	Barium	Ba	2	6	10		2	6			2				$1S_0$	5,21		
57	Lanthan	La	2	6	10		2	6	1		2				$2D_{3/2}$	5,61	Seltene Erden	
58	Cer	Ce	2	6	10	2	2	6			2				$3H_4$	5,6		
59	Praseodym	Pr	2	6	10	3	2	6			2				$4I_{9/2}$	5,46		
60	Neodym	Nd	2	6	10	4	2	6			2				$5I_4$	5,51		
61	Promethium	Pm	2	6	10	5	2	6			2				$6H_{5/2}$			
62	Samarium	Sm	2	6	10	6	2	6			2				$7F_0$	5,6		
63	Europium	Eu	2	6	10	7	2	6			2				$8S_{7/2}$	5,67		
64	Gadolinium	Gd	2	6	10	7	2	6	1		2				$9D_2$	6,16		
65	Terbium	Tb	2	6	10	9	2	6			2				—	5,98		
66	Dysprosium	Dy	2	6	10	10	2	6			2				$5I_8$	6,8		
67	Holmium	Ho	2	6	10	11	2	6			2				$4I_{15/2}$			
68	Erbium	Er	2	6	10	12	2	6			2				$3H_6$	6,08		
69	Thulium	Tm	2	6	10	13	2	6			2				$2F_{7/2}$	5,81		
70	Ytterbium	Yb	2	6	10	14	2	6			2				$1S_0$	6,22		
71	Lutetium	Lu	2	6	10	14	2	6	1		2				$2D_{3/2}$	6,15	Über- gangs- elemente	
72	Hafnium	Hf	2	6	10	14	2	6	2		2				$3F_2$	5,5		
73	Tantal	Ta	2	6	10	14	2	6	3		2				$4F_{3/2}$	7,7		
74	Wolfram	W	2	6	10	14	2	6	4		2				$5D_0$	7,98		
75	Rhenium	Re	2	6	10	14	2	6	5		2				$6S_{5/2}$	7,87		
76	Osmium	Os	2	6	10	14	2	6	6		2				$5D_4$	8,7		
77	Iridium	Ir	2	6	10	14	2	6	9						$2D_{5/2}$	9,2		
78	Platin	Pt	2	6	10	14	2	6	9		1				$3D_3$	9,0		
79	Gold	Au	2	6	10	14	2	6	10		1				$2S_{1/2}$	9,22		
80	Quecksilber	Hg	2	6	10	14	2	6	10		2				$1S_0$	10,43		
81	Thallium	Tl	2	6	10	14	2	6	10		2	1			$2P_{1/2}$	6,11		
82	Blei	Pb	2	6	10	14	2	6	10		2	2			$3P_0$	7,42		
83	Wismuth	Bi	2	6	10	14	2	6	10		2	3			$4S_{3/2}$	7,29		
84	Polonium	Po	2	6	10	14	2	6	10		2	4			$3P_2$	8,43		
85	Astatium	At	2	6	10	14	2	6	10		2	5				9,5		
86	Radon	Rn	2	6	10	14	2	6	10		2	6			$1S_0$	10,75		
87	Francium	Fr	2	6	10	14	2	6	10		2	6		1			4	
88	Radium	Ra	2	6	10	14	2	6	10		2	6		2			5,28	
89	Actinium	Ac	2	6	10	14	2	6	10		2	6	1	2				Actiniden
90	Thorium	Th	2	6	10	14	2	6	10		2	6	2	2				
91	Protactinium	Pa	2	6	10	14	2	6	10	2	2	6	1	2				
92	Uran	U	2	6	10	14	2	6	10	3	2	6	1	2				
93	Neptunium	Np	2	6	10	14	2	6	10	4	2	6	1	2				
94	Plutonium	Pu	2	6	10	14	2	6	10	6	2	6		2				
95	Americium	Am	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6		2				
96	Curium	Cm	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6	1	2				
97	Berkelium	Bk	2	6	10	14	2	6	10	8	2	6	1	2				
98	Californium	Cf	2	6	10	14	2	6	10	10	2	6		2				
99	Einsteinium	Es	2	6	10	14	2	6	10	11	2	6		2				
100	Fermium	Fm	2	6	10	14	2	6	10	12	2	6		2				
101	Mendelevium	Mv	2	6	10	14	2	6	10	13	2	6		2				
102	Nobelium	No	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6		2				
103	Lawrencium	Lw	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	1	2				
104	Kurchatovium		2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	2	2				
105	Hahnium		2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	3	2				

*) Abgeschlossene Schalen sind mit grauem Untergrund versehen. Die Bezeichnung „LS-Konfiguration des Grundzustands“ ist im Text erklärt. Das „Erste Ionisationspotential“ ist die Bindungsenergie des am schwächsten gebundenen Elektrons; in vielen Fällen ist dies das äußerste, mit dem größten mittleren Abstand vom Kern.

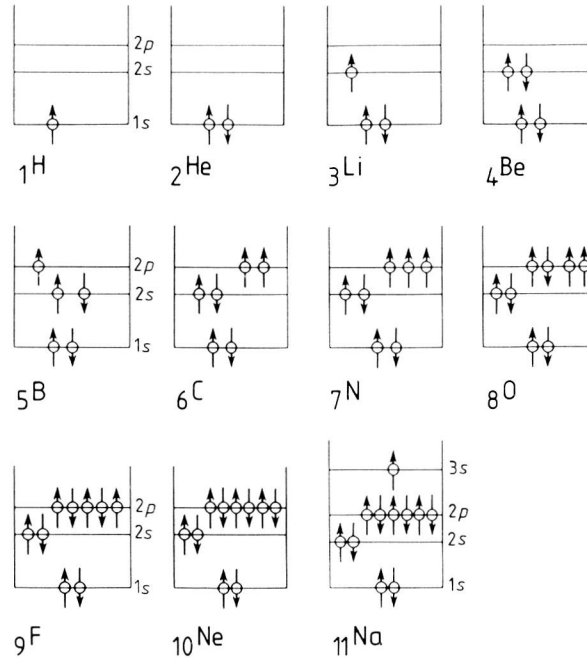


Abb. 7-13. Sukzessiver Aufbau von Mehrelektronen-Atomen im Schalenmodell, hier gezeigt anhand der Elektronenstrukturen für die Grundzustände der leichtesten Atome. Nach oben ist die Energie aufgetragen, deren l -Abhängigkeit durch Gleichung (7-18) beschrieben wird. Die Pfeile bezeichnen die Spinrichtungen der Elektronen (nach Mayer-Kuckuk 1980).

Lücken auf. Das nach diesen Regeln – minimale Gesamtenergie und Pauli-Prinzip – aufgebaute Periodensystem der Elemente ist mit der Erfahrung in bester Übereinstimmung. Das beweisen die chemischen Eigenschaften der Elemente. Wir werden im nächsten Kapitel sehen, daß diese Eigenschaften im wesentlichen durch die räumliche Gestalt der Wellenfunktionen und durch die Energieverhältnisse der äußersten Elektronen eines Atoms bestimmt sind.

Eine relativ große Energie der Atome steckt in der elektromagnetischen Wechselwirkung der Spinnomente μ_s mit den Bahnmomenten μ_l der Elektronen, nämlich zwischen 10^{-22} und 10^{-18} J ($\approx 10^{-3}$ bis 10 eV). Dies hatten wir für den einfachen Fall des Wasserstoffatoms bereits im vorigen Abschnitt besprochen (siehe Abb. 7-8). Bei mehreren Elektronen werden die Verhältnisse viel unübersichtlicher. Es gibt dann prinzipiell zwei verschiedene Möglichkeiten für die Kopplung der magnetischen Momente. Entweder sind die Spinnomente μ_{s_i} der einzelnen Elektronen zu einem Kollektivspin $\mu_{s_{\text{ges}}} = \sum_i \mu_{s_i}$ zusammengesetzt und die Bahnmomente ebenso; das resultierende Gesamtmoment ist dann $\mu_{j_{\text{ges}}} = \mu_{s_{\text{ges}}} + \mu_{l_{\text{ges}}}$. Oder Spin- und Bahnmoment jedes Elektrons sind zu einem individuellen Gesamtmoment $\mu_{j_i} = \mu_{s_i} + \mu_{l_i}$ verbunden, und diese μ_{j_i} vereinigen sich zum resultierenden Kollektivmoment $\mu_{j_{\text{ges}}} = \sum_i \mu_{j_i} = \sum_i \mu_{s_i} + \mu_{l_i}$. Entsprechendes gilt für die mit den magnetischen Momenten fest verbundenen Drehimpuls s_i und l_i . Man erhält $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} = \sum \mathbf{l}_i + \sum \mathbf{s}_i$ (LS -Kopplung) oder $\mathbf{J} = \sum \mathbf{j}_i = \sum (\mathbf{l}_i + \mathbf{s}_i)$ (jj -Kopplung). Beide Möglichkeiten sind in Abbildung 7-14 dargestellt. Welche Art der Kopplung in einem bestimmten Atom realisiert ist, hängt von der relativen Stärke der Spin-Spin-Wechselwirkung der Elektronen untereinander und der Spin-Bahn-Wechselwirkung der einzelnen Elektronen ab. Ist erstere größer, was vor allem bei den leichten Atomen in der ersten Hälfte des Periodensystems zutrifft, so hat man LS -Kopplung, andernfalls jj -Kopplung.

Magnetische Elektron-Elektron-Wechselwirkung

Wir können nun fragen, wie groß die Drehimpulse S , L und J eines Atoms bei gegebener Elektronenzahl sind. Das wird durch die Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen geregelt. Im Rahmen der durch das Pauli-Prinzip und die Drehimpulsquantelung erlaubten Möglichkeiten nehmen $|S|$ und $|L|$ immer maximale Werte an, $|J|$ immer den kleinstmöglichen. Wir erläutern dies wieder am Bohr-Modell: Die elektrostatische Wechselwirkung der Elektronen in einer Schale ist kleiner, wenn sie gleichsinnig als wenn sie in entgegengesetzten Richtungen um den Kern rotieren. Denn im letzteren Fall kämen sie sich oft sehr nahe, was große Coulomb-Energie erfordern würde. Also ist es energetisch günstiger, wenn möglichst viele Elektronen gleichsinnig rotieren, das heißt wenn $|L|$ maximal wird, Entsprechendes gilt für $|S|$: Wenn zwei Elektronen mit parallelem Spin einander begegnen, müssen sie sich wegen des Pauli-Prinzips ausweichen. Elektronen mit antiparallelem s haben das nicht nötig. Ihre Coulomb-Energie wird daher im Mittel größer sein als bei parallelem Spin. Daher ist es energetisch günstiger, wenn möglichst viele Spins parallel stehen, also $|S|$ maximal wird. Diese Maximal-Bedingungen für $|L|$ und $|S|$ nennt man nach ihrem Entdecker Hund-Regeln. Der Gesamtdrehimpuls $|J|$ eines Atoms nimmt bei gegebenem $|L|$ und $|S|$ den kleinstmöglichen Wert an, weil die Spin-Bahn-Wechselwirkung dafür sorgt, daß S möglichst antiparallel zu L steht (vgl. Abb. 7-8). Die Kopplungsmöglichkeiten der Drehimpulse werden durch die in der Legende zu Abbildung 7-14 erläuterten Quantenbedingungen eingeschränkt. Das führt alles zusammen zu etwas unübersichtlichen, aber im Grunde elementaren Beziehungen. Das genauere Studium der Drehimpulskopplungen ist ein Gebiet für Liebhaber der Vektoralgebra, und wir wollen es hier nicht weiter verfolgen.

Auch für die Bezeichnung der Drehimpulsverhältnisse in Mehrelektronen-Atomen gibt es eine besondere Nomenklatur. Man benennt sie durch eine Folge von vier Buchstaben und Ziffern, nämlich „ $n^{2S+1}L_J$ “. Hier bedeutet n die Hauptquantenzahl des äußersten Elektrons des Atoms und S , L und J die Drehimpuls-Quantenzahlen der gesamten Elektronenhülle (siehe Abb. 7-14). Die Größe $2S + 1$ wird für den selteneren Fall $S > L$ durch $2L + 1$ ersetzt. Sie wird Multiplizität genannt und gibt die Anzahl der verschiedenen möglichen Stellungen von L und S relativ zueinander an und somit die Zahl der verschiedenen möglichen Werte von $|J|$.

Wie beim Wasserstoffatom gibt es auch bei den schwereren Atomen eine Hyperfeinwechselwirkung des magnetischen Kernmoments mit dem von der Elektronenhülle am Ort des Kerns erzeugten Magnetfeld. Jedoch hängen in Mehrelektronen-Atomen Zahl und Abstände der aufgespaltenen Energiezustände in komplizierter Weise von den Gesamtdrehimpulsen I und J des Kerns bzw. der Hülle und von ihrer relativen Orientierung ab. Wir wollen dies hier nicht weiter untersuchen.

Atomkerne mit mehreren Protonen haben im allgemeinen ein elektrisches Quadrupolmoment (siehe Abschn. 6.4 und Abb. 6-12). Dieses wechselwirkt mit dem inhomogenen elektrischen Feld der Elektronenhülle am Ort des Kerns (siehe Abb. 6-11). Die Quadrupolenergie ist von der Größenordnung 10^{-26} J ($\approx 10^{-7} \text{ eV}$). Um solche Beträge ändert sich die Gesamtenergie eines Atoms, wenn das Quadrupolmoment des Kerns seine Orientierung relativ zum elektrischen Feldgradienten der Hülle verändert (Winkel φ in Abb. 6-11 c).

Zu den am Beginn dieses Abschnitts genannten fünf Besonderheiten in Atomen mit mehreren Elektronen kommt noch ein sechster, aber kleiner Effekt hinzu: Auch bei kugelförmiger Ladungsverteilung im Kern erhält

Hund-Regeln

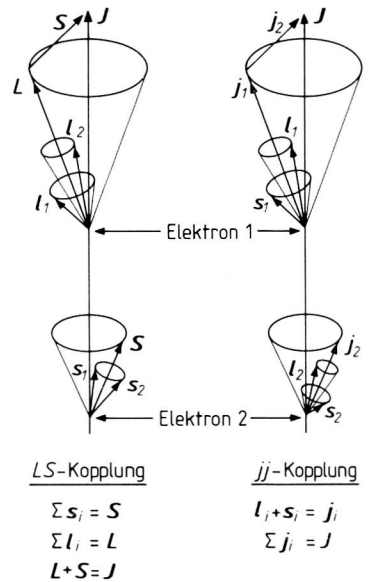


Abb. 7-14. Drehimpulskopplung (Spin-Bahn-Kopplung) von zwei Elektronen. Bei der Berechnung von J ist zu beachten: Es gibt im allgemeinen mehrere vektorielle Kombinationen von l_i und s_i , die mit den sechs Quantisierungsbedingungen vereinbar sind. Diese lauten:
 $|S| = \sqrt{S(S+1)} h$,
 $|L| = \sqrt{L(L+1)} h$,
 $|J| = \sqrt{J(J+1)} h$,
 $S_z = M_S h$, $L_z = M_L h$, $J_z = M_J h$.
 Die Quantenzahlen L und M_L sind immer ganzzahlig, S , M_S , J und M_J sind halbzahlig, falls die Elektronenzahl ungerade ist, sonst ebenfalls ganzzahlig. Zur Präzessionsbewegung der Drehimpulse siehe Abbildung 6-14. Auch der Gesamtdrehimpuls J präzediert stets um die Richtung, in der man ihn mißt.

Quadrupol-Energie

Kern-Monopol-Übergänge

man eine Änderung der Elektronenenergie wenn sich der Radius der Kernladung verändert, zum Beispiel beim Monopolübergang gemäß Abbildung 6-18c. Da die s-Elektronen eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kern haben, kann man hier nicht mehr mit dem Coulomb-Potential eines punktförmigen Kerns rechnen. Die Größenordnung dieses Effekts beträgt 10^{-25} J ($\approx 10^{-6} \text{ eV}$).

Wir beenden damit diesen vorwiegend qualitativen Abschnitt über Mehrelektronen-Atome. Da die Eigenschaften der Atome die Grundlage der chemischen und aller anderen Eigenschaften der kondensierten Materie darstellen, haben wir sie hier etwas ausführlicher besprochen. Wir werden im folgenden noch oft auf die in diesem Abschnitt behandelten Erscheinungen zurückkommen.

7.4 Atome im elektrischen Feld

In Atomen begegnen wir einer neuen kooperativen Eigenschaft der Materie, die auch makroskopisch meßbar und von Bedeutung ist: der Polarisierung in einem von außen angelegten Feld. Als kooperativ bezeichnen wir solche Eigenschaften von Vielteilchensystemen, bei denen die Wechselwirkung der Teilchen untereinander eine Rolle spielt. Davon zu unterscheiden sind die kollektiven Eigenschaften; das sind nichts anderes als geeignete Mittelwerte über die Einzeleigenschaften der Teilchen, wie zum Beispiel Kompressibilität und Wärmekapazität eines idealen Gases. Beispiele für kooperative Eigenschaften sind die spontane Magnetisierung, die Supraleitfähigkeit, die Dielektrizitätskonstante von Molekülen. Die kooperativen Eigenschaften sind offenbar die interessanteren, sie sind aber auch viel schwerer zu verstehen und theoretisch zu behandeln als die kollektiven, weil die Wechselwirkung der Teilchen untereinander die Verhältnisse oft sehr unübersichtlich macht.

Die elektrische Polarisierbarkeit bezeichnet eine Veränderung des elektrischen Dipolmoments eines Systems elektrischer Ladungen durch ein elektrisches Feld. Im Prinzip gibt es eine solche Polarisierbarkeit auch schon bei Atomkernen und Hadronen, denn sie sind wie die Atome aus Teilchen mit elektrischer Ladung zusammengesetzt. Nur ist die Polarisierbarkeit von Kernen in äußeren E -Feldern, wie man sie heute technisch herstellen kann, unmeßbar klein. Der Grund dafür liegt in der hohen Bindungsenergie der Teilchen in Kernmaterie, die um viele Größenordnungen höher ist als die Energie der induzierten Dipolmomente in dem angelegten Feld. Bei Atomen sind diese Dipolenergien jedoch vergleichbar mit der Bindungsenergie der Elektronen, so daß man sie relativ leicht messen kann. Wir besprechen zunächst den Einfluß eines homogenen elektrischen Feldes E auf ein Atom.

In einem solchen Fall lautet die Schrödinger-Gleichung (7-7) für das Wasserstoffatom

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r} + e_0 |\mathbf{E}| \right) \psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (7-21)$$

Polarisierbarkeit

Wellenfunktion im elektrischen Feld

Diese Gleichung läßt sich nicht mehr geschlossen integrieren. Gegenüber dem ungestörten Wasserstoffatom im Feld Null bewirkt E eine Verschiebung der Elektronendichte-Verteilung relativ zum Kern, so daß die Ladungsschwerpunkte nicht mehr zusammenfallen. Das Feld induziert also ein elektrisches Dipolmoment μ_e der Größe $\alpha_e E$, wobei α_e die elektrische Polarisierbarkeit des Atoms genannt wird. Die Größen μ_e bzw. α_e kann man aus einer quantenmechanischen Näherungsrechnung erhalten. In Abbildung 7-15 ist das Ergebnis einer solchen Rechnung dargestellt. Direkte

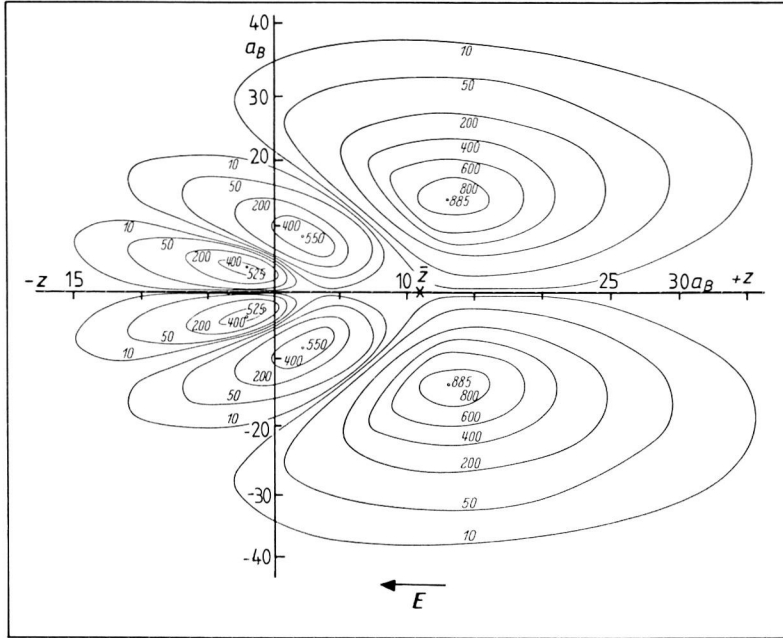


Abb. 7-15. Berechnete Elektronendichteverteilung des Wasserstoffatoms im elektrischen Feld. Der Atomkern befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems. Das homogene E -Feld liegt in der negativen z -Richtung. Die Abstände sind in der Einheit $a_B = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/m_e e_0^2 = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m angegeben. Der hier skizzierte Zustand entspricht im feldfreien Fall $n = 4$. Die Feldstärke beträgt etwa 10^{13} V/m. Die Höhenlinien bezeichnen Kurven gleicher Ladungsdichte in relativen Einheiten. Die Figur ist rotationssymmetrisch um die z -Achse ergänzt zu denken. Die mittlere Ladungsverschiebung des Elektrons gegenüber dem feldfreien Fall beträgt $\bar{z} = 12 a_B = 6,4 \cdot 10^{-10}$ m (nach Bethe 1933).

Messungen, etwa nach der Methode der Abbildung 7-7, gibt es hierzu bisher nicht. Die Verschiebung \bar{z} der Ladungsschwerpunkte in Abbildung 7-15 betrage $6,4 \cdot 10^{-10}$ m in einem technisch nicht realisierbaren Feld von etwa 10^{13} V/m. Das entspricht einem Dipolmoment $|\mu_e| = e_0 \bar{z} = 10^{-28}$ A s m bzw. einer Polarisierbarkeit $\alpha_e = |\mu_e|/|E| = 10^{-41}$ A s m²/V. Dieser Wert stimmt in seiner Größenordnung mit dem makroskopisch für Gase gemessenen von 10^{-40} A s m²/V überein. Man erhält ihn aus Messungen der dielektrischen Suszeptibilität $\chi_e \equiv P_e/\epsilon_0 |E|$, wobei P_e die elektrische Polarisation bzw. das elektrische Dipolmoment pro Volumen V ist. Der Zusammenhang zwischen χ_e und α_e lautet dann für N Atome $\chi_e = N \alpha_e/\epsilon_0 V$ (siehe Gl. 17-2).

Die Änderung $\Delta E/E$ der Energiezustände durch ein elektrisches Feld kann man ebenfalls näherungsweise berechnen. Man erhält eine Reihenentwicklung der Form $\Delta E = A|E| + B|E|^2 + \dots$. Die Koeffizienten hängen von drei Quantenzahlen, n_1 , n_2 und m_z ab, die sich bei der Näherungslösung der Schrödinger-Gleichung in parabolischen Koordinaten ergeben. Sie haben eine ähnliche Bedeutung wie n , l und m_l im feldfreien Fall. Die Energiedifferenzen $\Delta E(\Delta n_1, \Delta n_2, \Delta m_z)$ lassen sich relativ gut messen. Nach ihrem Entdecker wird die entsprechende Aufspaltung der Spektrallinien im elektrischen Feld Stark-Effekt genannt. Ein Beispiel zeigt Abbildung

Stark-Effekt

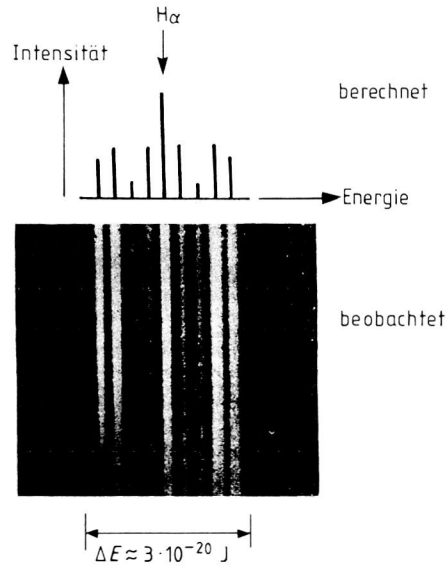


Abb. 7-16. Aufspaltung der Energiezustände des Wasserstoffatoms im elektrischen Feld (Stark-Effekt). Gezeigt ist die Aufspaltung der Linie H_α , $\Delta E (n' \rightarrow n)$, $n' = 3$, $n = 2$, in einem elektrischen Feld von $3 \cdot 10^7$ V/m (aus White 1934).

7-16. Die für ΔE gemessenen Werte stimmen bis auf ein Prozent mit der Theorie überein. Da im elektrischen Feld jedes Energieniveau in $2(n-1)^2$ Unterniveaus aufspaltet, erhält man für das den Kombinationsmöglichkeiten (n, n') entsprechende Spektrum ein relativ kompliziertes Bild.

7.5 Atome im Magnetfeld

In einem Magnetfeld verändern sich ebenfalls die Energiezustände und die Wellenfunktionen der Elektronen, jedoch in etwas komplizierterer Weise als in einem elektrischen Feld. Letzteres induziert, wie wir gesehen haben, ein elektrisches Dipolmoment. Im magnetischen Fall sind jedoch schon Dipolmomente μ_m vorhanden, nämlich die Spin- und Bahnmomente der Elektronen und das Moment des Kerns. Deren Orientierungswinkel in einem homogenen magnetischen Feld \mathbf{B} führt zu verschiedenen Energiezuständen $U_m = -\mu_m \cdot \mathbf{B} = -|\mu_m| |\mathbf{B}| \cos(\mu_m, \mathbf{B})$. Für $|\mu_m| = \mu_B = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$ und $B = 1 \text{ T}$ erhält man $U_m \approx 10^{-23} \text{ J}$ ($\approx 10^{-4} \text{ eV}$). Dagegen ist die Induktion eines zusätzlichen magnetischen Bahnmoments durch die Lorentz-Kraft vergleichsweise klein. Sie entspricht nämlich für $B = 1 \text{ T}$ nur etwa einer Energie von 10^{-29} J ($\approx 10^{-10} \text{ eV}$). Wir besprechen zunächst die Energie der permanenten Dipolmomente des Atoms im äußeren Feld.

Wegen der Drehimpulsquantisierung (Abb. 6-14) kann auch das mit dem Drehimpuls starr verbundene magnetische Moment nur unter bestimmten Winkeln relativ zu einem äußeren Magnetfeld stehen. Dies ist in Abbildung 7-17 erläutert. Der Zusammenhang zwischen der J -Komponente $(\mu_J)_J$ von μ_J einerseits und J andererseits für den kombinierten Spin-

Drehimpuls-Kopplung

und Bahnmagnetismus wird analog zu den Gleichungen (5-4) und (5-5) durch

$$(\mu_J)_J = g_J \frac{\mu_B}{\hbar} J \quad (7-22)$$

beschrieben, mit dem kombinierten Landé-Faktor

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (7-23)$$

Für $S = 0$ ($J = L$) wird $g_J = 1$, für $L = 0$ ($J = S$) wird $g_J = 2$, wie es nach der Definition von g sein muß.) Diese Beziehung erhält man durch Anwenden des Kosinussatzes auf die quantisierten Vektoren in Abbildung 7-17. Die verschiedenen Möglichkeiten der Einstellung von $(\mu_J)_J$ relativ zu B und damit die verschiedenen möglichen Energiewerte sind gegeben durch $U_m = -(\mu_J)_{J,z} B = -m_J g_J \mu_B B$ mit $m_J = -J, \dots, 0, \dots, +J$. Die Energie eines Atoms mit dem Gesamtdrehimpuls J spaltet also im Magnetfeld in $2J + 1$ Komponenten auf, deren Energiedifferenzen jeweils $\Delta E = g_J \mu_B B$ betragen. Diese Erscheinung nennt man nach ihren Entdeckern Zeeman-Effekt bzw. bei sehr starken Feldern Paschen-Back-Effekt.

Für die Details der Energieaufspaltung kommt es nun darauf an, wie groß U_m im Verhältnis zur Spin-Bahn-Kopplungsenergie U_{sb} und zur Coulomb-Wechselwirkung U_C der Elektronen ist. Die Größenordnung von U_C beträgt 10^{-20} bis 10^{-16} J ($\approx 0,1$ bis 1000 eV) (siehe Abb. 7-11). Diese Energie ist, wie wir im Abschnitt 7.3 besprochen hatten, verantwortlich für die LS - bzw. jj -Kopplung der Spin- und Bahnmomente. U_{sb} ist von der Größenordnung 10^{-22} J (für $Z = 1$) bis 10^{-18} J (für $Z = 100$). Die Dipolenergie im äußeren Feld U_m liegt für $\mu = \mu_B$ zwischen 10^{-23} J ($\approx 10^{-4}$ eV) für $B = 1$ T und 10^{-21} J ($\approx 10^{-2}$ eV) für $B = 100$ T, der stärksten kurzzeitig künstlich erzeugbaren Feldstärke.

In Abbildung 7-18 sind alle möglichen Kopplungsverhältnisse der magnetischen Momente untereinander und an das äußere Feld zusammengestellt. Die Kreisfrequenz ω_L (Larmor-Frequenz) der Präzessionsbewegung kann man aus der Lorentz-Kraft nach den Regeln der Mechanik leicht ausrechnen; sie beträgt (mit Gleichung 5-4)

$$\omega_L = -\frac{|\mu|}{|J|} B = -\frac{ge_0}{2m_e} B, \quad (7-24)$$

also etwa 10^{11} s^{-1} für $B = 1$ T und 10^{13} s^{-1} für $B = 100$ T. Die Kopplungsmöglichkeiten a I, a II und b I der Abbildung 7-18 wurden experimentell beobachtet und sind in guter Übereinstimmung mit der Theorie (Abb. 7-19). Die Fälle b II, c I und c II der Abbildung 7-18 können hingegen mit technisch erzeugbaren stationären Feldern bisher nicht verwirklicht werden (siehe Teilbild d). Sie kommen jedoch im Kosmos vor, nämlich in Neutronensternen, wo es Felder der Größenordnung 10^8 T gibt. Dies entspricht dann einer magnetischen Energie U_m von 10^{-15} J ($\approx 10^4$ eV) pro Atom. Die Kenntnis derartiger Energieverschiebungen ist zum Verständnis der Spektren solcher Sterne notwendig.

Nun haben wir noch den zweiten magnetischen Effekt in der Atomhülle zu besprechen, nämlich die Induktion eines neuen magnetischen Moments, das vorher nicht da war, durch das äußere Magnetfeld. Klassisch gesehen bewirkt das Anlegen eines Magnetfelds an ein Atom eine Änderung $\Delta\omega$ der Frequenz der umlaufenden Elektronen und eine Änderung Δr ihrer Bahn-

Magnetische Energie

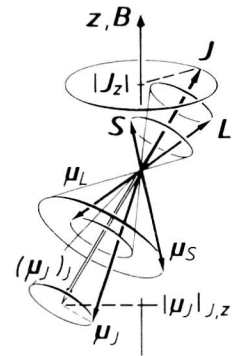


Abb. 7-17. Vektordiagramm für Spin- und Bahnmomente im Magnetfeld. Die Zusammensetzung der Vektoren L und S zu J bzw. von μ_L und μ_S zu μ_J erfolgt gemäß den Regeln der Quantenmechanik (siehe Legende zu Abb. 7-14). Wegen der verschiedenen gyromagnetischen Verhältnisse für Spin- und Bahnmoment sind J und μ_J nicht kollinear! Beobachtbar ist nur die Komponente $(\mu_J)_{J,z}$ des magnetischen Moments $(\mu_J)_J$ in der z -Richtung. Die Abbildung zeigt die Verhältnisse für schwache Felder (vgl. Abb. 7-18). Alle Vektoren präzedieren mit der jeweiligen Larmor-Frequenz (siehe Gl. 7-24) um die angegebenen Richtungen (nach Haken und Wolf 1987).

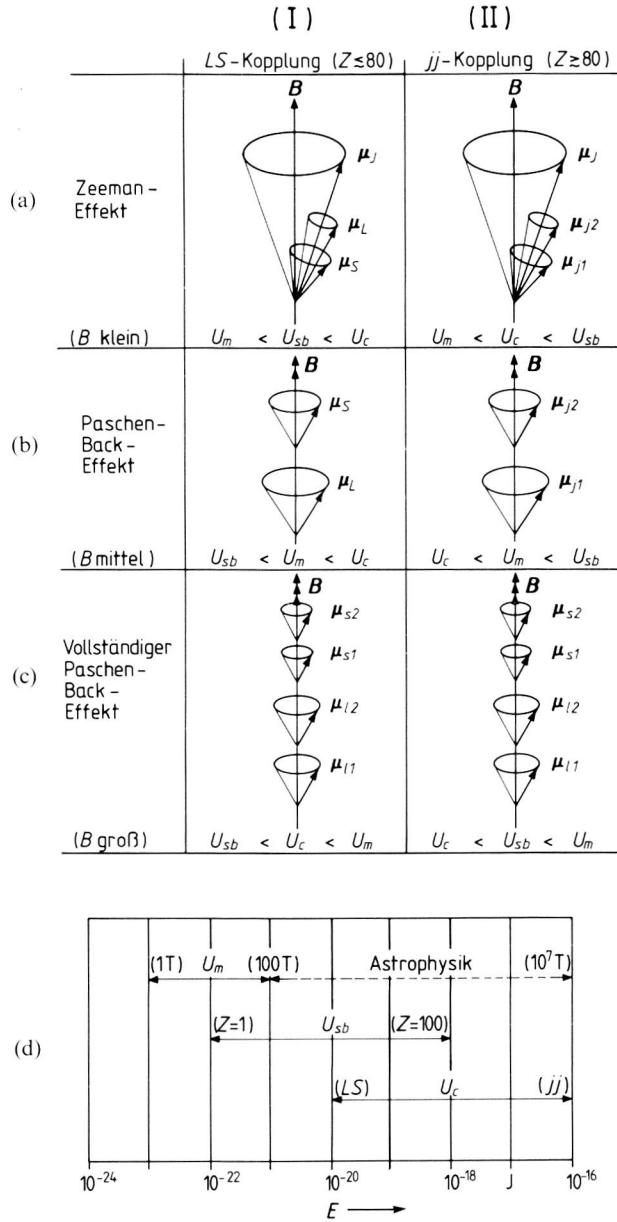


Abb. 7-18. Kopplung der magnetischen Momente der Elektronenhülle untereinander und an ein äußeres Magnetfeld. U_m ist die magnetische Energie der Momente im äußeren Feld B , U_c die Coulomb-Energie der Elektronen untereinander, U_{sb} die Spin-Bahn-Kopplungsenergie der Elektronen. (a) Schwaches Feld: μ_L und μ_S bzw. die $\mu_{j,i}$ präzedieren um μ_J und dieses um B . (b) Mittelstarkes Feld: μ_L und μ_S bzw. die $\mu_{j,i}$ präzedieren getrennt um B . Es gibt kein Gesamtmoment μ_J . (c) Starkes Feld: die $\mu_{s,i}$ und $\mu_{l,i}$ präzedieren getrennt um B . Es gibt keine resultierenden Momente μ_S , μ_L und μ_J . (d) Größenverhältnisse der einzelnen Energiebeiträge in den Teilbildern a bis c.

raden. Dabei ist $\Delta\omega \equiv \omega_L$ gleich der soeben besprochenen Larmor-Frequenz (Gleichung 7-24) und $\Delta r \approx -(e_0 r^{3/2} B / 4 m_e v)^2$. Setzt man für r und v die Werte der ($n=1$)-Bahn des Bohr-Modells (siehe Gl. 7-2) ein, so ergibt sich für $B = 1 \text{ T}$ $\Delta\omega = -0,8 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ und $\Delta r = -6 \cdot 10^{-23} \text{ m}$. Daraus folgt eine Änderung des magnetischen Moments der Bahn von etwa $2 \cdot 10^{-29} \text{ A m}^2$, was einer relativen Änderung $\Delta\mu/\mu_B$ von $-2 \cdot 10^{-6}$ entspricht. Diese Größenordnung ist in guter Übereinstimmung mit der Beobachtung. Für genauere Rechnungen müssen wir jedoch die Quantenmechanik benutzen. Sie liefert für $n=1$ und $B=1 \text{ T}$ ein $\Delta\mu/\mu_B$ von $-1 \cdot 10^{-6}$, also dieselbe Größenordnung wie die klassische Rechnung mit dem Bohr-Modell.

Induziertes Moment

Durch ein äußeres Magnetfeld von 1 T wird somit ein magnetisches Moment der Größenordnung 10^{-29} A m^2 induziert, das antiparallel zum Feld gerichtet ist. Der Richtungssinn folgt aus Maxwells Gleichungen. Die Energieänderung von 10^{-29} J ($\approx 10^{-10} \text{ eV}$) ist rund 10^6 mal kleiner als die Energie U_m der permanenten atomaren Momente im Feld. Sie ist daher im allgemeinen nur bei Atomen mit $\mu_J = 0$ beobachtbar, zum Beispiel bei Edelgasen im Grundzustand. Dagegen tritt sie in kondensierter Materie auch makroskopisch in Erscheinung, nämlich als diamagnetische Suszeptibilität (siehe Kapitel 18). Diese ist definiert als $\chi_{\text{md}} = \mu_0 dM/dB$ (M Magnetisierung, magnetisches Moment pro Volumen; μ_0 Induktionskonstante) und ist für Gase von der Größenordnung 10^{-6} in Übereinstimmung mit dem aus der Energieänderung der Atome berechneten Wert.

Zum Schluß wollen wir noch sehen, wie sich die Wellenfunktion bzw. die Elektronen-Dichteverteilungen der Atome im Magnetfeld verändern. Das Ergebnis erhält man aus Näherungslösungen der Schrödinger-Gleichung mit Magnetfeld. Abbildung 7-20 zeigt einige Resultate. Man sieht, daß merkliche Änderungen erst oberhalb von 10^3 T auftreten. Solche Feldstärken liegen jedoch jenseits aller derzeitigen technischen Möglichkeiten. Die Berechnungen haben allerdings große Bedeutung für die Astrophysik, wie wir schon erwähnt hatten. In Neutronensternen, bei Feldern von 10^8 T , schrumpfen die Atome unter dem Einfluß der Lorentz-Kraft zusammen und werden senkrecht zum Feld plattgedrückt.

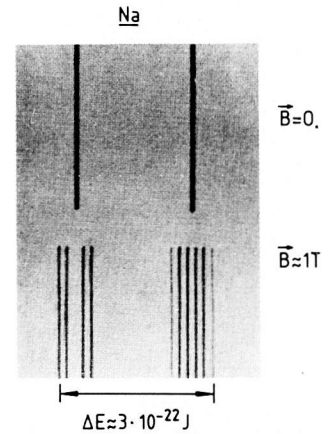


Abb. 7-19. Aufspaltung atomarer Energieniveaus im Magnetfeld (Zeeman-Effekt) am Beispiel der Na-Linien $\lambda = 589,0$ und $589,6 \text{ nm}$ in einem Magnetfeld von etwa 1 T (aus Pohl 1940).

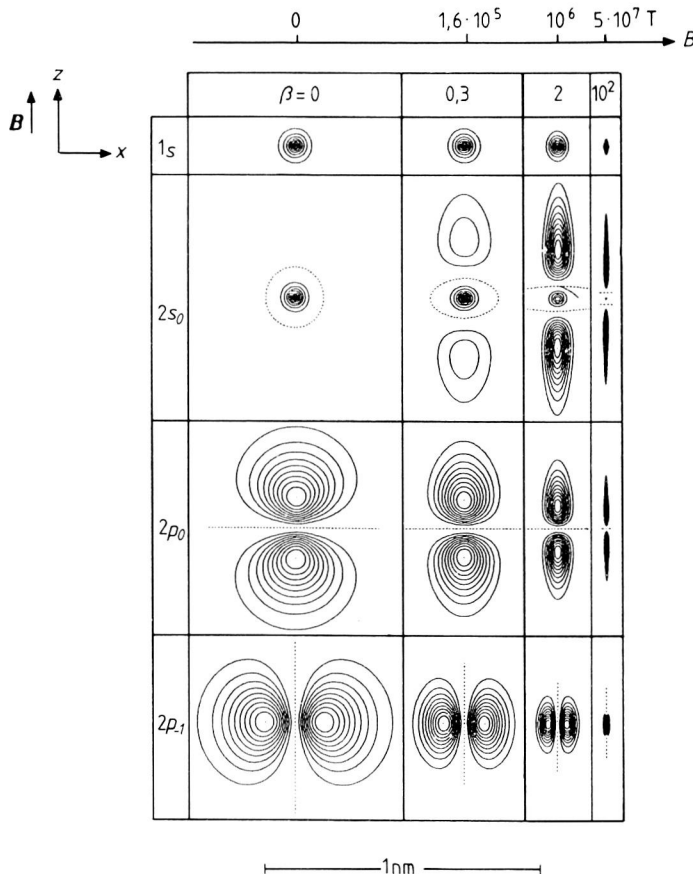


Abb. 7-20. Elektronen-Dichteverteilungen von Atomen im Magnetfeld. Berechnete Dichteverteilungen für das Wasserstoffatom in der xz -Ebene (siehe Abb. 7-4 und 7-5); $\beta = B/4,7 \cdot 10^5 \text{ T}$ ist das reduzierte Feld parallel zur z -Richtung. Die Dichteverteilung ist rotationssymmetrisch um die z -Achse ergänzt zu denken (nach Ruder u.a. 1983).

Zusammenfassung

Atome sind relativ komplizierte zusammengesetzte Systeme. Sie enthalten bis zu 350 Teilchen, welche in der Hülle durch die elektromagnetische und im Kern durch die starke Wechselwirkung miteinander verbunden sind. Wenn wir die Struktur und die Eigenschaften der Atome verstehen wollen, müssen wir uns in der Mitte zwischen den Methoden der Einteilchenphysik und denjenigen von Vielteilchensystemen bewegen.

Die Energiebereiche der Atomphysik sind experimentell relativ leicht zugänglich. Sie erfordern im allgemeinen keine so großen und teuren Apparaturen wie in der Kern- und Hadronenphysik. Daher sind Atome heute bereits wesentlich besser erforscht und verstanden als etwa die Atomkerne. Das Wasserstoffatom läßt sich außerdem sehr genau berechnen, sowohl mit klassischen als auch mit quantenmechanischen Methoden. Hierbei zeigen sich besonders gut die Gemeinsamkeit und die Unterschiede der beiden Betrachtungsweisen.

Wir haben in der Atomphysik den bisher eingeschlagenen Weg verlassen, nämlich Strukturen und Eigenschaften der Objekte eine nach der anderen zu beschreiben. Statt dessen haben wir einen mehr vom Gesamtverhalten bestimmten Weg gewählt, der komplizierteren Systemen besser angemessen ist: Die Erklärung möglichst vieler Eigenschaften aus einem theoretischen Modell und aus dessen einschränkenden Annahmen. Wir haben insbesondere die Elektronen-Dichteverteilungen und ihre Energie-Eigenwerte besprochen und dabei tiefgreifende Unterschiede zwischen klassischen und quantenmechanischen Ergebnissen gefunden. Die letzteren stimmen ausgezeichnet mit der Beobachtung überein. Ein im Grunde nicht schwieriges, aber wegen der Fülle der Möglichkeiten etwas unübersichtliches Gebiet sind die Drehimpulskopplungen in der Atomhülle einerseits sowie zwischen Hülle und Kern andererseits.

Beim Aufbau der Atome aus Kern und Elektronen ist das Pauli-Prinzip von besonderer Bedeutung. Würde es nicht gelten, so wären alle Atome dem Wasserstoff ähnlich, und es gäbe keine Elemente mit unterschiedlichen chemischen Eigenschaften. Das Pauli-Prinzip bestimmt, zusammen mit den Quantenbedingungen für Energie und Drehimpuls, die Elektronen-Dichteverteilungen der Atome und damit deren chemische Eigenschaften. Diese werden wir im folgenden Kapitel behandeln.

In Atomen haben wir zum ersten Mal kooperative Response-Eigenschaften von meßbarer Größenordnung gefunden, nämlich die Polarisierbarkeit durch ein von außen angelegtes elektrisches oder magnetisches Feld. Dadurch werden sowohl die Elektronen-Dichteverteilungen geändert als auch die Energie-Eigenwerte. Die induzierten Dipolmomente sind in zahlenmäßiger Übereinstimmung mit den an Gasen makroskopisch beobachteten elektrischen und magnetischen Suszeptibilitäten.

Am Ende dieses für die Mikrophysik zentralen Kapitels vergegenwärtigen wir uns noch einmal die fundamentalen Aussagen der Quantentheorie: Den Welle-Teilchen-Dualismus, die Unschärfebeziehung, die Quantisierung von Energie bzw. Impuls in abgeschlossenen Systemen, die Quantelung des Drehimpulses nach Betrag und Richtung sowie das Pauli-Prinzip. Alle diese Phänomene sind prinzipiell unanschaulich, das heißt mit unserer alltäglichen Erfahrung an makroskopischen Körpern nicht faßbar. Für große Quantenzahlen ($\gtrsim 100$) geht jedoch die quantenmechanische in die

klassische Beschreibung über, und damit verschwindet oft auch die Unanschaulichkeit. Dieses Korrespondenz-Prinzip wird in den Vorlesungen und Lehrbüchern über Quantentheorie ausführlich behandelt. Wir werden uns in den folgenden Kapiteln (mit wenigen Ausnahmen) zu immer größeren Quantenzahlen hin bewegen und damit immer mehr zu klassischen Betrachtungsweisen übergehen. Sobald wir aber sehr hohe Anforderungen an die Meß- oder Rechengenauigkeit stellen und „den Dingen auf den Grund gehen“ wollen, werden wir wieder zu den Eigenschaften der Atome und Elementarteilchen zurückgeführt, und damit kommen wir immer wieder in das Gebiet der Quantenphänomene zurück. *)

Zum Abschluß dieses Kapitels sehen Sie in Abbildung 7-21 die Aufnahme eines einzelnen frei im Raum schwebenden Atoms, wie man sie seit wenigen Jahren machen kann.

(Abb. 7-21: auf Tafel II im vorderen Buchteil.)

*) Wer sich näher mit dieser Problematik beschäftigen möchte, dem sei ein sehr lesenswerter und gut verständlicher Aufsatz empfohlen: Manfred Stöckler, „9 Thesen zum Dualismus von Welle und Teilchen“ in „Moderne Probleme der Naturphilosophie“, herausgegeben von Bernulf Kanitscheider, Verlag Königshausen + Neumann, Würzburg 1984, Seiten 223–242.

8 Moleküle

Unter dem Einfluß elektromagnetischer Kräfte lagern sich Atome zu Molekülen zusammen und bilden so verhältnismäßig stabile Aggregate. Die Anzahl der heute bekannten verschiedenen Moleküle beträgt weit über eine Million; diejenigen der physikalisch möglichen übersteigt die Zahl der Elementarteilchen im Weltall. Wir werden uns in diesem Kapitel nur mit wenigen, besonders wichtigen Eigenschaften der Moleküle beschäftigen, denn die erschöpfende Behandlung der Molekülphysik wäre identisch mit der ganzen Chemie. Wir werden insbesondere die Bindungsverhältnisse der Atome untereinander betrachten sowie die wichtigsten Systemeigenschaften der Moleküle, die Rotations- und Schwingungsbewegungen ihrer Atome. Biologisch bedeutsame Moleküle werden im nächsten Kapitel behandelt.

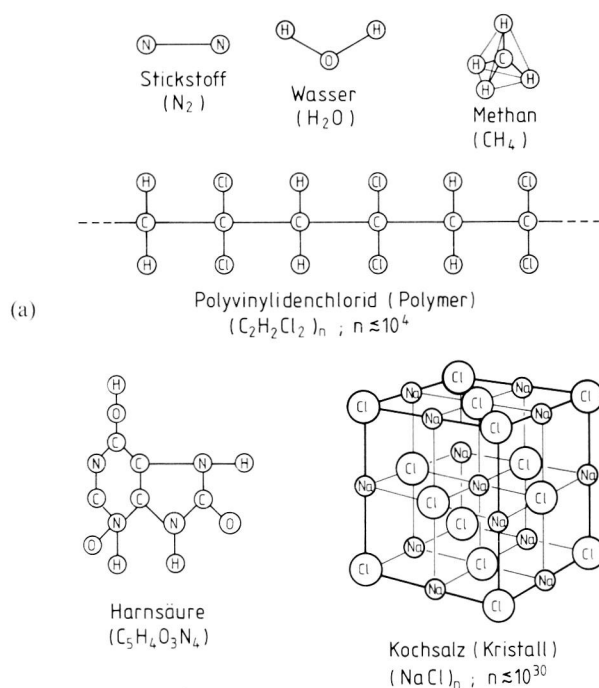
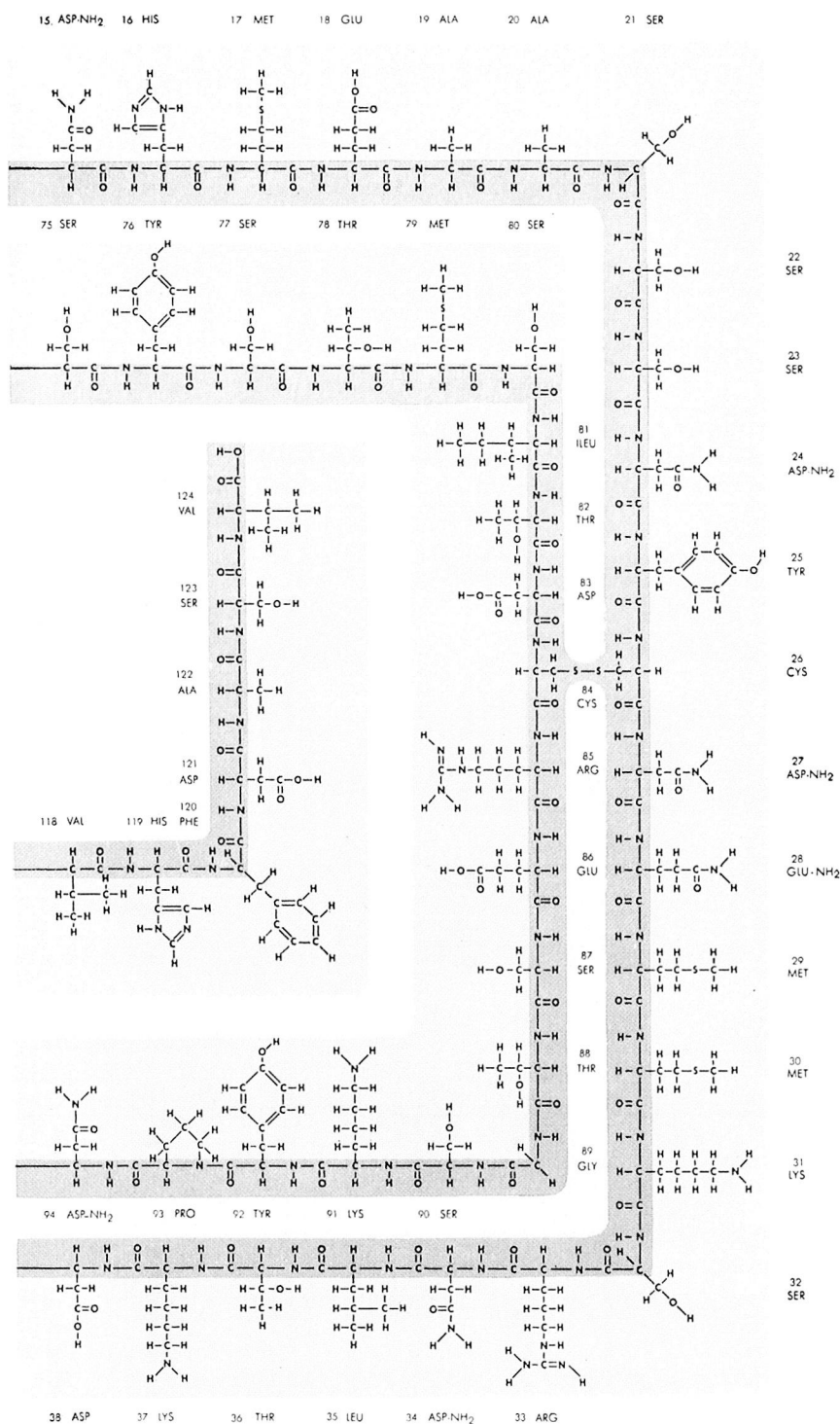


Abb. 8-1. Schematische Darstellung verschiedener Moleküle.
(a) Von zweiatomigen Molekülen (N_2) bis zu Polymeren und Kochsalzkristallen. (b) Bei der Ribonuklease (siehe nächste Seite) bezeichnen die Dreibuchstaben-Symbole längs der Hauptkette die Namen der Aminosäuren (vgl. Abb. 9-4) (aus Stein und Moore 1961).



8.1 Was ist ein Molekül?

Wenn wir uns in Lehrbüchern oder in Lexika darüber informieren wollen, was man unter einem Molekül versteht, so werden wir meistens im Stich gelassen. Man kann etwa lesen: „Ein Molekül ist eine Ansammlung von Atomen, die durch ‚chemische Kräfte‘ zusammengehalten werden“; und ferner: „‚chemische Kräfte‘ sind solche, die Atome in Molekülen binden“. Man ist dann genau so klug wie vorher. In der Tat ist der Molekülbegriff etwas schwer zu fassen. Als beste Definition erscheint mir die folgende: „Ein Molekül ist ein System aus mehreren Atomen mit einer bestimmten räumlichen Struktur, die lange genug zusammenhält, so daß man sie beobachten und Messungen an ihr durchführen kann“. Hieraus sieht man sogleich, daß Moleküle nicht unbedingt stabil sind, sondern daß es von der Beobachtungszeit abhängt, was man als Molekül bezeichnet und was nicht. Die Lebensdauer der heute bekannten Moleküle liegt zwischen etwa 10^{-12} Sekunden und 10^9 Jahren. Auf jeden Fall müssen die Atome im Molekül „gebunden“ sein, das heißt, sie müssen durch Kräfte zusammengehalten werden, so daß ein Molekül insgesamt eine kleinere Energie (E_m) hat als die Summe seiner Bestandteile (E_s). Die Differenz nennt man Bindungsenergie $E_b = E_m - E_s$. Die Lebensdauer eines Moleküls hängt dann davon ab, wie groß E_b im Verhältnis zu seiner thermischen Energie $E_{th} = kT$ ist. Sind beide etwa gleich groß, so wird das Molekül beim Zusammenstoß mit den Atomen oder Molekülen der Umgebung wieder in seine Bestandteile zerlegt und entzieht sich so der Beobachtung.

Die Anzahl der Atome in einem Molekül kann von 2 bis etwa 10^7 variieren, wobei natürlich viele Atome mehrfach vorhanden sind. Die Eigenschaften eines Moleküls hängen aber nicht nur von der Zahl und Art seiner Atome ab, sondern entscheidend auch von ihrer räumlichen Anordnung. Daher ist die Struktur eines Moleküls seine wichtigste physikalische Eigenschaft. Viele Moleküle sind aus sich periodisch wiederholenden kleinen Untereinheiten von mehreren Atomen zusammengesetzt, nämlich die Polymere und die Kristalle. Bei Polymeren ist die Zahl der Untereinheiten durch die thermische Energie auf höchstens einige tausend begrenzt. Bei den Kristallen dagegen kann die Zahl der Untereinheiten unbegrenzt wachsen. Daher bezeichnet man Kristalle auch nicht als Moleküle im engeren Sinn. Einige Beispiele für die Vielfalt der molekularen Erscheinungsformen sind in Abbildung 8-1 skizziert.

8.2 Die einfachsten Moleküle: H_2^+ und H_2

Die grundlegenden Fragen der Molekülphysik sind folgende: Welche Moleküle gibt es? Wie stabil sind sie, oder vielmehr wie groß ist ihre Bindungsenergie? Wie sind die Atome bzw. die Atomkerne und Elektronen in ihnen angeordnet? Welches sind die molekularen Energiezustände und wodurch

werden sie bestimmt? Wir haben zur Beantwortung dieser Fragen natürlich die Schrödinger-Gleichung zu lösen, jedoch für ein System von mehreren Atomkernen und der entsprechenden Anzahl von Elektronen. Wie wir bereits festgestellt hatten, konnte man geschlossene Lösungen für mehr als zwei Teilchen bisher nicht finden, selbst bei genauer Kenntnis des Potentials. Bei allen Berechnungen für Moleküle sind wir also auf Näherungsmethoden angewiesen. Solche gibt es in großer Zahl. Wir werden uns jedoch nicht mit den Details der Rechnungen befassen, sondern nur deren Grundkonzepte und Ergebnisse betrachten.

Vorweg wollen wir eine qualitative Überlegung anstellen: Wieso kommt es überhaupt zur Bildung von Molekülen, wenn doch die Atome elektrisch neutral sind, und keine elektrostatischen Kräfte zwischen ihnen wirken sollten? Die starke und die schwache Wechselwirkung sind ja wegen ihrer kurzen Reichweite für die Molekülbildung vernachlässigbar und die Gravitation wegen ihrer geringen Stärke (siehe Tab. 3-2). Magnetostatische Kräfte (F_m) und Lorentz-Kräfte (F_L) sind unter normalen Bedingungen mindestens hundertmal kleiner als die elektrostatischen Kräfte (F_e), wie man leicht abschätzen kann. (Dies sei zur Übung empfohlen: $F_e \approx e_0^2 / 4\pi e_0 r^2$, $F_m \approx \mu_0 \mu^2 / 4\pi \cdot r^4$, $F_L \approx e_0 v B$). Für die Molekülbildung ist also vorwiegend die elektrostatische Kraft verantwortlich, aber wie wird sie wirksam? Zwar sind Atome im ganzen betrachtet elektrisch neutrale Gebilde, doch sind die elektrischen Ladungen in ihnen ja nicht starr angeordnet. Vielmehr sind die Atome im elektrischen Feld polarisierbar, wie wir im Abschnitt 7.4 gesehen haben. Wenn zwei Atome einander nahe kommen, wird sich daher die Ladungsverteilung in jedem von ihnen unter dem Einfluß des anderen verändern. Die beiden Atomkerne stoßen sich ab, die Elektronen beider Atome stoßen sich ab, aber die Elektronen jedes Atoms werden vom eigenen Kern und von dem des anderen Atoms angezogen (Abb. 8-2, siehe auch Abb. 3-3). Ob hierbei insgesamt eine Erniedrigung der Gesamtenergie aller beteiligten Partner, also eine Molekülbildung stattfindet, oder eine Erhöhung, also Abstoßung der Atome, kann man qualitativ im allgemeinen nicht vorhersagen. Dies ergibt sich erst aus einer quantenmechanischen Rechnung.

Das einfachste denkbare Molekül ist das Wasserstoff-Molekülion H_2^+ , bestehend aus zwei Protonen und einem Elektron. Dieses Dreikörperpro-

Ursachen der Molekülbildung

H_2^+ -Molekül-Ion

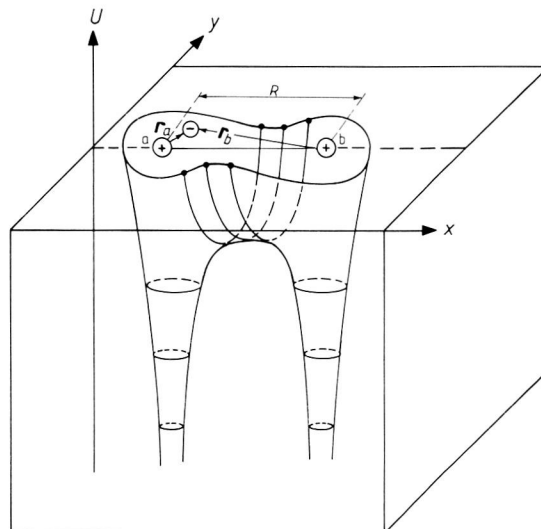


Abb. 8-2. Das Potential zweier benachbarter Atomkerne (a, b) für ein Elektron, das sich in der x - y -Ebene bewegt (zum Potential siehe Fußnote k zu Tab. 3-1).

blem kann man lösen, wenn die Protonen im Abstand R relativ zueinander ruhen. Die Schrödinger-Gleichung für das Elektron lautet dann

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left[E + \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} \right) \right] \psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (8-1)$$

Dabei sind r_a und r_b die Abstände zwischen dem Elektron und den beiden Protonen (Abb. 8-2). Diese Gleichung läßt sich in elliptischen Koordinaten ($\xi = (r_a + r_b)/R$, $\eta = (r_a - r_b)/R$) separieren und analytisch lösen. Wir sehen uns die entsprechenden Wellenfunktionen und die Energie-Eigenwerte für verschiedene Kernabstände in Abbildung 8-3 und 8-4 an. Die Wellenfunktionen $\psi_{a,b}$ der freien Atome werden in der schematischen Darstellung der Abbildung 8-3 einfach zur Molekülwellenfunktion ψ_m addiert (ψ_m wird auch (Molekül-)Orbital genannt). Das ist natürlich nur eine Näherung. Die Atomfunktionen ψ_a und ψ_b können als Lösung der Schrödinger-Gleichung verschiedenes Vorzeichen annehmen, je nach den Vorzeichen der Wurzeln in Gl. (7-15/16). An einer bestimmten Stelle erhält man dann je nach dem Vorzeichen von ψ_a und ψ_b eine graduelle Verstärkung oder Auslöschung derselben. Die Dichteverteilungen ($|\psi|^2$) sehen ähnlich aus wie die Wellenfunktionen, nur muß man sich dafür in Abbildung 8-3 die Vorzeichen wegdenken. Es ergeben sich Konfigurationen, bei denen die Elektronen-

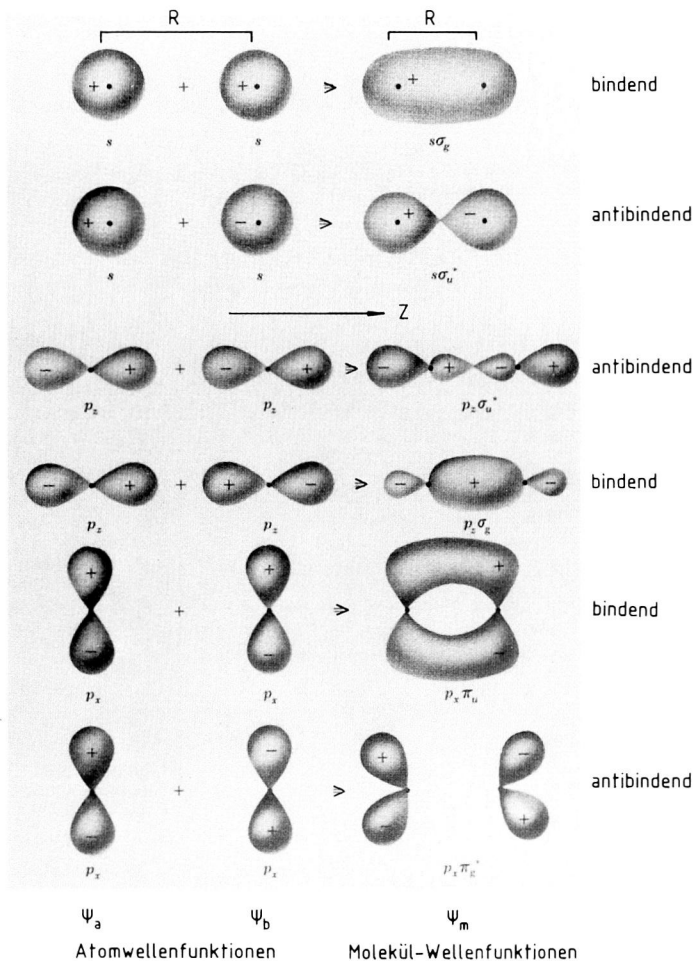


Abb. 8-3. Einige Wellenfunktionen des Wasserstoffmoleküls, zusammengesetzt aus denjenigen freier H-Atome. Links sind die Wellenfunktionen der beiden getrennten H-Atome (großer Abstand R) dargestellt (siehe Abb. 7-5), rechts diejenigen der zum Molekül vereinigten (kleines R). Das Vorzeichen der Wellenfunktion kann positive und negative Werte annehmen. Je nach dem Vorzeichen der Atomfunktionen ergeben sich bei der Überlagerung verschiedene Molekülfunktionen („Orbitale“). Deren Drehimpuls wird mit griechischen Buchstaben (σ für $l=0$, π für $l=1$, δ für $l=2$, usw.) bezeichnet. Der Index g (gerade) bedeutet ein zum Mittelpunkt des Moleküls symmetrisches Orbital, der Index u (ungerade) ein antisymmetrisches. Der Stern * bezeichnet eine antibindende Wellenfunktion, das heißt, die Elektronendichte ist in der Mitte zwischen den beiden Protonen am kleinsten, und die $E(R)$ -Kurve (siehe Abb. 8-4) hat dann kein Minimum. Die Elektronen-Dichteverteilung erhält man aus den Wellenfunktionen wie üblich durch Quadrieren (aus Beiser 1983).

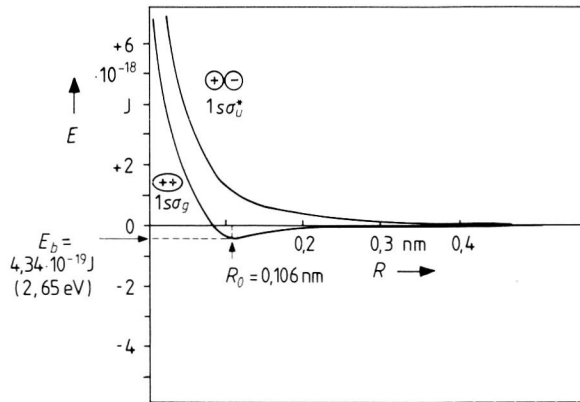


Abb. 8-4. Energie des Wasserstoff-Moleküls (H_2^+) als Funktion des Protonenabstands R . Aufgetragen ist die Gesamtenergie des symmetrischen (σ_g) und des antisymmetrischen (σ_u^*) Grundzustands (1 s) der Abbildung 8-3. Als Nullpunkt der Energieskala wurde die Gesamtenergie der beiden freien Teilchen (H und H^+) gewählt. Die Molekülbindungsenergie E_b entspricht dem Energiegewinn beim Zusammenfügen eines Protons und eines neutralen Wasserstoffatoms (nach Beiser 1983).

dichte $|\psi_m|^2$ in der Mitte zwischen den beiden Kernen höher ist als die Summe von $|\psi_a|^2$ und $|\psi_b|^2$, und solche, bei denen sie dort niedriger ist. Die ersteren liefern im allgemeinen eine niedrigere Gesamtenergie, und man nennt sie bindende Orbitale ($s\sigma_g$, $p_z\sigma_g$ und $p_x\pi_u$ in Abb. 8-3), die letzteren bezeichnet man entsprechend als antibindende oder abstoßende Orbitale ($s\sigma_u^*$, $p_z\sigma_u^*$ und $p_x\pi_g^*$ in Abb. 8-3).

Die Energie-Eigenwerte der Schrödinger-Gleichung (8-1) kann man ebenfalls in relativ guter Näherung berechnen. Um die Energie des gesamten Moleküls zu erhalten, muß man dazu noch die Coulomb-Energie der beiden Protonen addieren: Das Ergebnis zeigt Abbildung 8-4 für die beiden niedrigsten Energiezustände $1s\sigma_g$ und $1s\sigma_u^*$. Die Addition der anziehenden und abstoßenden Kräfte der Molekülbestandteile liefert unter bestimmten Bedingungen eine negative Gesamtenergie, zum Beispiel beim $1s\sigma_g$ -Zustand. Nur wenn ein solcher Bereich mit $E < 0$ auftritt gibt es einen gebundenen Zustand, das heißt ein Molekül. In unserem Fall beträgt seine Bindungsenergie $E_b = 4,34 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ und der zugehörige Protonenabstand $R_0 = 1,06 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Wird die Gesamtenergie jedoch für kein R negativ, wie beim $1s\sigma_u^*$ -Zustand, so wächst die Abstoßung bei Annäherung der beiden Protonen immer mehr an. Das Elektron kann in diesem Zustand mit einer geringen Aufenthaltswahrscheinlichkeit zwischen den Kernen deren Abstoßung nicht kompensieren, und es gibt keinen gebundenen Zustand, also kein Molekül. Vom Wasserstoff-Molekülion existiert noch eine Reihe weiterer gebundener Zustände mit höheren elektronischen Drehimpulsen (siehe Abb. 8-3), die jedoch sehr kleine Bindungsenergien ($\lesssim 10^{-20} \text{ J}$) und große Kernabstände haben ($\gtrsim 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$). Sie sind der Übersichtlichkeit halber in Abbildung 8-4 nicht eingezeichnet.

Das nächstkompliziertere Molekül ist der neutrale Wasserstoff H_2 . Er besteht aus zwei Protonen und zwei Elektronen. Für vier Teilchen ist die Schrödinger-Gleichung nicht mehr separierbar und kann nur noch numerisch gelöst werden. Wegen des Pauli-Prinzips muß hier der Spin der beiden Elektronen berücksichtigt werden, und man hat die Dirac-Gleichung zu verwenden. Das Ergebnis für die Wellenfunktionen sieht ganz ähnlich aus wie beim H_2^+ in Abbildung 8-3, jedoch haben wir jetzt zwei Elektronen zu berücksichtigen. Falls die Spins der beiden Elektronen antiparallel stehen, erhält man bindende Orbitale. Parallele Stellung ist nur in antibindenden Orbitalen erlaubt. Die Abstandsabhängigkeit der Gesamtenergie des H_2 ist in Abbildung 8-5 dargestellt, wieder nur für die

H_2 -Molekül

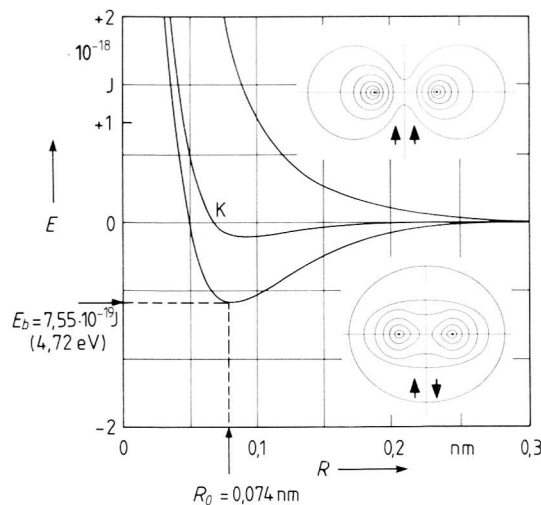


Abb. 8-5. Energie des neutralen Wasserstoffmoleküls H_2 als Funktion des Kernabstands R . Aufgetragen ist die Gesamtenergie der beiden energetisch niedrigsten Zustände mit parallelem bzw. antiparallelem Elektronenspin. Als Nullpunkt der Energieskala wurde die Gesamtenergie der beiden neutralen H-Atome ($R \rightarrow \infty$) gewählt. Die mit „K“ bezeichnete Kurve ist das Ergebnis einer klassischen Rechnung ohne Berücksichtigung des Pauli-Prinzips (nach Kittel 1971).

Grundzustände. Hier gibt es also nur für antiparallele Spinstellung ein stabiles Molekül (Protonenabstand $R_0 = 0,74 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, Bindungsenergie $E_b = 7,55 \cdot 10^{-19} \text{ J}$). Bei paralleler Spinstellung hat die $E(R)$ -Kurve kein Minimum. Wegen des Pauli-Prinzips werden die Elektronen dann aus der Mitte zwischen den beiden Protonen herausgedrängt und ihre anziehende Wechselwirkung mit den Protonen dadurch stark verringert. Hiermit wollen wir unsere grundsätzlichen Überlegungen zur Molekülstruktur abschließen, denn kompliziertere Moleküle als H_2^+ lassen sich sowieso nur noch numerisch berechnen. Man macht dabei meist eine Ein- oder Zweiteilchen-Näherung, das heißt, man läßt alle Atomkerne und die Elektronen bis auf eines oder zwei ruhen.

Wie gut stimmen die so gewonnenen Ergebnisse mit der Wirklichkeit überein? Die Elektronendichte-Verteilungen einzelner freier Moleküle kann man ebenso schwer experimentell bestimmen wie diejenigen von Atomen (siehe Abb. 7-7). Hier helfen jedoch die Erfahrungen der Chemie weiter, die wir im nächsten Abschnitt besprechen werden. Die Bindungsenergien der Moleküle im Grundzustand (bei $R = R_0$) kann man hingegen sehr genau messen, nämlich im Kalorimeter bei der Entstehung oder der Dissoziation der Moleküle. Die Ergebnisse stimmen oft bis auf wenige Prozent mit der Theorie überein. Die Bindungsenergien angeregter Zustände kann man ebenfalls bestimmen, zum Beispiel durch optische Absorption elektromagnetischer Strahlung vom Grundzustand aus. Die Abstandsabhängigkeit der Gesamtenergie $E(R)$ schließlich ist auf verschiedene Arten experimentell zugänglich: Alle Prozesse, bei denen Atome miteinander zusammenstoßen, liefern eine Aussage über die Funktion $E(R)$. Wir besprechen das im übernächsten Abschnitt 8.4.

8.3 Die Struktur der Moleküle

Wie gesagt, können die Wellenfunktionen der Moleküle nur mit großem Rechenaufwand einigermaßen genau bestimmt werden. Einige weitere Beispiele dafür zeigt die Abbildung 8-6. Im Gegensatz zu freien Molekülen kann man die Elektronendichte-Verteilungen in kondensierten Stoffen durch Streuung von Photonen, Elektronen oder Neutronen relativ einfach messen (siehe Abschnitt 5.7). Zwei Ergebnisse sind in Abbildung 8-7 dargestellt. Die Übereinstimmung mit der Berechnung ist bei einfachen Molekülen wesentlich besser als zehn Prozent.

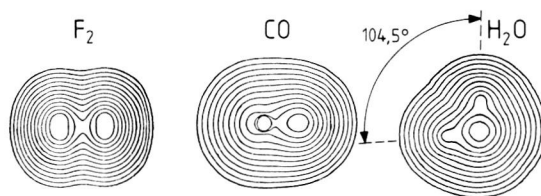


Abb. 8-6. Einige numerisch berechnete Elektronendichte-Verteilungen von Molekülen (nach Wahl 1970).

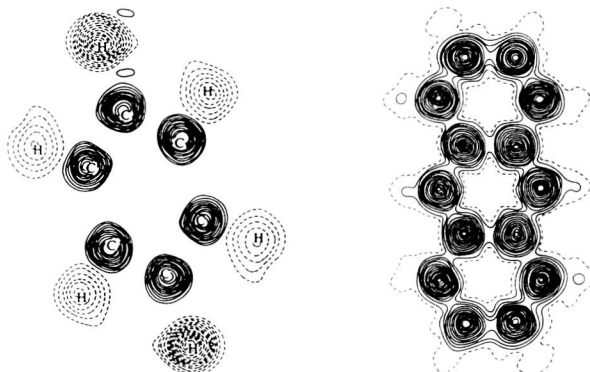
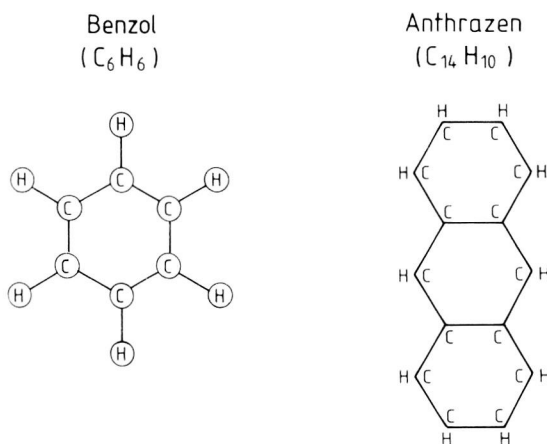
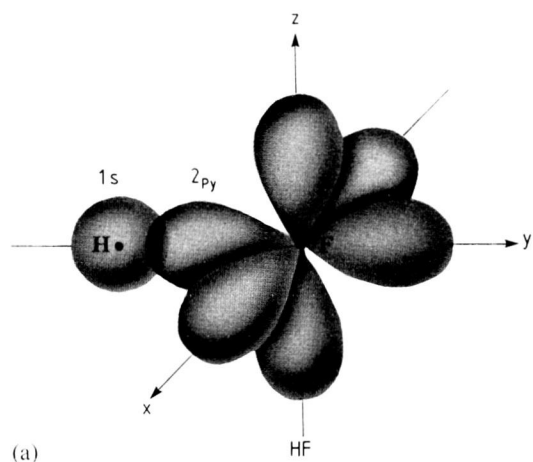
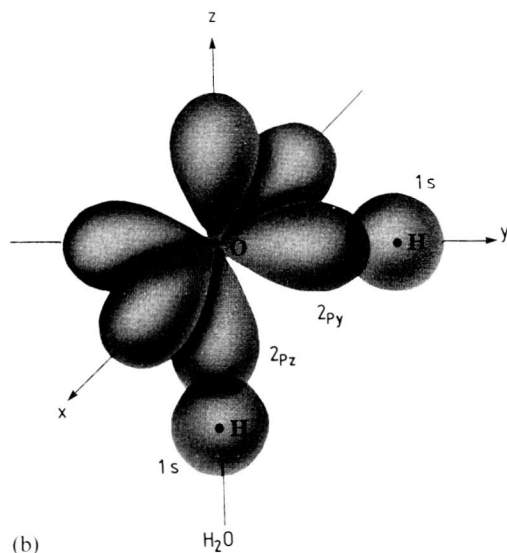


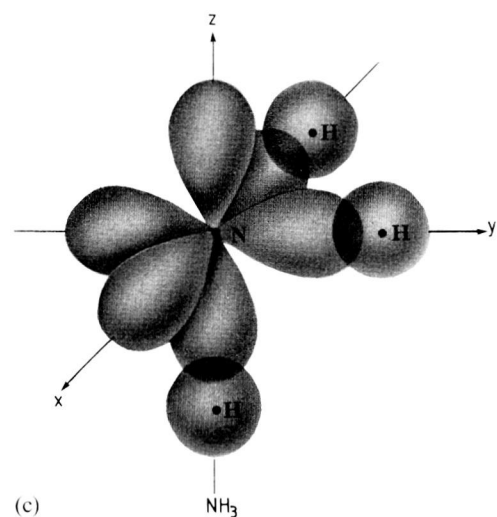
Abb. 8-7. Gemessene Elektronendichte-Verteilungen von zwei organischen Molekülen. Links: Neutronenstreuung, rechts: Röntgenstreuung. Die linke Aufnahme wurde an kristallisiertem Benzol schräg zur hexagonalen Achse gemacht; davon rührt die Verzerrung des Sechsecks her (aus Bacon 1966, mit freundlicher Erlaubnis der Zeitschrift „Endeavour“).



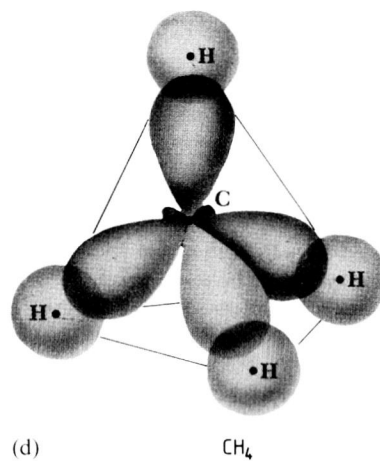
(a)



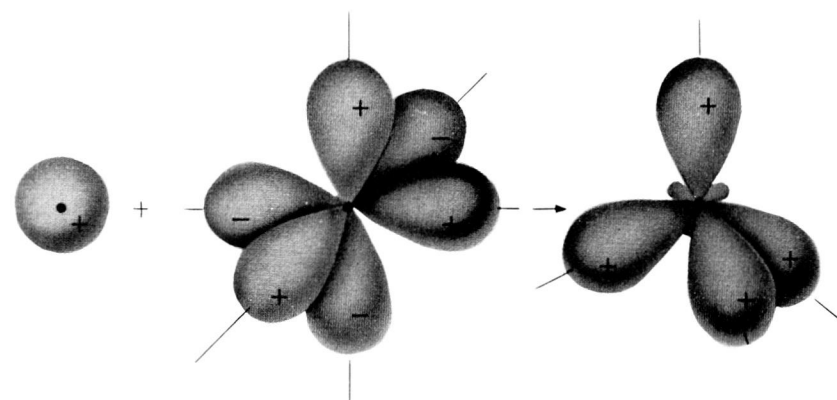
(b)



(c)



(d)



(e)

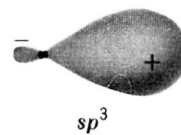
Bildung von Hybridorbitalen sp^3 

Abb. 8-8. Die räumliche Struktur einiger einfacher Moleküle, dargestellt als Überlagerung von Atomwellenfunktionen (aus Beiser 1983).

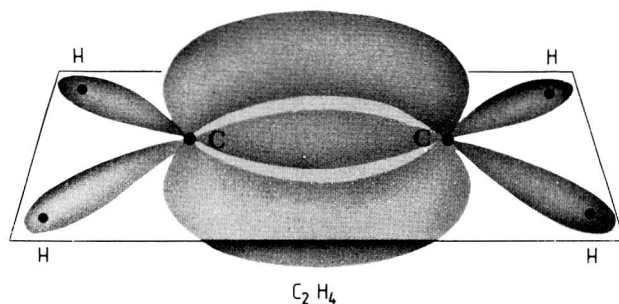


Abb. 8-8. (f)

Experimentelle Aussagen über die Struktur der Moleküle liefert vor allem die Chemie. Hier hat man ein sehr großes Erfahrungsmaterial darüber, wie sich Atome in einem Molekül anordnen und verbinden und wie stabil diese Moleküle sind. Oft kann man das Verhalten der Moleküle durch Überlagerung von Atomwellenfunktionen wie in Abbildung 8-3 interpretieren. Wir wollen uns einige Beispiele dafür in Abbildung 8-8 ansehen:

- Im Fluorwasserstoff (HF) bilden das 1 s-Elektron des H und das ungepaarte $2p_y$ -Elektron des F ein bindendes σ -Orbital ($2p_x$ und $2p_z$ sind im F bereits doppelt besetzt, siehe Tab. 7-2). Das HF-Molekül ist daher langgestreckt mit ungleicher Massenverteilung um den Ladungsschwerpunkt.
- Im Wasser (H_2O) bildet jedes der beiden ungepaarten p-Elektronen des O (nämlich $2p_y$ und $2p_z$) ein bindendes σ -Orbital mit den 1 s-Elektronen der beiden H-Atome. Der Bindungswinkel H–O–H sollte demnach 90° betragen. Tatsächlich findet man 105° , was verständlich ist, wenn man die Coulomb-Abstoßung der beiden H-Protonen berücksichtigt. Dadurch werden die p-Wellenfunktionen des O-Atoms etwas aus ihrer rechtwinkligen Orientierung herausgedrückt.
- Beim N-Atom sind alle drei $2p$ -Elektronen ungepaart. Daher können hier insgesamt drei H-Atome mit σ -Orbitalen gebunden werden. Im NH_3 -Molekül stehen diese aufgrund der Coulomb-Abstoßung der H-Protonen alle unter Winkeln von 108° zueinander. NH_3 hat daher eine pyramidenförmige Gestalt.
- Das Methanmolekül (CH_4) besitzt eine Tetraederstruktur. Dies scheint zunächst unverständlich, weil das C-Atom je ein ungepaartes $2p_x$ - und $2p_y$ -Elektron besitzt, während $2p_z$ unbesetzt ist, als insgesamt nur zwei p-Elektronen existieren. Beim C-Atom bilden sich jedoch unter dem Einfluß eines benachbarten Atoms unsymmetrischer Orbitale, sogenannte Misch- oder Hybrid-Orbitale („ sp^3 “); und zwar vier Stück, die mit je einem der vier ($n = 2$)-Elektronen des C besetzt sind (je zwei 2 s und 2 p). Diese vier gleichgeformten Hybridorbitale des C bilden dann mit vier H-Atomen das Methan.
- In Abbildung 8-8 ist noch ein etwas komplizierteres Molekül dargestellt, das Äthylen (C_2H_4). Wir wollen auf die Einzelheiten seiner Elektronendichte-Verteilungen in diesen jedoch nicht weiter eingehen. Festhalten wollen wir, daß in Kohlenstoff und einigen anderen leichten Atomen bei der Molekülbildung meistens eine Hybridisierung der Orbitale eintritt. Man kann die Gestalt dieser Moleküle dann nicht mehr durch Überlagerung der Atomwellenfunktionen „erraten“. Hybridisierung erfolgt immer dann, wenn der Betrag der Bindungsenergie E_b des

Moleküls größer ist als die Spin-Bahn-Kopplungsenergie eines seiner Atome. Dann nämlich gehen s-Elektronen auf Kosten der Bindungsenergie teilweise in p-Orbitale über.

Wir wollen zum Schluß dieses Abschnittes noch zwei Beispiele für sehr große und kompliziert gebaute Moleküle ansehen (Abb. 8-9, 8-10 [Tafel III im vorderen Buchteil]). Es ist einleuchtend, daß man hier mit der primitiven Überlagerung von Atomwellenfunktionen nicht mehr weiter kommt. Diese Methode läßt sich höchstens lokal auf dicht benachbarte Atome anwenden. Aber über die Struktur des Moleküls im Großen kann man so nichts mehr vorhersagen. Wir sind bei derart komplizierten Molekülen, die wir im nächsten Kapitel etwas ausführlicher besprechen werden, fast nur auf die Beobachtung angewiesen.



Myoglobin

Abb. 8-9. Struktur des Myoglobin-Moleküls. Die „Punkte“ stellen hier nicht einzelne Atome dar, sondern ganze Atomgruppen, nämlich organische Radikale mit bis zu 100 Atomen. Das Myoglobin besteht aus etwa 2500 Atomen (H, C, N, O, S, und einigen anderen) (nach Tschesche 1982).

(Abb. 8-10: auf Tafel III im vorderen Buchteil.)

8.4 Die Bindungsverhältnisse der Moleküle

In den Abbildungen 8-4 und 8-5 haben wir gesehen, daß die Gesamtenergie E zweier Atome anziehend ($E < 0$) oder abstoßend ($E > 0$) sein kann, je nach ihrem gegenseitigen Abstand R . Für $R \rightarrow 0$ wird fast immer die Abstoßung überwiegen, und zwar aufgrund der gleichnamigen Ladung der Elektronenhüllen bzw. der Kerne beider Atome. Für gegenüber dem Atomradius große Werte von R existieren dagegen eine schwache Anziehung, die für $R \rightarrow \infty$ verschwindet. Aufgrund der Nullpunktsschwankungen des elektromagnetischen Feldes verschieben sich nämlich die Ladungsschwerpunkte von Kern und Hülle eines einzelnen Atoms kurzzeitig gegeneinander, so daß es zur Bildung eines sogenannten transienten Dipolmomentes kommt, das wir μ_1 nennen wollen. Dieser Dipol polarisiert das im Abstand R befindliche zweite Atom und induziert dort ein transientes Dipolmoment μ_2 (Abb. 8-11), welches so gerichtet ist, daß sich beide Atome anziehen. Ändert sich die Orientierung des Dipolmomentes in dem

Van-der-Waals-Bindung

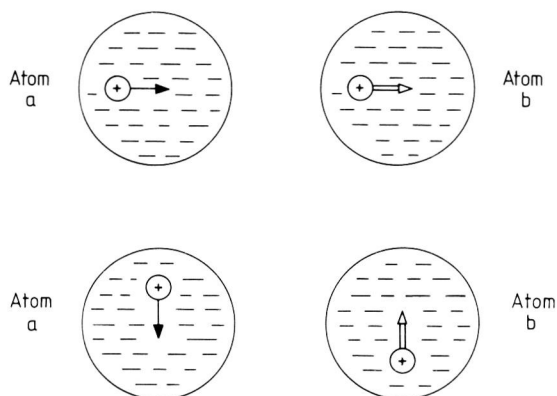


Abb. 8-11. Van-der-Waals-Bindung durch induzierte Dipolmomente. Aufgrund der Nullpunktsschwankungen des elektromagnetischen Feldes entsteht im Atom a kurzzeitig ein Dipolmoment (einfacher Pfeil, μ_1 im Text). Dieses induziert im Atom b ein weiteres Dipolmoment (Doppelpfeil, μ_2 im Text) und wird dadurch stabilisiert. Solche Schwankungen bewirken in polarisierbarer Materie immer eine anziehende Wechselwirkung.

einen Atom, so folgt das Dipolmoment im zweiten sofort nach. Das heißt, die Orientierung beider Dipole bleibt immer so, daß sich eine anziehende Wechselwirkung ergibt. Die quantenmechanische Rechnung, die wir hier nicht wiedergeben können, liefert für die Energieänderung des Systems durch wechselseitig induzierte Dipole

$$\Delta E_{\text{id}} = -C/R^6. \quad (8-2)$$

Dies gilt für Abstände R , die groß gegenüber dem Atomradius sind. Die Konstante C ist im wesentlichen eine Funktion der mittleren Kernabstände der Elektronen und ihrer Energien im ungestörten Atom. Sie beträgt für zwei Argon-Atome $5 \cdot 10^{-78} \text{ J m}^6$. Das negative Vorzeichen in Gleichung 8-2 bedeutet eine Energieerniedrigung gegenüber dem Zustand der neutralen Atome bei $R \rightarrow \infty$. Diese anziehende Wechselwirkung durch induzierte Dipolmomente ist eine generelle Eigenschaft aller Atome. Sie wird Dispersionswechselwirkung oder auch nach ihrem Entdecker Van-der-Waals-Wechselwirkung genannt.

Natürlich ist die Anziehung der durch Vakuumfluktuationen induzierten Dipole nicht die einzige Art von Wechselwirkung zwischen neutralen Atomen. Wir haben schon bei der Behandlung von H_2^+ und H_2 im Abschnitt 8.2 gesehen, daß sich die Elektronen räumlich umordnen, wenn die Atome einander sehr nahe kommen. Da man die Schrödinger-Gleichung im allgemeinen dann nicht mehr lösen kann, hat man eine Reihe von phänomenologischen Modelle zur Beschreibung bestimmter charakteristischer Umverteilungsmuster der Elektronen ersonnen. Es sind dies die homöopolare bzw. kovalente Bindung, die heteropolare bzw. kontravalente (oder Ionen-)Bindung, die metallische Bindung und die Wasserstoffbrücken-Bindung (Abb. 8-12). Jeder dieser Fälle stellt eine mehr oder weniger idealisierte Grenzsituation dar. Die Wirklichkeit liegt meistens

Andere Bindungsmodelle

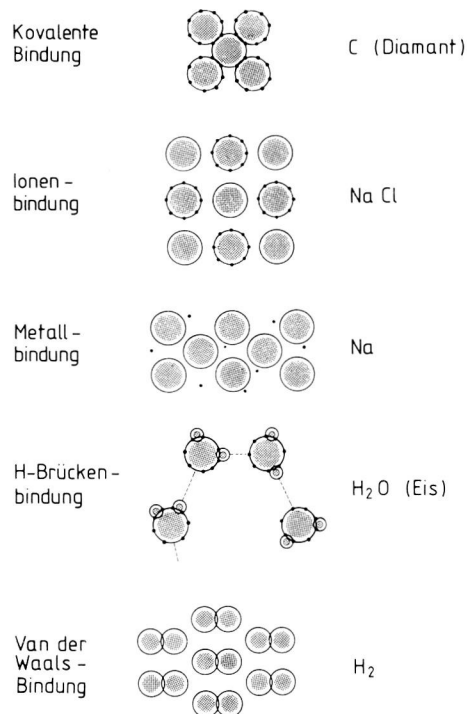


Abb. 8-12. Die fünf wichtigsten Bindungstypen. Die grauen Kreise stellen die Atomrümpfe mit den inneren, abgeschlossenen Elektronenschalen dar, die Punkte die bindenden Elektronen (nach Smith 1967).

irgendwo dazwischen. Bei der kovalenten Bindung befinden sich die bindenden Elektronen vorwiegend in der Mitte zwischen den Atomen. Bei der Ionenbindung verlagern sich eines oder mehrere der Elektronen von einem neutralen Atom fast ganz zum anderen hinüber, so daß es aussieht, als wären die Atome ionisiert. Die metallische Bindung ist durch frei zwischen den Atomen bewegliche Elektronen gekennzeichnet. Bei der H-Brücken-Bindung gehört das bindende Elektron einem Wasserstoffatom an, dessen Kern an der Bindung ebenfalls beteiligt ist.

Wir wollen hier keine Details der Berechnungsmethoden für die einzelnen Grenzfälle besprechen, sondern nur die Ergebnisse betrachten. In Abbildung 8-13 ist der Verlauf des interatomaren Potentials^{*)} für die fünf

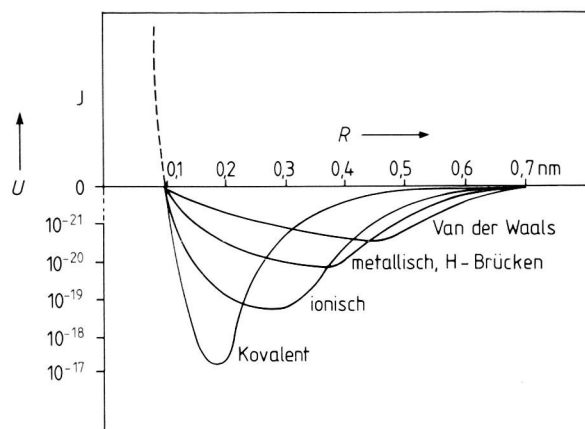


Abb. 8-13. Angenäherter Potentialverlauf für die fünf Bindungstypen aus Abbildung 8-12. Die Potentiale sind bei $R = 0,1$ nm auf Null normiert. Der Ordinatenmaßstab ist logarithmisch im Bereich zwischen 10^{-21} und 10^{-17} J, zwischen 0 und 10^{-21} J linear. Der Nullpunkt der Energieskala entspricht der Energie der freien Atome für $R \rightarrow \infty$.

Bindungstypen aus Abbildung 8-12 dargestellt. Man sieht, daß die kovalente Bindung die stärkste ist und die kleinsten Atomabstände im Molekül zur Folge hat, die Van-der-Waals-Bindung ist die schwächste mit den größten Atomabständen. Beispiele für fast rein kovalente Bindung sind der Diamant und die homonuklearen zweiatomigen Moleküle H_2 , N_2 , O_2 , für die Van-der-Waals-Bindung die kondensierten Edelgase. Kovalente Bindungen findet man hauptsächlich bei Atomen mit halbvollen Elektronenschalen, Ionenbindung bei solchen mit fast vollen oder fast leeren Schalen. Typische Ionenbindung besitzen die Alkalihalogenide (NaCl, KBr, CsF usw.) Die metallische Bindung, kommt wie der Name sagt, bei den Metallen vor, in deren Atomen die äußersten Elektronen besonders schwach gebunden sind. Die Wasserstoffbrücken-Bindung findet man in vielen H-haltigen, vor allem organischen Molekülen.

Im Zusammenhang mit den Bindungsverhältnissen der Moleküle trifft man häufig auf zwei Begriffe aus der Chemie, die wir kurz erläutern wollen: Elektronenaffinität und Elektronegativität. Unter Elektronenaffinität (EA) versteht man diejenige Energie E_a , die bei der Anlagerung eines Elektrons an ein neutrales Atom frei wird. Sie ist am größten bei den Halogenen mit fast vollen Elektronenschalen und am kleinsten bei den Alkalimetallen mit fast leeren Schalen (E_a in eV: Cl 3,61, F 3,45, Br 3,36, J 3,06, O 1,47, H 0,75, Na 0,74, Be 0,6, Li 0,54, Mg 0,3). Hiervon zu unterscheiden ist die Elektronegativität. Sie ist ein Maß für die Tendenz eines Atomes innerhalb

Elektronenaffinität und Elektronegativität

^{*)} siehe Fußnote k) zu Tab. 3-1.

eines Moleküls ein bindendes Elektron zu sich heranzuziehen. Die Elektronegativität χ_A (Einheit $\sqrt{\text{eV}}$) eines Atoms A in einem Molekül AB ist definiert als

$$\chi_A = 4,0 - 0,374 \sqrt{E_{AB} - \sqrt{E_{AA} \cdot E_{BB}}}, \quad (8-3)$$

wobei E_{ik} die Bindungsenergien der Moleküle AB, AA und BB aus je zwei Atomen A bzw. B sind, und zwar in kcal/30 Mol bzw. $2,31 \cdot 10^{-22}$ J/Molekül. Die Elektronegativität ist ebenfalls für Halogene am größten und für Alkalimetalle am kleinsten. Die Größen χ_A und E_a hängen über die Ionisierungsenergie E_I des Atoms im Molekül miteinander zusammen ($\chi_A \approx K(E_a + E_I)/2$), wobei der Proportionalitätsfaktor K die Dimension $\text{J}^{-1/2}$ hat.

Wir wollen nun sehen, wie man die Abstandsabhängigkeit des Potentials zwischen zwei Atomen experimentell bestimmen kann. Es gibt dafür im wesentlichen drei Methoden, die alle auf Zusammenstößen zwischen freien Atomen beruhen: Streuexperimente von Atomen aneinander, die Abweichungen vom idealen Gasgesetz und die Messung der Transportkoeffizienten eines Gases (Viskosität, Wärmeleitung, Diffusion). Die Durchführung von Streuexperimenten haben wir im Abschnitt 5.7 ausführlich besprochen. Falls man die Struktur der beim Streuprozess beteiligten Teilchen kennt, und das trifft bei Atomen zu, kann man nach Gleichung (5-6) das zwischen ihnen wirksame Potential $U(R)$ berechnen. Allerdings ist dies nicht eindeutig möglich, da $U(R)$ in Gleichung (5-6) unter dem Integral steht. Verschiedene Potentiale können zur gleichen Winkelverteilung $I(\vartheta)$ der Streuintensität führen. Daher muß man die Meßergebnisse an eine vorgegebene Funktion $U(R)$ anpassen. Beispiele sind in Abbildung 8-14 dargestellt. Man sieht daraus die Qualität der heute erreichbaren Übereinstimmung zwischen dem Experiment und den Ergebnissen eines theoretischen Modells. Solche Modelle liefern zum Bei-

Messung des interatomaren Potentials

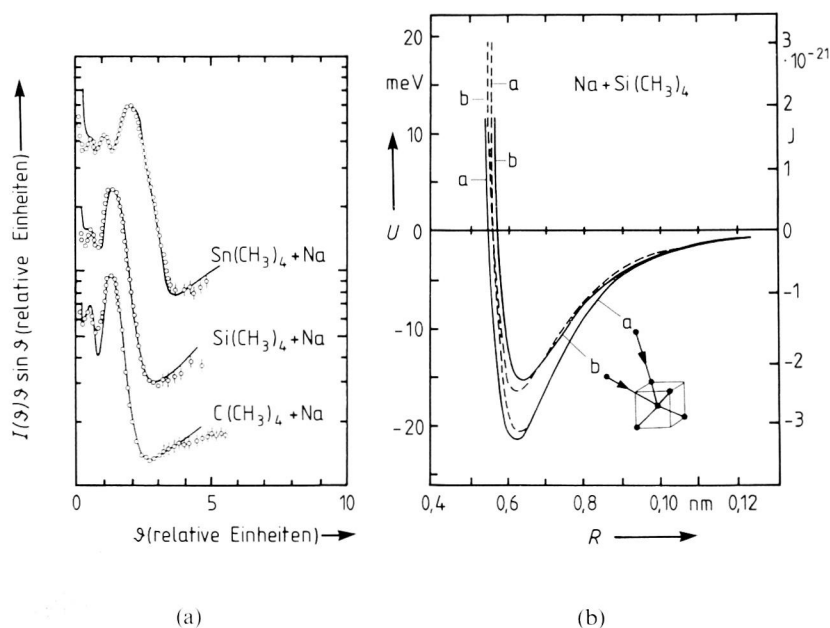


Abb. 8-14. Streuexperiment zur Bestimmung des intermolekularen Potentials, hier am Beispiel der Streuung von Na-Atomen an metallorganischen Molekülen $\text{M}(\text{CH}_3)_4$ ($\text{M} = \text{C}, \text{Si}, \text{Sn}$) (nach Maitland u. a. 1981). (a) Winkelverteilung der gestreuten Na-Atome. (b) Angepaßtes Potential (durchgezogene Kurven) $U(R)$ für zwei verschiedene Orientierungen (a und b) der Stoßpartner sowie Ergebnisse eines theoretischen Modells (gestrichelte Kurven). Die Orientierung des tetraedrischen $\text{M}(\text{CH}_3)_4$ -Moleküls ist rechts unten angedeutet.

spiel eine Abstandsabhängigkeit der Form

$$U(R) = 4\varepsilon' \left[\left(\frac{\sigma'}{R} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma'}{R} \right)^6 \right] \quad (8-4)$$

(Lennard-Jones-Potential)

oder

$$U(R) = \lambda' e^{-R/\varrho'} - \left(\frac{\sigma''}{R} \right)^6. \quad (8-5)$$

Diese beiden Formen sind bei geeigneter Wahl der Parameter fast äquivalent. Der erste Term beschreibt jeweils die abstoßende Wechselwirkung, der zweite die anziehende. Die Parameter ε' , σ' , λ' , σ'' und ϱ' bestimmen den Gleichgewichtsabstand R_0 und die Bindungsenergie $-U(R_0)$. Es ist eine nützliche Übung, diese Größen aus Gleichung (8-4) oder (8-5) zu berechnen.

Die zweite Methode zur Bestimmung von $U(R)$ beruht darauf, die Abweichungen des Verhaltens eines realen Gases vom idealen Gasgesetz zu untersuchen. In der Virialentwicklung des Gasgesetzes (siehe Gleichung 11-10)

$$\frac{PV}{NkT} = 1 + \frac{B(T)}{V} + \frac{C(T)}{V^2} + \dots \quad (8-6)$$

(P Druck, V Volumen, N Teilchenzahl, k Boltzmann-Konstante, T absolute Temperatur) geben die Größen $B(T)$ und $C(T)$ die Abweichungen vom idealen Gas bei höheren Drucken an, die man relativ leicht messen kann. Der Zusammenhang zwischen $B(T)$ und $U(R)$ folgt aus der mikroskopischen Theorie realer Gase und lautet (siehe Gl. 11-11 a)

$$B(T) = -2\pi N \int_0^\infty (e^{-U(R)/kT} - 1) R^2 dR. \quad (8-7)$$

Eine ähnliche, etwas längere Formel gilt für $C(T)$.

Schließlich gibt es einen engen Zusammenhang zwischen den Transportkoeffizienten eines Gases und dem Wechselwirkungs-Potential seiner Atome. Er ist sehr kompliziert, so daß wir ihn hier nicht explizit hinschreiben wollen. In Abbildung 8-15 sind Messungen und Theorie miteinander verglichen. Die Übereinstimmung mit einem gegenüber Gleichung (8-5) verfeinerten Modell ist sehr gut.

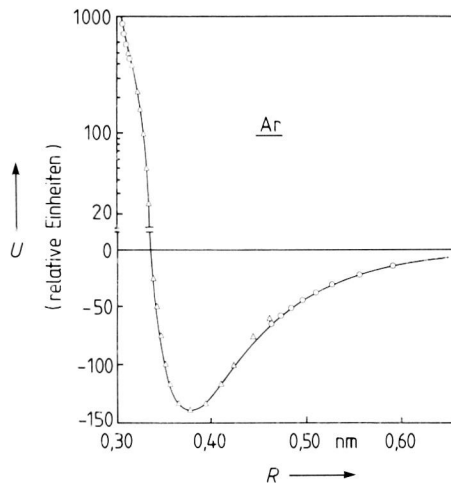


Abb. 8-15. Bestimmung des interatomaren Potentials für Argon aus gaskinetischen Messungen. Die durchgezogene Kurve entspricht einem theoretischen Modell. Die Dreiecke sind aus Viskositätsmessungen gewonnen, die Kreise aus Abweichungen vom idealen Gasgesetz (nach Maitland u.a. 1981).

Damit wollen wir die Behandlung der interatomaren Kräfte und der Bindungsverhältnisse der Moleküle abschließen. Wir wollen festhalten, daß eine exakte Berechnung der molekularen Bindung aus den Grundgesetzen im allgemeinen nicht möglich ist und nur für einige besonders einfache Fälle gelingt. Jedoch kann man die Abstandsabhängigkeit des interatomaren Potentials, und damit die Bindungsenergie und den Gleichgewichtsabstand der Moleküle, aus verschiedenen anderen physikalischen Eigenschaften sehr genau experimentell bestimmen.

8.5 Die Energiezustände der Moleküle

In Molekülen finden wir zwei wichtige neue Systemeigenschaften. Die Atome eines Moleküls können umeinander rotieren und gegeneinander schwingen. Die Anregung dieser Bewegungsvorgänge kann durch Zusammenstöße zwischen den Molekülen erfolgen sowie durch Absorption oder Streuung elektromagnetischer Strahlung. Die Relativbewegung der Atome ist in den meisten Fällen mit einer Änderung der Verteilung der elektrischen Ladungen und der magnetischen Momente im Molekül verbunden. Umgekehrt kann ein Molekül durch Zusammenstöße oder durch spontane Strahlungsemission auch wieder in den Grundzustand zurückkehren. Die Wellenlängen der betreffenden elektromagnetischen Strahlung liegen zwischen 10^{-6} und 10^{-2} m, sie erstrecken sich vom Sichtbaren bis zum Zentimeterwellenbereich und sind daher relativ leicht zu messen. Aus den Emissions- bzw. Absorptionsfrequenzen erhält man wichtige Informationen: die Massenverteilung im Molekül, seine Bindungsenergie und die Parameter der Potentialfunktion $U(R)$.

Wir wollen uns den Zusammenhang zwischen den Spektralfrequenzen und den Energiezuständen der Moleküle hier in einer halbklassischen Betrachtungsweise klarmachen, denn die Behandlung der entsprechenden Schrödinger-Gleichung ist kompliziert und im allgemeinen nur numerisch möglich. Zunächst betrachten wir ein Modell für die Rotation eines zweiatomigen Moleküls (Abb. 8-16), dessen Atome sich um den gemeinsamen Schwerpunkt senkrecht zu ihrer Verbindungslinie bewegen. Das Trägheitsmoment Θ um diese Achse beträgt

$$\Theta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} R_0^2; \quad R_0 = r_1 + r_2. \quad (8-8)$$

Bei der Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit ω ist der Bahndrehimpuls $L = \Theta \omega$. Sein Betrag ist nach den Regeln der Quantenmechanik quantisiert: $|L| = \sqrt{J'(J' + 1)} \hbar$; $J' = 0, 1, 2, \dots$ (Rotations-Quantenzahl). Die Rotationsenergie E_r beträgt dann

$$E_r = \frac{\Theta \omega^2}{2} = \frac{|L|^2}{2\Theta} = \frac{J'(J' + 1) \hbar^2}{2\Theta}, \quad (8-9)$$

Rotation

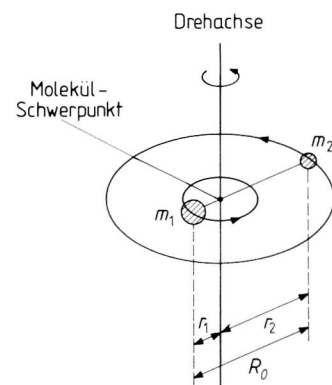


Abb. 8-16. Rotation eines zweiatomigen Moleküls.

und die entsprechende Übergangsfrequenz $\nu_r = \Delta E_r / h$ bei einer Änderung von J' um eine Einheit

$$\nu_r(J' \rightarrow J' + 1) = \frac{E_r(J' + 1) - E_r(J')}{h} = \frac{(J' + 1)h}{2\pi\Theta}. \quad (8-10)$$

Aus den beobachteten Frequenzen kann man das Trägheitsmoment Θ und die Winkelgeschwindigkeit ω berechnen, sowie bei bekannten Atommassen deren Abstände im Molekül. Für HCl ergibt sich bei $J' = 1$ für $\Theta = 27 \cdot 10^{-48} \text{ kg m}^2$ $E_r = 4 \cdot 10^{-22} \text{ J}$ ($\approx 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$) und $\omega = 5,6 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$. Bei Molekülen mit kleinem Trägheitsmoment (H-Atom als Bindungspartner) liegt das Spektrum im fernen Infrarot, bei schweren Molekülen im Bereich der Mikrowellen. Sehr gute Rotationsspektren liefert zum Beispiel die inelastische Lichtstreuung, die nach ihrem Entdecker Raman-Effekt genannt wird. Abbildung 8-17 zeigt ein solches Raman-Rotationsspektrum eines linearen Moleküls. Die Verhältnisse werden in

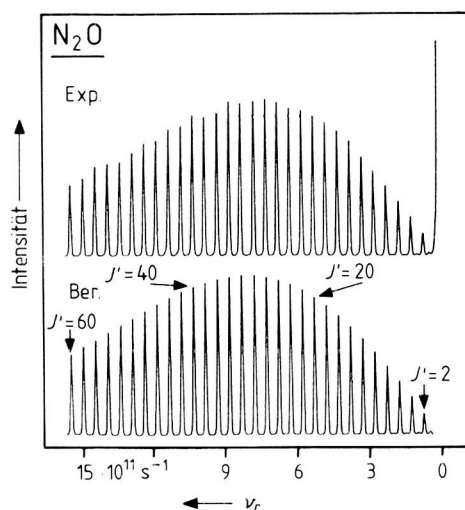


Abb. 8-17. Raman-Rotationsspektrum von Distickstoffoxid. Oben: gemessen, unten: berechnet. Die eingestrahlte Frequenz liegt auf der Abszisse bei $\nu_r = 0$. Wird ein Molekül zur Rotation angeregt, so verliert das eingestrahlte Licht die Rotationsenergie $E_r = h\nu_r$. Seine Frequenz wird dadurch um ν_r verkleinert. Das hier gezeigte Spektrum entspricht einem Zweiphotonen-Raman-Prozess mit $\Delta J' = \pm 2$ in Gleichung (8-10) (nach Altmann u.a. 1976).

mehratomigen nicht-linearen Molekülen natürlich verwickelter, weil diese Moleküle verschiedene Rotationsmöglichkeiten besitzen. Außerdem wächst der Atomabstand infolge der Fliehkraft mit zunehmender Rotationsgeschwindigkeit bzw. mit wachsendem J' . Die Größenordnung der Rotationsenergie von 10^{-21} J zeigt, daß bei Raumtemperatur T_r die thermischen Zusammenstöße in einem Gas ausreichen, um Rotationen mit niedrigen Quantenzahl anzuregen ($E_{\text{th}} = kT_r = 4 \cdot 10^{-21} \text{ J} \approx 0,025 \text{ eV}$). Gasmoleküle rotieren also unter Normalbedingungen fast immer. Erst unterhalb 100 K „friert“ diese Bewegung langsam ein.

Die Schwingungsenergien sind etwa zehn- bis 100mal größer als die Rotationsenergien. Dementsprechend werden Molekülschwingungen in Gasen durch Zusammenstöße erst oberhalb einer Temperatur von etwa 1000 K angeregt und sind bei Raumtemperatur meist „eingefroren“. Wir besprechen die Gestalt der Schwingungsspektren wieder an einem einfachen Modell (Abb. 8-18). Man denke sich die Atome durch eine Feder verbunden, welche die anziehenden und abstoßenden Kräfte zwischen ihnen repräsentiert. Das Potential in der Nähe der Gleichgewichtslage kann man durch eine Parabel $U^*(R) = U_0 + (K/2)(R - R_0)^2$ annähern, mit

Schwingung

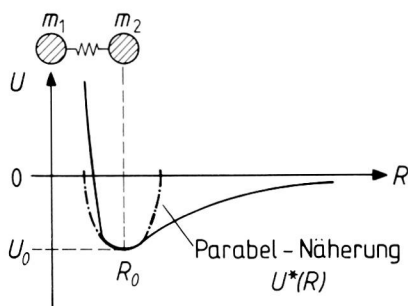


Abb. 8-18. Schwingung eines zweiatomigen Moleküls. Die beiden Atome mit dem Wechselwirkungspotential $U(R)$ sind symbolisch durch eine Feder verbunden. Das Potential um den Gleichgewichtsabstand R_0 herum wird durch eine Parabel angenähert.

einer Kraftkonstanten K . Die Lösung der Schrödinger-Gleichung für dieses idealisierte Modell läßt sich exakt ausführen (harmonischer Oszillator). Man erhält als Energie-Eigenwerte

$$E_s = (v' + \frac{1}{2}) h \sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} \equiv h \nu_s, \quad (8-11)$$

mit der Schwingungsquantenzahl $v' = 0, 1, 2, \dots$ und der Schwingungsfrequenz ν_s . Der Grundzustand ($v' = 0$) hat demnach schon eine endliche Schwingungsenergie, die Nullpunktsenergie. Dies ist eine Folge der Unschärfebeziehung, denn falls die Atome relativ zueinander in Ruhe wären, verschwände ihre Orts- und Impuls-Unschärfe gleichzeitig.

Die Schwingungsfrequenzen berechnen sich für $\Delta v' = 1$ aus Gleichung (8-11) zu

$$\nu_s(v' \rightarrow v' + 1) = \frac{E_s(v' + 1) - E_s(v')}{h} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}. \quad (8-12)$$

Sie liegen im infraroten Spektralbereich. Man kann aus ihnen die Kraftkonstante K und die Atommassen berechnen. Mit den Meßwerten für ν_s von etwa 10^{14} s^{-1} bzw. $\Delta E_s \approx 10^{-19} \text{ J}$ erhält man für das HCl-Molekül $K = 500 \text{ J/m}^2$. Das ist die richtige Größenordnung, denn sie entspricht der Federkonstanten einer Stahlfeder, deren Elastizität ja ebenfalls auf den zwischenatomaren Kräften beruht (vgl. Abschn. 15.1). Abbildung 8-19 zeigt das Schwingungsspektrum von Benzol. Die Rotationsfrequenzen sind hier nicht aufgelöst. Sie sind jedoch vorhanden, da ja die Rotation schon bei etwa zehnmal kleinerer Energie angeregt ist als die Schwingung. Beobachtet man das Spektrum der Abbildung 8-19 mit höherer Auflösung, so werden die Rotationsfrequenzen sichtbar. Aus jeder der Schwingungsbanden wird dann eine Rotations-Schwingungs-Struktur, ähnlich derjenigen in Abbildung 8-17.

Bei mehratomigen Molekülen nimmt die Zahl der möglichen Schwingungen mit der Atomzahl N_m entsprechend zu. Es gibt im allgemeinen $3 N_m - 6$ (bei linearen Molekülen $3 N_m - 5$) „Normal“-Schwingungen, bei denen der Schwerpunkt des Moleküls in Ruhe bleibt. (Von den insgesamt $3 N_m$ Geschwindigkeitskoordinaten der Atome werden je drei für die Translation und Rotation des Schwerpunkts abgezogen.) In Abbildung 8-20 sind die 12 ($= 3 \cdot 6 - 6$) Schwingungsmoden des Äthylenmoleküls dargestellt.

Außer der Rotations- und der Schwingungsbewegung der Atome gibt es in Molekülen auch bleibende Verschiebungen der Lage der Atome relativ zueinander. Diese sind mit dem Übergang von Elektronen zwischen verschiedenen Orbitalen verbunden. Die dabei auftretenden Energiedifferen-

Gesamtspektrum

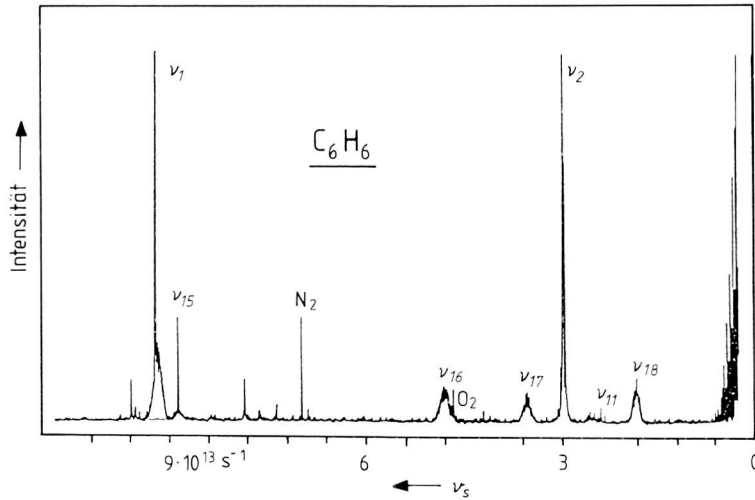


Abb. 8-19. Schwingungsspektrum von Benzol (C_6H_6). Es handelt sich hier um ein Raman-Spektrum ähnlich demjenigen in Abb. 8-17. Die eingestrahlte Lichtfrequenz liegt bei $\nu_s = 0$. Wird ein Molekül zu Schwingungen angeregt, so verschiebt sich die Frequenz des durchgehenden Lichts um ν_s nach unten. Die Indizes 1 bis 18 bezeichnen die verschiedenen Schwingungsmoden des Benzolmoleküls (vgl. Abb. 8-20) (nach Schrötter und Klöckner 1979).

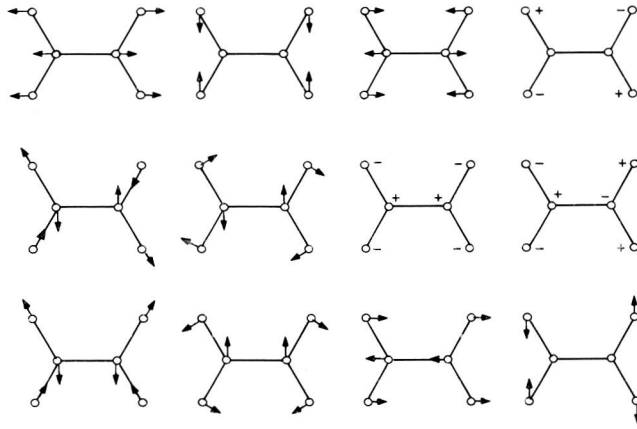


Abb. 8-20. Die zwölf Schwingungsmoden des Äthylenmoleküls (C_2H_4). Die Pfeile bezeichnen die Schwingungsrichtungen; „+“ und „-“ bedeuten Schwingungen senkrecht zur Zeichenebene. Die Elektronen-Dichteverteilung des Moleküls ist in Abbildung 8-8 dargestellt (nach Herzberg 1954).

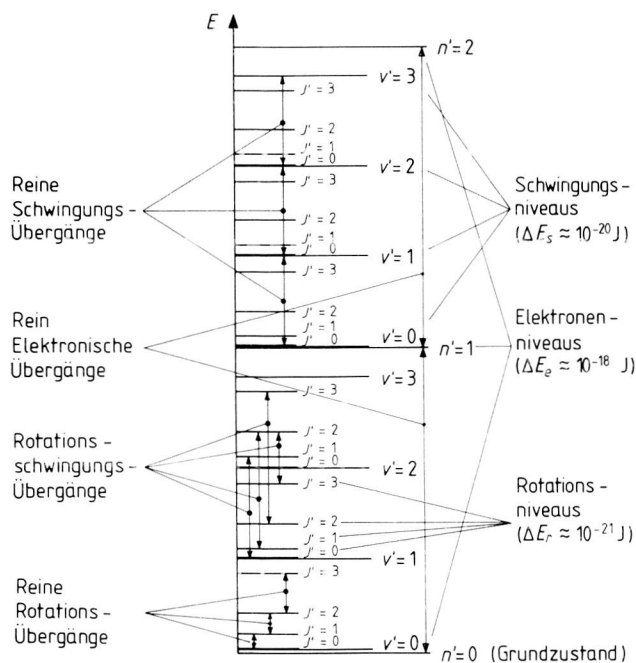


Abb. 8-21. Gesamtes Energie-niveauschema eines Moleküls. Es bedeuten: n' elektronische (Orbital-)Quantenzahl, v' Schwingungsquantenzahl, J' Rotationsquantenzahl.

zen sind von derselben Größenordnung wie bei freien Atomen, nämlich $\Delta E_e \approx 10^{-19}$ J. Im Gesamtspektrum eines Moleküls (Abb. 8-21) hat man also elektronische Übergänge, Schwingungen ($\Delta E_s \approx 10^{-20}$ J) und Rotationen ($\Delta E_r \approx 10^{-21}$ J) zu unterscheiden.

8.6 Magnetische und elektrische Eigenschaften von Molekülen

Die magnetischen Eigenschaften der Moleküle unterscheiden sich nicht wesentlich von denjenigen der Atome, die wir im Abschnitt 7.5 besprochen haben. Träger des magnetischen Moments sind auch in Molekülen hauptsächlich die Eigen- und Bahndrehimpulse der Elektronen. Da deren Wellenfunktionen sich im Molekül nicht prinzipiell von denjenigen im Atom unterscheiden, liegt die diamagnetische Suszeptibilität von Molekülen ebenfalls bei etwa 10^{-6} .

Die elektrischen Eigenschaften der Moleküle sind jedoch, im Gegensatz zu ihren magnetischen, auch qualitativ von denjenigen der Atome verschieden. Die meisten Moleküle besitzen nämlich ein elektrisches Dipolmoment, weil die Schwerpunkte ihrer positiven und negativen Ladungen nicht zusammenfallen. Der Abstand dieser Schwerpunkte beträgt im allgemeinen einige Zehntel Atomradien R_a bzw. $3 \cdot 10^{-11}$ m, so daß die elektrischen Dipolmomente die Größenordnung $|\mu_e| \approx e_0 R_a / 10 \approx 5 \cdot 10^{-30}$ A s m besitzen. Hochsymmetrische Moleküle, wie zum Beispiel H_2 , N_2 , O_2 , CO_2 , CH_4 , C_6H_6 usw., haben natürlich kein Dipolmoment. Das bekannteste Dipolmolekül ist das Wasser (siehe Abb. 8-8) mit $|\mu_e| = 6,2 \cdot 10^{-30}$ A s m. Die größten Dipolmomente besitzen die Moleküle der Alkalihalogenide (z. B. CsCl $34,8 \cdot 10^{-30}$ A s m). Einige Benzolderivate und ihre Dipolmomente sind in Abbildung 8-22 skizziert. Diese durch die Struktur der Moleküle bestimmten Momente nennt man permanente Dipolmomente μ_{ep} .

Daneben gibt es, wie bei den Atomen, auch durch ein äußeres elektrisches Feld induzierte Dipolmomente μ_{ei} (vergleiche Abschnitt 7-4). Diese haben in Molekülen dieselbe Größenordnung wie in Atomen, nämlich etwa 10^{-32} A s m in einem Feld $|E|$ von 10^8 V/m. Die elektrische Polarisierbarkeit $\alpha_e = |\mu_{ei}|/|E|$ der Moleküle beträgt, wie diejenige der Atome, etwa 10^{-41} A s m²/V.

Die Messung des elektrischen Dipolmoments der Moleküle kann zum Beispiel in einem Molekularstrahlexperiment analog dem in Abbildung 5-9

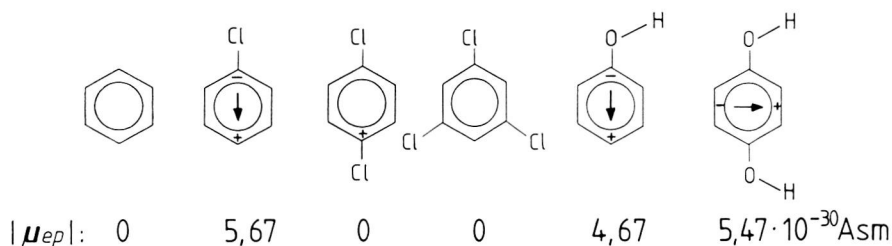


Abb. 8-22. Permanente Dipolmomente von Benzolderivaten. Die Pfeile bezeichnen die Richtung von μ_{ep} (nach Moore 1976).

beschriebenen erfolgen. Dabei werden die Magnetfelder durch elektrische Felder ersetzt. Dieses Verfahren ist jedoch sehr aufwendig. Einfacher kann man $|\mu_e|$ durch Messung der elektrischen Suszeptibilität χ_e bzw. der Dielektrizitätskonstanten ϵ_r eines verdünnten Gases der zu untersuchenden Moleküle bestimmen, das sich in einem elektrischen Feld befindet. Der Zusammenhang zwischen $|\mu_e|$ und χ_e lautet (siehe Abschn. 7.4)

$$\chi_e = \frac{|\mathbf{P}_e|}{\epsilon_0 |\mathbf{E}|} \equiv \frac{|\mu_e|}{V \epsilon_0 |\mathbf{E}|} \equiv \epsilon_r - 1, \quad (8-13)$$

(\mathbf{P}_e elektrische Polarisation). Bei einer solchen Messung läßt sich leicht zwischen permanenten und induzierten Dipolmomenten unterscheiden. In nicht zu starken Feldern ist μ_{ei} proportional zu \mathbf{E} ($\mu_{ei} = \alpha_e \mathbf{E}$), μ_{ep} dagegen unabhängig von \mathbf{E} . Dann ergibt sich $|\mu_{ep}|$ durch Extrapolation von $\chi_e(|\mathbf{E}|)$ auf $|\mathbf{E}| = 0$. Außerdem hängt χ_e für permanente Dipole von der Temperatur ab ($\chi_e \sim 1/T$, siehe Abschn. 17.1), für induzierte Dipole jedoch nicht.

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel die Eigenschaften der Moleküle besprochen, ohne dabei zu weit in die Chemie vorzudringen. Moleküle entstehen durch elektromagnetische Kräfte zwischen den Bestandteilen der Atome, sobald sich diese genügend nahe kommen. Die Anzahl der bekannten Moleküle ist unübersehbar groß. Nur die einfachsten zweiatomigen Moleküle lassen sich noch teilweise exakt berechnen, das heißt, man kann ihre Elektronendichteverteilung, ihre Bindungsenergie, ihren Atomabstand usw. aus der Schrödinger-Gleichung gewinnen. Bei komplizierteren Molekülen ist das meist nicht mehr möglich. Hier ist man auf numerische Methoden angewiesen.

Als wichtige neue Eigenschaften haben wir bei den Molekülen die Rotations- und Schwingungsbewegungen ihrer Atome sowie ihr permanentes elektrisches Dipolmoment kennengelernt. Diese permanenten und strukturbedingten Dipolmomente führen zu hundertmal größeren Dielektrizitätskonstanten als bei den Atomen. Die Rotations- und Schwingungsbewegungen können durch Zusammenstöße und durch Absorption elektromagnetischer Energie angeregt werden. Sie äußern sich in einer Fülle von Spektrallinien vom sichtbaren bis zum infraroten Frequenzbereich. Aus den genau meßbaren Frequenzen kann man die Trägheitsmomente der Moleküle, die Atomabstände und das interatomare Potential bestimmen. Diese Größen erhält man andererseits auch aus Streuexperimenten, aus dem PVT-Diagramm realer Gase und aus den Transportkoeffizienten der Gase. Aufgrund solcher Messungen sind die wichtigsten Eigenschaften der Moleküle heute recht gut bekannt und verstanden. Bei größeren Molekülen mit mehr als etwa 10 Atomen wird die Interpretation der Experimente immer schwieriger, so daß nur noch relativ wenige Parameter genau bestimmbar sind. Wir werden im nächsten Kapitel einige Makromoleküle besprechen, die wichtigsten Bausteine der belebten Materie.

9 Biomoleküle

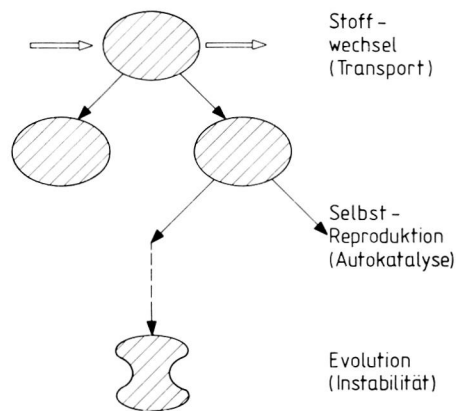
In diesem Kapitel wollen wir die wichtigsten Bausteine der lebenden Materie kennenlernen, nämlich Makromoleküle, die für die Funktionen des lebenden Organismus wesentlich sind. So wie wir uns im vorigen Kapitel auf eine Auswahl beschränkt haben, um nicht zu weit in die Chemie hineinzugeraten, so müssen wir dies hier bezüglich der Biologie tun. Zwar kann man die Meinung vertreten, Chemie und Biologie seien letzten Endes allein physikalisch zu verstehen, doch sind beide Gebiete für den Physiker heute noch zu schwierig, die Biologie in viel höherem Maße als die Chemie. Was die Physik bisher leisten kann, ist die Beschreibung einzelner einfacher Molekülstrukturen und -reaktionen. Einige von diesen können mit Hilfe der Grundgesetze der Physik auch quantitativ verstanden werden. Jedoch ist es bisher noch nicht gelungen, für komplexere Lebensvorgänge, wie zum Beispiel unsere Sinneswahrnehmungen oder die Morphogenese der Organismen, quantitative physikalische Modelle zu entwickeln. Und das menschliche Bewußtsein schließlich ist einer physikalischen Interpretation bisher völlig unzugänglich.

Die wichtigsten Kennzeichen des Lebens sind Stoffwechsel, Selbstreproduktion und Evolution. Nur wenn alle diese drei Merkmale zusammentreffen, sprechen wir von belebter Materie. Die kleinsten Einheiten, bei denen das der Fall ist, sind organische Einzeller, wie zum Beispiel Bakterien. Die Viren nehmen insofern eine Mittelstellung zwischen belebter und unbelebter Materie ein, als sie zwar alle drei der geschilderten Lebensmerkmale besitzen, ihren Stoffwechsel aber nur mit Hilfe von anderen Lebewesen, Einzellern oder Bakterien durchführen können. Wir werden in diesem Kapitel die wichtigsten Bausteine für jedes der drei Lebensmerkmale besprechen, die Nukleinsäuren für die Selbstreproduktion, die Proteine für den Stoffwechsel und die Membran für die Zellbildung und damit für die Gewährleistung der Evolution. Schließlich werfen wir noch einen kurzen Blick auf den wichtigsten energieliefernden Lebensprozeß, die Photosynthese.

9.1 Die Nukleinsäuren

Die typischen Lebensprozesse, nämlich Stoffwechsel, Fortpflanzung und Evolution finden wir in ihren Grundzügen auch in anorganischer Materie, aber niemals alle drei zugleich. Wir bezeichnen sie dort als Transportprozeß, Autokatalyse und Instabilität (Abb. 9-1). In belebter Materie laufen diese Vorgänge in einer ganz bestimmten zeitlichen Reihenfolge ab. Sie sind auf molekularer Ebene gespeichert, und zwar in den verschiedenen Arten von Nukleinsäuremolekülen. Diese enthalten die vollständige Information über Art und Reihenfolge der biologischen Prozesse.

Die Nukleinsäuren sind lange kettenförmige Moleküle, die bei den meisten höheren Organismen in einer Proteinhülle (Chromosom) und im Zellkern eingebettet sind. Abbildung 9-2 zeigt eine elektronenmikroskopische Aufnahme von Desoxyribonukleinsäure (DNS bzw. DNA, „A“ für acid). Die innere Struktur dieser Moleküle konnte in den vergangenen Jahren mittels Röntgenstreuung fast vollständig aufgeklärt werden und ist in den Abbildungen 8-10 und 9-3 (Tafeln III und IV im vorderen Buchteil) erläutert. Die DNA ist ein langgestrecktes Nukleinsäuremolekül, bei dem die beiden Einzelstränge spiralig (rechtsdrehend) umeinander gewunden sind und somit eine Doppelhelix bilden. Jeder Einzelstrang besteht aus einer Kette von Nukleotiden, die ihrerseits aus drei Untereinheiten zusammengesetzt sind: einem Zucker- und einem Phosphatmolekül sowie einer



(Abb. 9-3: auf Tafel IV im vorderen Buchteil.)

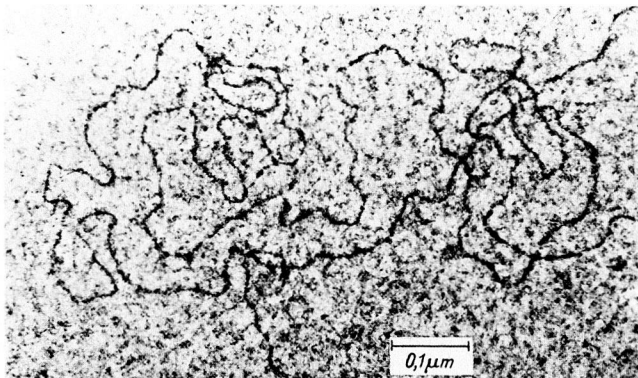


Abb. 9-1. Die drei Grundphänomene des Lebens.

Abb. 9-2. Elektronenmikroskopische Aufnahme von DNA-Molekülen; Vergrößerung 100 000fach (aus Niedrig 1987).

Purin- oder Pyrimidinbase (man spricht auch von „Nukleinbasen“). Das „Rückgrat“ jeder Kette wird von den Zucker- und Phosphat-Molekülen gebildet, wobei die Phosphatgruppe des einen Nukleotids kovalent an die Zuckergruppe des nächsten gebunden ist. Beide Ketten sind miteinander durch Wasserstoffbrückenbindungen zwischen den Nukleinbasen verbunden, wobei sich immer zwei „zueinander passende“ Basen aus jeder Kette gegenüberstehen. Es gibt nur Wasserstoffbrückenbindungen zwischen einer Purinbase der einen Kette und einer Pyrimidinbase der anderen, nicht aber zwischen zwei Purin- bzw. Pyrimidinbasen. Als Ergebnis sind beide Ketten bzgl. der Reihenfolge der Nukleinbasen komplementär zueinander aufgebaut. Die Länge der Doppelspirale beträgt bei Viren etwa 5000 Basenpaare (10^{-6} m), bei Bakterien $5 \cdot 10^6$ Basenpaare (1 mm) und bei Säugetieren 10^8 Basenpaare (3 cm). Bei den höher entwickelten Lebewesen ist die Spirale wegen ihrer beträchtlichen Länge nochmals zu einer „Superhelix“ aufgewickelt und so in die Chromosomen eingebettet. Die in der DNA gespeicherte biologische Information hängt allein von der Reihenfolge der Basenpaare längs der Kette ab. Bestimmte Dreiergruppen von Basen sind zum Beispiel für die Synthese spezifischer Aminosäuren zuständig. Die Funktion der DNA im genetischen System wird in Abschnitt 9.4 erläutert.

9.2 Die Proteine

Die Proteine sind Träger fast aller wichtigen chemischen Funktionen in der belebten Materie. Sie sind wie die Nukleinsäuren aus einer relativ kleinen Zahl verschiedener Untereinheiten aufgebaut. Der wesentlich strukturelle Unterschied zwischen Nukleinsäuren und Proteinen besteht darin, daß die letzteren in physiologischer Umgebung eine ganz bestimmte räumliche Konfiguration einnehmen, die ihre chemische Funktion bestimmt; die Nukleinsäuren tun das nicht.

Die Grundbestandteile der Proteine sind die Aminosäuren, von denen es in den uns bekannten Lebewesen nur 20 verschiedene gibt (Abb. 9-4). Je zwei Aminosäuren können unter Wasserabspaltung eine sogenannte Peptidbindung eingehen, eine kovalente Bindung zwischen der CO-Gruppe der einen und der NH-Gruppe der anderen Aminosäure (vgl. eingerahmte Teile in Abb. 9-4). Viele, über Peptidbindungen aneinandergefügte Aminosäuren bilden eine Polypeptidkette. Proteine sind nichts anderes als solche Polypeptidketten in einer wohldefinierten räumlichen Anordnung; sie unterscheiden sich voneinander in erster Näherung (vgl. nächsten Absatz) nur durch die Gesamtzahl der Aminosäuren und durch deren Reihenfolge (Sequenz) entlang der Kette. Die Kettenlänge variiert von etwa 50 bis zu einigen 10 000 Gliedern. Ein Beispiel dafür hatten wir schon in Abbildung 8-1 kennengelernt, die Ribonuklease mit 124 Aminosäuren.

Die in Abbildung 9-4 nicht eingerahmten Teile der Aminosäuren werden „Reste“ oder Seitenketten genannt. Sie sind dafür verantwortlich, daß sich bestimmte Konformationen der Polypeptidketten ausbilden: Durch

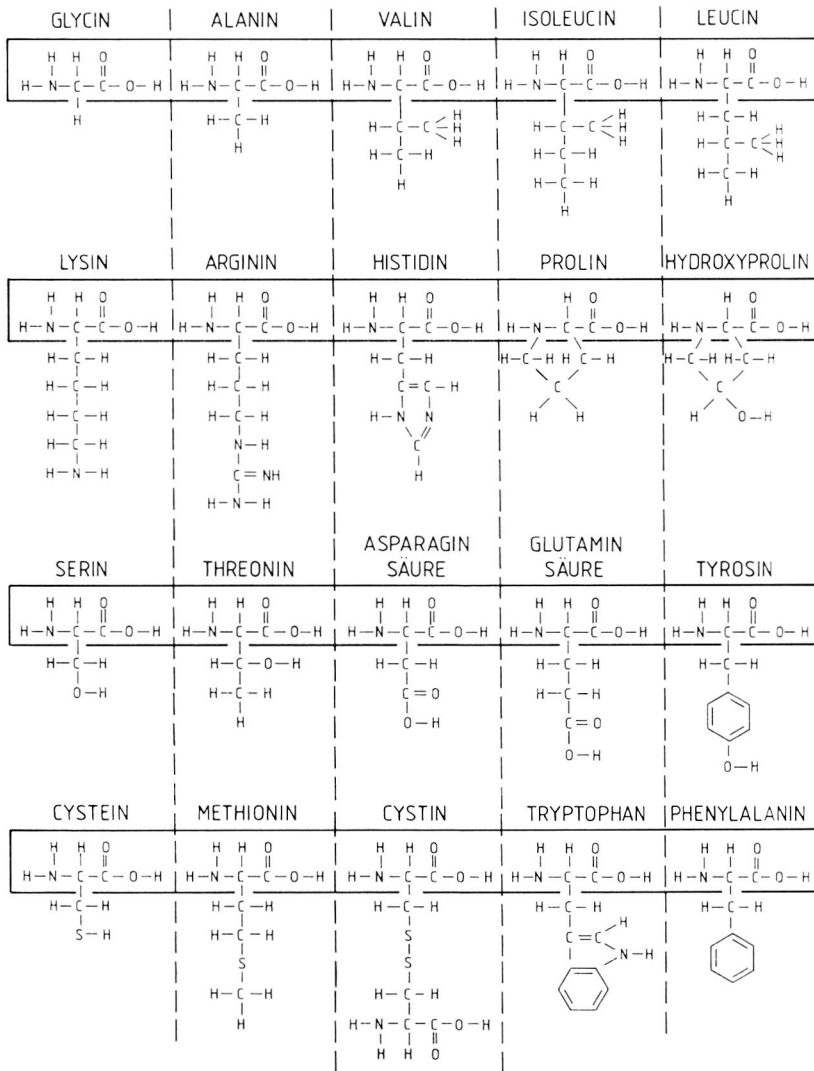
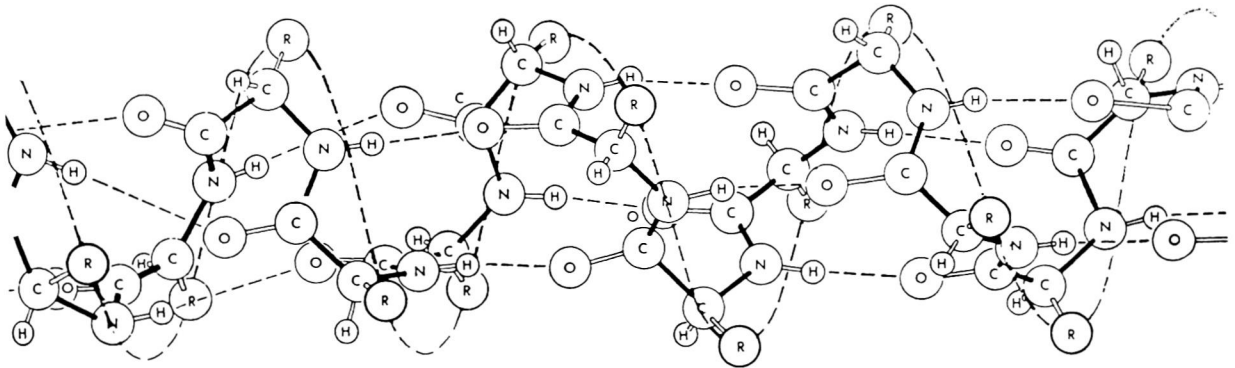


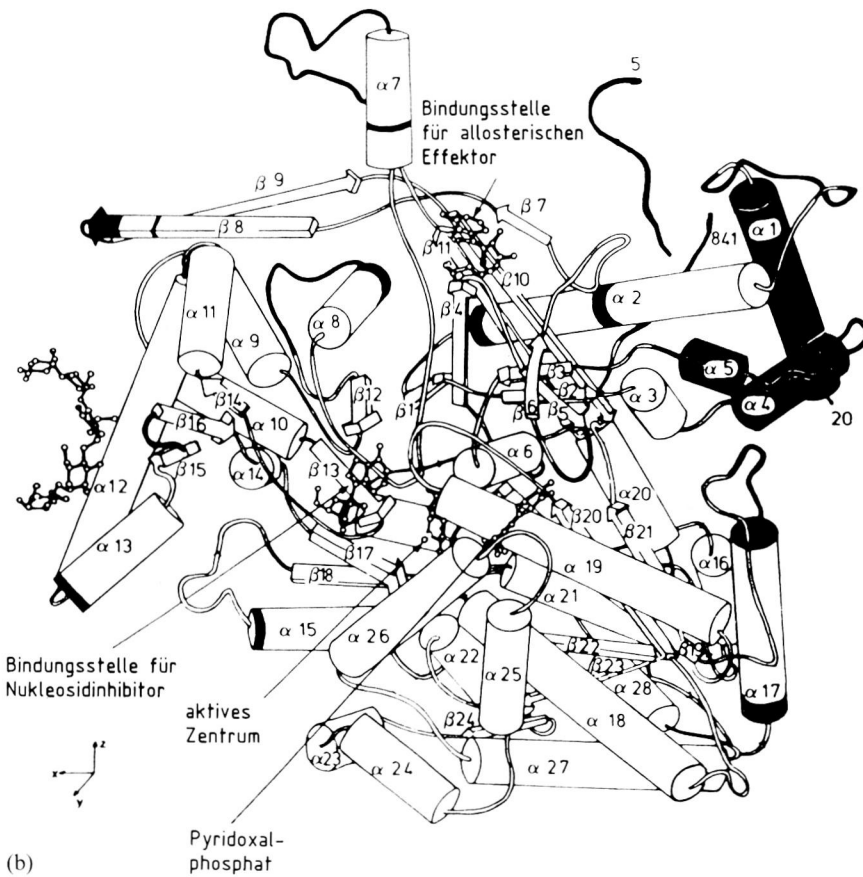
Abb. 9-4. Die 20 biologisch aktiven Aminosäuren. Die eingerahmten Molekülteile bilden das Gerüst der Polypeptidkette in Abb. 9-5a, die nicht eingerahmten sind die sogenannten Aminosäurereste oder -seitenketten (nach Doty 1957).

H-Brückenbindungen zwischen den Aminosäuren können sich die Ketten teilweise spiralförmig aufwickeln, und es entstehen dann Strukturen wie zum Beispiel in Abbildung 9-5a. Dies ist aber noch nicht alles. Durch weitere H-Brücken kann sich die Spirale falten und eine komplizierte Raumstruktur annehmen (Abb. 9-5b und 9-5c [Tafel V im vorderen Buchteil]). Weitere Beispiele hierzu hatten wir schon in den Abbildungen 8-9 und 8-10 gesehen. Die räumliche Struktur ist das wesentliche Unterscheidungsmerkmal der Proteine, denn sie bestimmt ihre biochemische Funktion; und die räumliche Struktur ist letztlich durch die Zusammensetzung und die Sequenz der Aminosäuren vorgegeben.

Man ist heute damit beschäftigt, den Bau der Proteine mittels Streuung von Elektronen und Röntgenstrahlung weitgehend aufzuklären. Dies ist erheblich schwieriger als bei den Nukleinsäuren, weil die Proteine oft viel größer und viel komplizierter gebaut sind. Auch lassen sie sich nur schwer kristallisieren – eine Voraussetzung für genaue Strukturuntersuchungen an so komplizierten Molekülen. Die direkte elektronenmikroskopische Abbildung von Proteinen ist ebenfalls schwierig, weil sie durch die ionisie-



(a)



(b)

Abb. 9-5. Die Sekundär- und Tertiärstruktur der Proteine. (a) Die Spiralstruktur (Sekundärstruktur), hier eine „ α -Helix“, entsteht durch Aneinanderreihung von Aminosäuren und durch H-Brückenbindung $-\text{N}=\text{H} \cdots \text{O}-$ (nach Doty 1957). Die Buchstaben „R“ bezeichnen die Aminosäurereste (vgl. Abb. 9-4). (b) Die Raumstruktur (Tertiärstruktur) entsteht durch zusätzliche H-Brücken zwischen den einzelnen Teilen der Spirale aus Teilbild a. Hier ist das Molekül Phosphorylase mit Bezeichnung der verschiedenen Untereinheiten schematisch dargestellt (aus Sprang u. a. 1988). Ein Modell des Moleküls wird in Tafel V gezeigt (siehe vorderen Buchteil).

rende Wirkung der Elektronen und durch das notwendige Vakuum während der Beobachtung leicht zerstört werden. Vor allem betrifft das ihre Raumstruktur mit den empfindlichen H-Brücken. Ein Beispiel für elektronenmikroskopische Aufnahmen zeigt die Abbildung 9-11. Die Größenverhältnisse der Proteine im Vergleich mit denjenigen einfacher Moleküle sind in Abbildung 9-6 dargestellt.

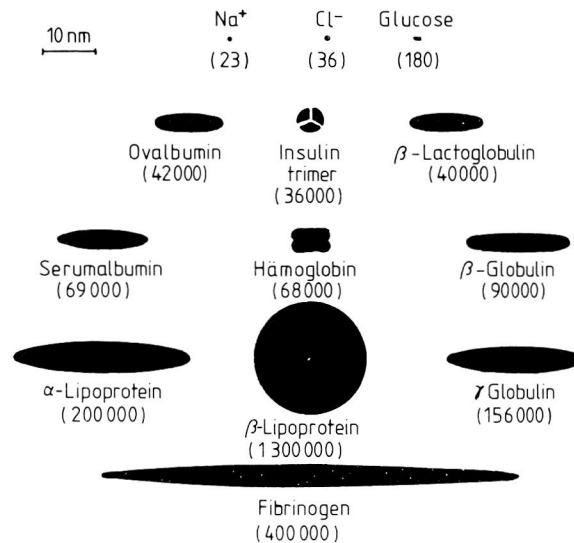


Abb. 9-6. Größenverhältnisse einiger Moleküle. Die Zahlen in Klammern bezeichnen die Molekularmasse in Einheiten der Protonenmasse $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg (nach Guinier 1980).

9.3 Die Membranen

Membranen stellen die natürliche Umhüllung aller lebenden Zellen und auch vieler Zellbestandteile dar. Ohne solche Begrenzungen könnte das Leben nicht aufrecht erhalten werden, denn die empfindlichen Biomoleküle in den Zellen würden sonst durch Substanzen aus der Umgebung in kurzer Zeit zerstört oder verändert werden. Membranen isolieren das Zellinnere aber nicht vollständig von seiner Umgebung, sondern sie sind für bestimmte Moleküle durchlässig, und zwar für solche, die die Zelle zum Stoffwechsel benötigt oder die dabei frei werden. Damit die Membranen ihre Aufgabe erfüllen können, die richtigen Moleküle in die Zelle hinein- und die richtigen herauszulassen, sind sie in ganz bestimmter Weise aufgebaut. Das Grundgerüst der Membranen wird von einer Doppelschicht aus Lipiden gebildet, in die zahlreiche Proteine eingelagert sind (Abb. 9-7). Die Zusammensetzung der Lipide zeigt Abbildung 9-8. Sie sind an ihren hydrophoben CH_2 -Ketten durch H-Brücken miteinander verbunden. Die hydrophilen Kopfgruppen bilden dicht gepackte Begrenzungen gegenüber dem Zellinnern und gegenüber dem Außenraum.

Man beginnt heute erst langsam zu verstehen, wie der molekulare Transport der Stoffwechselprodukte durch eine Membran hindurch vor sich geht. Rein phänomenologisch lassen sich zwei Arten des Stofftransports unterscheiden: die Diffusion entlang eines Konzentrationsgradienten zwischen Zellinnerem und Zelläußerem sowie der aktive Transport entgegen einem Konzentrationsgradienten. In beiden Fällen spielt die Permeabilität der Membran eine entscheidende Rolle. Sie wird bestimmt durch die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Lipidschicht und durch die Raumstruktur der Membranproteine, die nicht starr, sondern beweglich ist. Diese Struktur kann durch elektrische oder chemische Potentiale in kontrollierter Weise verändert werden, so daß bestimmte kleine Moleküle

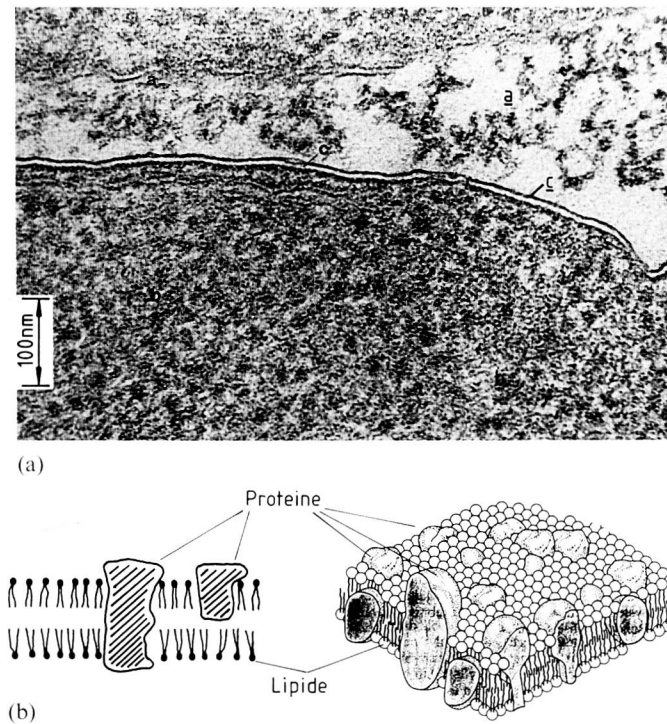


Abb. 9-7. Die Struktur von Membranen. (a) Elektronenmikroskopischer Schnitt durch eine Hefezelle; Vergrößerung 170 000fach; a Außenraum, b Zellinneres, c Zellmembran (aus Fisher u. Stoeckenius 1982, sowie Kopp 1972). (b) Schematischer Aufbau von Membranen: links Querschnitt, rechts Draufsicht. Die großen Proteinmoleküle sind in eine Phospholipid-Doppelschicht eingelagert (aus Tschesche 1982).

längs eines Proteins die Membran durchqueren können. Ein mechanisches Modell für einen solchen Stofftransport ist in Abbildung 9-9 skizziert. Wie er in Wirklichkeit vor sich geht, ist heute noch eine weitgehend offene Frage. Da der Transport unter physiologischen Bedingungen oft entgegen dem Konzentrationsgradienten erfolgen muß, verbraucht er freie Energie, das heißt, er erhöht die Entropie. Hierfür wird ein wesentlicher Teil des Energieumsatzes im lebenden Organismus aufgewendet.

9.4 Die Funktion von Biomolekülen: Proteinsynthese und DNA-Reproduktion

Während wir bisher fast nur die strukturellen Merkmale von Biomolekülen betrachtet haben, wollen wir nun an zwei Beispielen auch ihre Funktion untersuchen, anhand der Proteinsynthese und der Verdoppelung von DNA-Molekülen. Es handelt sich hierbei zwar um relativ komplexe biologische Vorgänge; sie sind aber gut geeignet, um einige Grundzüge der funktionellen Abfolge von Reaktionen in belebter Materie deutlich zu machen.

Bei der Synthese von Proteinen wird auf einen Teil der in der DNA gespeicherten Erbinformation zurückgegriffen: Die Sequenz einer bestimmten Zahl von Nukleotiden wird in die Sequenz von Aminosäuren der

Proteinsynthese

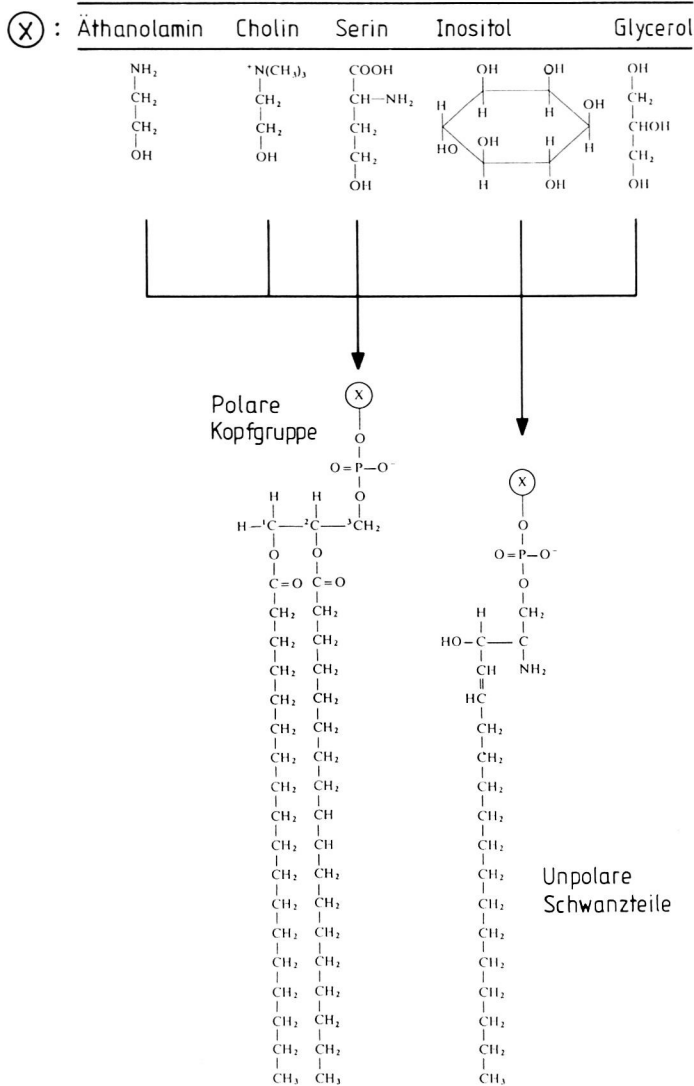


Abb. 9-8. Zusammensetzung von Phospholipidmolekülen. Links unten Phosphoglyzerid, rechts unten Sphingosin-Phosphat. Die verschiedenen möglichen Kopfgruppen (X) zeigt die oben stehende Tabelle (nach Tschesche 1982).

zu bildenden Polypeptidkette übertragen. Man spricht daher von einem Transkriptionsprozeß. In Abbildung 9-10 sind die wesentlichsten Schritte der Proteinsynthese schematisch wiedergegeben. Das Synthesesystem besteht aus einer „chemischen Fabrik“ (den Ribosomen), einer Synthesevorschrift (der DNA), einer Produktionsmatrize (der Messenger-Ribonukleinsäure, m-RNA) und den Aminosäure-Sammlern (der Transfer-Ribonukleinsäure, t-RNA).

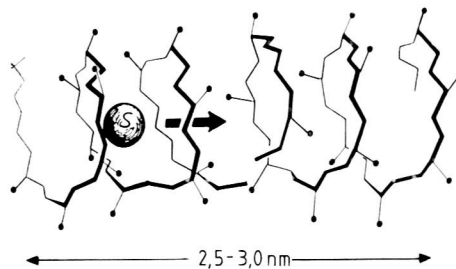


Abb. 9-9. Einfaches Modell des Molekültransports durch eine Membran. Transport eines kleinen Moleküls (S) durch den spiralförmigen Hohlraum zweier aneinander gereihter Gramicidin-A-Protein-Moleküle. Die Öffnungsweite der Spirale und damit ihre Durchlässigkeit kann durch elektrische Potentiale definiert verändert werden (nach Fisher u. Stoeckenius 1982).

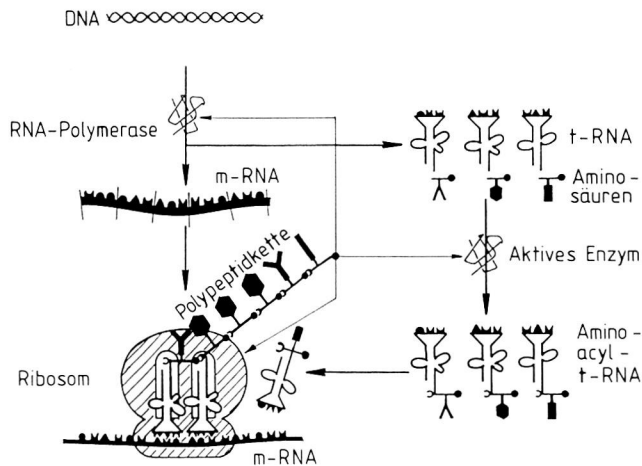


Abb. 9-10. Proteinsynthese (nach Eigen 1971).

Der erste Schritt bei der Synthese eines Proteins besteht darin, eine Matrize für die gewünschte Aminosäuresequenz zu erzeugen. Diese Matrize ist das m-RNA-Molekül. Um es herzustellen, bindet ein spezifisches Enzym, die sogenannte RNA-Polymerase, an eine bestimmte Stelle der DNA und beginnt, ein kurzes Stück der Doppelhelix zu entfalten. An einen der so entstandenen beiden Einzelstränge lagern sich nun passende freie Nukleotide aus der Umgebung an und werden von der RNA-Polymerase miteinander verbunden. Das Enzym fährt solange fort, die DNA zu entfalten und ankommende Nukleotide zu verbinden, bis es auf eine Stelle im DNA-Strang stößt, die ihm signalisiert, aufzuhören. Die fertige Teilkopie der DNA, die m-RNA, löst sich ab, und die beiden Teilstränge der DNA schließen sich wieder zusammen. Bei höheren Lebewesen besteht die m-RNA aus mehreren tausend Nukleotiden.

Im nächsten Schritt (siehe Abb. 9-10) wandert die m-RNA zu einem Ribosom, einem der größten bekannten Biomoleküle, das aus mehreren Millionen Atomen bestehen kann (Abb. 9-11). Seine innere Struktur ist erst zum kleinen Teil aufgeklärt. Im Ribosom läuft die m-RNA dann als Matrize durch eine aktive Zone, in welcher sie „gelesen“ wird: Dabei werden aus der Umgebung des Ribosoms t-RNA-Moleküle eingelagert, von denen jedes eine Aminosäure mit sich führt. Die t-RNA ist ein relativ kleines Molekül mit etwa 80 Nukleotiden, dessen Struktur gut bekannt ist. Jedes t-RNA-Molekül besitzt an einer bestimmten Stelle drei sogenannte Codier-Nukleotide, die genau auf eine entsprechende Dreier-Nukleotidsequenz in der m-RNA „passen“. Sie sind außerdem das eindeutige Kennzeichen für eine ganz bestimmte mitgeführte Aminosäure (Abb. 9-12). Die Nukleotidsequenz der m-RNA legt somit eindeutig die Reihenfolge fest, in welcher t-RNA-Moleküle im Ribosom eingelagert werden. Die von ihnen mitgeführten Aminosäuren verbinden sich entsprechend dieser Reihenfolge zu einer Polypeptidkette. Diese Kette und die wieder frei werdenden



Abb. 9-11. Elektronenmikroskopische Aufnahme eines Ribosoms. Die Reihe zeigt in 800 000facher Vergrößerung: Links die kleine Untereinheit des Ribosoms, in der Mitte dreimal die große Untereinheit unter drei verschiedenen Blickwinkeln, rechts ein komplettes Ribosom (aus Nomura 1969).

		Zweiter Buchstabe				
		U	C	A	G	
Erster Buchstabe	U	UUU } Phe	UCU } Ser	UAU } Tyr	UGU } Cys	U
		UUC }	UCC }	UAC }	UGC }	C
		UUA } Leu	UCA }	UAA Term	UGA ?	A
		UUG }	UCG }	UAG Term	UGG Tryp	G
	C	CUU } Leu	CCU } Pro	CAU } His	CGU } Arg	U
		CUC }	CCC }	CAC }	CGC }	C
		CUA }	CCA }	CAA } GluN	CGA }	A
		CUG }	CCG }	CAG }	CGG }	G
	A	AUU } Ileu	ACU } Thr	AAU } AspN	AGU } Ser	U
		AUC }	ACC }	AAC }	AGC }	C
		AUA }	ACA }	AAA } Lys	AGA } Arg	A
		AUG Met	ACG }	AAG }	AGG }	G
	G	GUU } Val	GCU } Ala	GAU } Asp	GGU } Gly	U
		GUC }	GCC }	GAC }	GGC }	C
		GUA }	GCA }	GAA } Glu	GGA }	A
		GUG }	GCG }	GAG }	GGG }	G

Abb. 9-12. Der genetische Code für die Proteinsynthese. Jedes der 64 Tripletts aus drei Nukleinbasen codiert eine der 20 biologisch aktiven Aminosäuren. In der m-RNA (siehe Abb. 9-10) tritt die etwas einfacher gebaute Pyrimidinbase Urazil (U) an die Stelle von Thymin (siehe Abb. 9-3 c). Die Abkürzungen (Phe, Leu, usw.) entsprechen den Namen der Aminosäuren in der Abbildung 9-4 (Asp Asparagin, AspN Asparaginsäure, Glu Glutamin, GluN Glutaminsäure; Hydroxyprolin und Cystin kommen im DNA-System nicht vor). „Term“ ist ein Protein zur Beendigung der Transskription; ihr Beginn wird durch Met und Val (GUG) eingeleitet. Wie man sieht, ist das System erheblich redundant (64 Tripletts für 20 Aminosäuren) (nach Crick 1966).

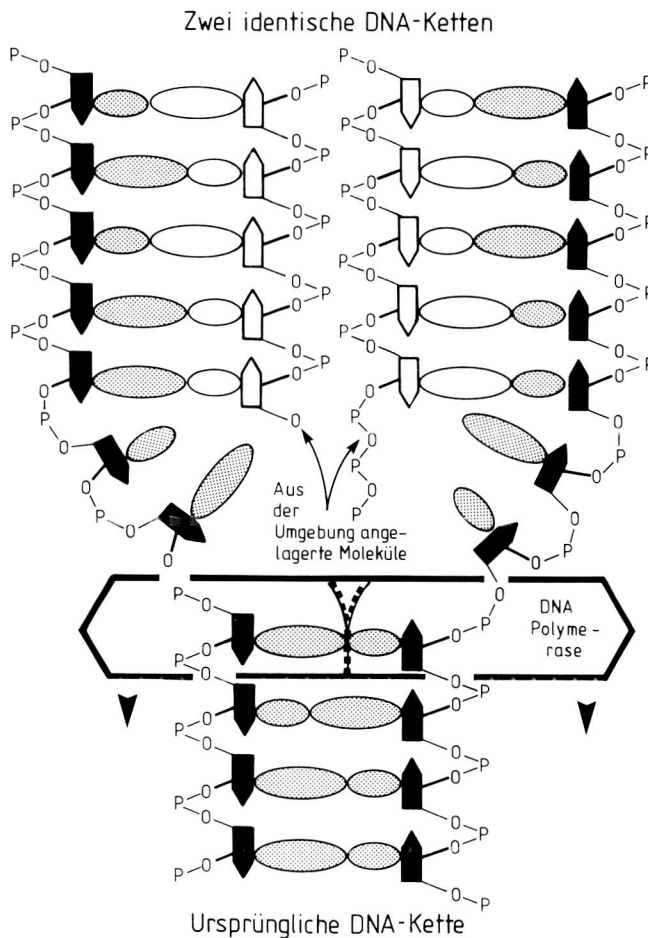


Abb. 9-13. Die Reduplikation der DNA. Enzyme wie die DNA-Polymerase gleiten wie ein Reißverschluss an der DNA-Kette entlang und trennen sie in zwei Hälften. Diese werden dann durch Anlagerung passender Moleküle aus der Umgebung wieder zu je einer vollständigen Doppelkette (nach Cairns 1966) ergänzt.

t-RNA-Moleküle verlassen dann das Ribosom. Die Polypeptidkette faltet sich anschließend durch Betätigung ihrer H-Brückenbindungen von selbst in die richtige Konfiguration, und ein neues Protein ist entstanden. Alle Proteine, zu denen auch die Enzyme gehören, und schließlich die Ribosomen selbst werden auf diese Weise aus der in den Basensequenzen der DNA gespeicherten Information synthetisiert. Voraussetzung ist, daß die benötigten Molekülbestandteile in genügender Konzentration im Zellsubstrat vorhanden sind.

Die Reproduktion (oder Replikation) der DNA selbst läuft in einer hochentwickelten „Vervielfältigungsmaschine“, einem aus verschiedenen Proteinen bestehenden Enzymkomplex ab (Abb. 9-13). Bestimmte Enzyme wandern, an einem Ende beginnend, die DNA-Doppelhelix entlang, entwicken sie und trennen – Basenpaar für Basenpaar – die beiden DNA-Stränge voneinander. Weitere Enzyme sorgen dafür, daß an das Basenpaar der aktuellen Trennungsstelle passende freie Nukleotide aus der Umgebung angelagert werden. Sobald die H-Brücken zwischen alten und neuen Nukleotiden geschlossen sind, katalysiert das Enzym DNA-Polymerase die Bindung zwischen den Zucker- und Phosphatmolekülen der neuen Nukleotide. Auf diese Weise fungieren der alte DNA-Strang als Muster und mehrere Enzyme als Katalysatoren für die Bildung eines neuen Strangs. Am Ende des Replikationsprozesses liegen zwei Tochter-DNA-Moleküle vor, die identisch zum ursprünglichen aufgebaut sind.

Reproduktion der DNA

9.5 Der autokatalytische Reproduktionsprozeß und die Evolution

Mit der Proteinsynthese und der DNA-Verdopplung haben wir Beispiele für das in belebter Materie typische Zusammenspiel vieler verschiedener Moleküle kennengelernt. Ähnliche Prozesse laufen bei allen Stoffwechselvorgängen und in der Biomechanik (Muskelaktivierung) ab. Es würde zu weit führen, wollten wir versuchen, solche Prozesse quantitativ zu beschreiben, wie es in der modernen Biophysik geschieht. Wir wollen nur an einem Beispiel die Zusammenhänge kurz andeuten und greifen dazu die Reproduktion von Makromolekülen heraus. Solche Reaktionen kann man nicht mehr mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung behandeln. Man ist auf chemische und elektrophysikalische Reaktionsgleichungen angewiesen, deren Gültigkeit nicht direkt aus den Grundgesetzen abgeleitet werden kann, sondern aus der Erfahrung erschlossen werden muß. Diese Gleichungen enthalten empirisch zu bestimmende Konstanten wie etwa das folgende reaktionskinetische Gleichungssystem:

Selektion

$$\frac{dX_i}{dt} = (A_i Q_i - D_i) X_i + \sum_{i \neq j} \varphi_{ij} X_j. \quad (9-1)$$

Es beschreibt die zeitliche Änderung der Konzentration X_i der Molekülsorte i unter dem Einfluß einer Entstehungsrate A_i , einer Zerfallsrate D_i

und eines Gütefaktors Q_i ($0 \leq Q_i \leq 1$), einem Maß für die Fehlerfreiheit der Produktion. Das Summenglied bezeichnet die Entstehung der Molekülsorte i durch fehlerhafte Reproduktion der Sorte j mit einer Entstehungsrate φ_{ij} . Die i Differentialgleichungen (9-1) sind also über φ_{ij} gekoppelt. Sie sind außerdem meistens nichtlinear, da die Parameter A_i , Q_i , D_i und φ_{ij} selbst von den X_i und X_j abhängen können. Manfred Eigen hat diese Reaktionsgleichungen auf den von ihm entdeckten autokatalytischen Hyperzyklus (Abb. 9-14) angewendet und konnte zeigen, daß sich eine bestimmte Molekülsorte in einem derart geschlossenen Kreisprozeß schneller und fehlerfreier reproduziert als in einer entsprechenden offenen Reaktionskette. Der Ausdruck $(A_i Q_i - D_i)$ in Gleichung (9-1) wird dann maximal. Dies ist die mathematische Formulierung von Darwins Selektionsprinzip „the survival of the fittest“.

Die biologische Evolution besteht aus einer Aufeinanderfolge vieler ähnlicher Selektionsschritte. Wir können sie jedoch in fünf große Abschnitte unterteilen (Abb. 9-15). Die ersten vier davon sind heute in ihren Grundzügen physikalisch verstanden, wobei allerdings viele Details noch nicht ganz klar sind. Jedoch ist es gelungen, theoretische Modelle zu konstruieren, an welchen sich die Reihenfolge dieser Evolutionsschritte auch quantitativ verfolgen und mit entsprechenden Experimenten (Abb. 9-16) vergleichen

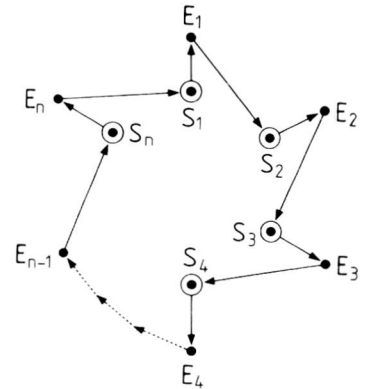


Abb. 9-14. Der autokatalytische Hyperzyklus. Die Moleküle S_1 bis S_n sind Nukleinsäureketten, E_1 bis E_n Proteine. Die Pfeile bezeichnen die katalytische Aktivität (aus Stierstadt 1978).

Evolution

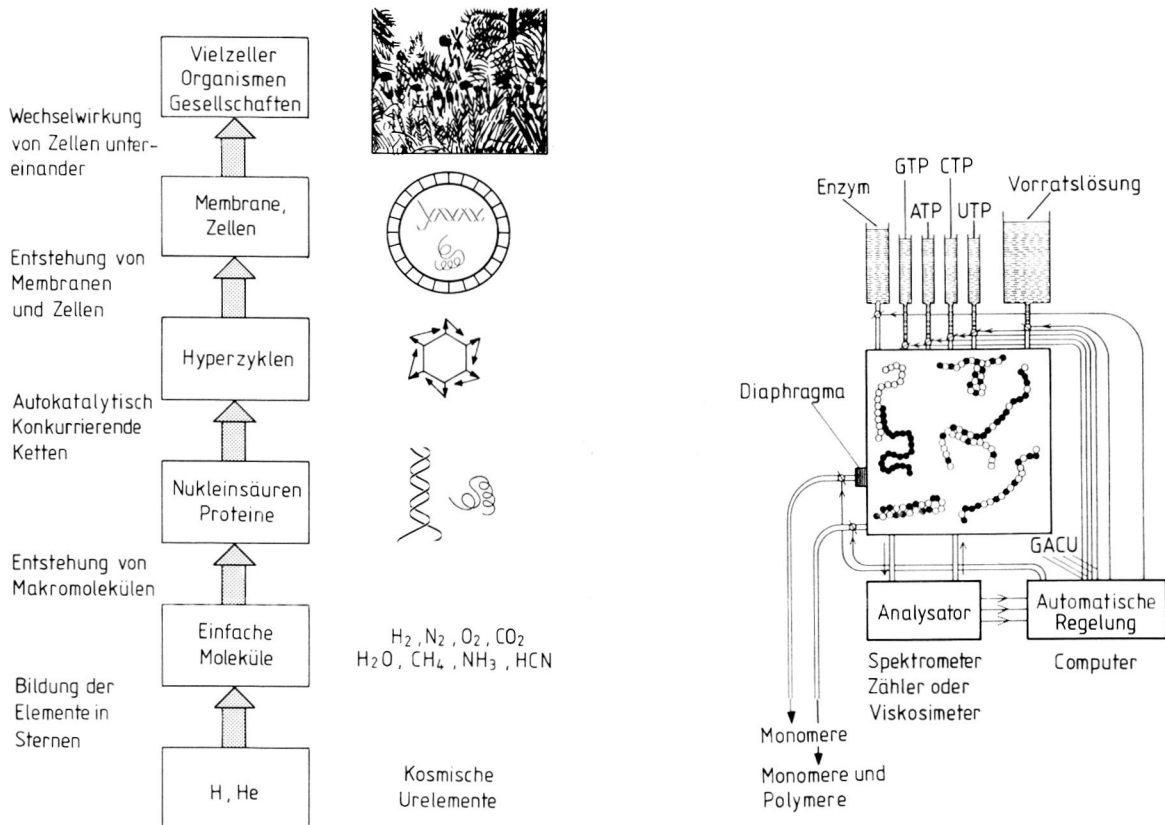


Abb. 9-15. Die fünf Stufen der Evolution

Abb. 9-16. Evolutionsreaktor. Im Reaktionsgefäß werden Temperatur, Druck und die Konzentrationen der verschiedenen Molekülsorten geregelt. Die Substanzen ATP, CTP, GTP und UTP sind energieliefernde Triphosphate. Die Vorratslösung enthält einfache Moleküle (H_2O , SO_2 , CH_3OH usw.), das Enzym ist ein Protein. Im Reaktionsraum entstehen verschiedene Nukleinsäureketten, zwischen denen eine Selektion gemäß Gleichung (9-1) stattfindet (nach Kuhn u. Waser 1982).

läßt. Es hat sich gezeigt, daß die meisten Evolutionsschritte an zwei Voraussetzungen gebunden sind. Erstens findet Evolution nur in Systemen statt, die im thermodynamischen Sinn offen sind. Solche Systeme tauschen mit der Umgebung Materie und Energie aus, wodurch sich – und das ist ein charakteristisches Merkmal – die Entropie im Systeminnern verringern kann auf Kosten eines Entropiezuwachses in der Umgebung. Zweitens darf das System nicht vollständig determiniert sein. Es muß stochastisch veränderliche Strukturmerkmale enthalten, die Mutationen ermöglichen. In der belebten Natur sind das die Basensequenzen in den Nukleinsäuren.

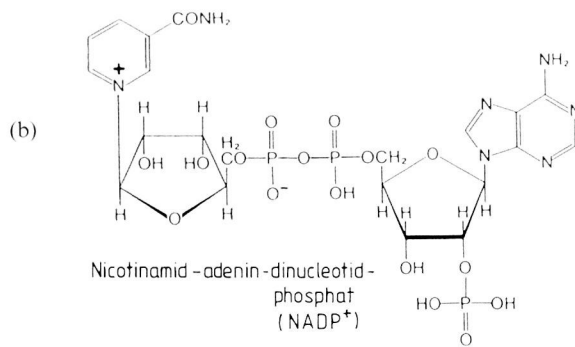
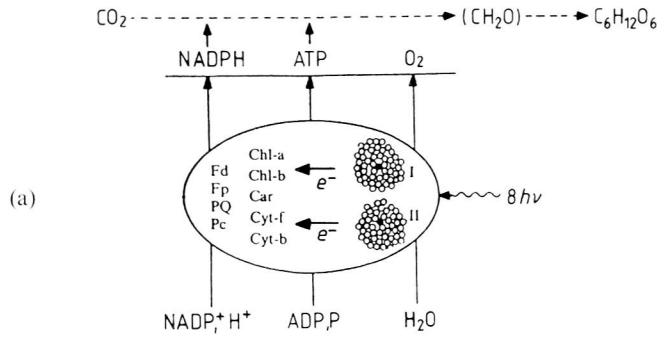
Für den fünften Evolutionsschritt, nämlich vom Einzeller zum Vielzeller, zum Gehirn, zur Entstehung von sozialen Systemen, haben wir heute noch so gut wie keine physikalischen Modelle, die quantitativ brauchbare Ergebnisse liefern. Hier werden die Verhältnisse so komplex, die Zahl der beteiligten Moleküle so groß und ihre Eigenschaften so vielfältig, daß unsere bisherigen mathematischen und begrifflichen Hilfsmittel nicht mehr zum Verständnis ausreichen. Vielleicht stoßen wir aber auch an eine neue prinzipielle Grenze des Verstehens, ähnlich den Grenzen in der Quantenphysik und in der Kosmologie. Es wäre hier nicht der Welle-Teilchen-Dualismus, das Quantenphänomen, oder die vierdimensionale Raumzeit, die unserem Begriffsvermögen Schwierigkeiten machen, sondern die Komplexität der Wechselwirkungen in einem hochentwickelten Organismus.

9.6 Die Photosynthese

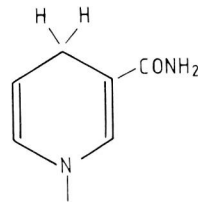
Wenn man von der genetischen Reproduktion absieht, ist die Photosynthese wohl eine der kompliziertesten unter den fundamentalen Lebensprozessen. Sie ist auch heute noch nicht in allen Einzelheiten untersucht und verstanden. Wir wollen hier die wichtigsten dabei ablaufenden Vorgänge kurz besprechen.

Der wesentliche Inhalt der Photosynthese ist die Umwandlung von Wasser und Kohlendioxid in Glukose mit Hilfe von Lichtenergie, wobei als Nebenprodukt Sauerstoff entsteht. Die Grundzüge des Reaktionsschemas sind in Abbildung 9-17 skizziert. Zur Bildung einer $\text{H}-\text{C}-\text{OH}$ -Gruppierung werden formal acht Lichtquanten mit einer Wellenlänge von weniger als 700 nm benötigt, die unter Spaltung von zwei Molekülen H_2O zur Bildung von zwei Molekülen NADPH und drei Molekülen ATP benützt werden.

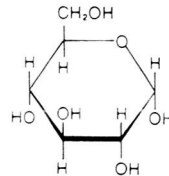
Alle in Abbildung 9-17a skizzierten Reaktionen laufen in den Chloroplasten der grünen Pflanzen ab. Das Stroma der Chloroplasten ist von Membranen durchzogen, die abgeschlossene Kompartimente bilden, und die man als Thylakoide bezeichnet. In die Thylakoidmembran sind die lichtabsorbierenden Photosysteme, die verschiedenen Vorrichtungen für den Elektronentransport sowie die Enzyme der ATP-Synthese eingebettet (Abb. 9-18). Der Primärprozeß der Lichtabsorption findet in zwei Photosystemen statt, die an der Innenseite dieser Membran sitzen. Sie bestehen



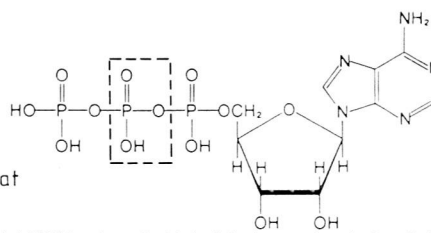
NADPH unterscheidet sich hiervon
nur im linken oberen Ring, der durch
die folgende Gruppe ersetzt ist :



D - Glucose



Adenosin - triphosphat
(ATP)



Adenosin - diphosphat (ADP) unterscheidet sich davon durch das Fehlen der
mittleren HPO_3 - Gruppe (gestrichelt eingerahmt).

Abb. 9-17. Die Photosynthese.
(a) Globales Reaktionsschema mit
Angabe der wichtigsten beteiligten
Substanzen. Es bedeuten: Fd Fer-
redoxin, Fp Flavoprotein, PQ
Plastoquinon, Pc Plastozyanin,
Car Carotinoid, Cyt-f Cytochrom f,
Cyt-b Cytochrom b, I und II Teile
der Thylakoid-Membran (siehe
Abb. 9-18) mit Chlorophyll-Mole-
külen (Chl-a und Chl-b) (nach
Witt 1971). (b) Strukturformeln
der wichtigsten Reaktionspartner
in Teilbild a.

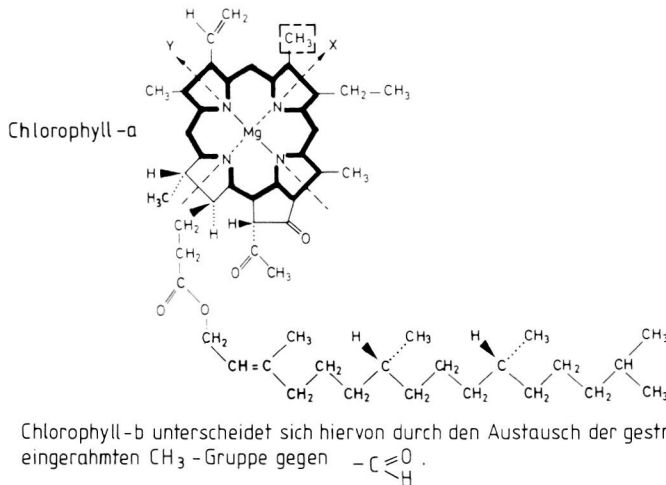


Abb. 9-17 b. (Fortsetzung)

aus zahlreichen Chlorophyllmolekülen, von denen aber nur wenige das eigentliche „Reaktionszentrum“ bilden. Das Chlorophyll des Reaktionszentrums geht durch die Lichtabsorption in einen angeregten Zustand über und gibt ein Elektron an den Plastochinon-Speicher („Pool“ in Abb. 9-18) sowie über weitere Elektronenüberträger und ein anderes Photosystem an NADP^+ ab. Insgesamt müssen 2 Elektronen auf diese Weise vom Chlorophyll auf NADP^+ transportiert werden, damit die Reaktion $\text{NADP}^+ + \text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{NADPH}$ ablaufen kann. Das

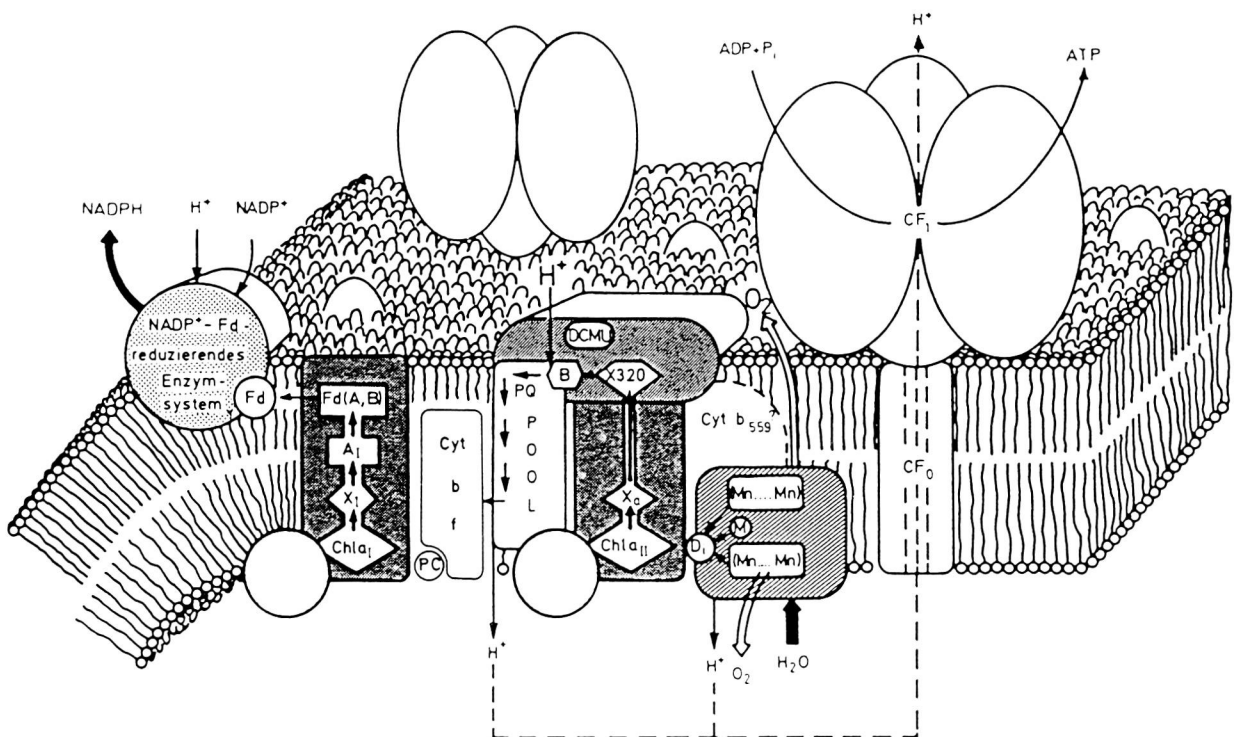
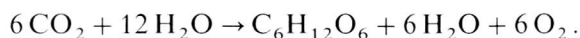


Abb. 9-18. Molekularer Aufbau der Thylakoid-Membran. Außer den in Abbildung 9-17 aufgeführten Substanzen sind noch einige weitere Enzyme skizziert, deren Struktur erst zum Teil bekannt ist (aus Renger 1982).

Chlorophyll des Reaktionszentrums füllt sein Elektronendefizit durch die Spaltung von Wasser in O_2 und H^+ wieder auf. An der Außenseite der Thylakoidmembran findet die durch Protonen getriebene Reaktion $ADP + H_3PO_4 \rightarrow ATP + H_2O$ statt. Sie wird durch das Enzym ATP-ase katalysiert, das in Abbildung 9-18 durch die großen eiförmigen Gebilde außen auf der Membran symbolisiert ist. Im Stroma der Chloroplasten wird dann das an einen Akzeptor (Ribulose-1,5-bisphosphat) angelagerte CO_2 in einem biochemischen Kreisprozeß (Calvin-Zyklus) unter Verwendung von NADPH und ATP auf die Stufe $H-C-OH$ reduziert. Bei Bindung von 6 CO_2 entsteht ein Glukose-Molekül nach der Bruttoreaktion



Die in Abbildung 9-18 skizzierten Zwischenschritte sind bis heute erst teilweise erkannt und quantitativ untersucht worden. Von den meisten derselben wurden zwar die Zeitkonstanten und einige Reaktionsparameter bestimmt. Doch sind die beteiligten Moleküle noch nicht vollständig bekannt. Das ist angesichts ihrer komplizierten Struktur auch nicht verwunderlich. Im Jahr 1988 erhielten J. Deisenhofer, R. Huber und H. Michel den Nobelpreis für die Aufklärung der Struktur eines an der Photosynthese in Bakterien beteiligten Proteins.

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel einige der wichtigsten biologischen Makromoleküle sowie die Proteinsynthese, die DNA-Replikation, die autokatalytisch Reproduktion und die Photosynthese kennengelernt. Dabei konnten wir natürlich die Verhältnisse nicht annähernd so vollständig beschreiben, wie wir das in den bisherigen Kapiteln von den Elementarteilchen bis zu den einfachen Molekülen getan haben. Wir wollten uns lediglich einen Einblick in die modernen Grundlagen der Biologie verschaffen, der uns in die Lage versetzt, biophysikalische Fragestellungen zu verstehen. Die physikalische Behandlung biologischer Vorgänge ist bereits im Begriff, zum Standardwerkzeug der Biologen zu werden, und für den Physiker ergeben sich auf diesem Gebiet mehr und mehr neue und aussichtsreiche Arbeitsmöglichkeiten.

Teil II

Makrophysik – Die kondensierte Materie

10 Von der Mikrophysik zur Makrophysik

Wir werden uns jetzt im zweiten Teil des Buches mit der kondensierten Materie beschäftigen, also mit Ansammlungen von Teilchen, die aus sehr vielen und meistens dicht gepackten Atomen oder Molekülen bestehen. Die Grenze, ab der man von kondensierter Materie im eigentlichen Sinne spricht, ist etwa dort, wo sich ein merklicher Bruchteil der Moleküle, die eine Ansammlung bilden, „im Inneren“ befindet. Bei 1000 Molekülen sind rund die Hälfte im Inneren eines solchen Gebildes, und die andere Hälfte auf der Oberfläche. Kleinere Atom- oder Molekülansammlungen bezeichnet man als Cluster.

Die physikalischen Eigenschaften der kondensierten Materie unterscheiden sich nicht nur quantitativ von denjenigen einzelner Atome oder Moleküle, sondern auch qualitativ. In einem aus sehr vielen Teilchen bestehenden System gibt es „neue“ Eigenschaften, welche die einzelnen Bestandteile des Systems nicht besitzen, und die erst durch das Zusammenwirken der Teilchen zustandekommen. Wir haben diese Erscheinung zum ersten Mal im vierten Kapitel bei den Hadronen kennengelernt und sie dort „Systemeigenschaften“ genannt: Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile.

Im vorliegenden zweiten Teil des Buches wollen wir einen Überblick über diese Systemeigenschaften der kondensierten Materie gewinnen und sehen, wie man sie im Prinzip verstehen kann. In den folgenden Kapiteln werden dann die einzelnen Aggregatzustände oder allgemeiner die Phasen der Materie behandelt. Zuerst werden wir uns jedoch noch eine Übersicht über diese Phasen und ihre Existenzbedingungen verschaffen.

10.1 Neue Eigenschaften der kondensierten Materie und die Feldgrößen der Vielteilchenphysik

Kondensierte Materie besteht aus sehr vielen Atomen oder Molekülen. Ein Kubikzentimeter Wasser enthält rund $3 \cdot 10^{22}$ H_2O -Moleküle. Wie wir schon im ersten Kapitel festgestellt hatten, würde man etwa das 10000fache des Weltalters brauchen, um alle Orte und Impulse dieser Teilchen kennenzulernen. Außerdem ändert jedes Molekül durch Zusammenstöße mit den anderen etwa 10^{13} -mal pro Sekunde seinen Impuls. Unsere 10 000 Weltalter dauernde Registrierarbeit hätte also nur 10^{-13} Sekunden lang Gültigkeit! Es erscheint daher völlig aussichtslos, einen makroskopischen Körper durch die Eigenschaften seiner einzelnen Atome, ihrer Wellenfunktionen und ihrer Energiezustände, beschreiben zu wollen. Man muß sich etwas Neues einfallen lassen.

Den Weg zu diesem „Neuen“ weist uns die Erfahrung: Kondensierte Materie hat Eigenschaften, die wir bei den Elementarteilchen gar nicht und bei den Hadronen, Atomkernen und Atomen nur schwach ausgeprägt finden. Solche Systemeigenschaften sind zum Beispiel die Kompressibilität, die thermische Ausdehnung, die elektrische Leitfähigkeit und die Viskosität. Gleichzeitig bemerken wir, daß für das Verhalten der kondensierten Materie neue Parameter bedeutsam sind, von denen wir bei den Elementarteilchen, Atomen und Molekülen bisher fast nichts gemerkt haben, die jedoch die genannten neuen Eigenschaften wesentlich beeinflussen oder sie sogar erst definieren. Diese Parameter sind die Temperatur T und der Druck P . Man nennt sie auch „verallgemeinerte“ oder „thermodynamische“ Felder. Alle Eigenschaften der kondensierten Materie hängen in irgendeiner Form von T und P ab. Im Gegensatz dazu sind die Eigenschaften der Atome und Moleküle vor allem durch die „echten“ elektromagnetischen Feldgrößen E und B bestimmt.

Verallgemeinerte Felder

Was bedeuten nun die verallgemeinerten Felder? Offenbar beschreiben sie keine neuen, bisher verborgen gebliebenen Wechselwirkungen. Wir sind ihnen bei den Grundgesetzen in Kapitel 3 ja nicht begegnet. Man muß sie daher aus diesen Grundgesetzen ableiten können. Wir erinnern uns dazu an die Definitionen von T und P , die wir aus der statistischen Thermodynamik kennen und die in Abbildung 10-1 zusammengestellt sind. Die dort bezeichnete innere Energie ^{*)} E des Systems setzt sich aus den kinetischen und potentiellen Energien aller darin vorhandenen Elementarteilchen zusammen. Sie enthält also alle fundamentalen Wechselwirkungen zwischen den Teilchen. (Davon ist im Größenbereich zwischen 10^{-15} und 10^3 m aber praktisch nur die elektromagnetische Wechselwirkung spürbar, wie wir in Kapitel 3 besprochen hatten.) Wir kommen somit zu dem Resultat, daß Temperatur und Druck nichts weiter sind als geeignete zusammengesetzte Größen aus der kinetischen und der potentiellen Energie der Teilchen.

^{*)} Definition der inneren Energie: siehe Fußnote zu Gleichung (11-1).

Temperatur	$T \equiv \frac{1}{k} \left(\frac{\partial \ln \Omega}{\partial E} \right)^{-1}$
Druck	$P \equiv kT \frac{\partial \ln \Omega}{\partial V} = \left(\frac{\partial \ln \Omega}{\partial E} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \ln \Omega}{\partial V} \right)$
Entropie	$S \equiv k \cdot \ln \Omega$

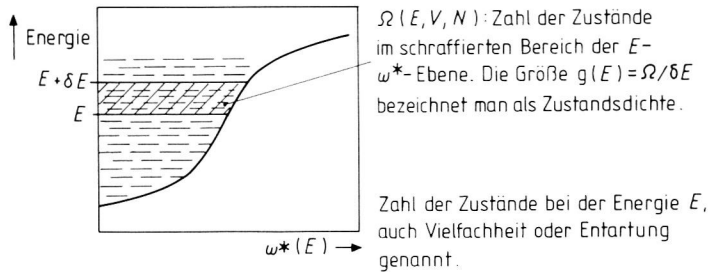


Abb. 10-1. Definitionen von Temperatur T , Druck P und Entropie S . Die Größe $\Omega(E, N, V)$ ist die Zahl der quantisierten Energiezustände eines N -Teilchensystems ($N \gg 1$) im Volumen V und im Energiebereich zwischen E und $E + \delta E$, wobei E die innere Energie des Systems darstellt. Das Intervall δE ist groß gegen den Niveauabstand, aber klein gegen die Meßgenauigkeit. Die Boltzmann-Konstante k ist ein Maßstabsfaktor zur Anpassung der historischen Temperaturskala an die thermodynamische. Für ein ideales einatomiges Gas mit der Atommasse m kann man Ω berechnen:

$$\Omega(E, V, N) = \sqrt{\frac{3}{8\pi^2}} \left(\frac{e}{N} \right)^{5N/2} \left(\frac{m}{3\pi\hbar^2} \right)^{3N/2} V^N E^{\frac{3N}{2}-1} \delta E$$

(e Basis der natürlichen Logarithmen). Dann ergibt sich

$$T = \frac{2E}{3Nk}, \quad P = \frac{2E}{3V}, \quad PV = NkT.$$

Würden wir die Wechselwirkung zwischen den 10^{23} Molekülen eines makroskopischen Körpers im Detail berechnen wollen, so wäre das eine unlösbare Aufgabe der oben geschilderten Art. Durch die Methoden der statistischen Thermodynamik wird das Problem jedoch auf praktische Weise gelöst. Es werden geeignete Mittelwerte über die Energien und Impulse der Teilchen gebildet. Sodann wird festgestellt, welcher der möglichen Mittelwerte mit den aus der Erfahrung gewonnenen Größen T und P übereinstimmt, also ein „geeigneter“ Mittelwert ist. Daraus ergeben sich die in Abbildung 10-1 aufgeführten Gleichungen, deren wesentlicher Inhalt auf Ludwig Boltzmann zurückgeht: Die Temperatur ist ein Maß für die Mittlere Energie der Moleküle und der Druck ein Maß für ihren mittleren Impuls.

Was hier am Beispiel der Größen T und P erläutert wurde, ist der „Neue Weg“, von dem wir anfangs gesprochen haben. Eigenschaften von Vielteilchensystemen lassen sich nicht mehr mittels der Schrödinger-Gleichung und der fundamentalen Wechselwirkungen sinnvoll beschreiben. Man kann sie jedoch mit Hilfe der Zustandszahl Ω bzw. der Zustandsdichte g berechnen.

10.2 Die Erscheinungsformen der kondensierten Materie: Aggregatzustände und Phasen

Die griechischen Naturphilosophen haben schon vor 2500 Jahren die Erscheinungsformen der Materie nach ihrem makroskopischen Verhalten geordnet. Dies wurde durch die vier Elemente symbolisiert: Feuer, Luft, Wasser und Erde. Wir bezeichnen sie heute als Aggregatzustände oder Phasen: Plasma, Gas, Flüssigkeit und Festkörper. Physikalisch wäre hier zweierlei zu erklären. Erstens will man verstehen, unter welchen Bedingungen die verschiedenen Aggregatzustände jeweils existieren, das heißt, bei welchen Werten der Feldgrößen T , P , E und B ein Stoff fest, flüssig, gasförmig oder im Plasmazustand, das heißt ionisiert ist. Zweitens will man wissen, welche Eigenschaften ein Stoff in jedem seiner Aggregatzustände hat, und wie diese Eigenschaften selbst wieder von den Feldgrößen abhängen.

Nun ist es aber mit den vier klassischen Aggregatzuständen noch nicht getan. Schon im Mittelalter vermutete man einen fünften, die „quinta

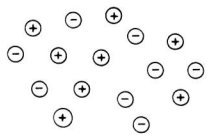
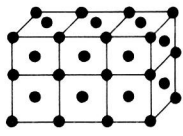
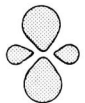
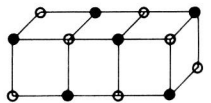
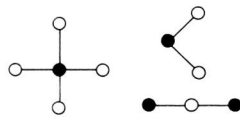
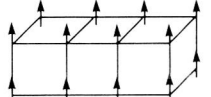

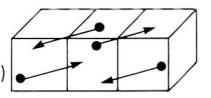
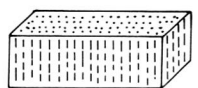
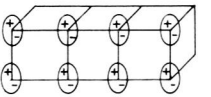

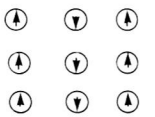
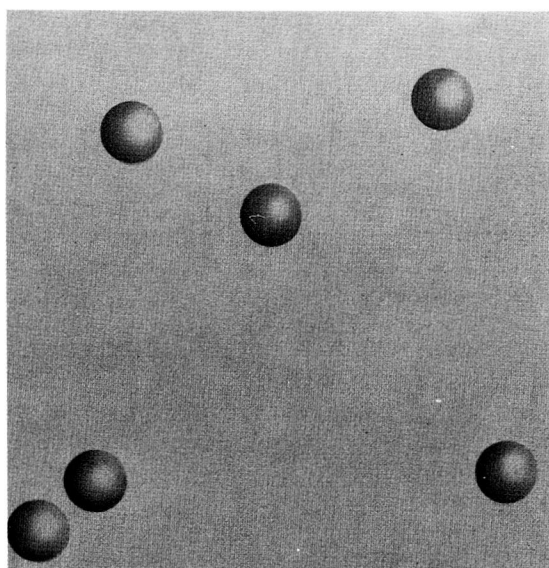
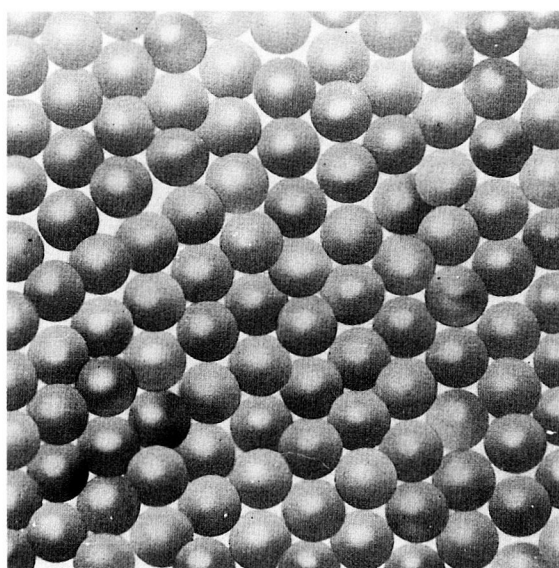
Plasma		Kristall	
Atom		Überstruktur	
Molekül		Magnetische Ordnung	
Flüssigkeit		Cooper-Paarbildung (Supraleitung)	
Flüssiger Kristall		Ferroelektrische Ordnung	
Polymere		Kernmagnetismus	

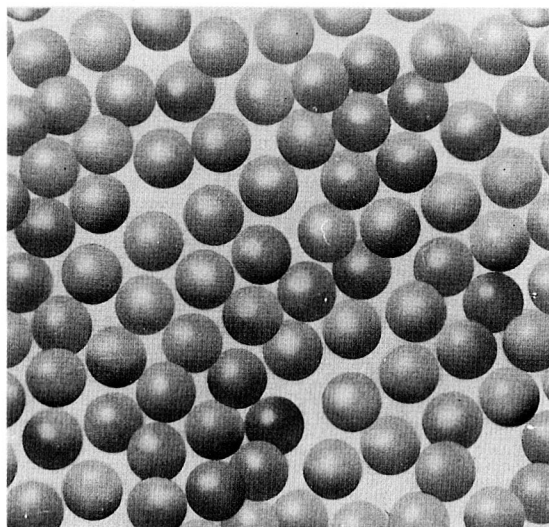
Abb. 10-2. Veranschaulichung einiger Phasen von Vielteilchensystemen.



(a)



(c)



(b)

Abb. 10-3. Modelle von Aggregatzuständen (aus Flowers und Mendoza, 1970). (a) Modell-Gas bei $T = 293\text{ K}$ und $P = 20\text{ bar}$ in einem Volumen von $2 \cdot 2 \cdot 2\text{ nm}^3$. (b) Modellflüssigkeit in einem Volumen von $2 \cdot 2 \cdot 0,3\text{ nm}^3$. (c) Modellkristall in einem Volumen von $2 \cdot 2 \cdot 0,3\text{ nm}^3$.

essentia“, die man mit dem Magnetismus in Verbindung brachte und der man wunderbare Heilwirkungen zuschrieb. Heute kennen wir eine große Zahl solcher Aggregatzustände oder allgemeiner Phasen, von denen die meisten erst im Lauf der letzten 100 Jahre entdeckt wurden (Abb. 10-2). Dazu gehören die verschiedenen Kristallmodifikationen eines Stoffes, die Überstrukturen in Gemischen, die Ferroelektrika, die magnetisch geordneten Zustände, der supraleitende und der supraflüssige Zustand, die vielen Strukturen flüssiger Kristalle, usw. Die Zahl der bisher beobachteten Phasen geht in die hunderte, und fast jedes Jahr kommen neue dazu.

Wenn wir von verschiedenen Phasen reden, dann müssen wir zuerst einmal angeben, wie sie sich voneinander unterscheiden. Bei den klassischen vier Aggregatzuständen war das klar: Wir wissen es aus unserer unmittelbaren Erfahrung. Ein fester Körper (Abb. 10-3c) besitzt Form- und Volumenbeständigkeit; eine Flüssigkeit (Abb. 10-3b) behält unter der Einwirkung einer äußeren Kraft nur ihr Volumen bei, aber nicht ihre

Ordnungsparameter

Form; ein Gas (Abb. 10-3 a) erfüllt jedes beliebige Volumen; und ein Plasma trennt sich im elektrischen Feld in Elektronen und positive Ionen.

Etwas schwerer fällt es uns bei manchen der in Abbildung 10-2 skizzierten „neuen“ Phasen ihre charakteristischen Unterscheidungsmerkmale anzugeben. Wir sind mit ihnen nicht so gut vertraut wie mit den vier klassischen Aggregatzuständen, und manche von ihnen existieren nur unter extremen Bedingungen des Druckes und der Temperatur. Als charakteristisches Kennzeichen einer Phase wählen wir eine Größe, die sie von allen anderen Phasen eindeutig unterscheidet. Das leistet der sogenannte Ordnungsparameter. Beispiele dafür sind in Tabelle 10-1 zusammengestellt.

Tab. 10-1. Einige Phasen und ihre Ordnungsparameter.

Phase	Ordnungsparameter
Plasma	Ionisationsgrad
Gas	Dichtedifferenz zur Flüssigkeit
Flüssigkeit	Dichtedifferenz zum Gas
Kristall	Gittersymmetrie
Amorpher Festkörper	Platzwechselzeit
Cholesterischer Flüssigkristall	Schraubenperiode
Polymerkonformation	Molekülsymmetrie
Überstruktur	Anteil der richtig besetzten Gitterplätze
Entmischung	Konzentration einer Komponente
Ferromagnetische Ordnung	Spontane Magnetisierung
Antiferromagnetische Ordnung	Untergitter-Magnetisierung
Ferroelektrische Ordnung	Spontane elektrische Polarisierung
Supraleiter	Energielücke zum normalleitenden Zustand
Supraflüssigkeit	Dichte der supraflüssigen Komponente
Ladungsdichtewelle	Amplitude der elektrischen Ladungsdichte
Oberflächenstruktur	Rauhigkeit der Oberfläche

Dabei müssen wir beachten, daß es keine verbindliche Vorschrift für die Definition des Ordnungsparameters gibt. So kann man zum Beispiel beim supraleitenden Zustand entweder die Energiedifferenz zwischen supraleitenden und normalleitenden Elektronen oder die Wurzel aus der Zahl der Cooper-Paare (siehe Kap. 20) als Ordnungsparameter verwenden; beide Größen sind einander proportional.

Besonders wichtig ist die Frage, unter welchen Bedingungen welche Phasen welcher Stoff existieren können. Hier sind wir bisher ganz auf die Beobachtung angewiesen, denn es ist bis heute nicht gelungen, auch nur eine einzige Phasenumwandlung irgendeines realen Stoffes aus den Grundgesetzen richtig zu berechnen, zum Beispiel den Siedepunkt oder den Gefrierpunkt des Wassers. Zwar gibt es idealisierte Modelle, für die man einen Phasenübergang vorhersagen kann (Abb. 10-4), doch lassen sich solche Ergebnisse wegen der starken Vereinfachungen der Modelle nicht quantitativ auf eine realen Stoff übertragen.

Da wir also keine gesicherten theoretischen Aussagen über das Auftreten von Phasenübergängen besitzen, müssen wir uns damit begnügen, das experimentelle Material in geeigneter und übersichtlicher Form darzustellen. Das leisten die sogenannten Zustandsdiagramme. Einige Beispiele

Existenzbereiche von Phasen

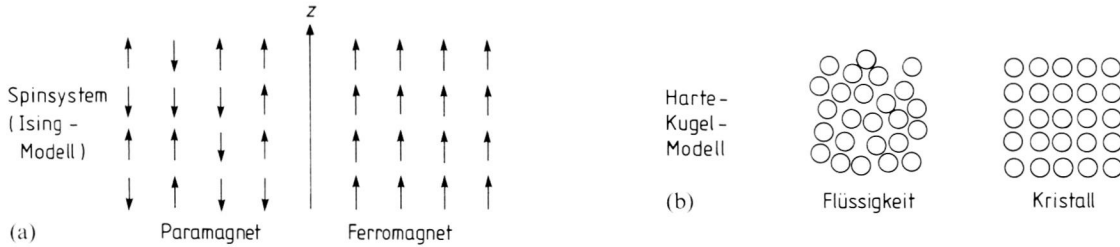


Abb. 10-4. Modellsysteme mit Phasenübergängen. (a) Das Ising-Modell (so benannt nach E. Ising) besteht aus regelmäßig angeordneten magnetischen Momenten („Spins“), die nur parallel oder antiparallel zu einer bestimmten z -Richtung stehen können und deren potentielle Energie von ihrer gegenseitigen Orientierung abhängt. Die kinetische Energie wird vernachlässigt. Dann gilt $E_{\text{ges}} = - \sum_{ij} J_{ij} s_i s_j$ mit $s = +1$ für \uparrow , $s = -1$ für \downarrow und J_{ij} Energiedifferenz zwischen Antiparallel- und Parallelstellung der Spins. Das Ising-Modell liefert in zwei Dimensionen bei Summation über nur die nächsten Nachbarn einen Phasenübergang paramagnetisch-ferromagnetisch bei einer Temperatur $T_c = J/(k \cdot \tanh^{-1}(\sqrt{2} - 1))$. (b) Das Harte-Kugel-Modell besteht aus starren Kugeln vom Radius R , deren Potential für einen gegenseitigen Abstand im Bereich $2R < r < 4R$ anziehend ist. Die Behandlung dieses Modells ist nur numerisch möglich. Sie liefert einen Phasenübergang flüssig-fest für genügend große Dichte und genügend tiefe Temperatur bzw. genügend kleine kinetische Energie der Teilchen.

zeigt die Abbildung 10-5. Die Diagramme sehen teilweise ziemlich kompliziert aus, obwohl in einer dreidimensionalen Darstellung jeweils nur drei Parameter berücksichtigt werden können. Wollte man alle bekannten Phasen eines Stoffes in einem einzigen solchen Diagramm darstellen, so würde man einen mindestens achtdimensionalen Raum brauchen, der alle vier Feldgrößen (T , P , E und B) und die ihnen thermodynamisch zugeordneten Mengengrößen umfaßt, die wir im nächsten Abschnitt besprechen. In der Praxis muß man sich auf drei Dimensionen und damit auf drei Parameter beschränken.

Die Zustandsdiagramme sind eine Zusammenfassung unseres gesamten Erfahrungsmaterials. Jeder Punkt auf den Flächen entspricht einem möglichen Zustand im thermodynamischen Gleichgewicht. Punkte außerhalb der Flächen sind Nichtgleichgewichts-Zustände. Stellt man solche Bedingungen künstlich her, und überläßt das System dann sich selbst, so kehrt es von selbst in einen Gleichgewichtszustand auf der Fläche zurück. Projiziert man die dreidimensionalen Zustandsflächen auf die Koordinatenebenen, so erhält man wohlbekannte Darstellungen, wie zum Beispiel die Dampfdruckkurve, die Schmelzkurve, Phasengrenzkurven, usw. (Abb. 10-6).

Im Kapitel 21 werden wir uns noch etwas genauer mit einer speziellen Art von Phasenübergängen beschäftigen, nämlich mit den kontinuierlichen Umwandlungen an kritischen Punkten. In der Nähe dieser Punkte, aber nur dort, kann man heute die Form der Zustandsfläche näherungsweise berechnen. Allerdings erhält man auch in diesen Fällen keine Absolutwerte für die Lage der kritischen Punkte, die mit der Erfahrung besser als auf eine Größenordnung übereinstimmen.

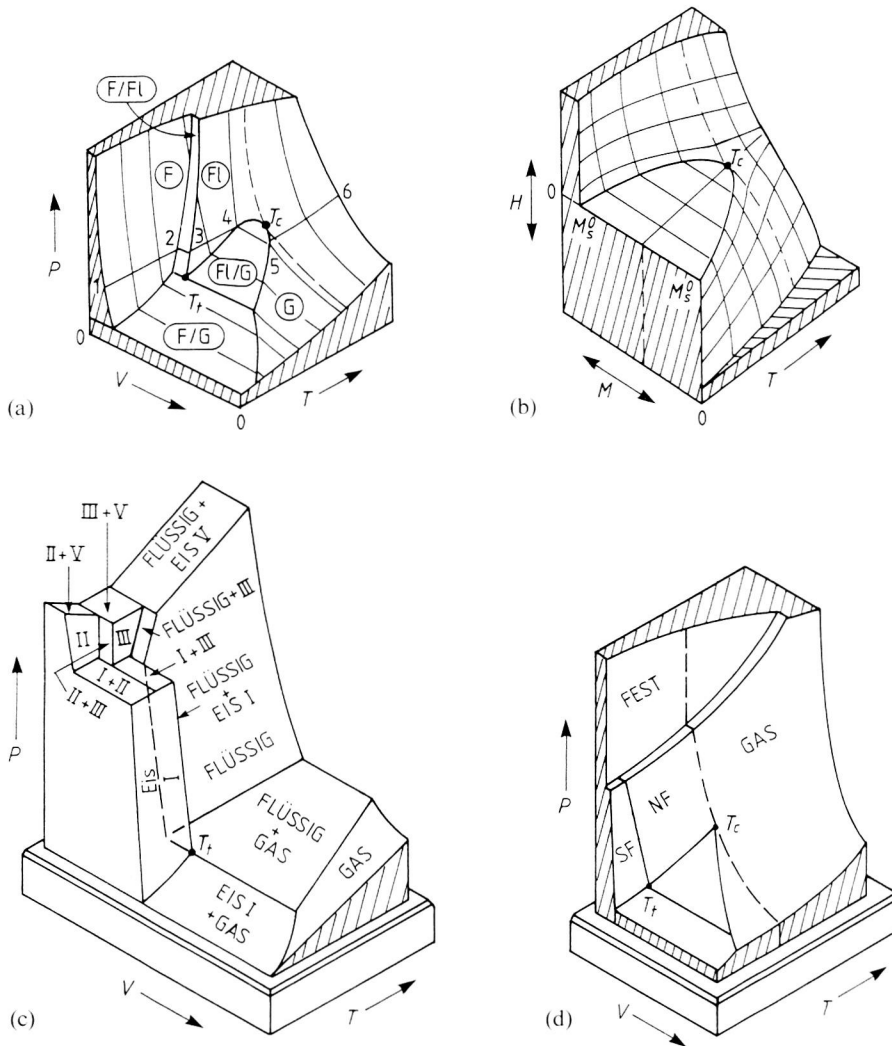


Abb. 10-5. Zustandsdiagramme. (a) PVT -Fläche eines einfachen Stoffes (z. B. CO_2). F fest, FL flüssig, G gasförmig, T_c kritischer Punkt (bei dem der Unterschied zwischen Gas und Flüssigkeit verschwindet bzw. entsteht), T_t Tripelpunkt (bei dem alle drei Phasen koexistieren). Es sind mehrere Isothermen und eine Isobare eingezeichnet. Die gestrichelte Linie ist die „kritische Isotherme“, durch den kritischen Punkt. Erhöht man die Temperatur bei konstantem Druck, beginnend von $T = 0$ im festen Zustand, so durchläuft man auf der Isobaren den Weg 1-2-3-4-5-6. Man durchquert dabei die Zweiphasengebiete F/FL und FL/G, in denen sich längs der Isobaren die Anteile der beiden Phasen nach der Hebelregel (siehe Abschn. 12.4) kontinuierlich verändern (nach Stierstadt 1974). (b) HMT -Fläche eines isotropen Ferromagneten. H lokales Feld, M Magnetisierung, T_c kritischer Punkt, M_s^0 spontane Magnetisierung bei $T = 0$. Die gestrichelte Linie ist die kritische Isotherme. Es sind Linien konstanter Feldstärke und Isothermen eingezeichnet (nach Stierstadt 1974). (c) PVT -Fläche von Wasser. Die Buchstaben I bis V bezeichnen verschiedene Kristallmodifikationen des Eises, die bei höheren Drucken vorkommen. Es gibt hier mehrere Tripelpunkte, an denen jeweils drei Phasen koexistieren. Das Diagramm ist nach hohen Temperaturen hin abgeschnitten, so daß der kritische Punkt FL/G hier nicht erscheint (nach Sears und Zemansky 1970). (d) PVT -Fläche von Helium-4. NF und SF bezeichnen die normalflüssige und die supraflüssige Phase. T_t ist der Tripelpunkt, an dem diese beiden mit der Gasphase koexistieren. Helium wird bei niedrigem Druck und Temperaturen bis herunter zu $T = 0$ nicht fest, sondern bleibt supraflüssig. Erst oberhalb von 25 bar tritt die feste Phase auf. Die gestrichelte Linie durch T_c ist die kritische Isotherme (nach Sears und Zemansky 1970).

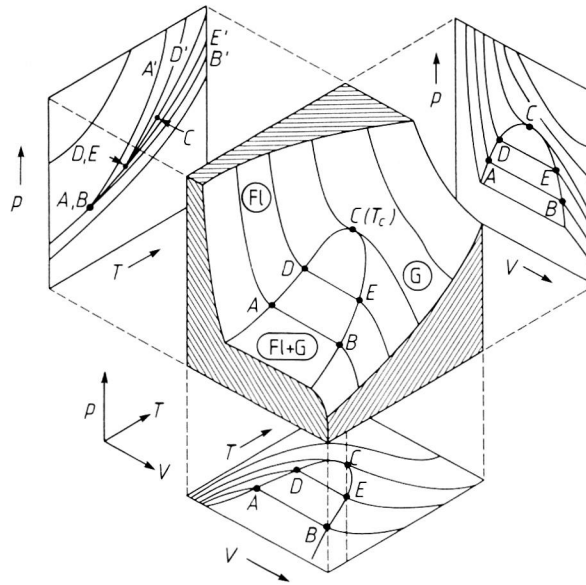


Abb. 10-6. Ausschnitt aus dem PVT-Diagramm im Bereich des Flüssig-Gas-Übergangs. In der PV -Projektion erscheinen Isothermen, in der PT -Projektion Isochores und in der TV -Projektion Isobaren. Auf der PVT -Fläche sind nur Isothermen skizziert. T_c ist der kritische Punkt (nach Hirschfelder u. a. 1954).

10.3 Übersicht über die Eigenschaften der kondensierten Materie

Wir wollen nun untersuchen, welche Eigenschaften die Materie in ihren verschiedenen Aggregatzuständen besitzen kann. Auf den ersten Blick erscheint die Zahl diese Eigenschaften unübersehbar groß und verwirrend zu sein, und sich in kein Ordnungsschema einzufügen. Wenn wir anfangen aufzuzählen, was es so alles an Eigenschaften gibt, kommen wir offenbar an kein Ende: Wärmeausdehnung, elektrische Leitfähigkeit, Farbe, Brechungsindex, Dielektrizitätskonstante, Härte, magnetische Permeabilität, Diffusionskonstante, Schallabsorption, Viskosität, Magnetostraktion, usw., usw. Die meisten Lehrbücher lassen einen im Stich, wenn man versucht, ein System zu finden, in das man dies alles übersichtlich einordnen kann. Wir werden aber gleich sehen, daß uns die Thermodynamik ein ganz natürliches Ordnungsschema liefert.

Es beruht auf folgender Überlegung: Wir haben es in der Physik der kondensierten Materie im wesentlichen mit vier Feldgrößen zu tun, nämlich mit dem elektrischen Feld, dem magnetischen Feld, dem Druck und der Temperatur.*¹⁾ Mit diesen Feldern können wir alle physikalischen

Response-Matrix

*¹⁾ Eigentlich müßte man als fünfte Feldgröße noch das „chemische Potential“ hinzunehmen. Da die entsprechenden Response-Eigenschaften in der Physik keine so große Rolle spielen, lassen wir es hier beiseite. Das chemische Potential bezeichnet die Energieänderungen eines Systems, wenn man bei festgehaltenem Volumen und festgehaltener Entropie ein Teilchen hinzufügt.

Eigenschaften erfassen, wenn wir die zu den Feldgrößen „thermodynamisch konjugierten“ Größen hinzunehmen. Das sind die sogenannten stoffmengenbezogenen Größen, oder kurz „Mengengrößen“. Sie sind so definiert, daß ihr Produkt mit der zugehörigen Feldgröße eine Energie ergibt und somit Bestandteil eines thermodynamischen Potentials sein kann. Solche Produkte sind zum Beispiel $S \cdot T$ oder $m_e \cdot E$, und das Potential lautet etwa $\Phi = E_i - ST + VP + m_e E + m_m B$ mit der inneren Energie E_i . Man nennt die Felder auch intensive Größen, und die Mengengrößen extensive Größen. Die Bezeichnung „extensiv“ soll aussagen, daß die betreffende Größe proportional zur Anzahl der vorhandenen Teilchen ist. „Intensiv“ bedeutet, daß die Größe in zwei aneinandergrenzenden Phasen denselben Wert haben kann, zum Beispiel die Temperatur in einer Flüssigkeit und in dem darüber befindlichen Dampf.

Man erhält nun die statischen Materialkonstanten, wenn man Beziehung der Art

$$\chi^{(XY)} = \partial X / \partial Y \quad (10-1)$$

ansetzt. Dabei ist X eine Mengengröße, Y eine der vier Feldgrößen und $\chi^{(XY)}$ die „Response-Funktion“, die auch verallgemeinerte Suszeptibilität genannt wird. Die so definierten Materialkonstanten sind in Tabelle 10-2 zusammengestellt. Dabei haben wir die Gravitation sowie die starke und die schwache Wechselwirkung aus den bekannten Gründen beiseite gelassen, nämlich weil sie zu schwach bzw. zu kurzreichweitig sind. Die Suszeptibilitäten in der Tabelle entsprechen nicht genau den historisch eingeführten Materialkonstanten. Sie unterscheiden sich von diesen noch durch Normierungsfaktoren. So wird zum Beispiel die Wärmekapazität bei konstantem Druck konventionell als $C_p = T \cdot \partial S / \partial T$ definiert, also ist $\chi^{(ST)} = C_p / T$. Die isotherme Kompressibilität ist als $\kappa_T = -(1/V) \cdot \partial V / \partial P$ eingeführt, also $\chi^{(VP)} = -V \cdot \kappa$; die magnetische Suszeptibilität ist $\chi_m = (\mu_0 / V) \cdot \partial m_m / \partial B = (1/V) \cdot \partial m_m / \partial H$, also $\chi^{(mB)} = (V / \mu_0) \cdot \chi_m$; die Volumen-Elektrostriktion $\omega_e = (|E|/V) \cdot \partial V / \partial |E|$, also $\chi^{(VE)} = (V / |E|) \omega_e$.

Bei genauerer Durchsicht des Schemas in der Tabelle 10-2 wird man noch viele Materialeigenschaften vermissen, zum Beispiel die elektrische Leitfähigkeit, den Brechungsindex, den Schallabsorptionskoeffizienten, die magnetische Widerstandsänderung, die elastischen Konstanten, usw. Das ist kein Wunder, denn wir müssen das Schema noch in mehrfacher Hinsicht ergänzen:

Erweiterungen der Response-Matrix

- Der Zusammenhang zwischen Mengen- und Feldgrößen kann nichtlinear sein, denn Gleichung (10-1) stellt nur die einfachste erste Näherung dar. Man erhält dann Suszeptibilitäten höherer Ordnung.
- Mengen- und Feldgrößen können anisotrop sein, zum Beispiel der Druck bzw. die mechanische Spannung in Festkörpern und in kristallinen Flüssigkeiten.
- Die Feldgrößen können räumlich und zeitlich veränderlich sein. Man erhält dann Suszeptibilitäten, die vom Ort und von der Zeit abhängen, bzw. von der Wellenzahl und der Frequenz. Die in diesen Fällen wirksamen Verlustmechanismen führen zur Absorption von Energie im System.
- Wenn das System sich nicht im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, gibt es Leitungsphänomene, die durch Transportkoeffizienten beschrieben werden.
- Schließlich können alle hier genannten Erscheinungen kombiniert auftreten.

Tab. 10-2. Response-Matrix zur thermodynamischen Klassifizierung der Materialkonstanten. In jedem Kästchen der Matrix ist die entsprechende Suszeptibilität angegeben. Beim Differenzieren nach einer Feldgröße werden alle anderen Feldgrößen konstant gehalten. Wegen der aus der Thermodynamik bekannten Maxwell-Beziehungen ist die Response-Matrix, abgesehen vom Vorzeichen, symmetrisch, denn es gilt zum Beispiel $\partial S/\partial P = -\partial V/\partial T$, $\partial V/\partial |E| = -\partial |m_e|/\partial P$, usw. Bei den vektoriellen Zusammenhängen der Größen m_e , m_m , E und B ist die Suszeptibilität ein Tensor, zum Beispiel $m_m = \chi B$, bzw. in Komponenten geschrieben $m_v = \sum_\mu \hat{\chi}_{v\mu} B_\mu$, $\hat{\chi}_{v\mu} = \partial m_v/\partial B_\mu$. Die Vektor- und Tensorbezeichnungen sind jedoch der Übersichtlichkeit halber in der Matrix weggelassen.

Extensive Mengengrößen	Intensive Feldgrößen				
	Y	$T(K)$	$P\left(\frac{N}{m^2}\right)$	$E\left(\frac{V}{m}\right)$	$B\left(\frac{Vs}{m^2}\right)$
	X				
	S $\left(\frac{J}{K}\right)$	Wärmekapazität $\chi^{(ST)} = \frac{\partial S}{\partial T}$	Piezokalorischer Effekt $\chi^{(SP)} = \frac{\partial S}{\partial P}$	Elektrokalorischer Effekt $\chi^{(SE)} = \frac{\partial S}{\partial E}$	Magnetokalorischer Effekt $\chi^{(SB)} = \frac{\partial S}{\partial B}$
	V (m^3)	Wärmeausdehnung $\chi^{(VT)} = \frac{\partial V}{\partial T}$	Kompressibilität $\chi^{(VP)} = \frac{\partial V}{\partial P}$	Elektrostriktion $\chi^{(VE)} = \frac{\partial V}{\partial E}$	Magnetostriktion $\chi^{(VB)} = \frac{\partial V}{\partial B}$
	m_e $(A\ s\ m)$	Pyroelektrischer Effekt $\chi^{(m_e T)} = \frac{\partial m_e}{\partial T}$	Piezoelektrischer Effekt $\chi^{(m_e P)} = \frac{\partial m_e}{\partial P}$	Elektrische Polarisierbarkeit $\chi^{(m_e E)} = \frac{\partial m_e}{\partial E}$	Magneto-elektrischer Effekt $\chi^{(m_e B)} = \frac{\partial m_e}{\partial B}$
	m_m $(A\ m^2)$	Pyromagnetischer Effekt $\chi^{(m_m T)} = \frac{\partial m_m}{\partial T}$	Piezomagnetischer Effekt $\chi^{(m_m P)} = \frac{\partial m_m}{\partial P}$	Elektromagnetischer Effekt $\chi^{(m_m E)} = \frac{\partial m_m}{\partial E}$	Magnetisierbarkeit $\chi^{(m_m B)} = \frac{\partial m_m}{\partial B}$

Diese Erweiterungsmöglichkeiten unseres Schemas scheinen nun wieder zu einer solchen Fülle neuer Eigenschaften zu führen, daß der ganze schöne Überblick verloren zu gehen droht. Aber dem ist nicht so. Die Zahl der Möglichkeiten bleibt beschränkt und abzählbar, und wir behalten die Übersicht, wie wir gleich sehen werden. Wir müssen uns nur immer an der Response-Matrix der Tabelle 10-2 orientieren, wenn wir jetzt die genannten Erweiterungsmöglichkeiten der Reihe nach besprechen.

Die einfache Response-Beziehung (10-1) ist nur eine Näherung. Bei höheren Werten der Feldgrößen wird der Zusammenhang zwischen X und Y nichtlinear und läßt sich in Form einer Potenzreihe darstellen:

$$X = \chi_1 Y + \chi_2 Y^2 + \chi_3 Y^3 + \dots \quad (10-2)$$

Das bekannteste Beispiel für ein solches Verhalten sind die nichtlinearen optischen Effekte, welche auf die elektrische Polarisierbarkeit des Mediums zurückgeführt werden können. Man nennt die Größen χ_1, χ_2, χ_3

Suszeptibilitäten höherer Ordnung

usw. Suszeptibilitäten erster, zweiter, dritter, usw. Ordnung. Die Größenordnungen der Terme in Gleichung (10-2) verhalten sich im optischen Fall ungefähr wie $1:10^{-9}:10^{-18}$ usw., so daß die Effekte höherer Ordnung erst bei sehr großer Meßgenauigkeit bemerkbar werden. Die nichtlinearen Erscheinungen aus dem Bereich der Optik finden breite technische Anwendung, so zum Beispiel bei der Frequenzvervielfachung und der selbstinduzierten Transmission oder Absorption. Im mechanischen Fall ist das nicht-parabolische Potential der Elektronen in den Atomen die Ursache für das Auftreten von Gliedern höherer Ordnung. Nur für ein Parabelpotential ergibt sich lineares Response-Verhalten, wie wir es vom einfachen Hooke-Gesetz her kennen (siehe Abschnitt 15.1).

Die Temperatur und die Entropie sind definitionsgemäß isotrop. Die elektrische und magnetische Feldstärke sowie die betreffenden Dipolmomente sind vektorieller Natur und daher anisotrop. Der Druck und die durch diesen bewirkte Volumenänderung können isotrop oder anisotrop sein. Dann wird aus dem Druck ein Spannungstensor und aus der zugehörigen Volumenänderung ein Dehnungstensor. Wie in der Legende zu Abbildung 10-7 gezeigt, erhalten wir einen Zusammenhang $\hat{e}_{ij} = \hat{s}_{ijkl} \cdot \hat{\sigma}_{kl}$ zwischen den Spannungen $\hat{\sigma}_{kl}$ und den Dehnungen \hat{e}_{ij} mit dem Tensor \hat{s}_{ijkl} der Elastizitätskoeffizienten. Dieser lineare Zusammenhang ist nichts weiter als eine Erweiterung des Hooke-Gesetzes auf drei Dimensionen. Die 81 Elastizitätskoeffizienten \hat{s}_{ijkl} reduzieren sich aus Symmetriegründen auf 3 bis 21, je nach Kristallstruktur.

Entsprechende tensorielle Zusammenhänge gibt es für die mit magnetischen und elektrischen Erscheinungen verbundenen Suszeptibilitäten. Es würde zu weit führen, wollten wir sie hier alle hinschreiben, denn gegenüber dem elastischen Fall der Abbildung 10-7 liefern sie nichts grundsätzlich Neues. So kann zum Beispiel ein elektrisches Feld in x -Richtung eine Änderung der Länge des Körpers, sowie seines elektrischen und magnetischen Dipolmoments in dieser und in den beiden anderen Raumrichtungen bewirken (Abb. 10-8).^{*)}

Wie wir aus der Wellenlehre wissen, kann man zeitlich und räumlich veränderliche Funktionen durch eine Fourier-Zerlegung darstellen. Die Zeitabhängigkeit einer Fourier-Komponente der Feldgröße Y hat die Form $Y(t) = Y_0 e^{i\omega t}$. Die Reaktion der Mengengröße ist dann in erster Näherung durch $X(t) = X_0(\omega) e^{i(\omega t - \varphi(\omega))}$ gegeben mit einer Phasenverschiebung $\varphi(\omega)$ gegenüber der anregenden Feldgröße $Y(t)$. Diese Phasenverschiebung beruht, wie wir aus der Mechanik und der Elektrodynamik wissen, auf der Existenz von energiedissipierenden Verlustprozessen. Für einen zeitlich veränderlichen mechanischen Druck ist das zum Beispiel die innere Reibung. Sie kommt dadurch zustande, daß Atome oder Elektronen aus ihrer Gleichgewichtslage verschoben werden. Dabei wird ein Teil der hineingesteckten Energie zeitlich verzögert in Wärmebewegung umgewandelt. Die Wirkung eines zeitlich periodischen uniaxialen Druckes ist in Abbildung 10-9 skizziert.

Der allgemeine Zusammenhang zwischen den Mengen- und Feldgrößen, der komplexen frequenzabhängigen Suszeptibilität $\chi(\omega)$ und dem Verlustwinkel $\varphi(\omega)$ ist für den Fall der linearen Response-Beziehung (10-1)

Anisotrope Suszeptibilitäten

Veränderliche Felder

^{*)} Eine gute Übersicht über die tensoriellen Zusammenhänge von Stoffeigenschaften findet man bei T. K. Gaylord, American Journal of Physics, **43**, 1975, S. 861–868.

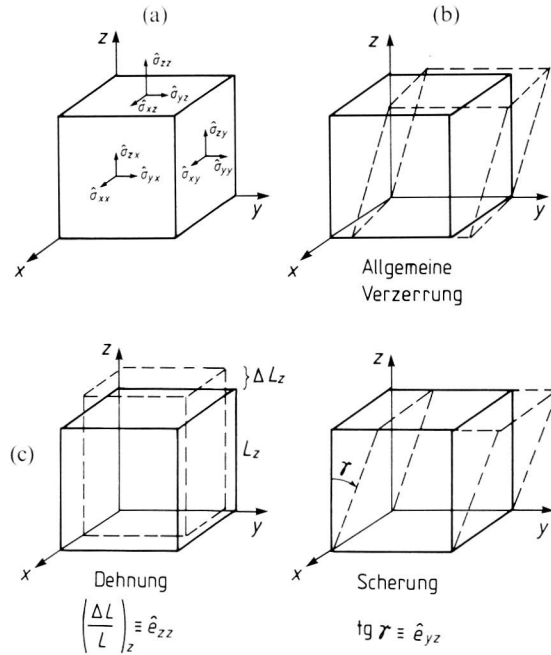


Abb. 10-7. Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen bzw. Verzerrungen. (a) Definition der 9 Komponenten $\hat{\sigma}_{kl}$ des Spannungstensors. Isotroper Druck entspricht dem Sonderfall $\hat{\sigma}_{xx} = \hat{\sigma}_{yy} = \hat{\sigma}_{zz} = P$, $\hat{\sigma}_{k \neq l} = 0$. (b) Verzerrungen \hat{e}_{ij} eines Würfels durch einen beliebigen Spannungstensor $\hat{\sigma}_{kl}$. Der Ursprung bleibt fest. Für einen Würfel, der sich nicht dreht, gilt $\hat{s}_{xxyz} \hat{\sigma}_{yz} = \hat{s}_{xxzy} \hat{\sigma}_{zy}$ usw., sodaß sich die 81 Glieder des Tensors auf 36 reduzieren. Die Dehnungen sind dann durch folgende Gleichungen gegeben:

$$\begin{aligned}\hat{e}_{xx} &= \hat{s}_{xxxx} \hat{\sigma}_{xx} + \hat{s}_{xxyy} \hat{\sigma}_{yy} + \hat{s}_{xxzz} \hat{\sigma}_{zz} + \hat{s}_{xxyz} \hat{\sigma}_{yz} + \hat{s}_{xxzx} \hat{\sigma}_{zx} + \hat{s}_{xxxy} \hat{\sigma}_{xy} \\ \hat{e}_{yy} &= \hat{s}_{yyxx} \hat{\sigma}_{xx} + \hat{s}_{yyyy} \hat{\sigma}_{yy} + \hat{s}_{yyzz} \hat{\sigma}_{zz} + \hat{s}_{yyyz} \hat{\sigma}_{yz} + \hat{s}_{yyzx} \hat{\sigma}_{zx} + \hat{s}_{yyxy} \hat{\sigma}_{xy} \\ \hat{e}_{zz} &= \hat{s}_{zzxx} \hat{\sigma}_{xx} + \hat{s}_{zzyy} \hat{\sigma}_{yy} + \hat{s}_{zzzz} \hat{\sigma}_{zz} + \hat{s}_{zzyz} \hat{\sigma}_{yz} + \hat{s}_{zzzx} \hat{\sigma}_{zx} + \hat{s}_{zzxy} \hat{\sigma}_{xy} \\ \hat{e}_{yz} &= \hat{s}_{yzyx} \hat{\sigma}_{xx} + \hat{s}_{yzyy} \hat{\sigma}_{yy} + \hat{s}_{yzzz} \hat{\sigma}_{zz} + \hat{s}_{yzyz} \hat{\sigma}_{yz} + \hat{s}_{yzyx} \hat{\sigma}_{zx} + \hat{s}_{yzyx} \hat{\sigma}_{xy} \\ \hat{e}_{zx} &= \hat{s}_{zxxx} \hat{\sigma}_{xx} + \hat{s}_{zxyy} \hat{\sigma}_{yy} + \hat{s}_{zxzz} \hat{\sigma}_{zz} + \hat{s}_{zxzy} \hat{\sigma}_{yz} + \hat{s}_{zxzx} \hat{\sigma}_{zx} + \hat{s}_{zxxy} \hat{\sigma}_{xy} \\ \hat{e}_{xy} &= \hat{s}_{xyxx} \hat{\sigma}_{xx} + \hat{s}_{xyyy} \hat{\sigma}_{yy} + \hat{s}_{xyzz} \hat{\sigma}_{zz} + \hat{s}_{xyyz} \hat{\sigma}_{yz} + \hat{s}_{xyzx} \hat{\sigma}_{zx} + \hat{s}_{xyxy} \hat{\sigma}_{xy}\end{aligned}$$

Die Glieder \hat{e}_{xx} , \hat{e}_{yy} und \hat{e}_{zz} entsprechen den relativen Dehnungen in den drei Richtungen x, y und z; Die Glieder \hat{e}_{yz} , \hat{e}_{zx} und \hat{e}_{xy} den Scherwinkeln um die drei Achsen (siehe Teilbild (c)). Die Elastizitätskoeffizienten \hat{s}_{ijkl} heißen im Englischen compliance constants. Durch Umkehrung dieses Zusammenhangs erhält man die Elastizitätsmoduln \hat{C}_{mn} (englisch stiffness constants):

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{xx} &= \hat{C}_{11} \hat{e}_{xx} + \hat{C}_{12} \hat{e}_{yy} + \hat{C}_{13} \hat{e}_{zz} + \hat{C}_{14} \hat{e}_{yz} + \hat{C}_{15} \hat{e}_{zx} + \hat{C}_{16} \hat{e}_{xy} \\ \hat{\sigma}_{yy} &= \hat{C}_{21} \hat{e}_{xx} + \hat{C}_{22} \hat{e}_{yy} + \hat{C}_{23} \hat{e}_{zz} + \hat{C}_{24} \hat{e}_{yz} + \hat{C}_{25} \hat{e}_{zx} + \hat{C}_{26} \hat{e}_{xy} \\ \hat{\sigma}_{zz} &= \hat{C}_{31} \hat{e}_{xx} + \hat{C}_{32} \hat{e}_{yy} + \hat{C}_{33} \hat{e}_{zz} + \hat{C}_{34} \hat{e}_{yz} + \hat{C}_{35} \hat{e}_{zx} + \hat{C}_{36} \hat{e}_{xy} \\ \hat{\sigma}_{yz} &= \hat{C}_{41} \hat{e}_{xx} + \hat{C}_{42} \hat{e}_{yy} + \hat{C}_{43} \hat{e}_{zz} + \hat{C}_{44} \hat{e}_{yz} + \hat{C}_{45} \hat{e}_{zx} + \hat{C}_{46} \hat{e}_{xy} \\ \hat{\sigma}_{zx} &= \hat{C}_{51} \hat{e}_{xx} + \hat{C}_{52} \hat{e}_{yy} + \hat{C}_{53} \hat{e}_{zz} + \hat{C}_{54} \hat{e}_{yz} + \hat{C}_{55} \hat{e}_{zx} + \hat{C}_{56} \hat{e}_{xy} \\ \hat{\sigma}_{xy} &= \hat{C}_{61} \hat{e}_{xx} + \hat{C}_{62} \hat{e}_{yy} + \hat{C}_{63} \hat{e}_{zz} + \hat{C}_{64} \hat{e}_{yz} + \hat{C}_{65} \hat{e}_{zx} + \hat{C}_{66} \hat{e}_{xy}\end{aligned}$$

(c) Zerlegung der allgemeinen Verzerrungen \hat{e}_{ij} in Dehnung und Scherung, hier dargestellt für die Dehnung \hat{e}_{zz} entlang der z-Achse und die Scherung \hat{e}_{yz} um die x-Achse. Sowohl Dehnung als auch Scherung sind im allgemeinen mit einer Volumenänderung verbunden.

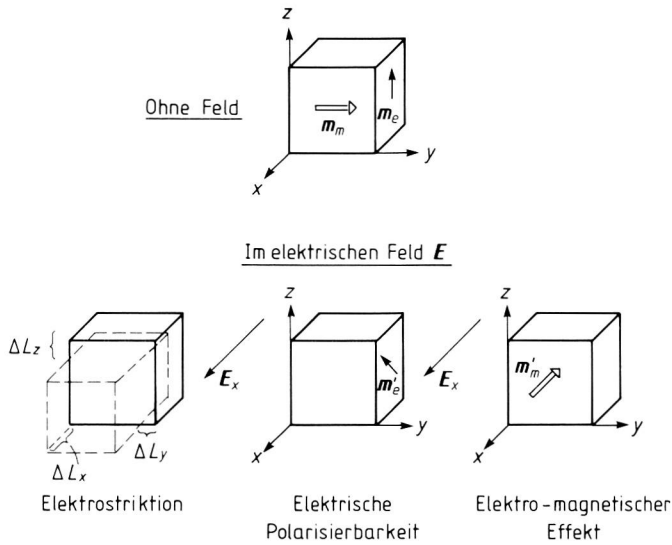


Abb. 10-8. Wirkungen eines elektrischen Feldes auf Materie im festen oder kristallin-flüssigen Zustand. Die einfachen Pfeile bezeichnen das elektrische Dipolmoment, die Doppelpfeile das magnetische. In dem hier gezeigten Fall bewirkt das Feld E_x neben einer Verlängerung des Körpers in x -Richtung und einer Verkürzung in y - und z -Richtung zusätzlich eine Drehung des elektrischen Dipolmoments aus der z -Richtung heraus und eine Drehung des magnetischen Dipolmoments aus der y -Richtung heraus (m_e und m_m elektrisches bzw. magnetisches Moment vor dem Anlegen des Feldes, m'_e und m'_m nach dem Anlegen des Feldes). Die elektro-magnetische Suszeptibilität $\chi^{(m,e)} = \partial m_m / \partial E$ ist in Tabelle 10-2 definiert.

durch die folgenden einfachen Zusammenhänge gegeben, die wir aus der Wellenlehre kennen:

$$\left. \begin{aligned} Y &= Y_0 \cdot e^{i\omega t} \\ X &= X_0(\omega) \cdot e^{i(\omega t - \varphi(\omega))} \\ \tilde{\chi}(\omega) &= \frac{\partial X}{\partial Y} \equiv \chi'(\omega) - i\chi''(\omega) \\ \tan \varphi(\omega) &= \frac{\chi''(\omega)}{\chi'(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (10-3)$$

Die pro Schwingungsdauer dissipierte Leistung beträgt

$$\frac{dE_\omega}{dt} = \frac{\omega}{2} Y_0^2 \chi''(\omega). \quad (10-4)$$

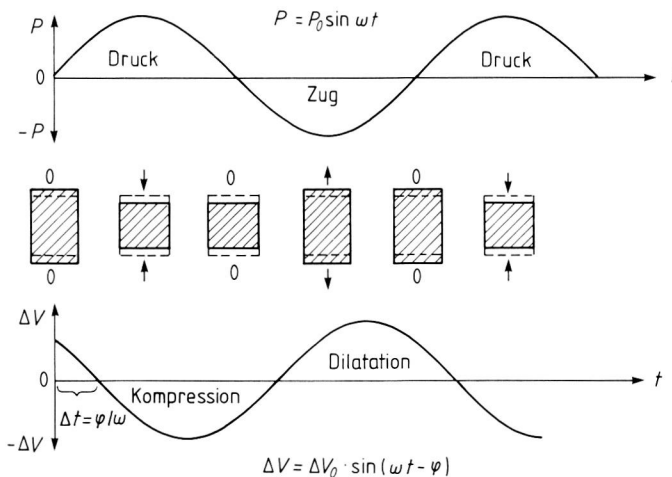


Abb. 10-9. Wirkung eines zeitlich veränderlichen uniaxialen Druckes auf ein dissipatives elastisches Medium. Die Änderung $\Delta V(t) = V(t) - V(0)$ des Volumens ist um $\Delta t = \varphi/\omega$ gegenüber der Druckänderung verschoben.

Ganz ähnliche Beziehungen werden bei der komplexen Darstellung der Wechselstromwiderstände benutzt. Physikalisch beobachten kann man natürlich immer nur die reellen Größen $\chi'(\omega)$, $\chi''(\omega)$ und $\tan \varphi(\omega)$. Dabei ist $\chi'(\omega)$ derjenige Anteil der Response, der mit dem Feld in Phase ist. Der Anteil $\chi''(\omega)$ ist demgegenüber um $\pi/2$ verzögert.

Aus der Wellenlehre wissen wir außerdem, daß eine zeitlich veränderliche Feldgröße sich normalerweise im Raum ausbreitet, zum Beispiel in Form elektromagnetischer Wellen oder als Schallwellen. Wir müssen dann ihre Zeit- und Ortsabhängigkeit betrachten:

$$Y(\mathbf{r}, t) = Y_0 \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (10-5)$$

mit dem Wellenvektor vom Betrag $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$. Die Suszeptibilitäten und Verlustwinkel hängen dann nicht nur von der Frequenz ω , sondern auch von der Wellenlänge bzw. von \mathbf{k} ab. Wir wollen den allgemeinen Formalismus für die Beziehungen zwischen Dispersion, Absorption und den Kenngrößen $\tilde{\chi}(\mathbf{k}, \omega)$ und $\varphi(\mathbf{k}, \omega)$ hier nicht wiederholen, sondern wir erinnern uns nur daran, daß man als Lösung der Wellengleichung $\nabla^2 Y = u^{-2} \cdot \partial^2 Y / \partial t^2$ für die Feldgröße eine Beziehung zwischen ω und $|\mathbf{k}|$ erhält. Sie bestimmt einerseits die Ausbreitungsgeschwindigkeit $u = d\omega/d|\mathbf{k}|$ der Y -Welle, andererseits die Abnahme ihrer Energiedichte $E_Y(d) = E_Y(0) e^{-\alpha d}$ in einem Medium der Dicke d mit dem Absorptionskoeffizienten α . Die Berücksichtigung zeitlich und räumlich veränderlicher Felder liefert uns somit zwei neue Materialkonstanten, die Wellengeschwindigkeit u und die Absorptionsgröße α . Zum Schluß wollen wir festhalten, daß der hier besprochene Formalismus für alle unsere Feldgrößen gilt. Es gibt neben elektromagnetischen Wellen auch Temperaturwellen und Druck- bzw. Spannungswellen.

Sobald sich Materie nicht im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, entstehen in ihr Flüsse von Masse, Energie, Impuls, elektrischer Ladung, usw. Ein allgemeines Schema dafür sehen wir in Abbildung 10-10. Als Fluß \mathbf{J}_X bzw. als Stromdichte definiert man die pro Zeiteinheit durch die Querschnittsfläche A ($\perp z$) in z -Richtung fließende Menge der Größe X , also $|\mathbf{J}_X| = (\partial X / \partial t) / A$. Die den Fluß treibende Kraft \mathbf{F}_Y ist proportional zum Gradienten einer Feldgröße Y . Sie hat jedoch im allgemeinen nicht die Dimension einer Kraft ($\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$). Daher spricht man von einer „verallgemeinerten“ Kraft. Ähnlich wie bei den Suszeptibilitäten ist der Zusammenhang zwischen \mathbf{J}_X und \mathbf{F}_Y in erster Näherung linear:

$$\mathbf{J}_X = L_{XY} \cdot \mathbf{F}_Y \quad (10-6)$$

mit den „kinetischen Koeffizienten“ L_{XY} . In Tabelle 10-3 haben wir für die wichtigsten Transportprozesse ein ähnliches Schema entworfen wie für die Suszeptibilitäten in Tabelle 10-2. Dabei sind nicht alle grundsätzlich möglichen Effekte mit Namen bezeichnet, weil viele von ihnen noch keinen haben bzw. weil die entsprechenden Vorgänge noch kaum systematisch untersucht wurden. Die in Gleichung (10-6) definierten kinetischen Koeffi-

Transportkoeffizienten

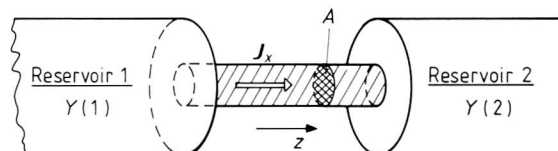


Abb. 10-10. Allgemeines Schema für den eindimensionalen Transportvorgang. In einem Stück Materie fließt zwischen zwei Reservoiren die extensive Größe X . $Y(1)$ und $Y(2)$ sind die zeitlich konstant gehaltenen Werte der Feldgrößen in den beiden Reservoiren. Der Fluß \mathbf{J}_X in z -Richtung ist in der Näherung von Gleichung (10-6) der treibenden Kraft \mathbf{F}_Y bzw. der Differenz $Y(2) - Y(1)$ proportional.

Tab. 10-3. Klassifizierung der linearen Transportprozesse. In der Matrix sind die konventionellen Kräfte $F_Y^* = \nabla Y$ angegeben, von denen sich die verallgemeinerten thermodynamischen Kräfte durch die Festlegung der Gleichung (10-7) unterscheiden. Im Prinzip gibt es für jedes Kästchen der Matrix den entsprechenden Transportprozeß. Viele von ihnen haben jedoch keine besonderen Namen oder sind noch kaum untersucht worden; daher enthalten manche Kästchen keine Eintragungen. Bei den wichtigsten Transportprozessen auf der Diagonale der Matrix stehen die konventionellen Transportkoeffizienten. Seebeck- und Peltier-Effekt beziehen sich auf einen aus zwei verschiedenen Metallen bestehenden Leiterkreis. Enthält er jedoch nur ein Metall, so spricht man vom Ersten bzw. Zweiten Benedicks-Effekt (s. Abb. 16-26). Die Matrix enthält gegenüber der Tabelle 10-2 zwei zusätzliche verallgemeinerte Kräfte, den Konzentrationsgradienten ∇c und den elektrischen Potentialgradienten ∇U , sowie die zugehörigen Flüsse J_N und J_q . Das Paar c/N wurde in Tabelle 10-2 weggelassen, weil es für die Physik von geringerer Bedeutung ist. Das Paar U/q gibt es beim Response-Verhalten im Gleichgewicht nicht. Bezeichnungen: Q Wärmeenergie, m Masse, N Teilchenzahl, q elektrische Ladung, m_e elektrisches Dipolmoment, m_m magnetisches Dipolmoment, T Temperatur, P Druck, c Teilchendichte (Konzentration), U elektrische Spannung, E elektrische Feldstärke, B magnetische Feldstärke.

Fluß (Stromdichte)	Verallgemeinerte Kraft						
	F_Y^*	∇T (K/m)	∇P (kg/m ² s ²)	∇c (m ⁻⁴)	∇U (V/m)	∇E_z (V/m ²)	∇B_z (Vs/m ³)
	J_Q (J/m ² s)	Wärmeleitung λ	Mechanokalorischer Effekt	Diffusionswärme (Dufour-Effekt)	Zweiter Benedicks- bzw. Peltier-Effekt		
	J_m (kg/m ² s)	Thermomechanischer Effekt	Massetransport η	Diffusionsdruck			
	J_N (m ⁻² s ⁻¹)	Thermodiffusion (Ludwig-Soret-Effekt)	Druckdiffusion	Diffusion D	Elektrophorese		Magnetophorese
	J_q (A/m ²)	Erstes Benedicks- bzw. Seebeck-Effekt (Thermostrom)		Strömungsstrom	Elektrizitätsleitung σ		
	J_{m_e} (A/m)					Polarisations-Diffusion D_e	
	J_{m_m} (A/s)			Diffusions-Spinstrom			Spindiffusion D_m

zienten sind meist nicht identisch mit den historisch eingeführten phänomenologischen Transportkoeffizienten. Einige Beispiele solcher konventioneller Transportgesetze sind in Tabelle 10-4 zusammengestellt.

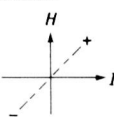
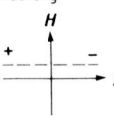
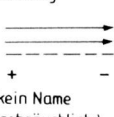
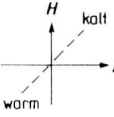
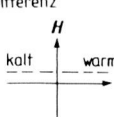
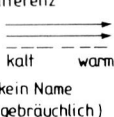
In der Thermodynamik wird gezeigt, daß bei einem linearen Transportprozeß und bei zeitlich konstanten Strömen die Entropie-Erzeugungsrate gleich dem Produkt aus dem Strom und der verallgemeinerten Kraft ist:

$$dS/dt = J_X \cdot F_Y \quad \text{oder für } J \text{ parallel } F \text{ mit (10-6): } dS/dt = L_{XY} F_Y^2. \quad (10-7)$$

Durch diese Beziehung werden bei gegebenem Fluß J_X die Dimensionen von L_{XY} und F_Y festgelegt. Wie bei den Suszeptibilitäten gibt es auch hier Verknüpfungen zwischen den verschiedenen kinetischen Koeffizienten. Das sind die von L. Onsager bewiesenen Reziprozitätsrelationen. Da ein

Tab. 10-4. Die konventionellen linearen Transportgleichungen für stationäre Strömungen.

Effekt	Transportierte Größe	Gradient	Koeffizient	Transportgesetz	Entdecker
Diffusion	Teilchenzahl N	dc/dz	Diffusionskonstante D	$\frac{dN}{dt} = -D \frac{dc}{dz}$	Fick
Scherströmung	Impuls p_x	dv_x/dz	Viskosität η	$\frac{dp_x}{dt} = -\eta A \frac{dv_x}{dz}$	Newton, Couette
Massefluß	Masse m	dP/dz	Viskosität η	$\frac{dm}{dt} = \frac{\text{const.}}{\eta} \frac{dP}{dz}$	Hagen, Poiseuille
Wärmeleitung	Energie Q	dT/dz	Wärmeleitfähigkeit λ	$\frac{dQ}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dz}$	Fourier
Elektrizitätsleitung	Elektrische Ladung q	dU/dz	Elektrische Leitfähigkeit σ	$\frac{dq}{dt} = \sigma A \frac{dU}{dz}$	Ohm

Transversaleffekte		Galvanomagnetische			Longitudinaleffekte
	Name		Name		
Potential - differenz 	Hall -Effekt	Widerstands- änderung 	Thomson - Effekt	Widerstands- änderung 	(kein Name gebräuchlich)
Temperatur - differenz 	Ettingshausen - Effekt	longitudinale Temperatur - differenz 	Nernst - Effekt	longitudinale Temperatur - differenz 	(kein Name gebräuchlich)

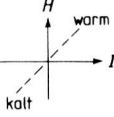
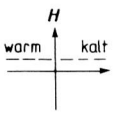

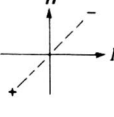
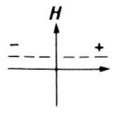
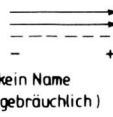
Transversaleffekte		Thermomagnetische			Longitudinaleffekte
	Name		Name		
Temperatur - differenz 	1. Righi - Leduc - Effekt	Änderung der ther- mischen Leitfähigkeit 	2. Righi - Leduc - Effekt (Maggi- Righi- Leduc - Effekt)	Änderung der ther- mischen Leitfähigkeit 	(kein Name gebräuchlich)
Potential - differenz 	1. Ettings- hausen - Nernst - Effekt	longitudinale Poten- tialdifferenz 	2. Ettings- hausen - Nernst - Effekt	longitudinale Poten- tialdifferenz 	(kein Name gebräuchlich)

Abb. 10-11. Galvanomagnetische (a) und thermomagnetische (b) Effekte. $H = B/\mu_0$ ist das Magnetfeld, I der elektrische Strom und I_Q der Wärmestrom. Die Bezeichnungen Transversal- bzw. Longitudinal-Effekt beziehen sich auf die relative Orientierung von Magnetfeld und I bzw. I_Q . Die durchgezogenen Linien bezeichnen die Ursachen, die gestrichelten die Wirkungen (elektrische Potentialdifferenz: $+/-$; Temperaturdifferenz: warm/kalt) (nach Lenk und Gellert 1974).

bestimmter Fluß J_X mehrere verschiedene Ursachen F_Y haben kann, gilt in Erweiterung von Gleichung (10-6) $J_X = \sum_Y L_{XY} F_Y$. Die Onsager-Relationen lauten: $L_{XY} = L_{YX}$. Zum Beispiel ist der kinetische Koeffizient des Peltier-Effekts gleich demjenigen des Seebeck-Effekts (siehe Tab. 10-3).

In dieser Tabelle sind nun immer noch nicht alle bekannten Transportphänomene enthalten. Falls nämlich gleichzeitig mit der verallgemeinerten Kraft auch noch eine statische Feldgröße Y_k auf die Materie wirkt, so entstehen zusätzliche Kräfte $F_{Y_i}(Y_k)$, und es fließen besondere Ströme $J_X(F_{Y_i})$. Bekannte Beispiele hierfür sind die thermomagnetischen und galvanomagnetischen Effekte, die in Abbildung 10-11 erläutert sind. Wir wollen diese Phänomene, von denen es eine große Zahl gibt, hier aber nicht systematisch besprechen. Auch bei den Transporteigenschaften gibt es nichtlineare Zusammenhänge, die über den einfachen Ansatz (10-6) hinausgehen. Die entsprechenden Transportkoeffizienten höherer Ordnung sind jedoch, ähnlich wie bei den Response-Eigenschaften, viel kleiner als die linearen Effekte, und sie sind bis heute kaum systematisch untersucht.

Hiermit wollen wir unseren Überblick über die Eigenschaften der kondensierten Materie abschließen. Als Wichtigstes wollen wir im Gedächtnis behalten: Man braucht sich die Fülle der Effekte nicht im einzelnen zu merken, wenn man das Schema der Tabellen 10-2 und 10-3 kennt, nach dem man sie ordnen kann. Wir werden in den folgenden Kapiteln keinesfalls alle diese Eigenschaften der Materie besprechen; sonst würden wir ein vielbändiges Handbuch erhalten. Wir werden uns vielmehr jeweils auf wenige, für die betreffenden Phasen und Stoffe charakteristischen Eigenschaften beschränken.

10.4 Der Zusammenhang zwischen mikroskopischen und makroskopischen Eigenschaften der Materie

Wir kommen nun auf die am Anfang dieses Kapitels aufgeworfene Frage zurück: Wie kann man die Eigenschaften der kondensierten Materie aus den Eigenschaften der Atome und aus den Grundgesetzen ableiten und somit „verstehen“? Offenbar sind diese gesuchten Eigenschaften gerade die Response- und Transportkoeffizienten $\chi^{(XY)}$ und L_{XY} . Die ersteren lassen sich mit den Methoden der Gleichgewichtsthermodynamik ziemlich zuverlässig berechnen, die letzteren mit Hilfe der irreversiblen Thermodynamik nur in relativ grober Näherung. Wir wollen im folgenden diese Methoden ganz kurz skizzieren, damit wir ein Bild von der Art des Vorgehens erhalten. Es würde uns viel zu weit führen, wollten wir solche Berechnungen hier im Detail nachvollziehen. Sie sind der Hauptinhalt der reversiblen und der irreversiblen Thermodynamik.

Überlegen wir uns zunächst, wie man die Suszeptibilitäten erhalten kann. Nach Gleichung (10-1) sind dies die Ableitungen der Mengengrößen

Responsegrößen

$X(S, V$ bzw. $\hat{\epsilon}_{ij}$, \mathbf{m}_e und \mathbf{m}_m) nach den Feldgrößen $Y(T, P$ bzw. $\hat{\sigma}_{kl}$, \mathbf{E} und \mathbf{B}). Wenn wir erstere als Funktion der letzteren kennen würden, wären wir schon fertig, denn Differenzieren ist nicht schwer. Die Gleichgewichtsthermodynamik liefert uns ein im Prinzip brauchbares Rezept zur Berechnung der Funktionen $X(Y)$:

- Man nehme die mikroskopische Gesamtenergie des Systems, also die Summe der kinetischen und potentiellen Energien aller seiner Teilchen, auch Hamilton-Funktion genannt:

$$\mathcal{H} = \sum_{\substack{\text{alle} \\ \text{Teilchen}}} (E_k + E_p). \quad (10-8)$$

- Man bestimme alle zulässigen Eigenwerte von \mathcal{H} , das heißt diejenigen Energien ϵ_j , die nach den Regeln der Quantenmechanik zu physikalisch sinnvollen Lösungen der Schrödinger-Gleichung gehören. Da man sie für ein reales Vielteilchensystem nicht analytisch lösen kann, ist man auf Näherungen, oder auf geschicktes Erraten der ϵ_j angewiesen.
- Man bilde die Zustandssumme Z über alle ϵ_j :

$$Z = \sum_j \omega_j^* e^{-\epsilon_j/kT} \quad (10-9)$$

(ω_j^* Vielfachheit der Energie ϵ_j , siehe Abbildung 10-1).

- Man berechne die freie Energie

$$F(T, V, \mathbf{E}, \mathbf{B}) = -kT \ln Z. \quad (10-10)$$

- Man differenziere F nach seinen Variablen und erhält

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad P = -\frac{\partial F}{\partial V} \quad \text{und daraus } V = f(P),$$

$$|\mathbf{m}_e| = -\frac{\partial F}{\partial |\mathbf{E}|}, \quad |\mathbf{m}_m| = -\frac{\partial F}{\partial |\mathbf{B}|}. \quad (10-11)$$

- Schließlich differenziert man die so erhaltenen Mengengrößen nochmals nach den Feldern und erhält die verschiedenen Suszeptibilitäten der Tabelle 10-2.

Dieses Programm ist aus der Thermodynamik wohlbekannt, wo es anhand einfacher Beispiele wie ideales Gas, Hohlraumstrahlung, Spinsystem, usw. durchgeführt werden kann. Für kondensierte Materie im flüssigen oder festen Zustand gibt es jedoch große Schwierigkeiten: Die Wechselwirkungen zwischen den Atomen werden durch relativ komplizierte Potentiale beschrieben, wie wir sie im Abschnitt 8.4 kennengelernt haben. Es ist dann sehr schwer, die Energie-Eigenwerte ϵ_j der Hamilton-Funktion zu bestimmen, denn man hätte dazu die Schrödinger-Gleichung des Gesamtsystems zu lösen. Selbst wenn man die ϵ_j kennt, besteht noch die mathematische Schwierigkeit, einen möglichst geschlossenen Ausdruck für die Zustandssumme zu gewinnen, mit dem man weiterrechnen kann. Da über alle ϵ_j vom Grundzustand bis zu beliebig hoher Energie summiert werden muß, konvergieren numerische Entwicklungen von Z oft schlecht. Wir müssen uns also damit zufriedengeben, daß die Suszeptibilitäten der kondensierten Materie nur für wenige und meist zu stark idealisierte Modellsysteme exakt berechenbar sind. Für reale Flüssigkeiten und Festkörper sind wir jedoch weitgehend darauf angewiesen, uns einen Überblick über die experimentellen Befunde zu verschaffen. Wir können dann versu-

chen, durch Vergleich zwischen verschiedenen Stoffen wenigstens einzelne charakteristische Verhaltensweisen der Materialkonstanten zu verstehen.

Viel schlechter sieht es mit den Transportkoeffizienten aus. Hier gibt es zwar auch ein universelles Rezept, doch ist seine Durchführung selbst für einfache Systeme wie ein reales Gas schon sehr, sehr schwierig und nur mittels eines Iterationsverfahrens möglich. Das Rezept lautet zum Beispiel für die Wärmeleitfähigkeit eines verdünnten Gases:

- Man berechne aus den interatomaren Potentialen $U(r)$, zum Beispiel in der Form (8-4), den Streuwinkel ϑ bei der Wechselwirkung zweier Gasatome mit dem Durchmesser $2r_0$ (Abb. 10-12):

$$\vartheta(E_r, b) = \pi - 2b \int_{2r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - b^2/r^2 - U(r)/E_r}},$$

wobei E_r die relative kinetische Energie beim Zusammenstoß ist ($E_r = \gamma^2 kT$, $\gamma = \sqrt{m/2kT}(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)$, \mathbf{v}_2 bzw. \mathbf{v}_1 Geschwindigkeiten der beiden Atome vor dem Stoß) und b der Stoßparameter.

- Man berechne dann den Transportwirkungsquerschnitt

$$Q^*(E_r) = 3 \pi \int_0^{\infty} (1 - \cos^2 \vartheta) b db,$$

und daraus das Stoßintegral

$$\bar{Q}(T) = \frac{1}{6(kT)^4} \int_0^{\infty} Q^*(E_r) e^{-E_r/kT} E_r^3 dE_r.$$

- Schließlich ergibt sich die Wärmeleitfähigkeit zu

$$\lambda = \frac{75}{64} \sqrt{\frac{\pi k^3 T}{m}} \frac{1}{\bar{Q}(T)}.$$

Dies ist jedoch nur eine grobe Näherung, denn sie folgt aus dem ersten Glied einer iterativen Lösung der Boltzmann-Gleichung, einer nichtlinearen Integro-Differentialgleichung für die Verteilungsfunktion f der Orts- und Geschwindigkeitskoordinaten der Gasatome. Die Boltzmann-Gleichung lautet

$$\frac{df}{dt} + \mathbf{v}_2 \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} = \int_0^{\infty} d\mathbf{v}_1 \int_0^{\infty} b db \int_0^{2\pi} d\psi' |\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1| \cdot \{f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_2', t) \cdot f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1', t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_2, t) \cdot f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1, t)\}. \quad (10-12)$$

Die Größen ψ' , b , \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 , \mathbf{v}_1' und \mathbf{v}_2' sind in Abbildung 10-12 definiert. Eine bekannte einfache Lösung dieser Gleichung ist die Maxwell-Verteilung für die Anzahldichte der Moleküle mit Geschwindigkeiten zwischen \mathbf{v} und $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$:

$$f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = 4\pi \frac{N}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT} d\mathbf{v}. \quad (10-13)$$

Sie gilt für ein unendlich ausgedehntes Gasvolumen im thermodynamischen Gleichgewicht. Dann ist f unabhängig von \mathbf{r} und t (vergleiche Abb. 11-4). Die Dimension von $f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ ist m^{-3} .

Andere Transportkoeffizienten werden auf ähnlich Weise berechnet wie die Wärmeleitfähigkeit, jedoch ist das nur für verdünnte Gase möglich. Für Flüssigkeiten und Festkörper gibt es bisher keine allgemein brauchbare Methode, weil die Iterationslösungen der Boltzmann-Gleichung hier

Transportkoeffizienten

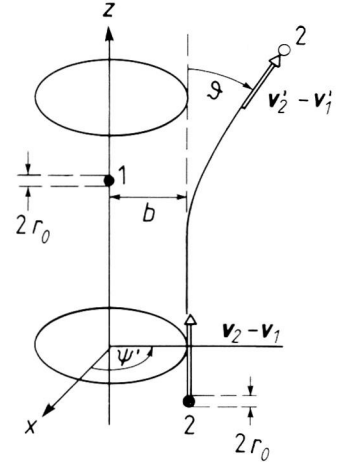


Abb. 10-12. Der Streuprozess zwischen zwei Gasatomen. Der Stoß wird hier im Ruhesystem des Atoms 1 durch den Stoßparameter b , den Streuwinkel ϑ und den Azimutwinkel ψ' sowie durch die Relativgeschwindigkeiten $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ und $\mathbf{v}_2' - \mathbf{v}_1'$ der beiden Atome vor bzw. nach dem Stoß beschrieben.

nicht mehr konvergieren. Wir beschließen damit unseren kurzen Überblick über die Verfahren zur Berechnung von Response- und Transportkoeffizienten aus den Eigenschaften der Atome und ihrer Wechselwirkungen.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir uns einen Überblick über die Eigenschaften der kondensierten Materie verschafft, und haben gesehen, wie man sie im Prinzip aus den Eigenschaften der Atome und Moleküle berechnen kann. Wir bezeichnen die Physik der kondensierten Materie in diesem Sinne als Makrophysik, während wir bei den Elementarteilchen, Atomen und Molekülen von Mikrophysik sprechen. Unsere dort erprobte Methode, die Schrödinger-Gleichung zu lösen, versagt hier aus zwei Gründen; einmal wegen der großen Zahl der Teilchen, zum anderen wegen deren komplizierten Wechselwirkungen. Statt dessen führen die Methoden der statistischen Thermodynamik weiter. Wir müssen die Zustandszahl Ω oder die Zustandssumme Z berechnen oder erraten oder die Boltzmann-Gleichung lösen.

Zunächst haben wir uns anhand der empirischen Zustandsdiagramme einen Überblick über die Phasen der kondensierten Materie und ihre Existenzbedingungen verschafft. Zur Unterscheidung der Phasen wurde das Konzept des Ordnungsparameters verwendet. Dann haben wir ein einfaches, thermodynamisch fundiertes Schema zur Klassifizierung der Suszeptibilitäten, der Materialeigenschaften im Gleichgewicht, entwickelt. Diese wurden im Rahmen des linearen Response-Verhaltens betrachtet. Wir haben das Schema dann bezüglich der Anisotropie sowie der Orts- und Zeitabhängigkeit der Feldgrößen erweitert und kurz die Suszeptibilitäten höherer Ordnung besprochen. Schließlich konnten wir durch eine Erweiterung des Schemas auf Nichtgleichgewichtsvorgänge die Transporteigenschaften in ähnlicher Weise ordnen wie die Gleichgewichtseigenschaften. Damit haben wir einen Überblick über das gesamte makroskopische Verhalten der kondensierten Materie gewonnen, der uns in den folgenden Kapiteln stets zur Orientierung dienen wird. Wir werden dabei nur selten Zahlenwerte für die Materialkonstanten der verschiedenen Stoffe angeben. Diese sind von geringerem Wert für das Verständnis der Materie, und man kann sie in jedem Tabellenwerk nachschlagen. Wir werden uns mehr auf die Abhängigkeit der Materialkonstanten von den intensiven Feldgrößen, insbesondere von der Temperatur, konzentrieren. Solche Abhängigkeiten ergeben sich einerseits oft direkt aus den Modellvorstellungen, die wir für die verschiedenen Erscheinungsformen der Materie besitzen. Andererseits sind sie von größter Wichtigkeit für alle technischen Anwendungen.

Am Ende dieses Kapitels haben wir noch einen kurzen Blick auf die formale Durchführung von Berechnungen der Suszeptibilitäten und Transportkoeffizienten geworfen. Dabei konnten wir einen Eindruck von den Schwierigkeiten gewinnen, die sich ergeben, wenn man die Eigenschaften der kondensierten Materie direkt aus denjenigen der Atome und Moleküle herleiten will.

11 Gase

Wir kommen nun zu den Eigenschaften der kondensierten Materie in ihrer einfachsten Form, dem gasförmigen Aggregatzustand. Eigentlich widerstrebt es dem Gebrauch der Umgangssprache, ein Gas als kondensiert, das heißt verdichtet, zu bezeichnen. Wir hatten ja die kondensierte Materie am Anfang des vorigen Kapitels charakterisiert als aus sehr vielen dicht gepackten Atomen oder Molekülen bestehend. Da ein Gas sich jedem verfügbaren Volumen anpaßt, kann sich die Packungsdichte seiner Bestandteile sehr stark ändern, von der gegenseitigen Berührung der Moleküle, wenn Gase unter hohem Druck stehen, bis zu praktisch beliebiger Verdünnung von einem Molekül oder Atom pro Kubikmeter im intergalaktischen Raum. In Stahlflaschen bei einem Druck von 200 bar befinden sich dagegen bis zu 10^{28} Atome im Kubikmeter. Wir haben es also bei Gasen mit einem Bereich von 28 Größenordnungen in der Dichte zu tun. Ihre Temperatur kann dagegen nur über etwa 14 Größenordnungen variieren, von den tiefsten heute erreichbaren Temperaturen um etwa $1\ \mu\text{K}$ bis zu den höchsten beobachteten im Inneren von Sternen von etwa $10^8\ \text{K}$.

Ein Gas ist durch seine Dichte und seine Temperatur schon weitgehend charakterisiert. Man unterscheidet dabei im wesentlichen drei Bereiche: Das ideale Gas, das reale Gas und das ionisierte Gas oder Plasma. Diese drei Bereiche sind durch potentielle (E_p) und kinetische Energie (E_k) der Moleküle voneinander abgegrenzt. Unterhalb des Verhältnisses von etwa 1:100 für $|E_p|/E_k$ spricht man vom idealen Gas, oberhalb dieses Verhältnisses vom realen Gas. Dessen Eigenschaften werden zu einem merklichen Teil durch die zwischenmolekularen Kräfte bestimmt. Für Stickstoff unter Atmosphärendruck liegt die Grenztemperatur zwischen idealem und realem Gasverhalten bei etwa 200 K. Der Plasmazustand beginnt bei etwa 10 000 K und erstreckt sich bis zu den höchsten bekannten Temperaturen. In Stickstoff sind bei 10 000 K etwa ein Prozent aller Atome ionisiert, bei 100 000 K jedes zweite Atom.

Wir behandeln in diesem Kapitel zunächst die Eigenschaften des idealen Gases, weil es eines der wenigen Beispiele ist, für die man Response- und Transport-Eigenschaften relativ einfach berechnen kann. Dann beschäftigen wir uns mit den realen Gasen und mit dem Plasma. Dieses ist von besonderem Interesse, weil sich 99 Prozent aller Materie im Weltall im Plasmazustand befinden. Auf unserer Erde hat dieser Zustand allerdings

keine so große Bedeutung, abgesehen von den Leuchtstoffröhren und von der erwarteten technischen Nutzung bei der Kernfusion. Zum Schluß besprechen wir noch kurz die Gemische von Gasen aus verschiedenen Molekülsorten.

11.1 Das ideale Gas

Es gibt einen Aggregatzustand der Materie, der sich fast vollständig und quantitativ durch ein einfaches und mathematisch bequemes Modell beschreiben läßt: das ideale Gas. Aus diesem Grunde – und weil es im Unterricht an Schule und Hochschule bei der Behandlung der Wärmelehre oft überstrapaziert wird – ist das ideale Gas als langweilig verschrien. Wir wollen diese Langeweile hier nicht noch vergrößern, sondern uns möglichst kurz fassen und nur die wichtigsten Eigenschaften des idealen Gases besprechen, die wir später noch brauchen werden.

Ein ideales Gas ist dadurch charakterisiert, daß seine Atome bzw. Moleküle völlig regellos im Raum herumfliegen und nur während der relativ kurzen Zeit ihrer Zusammenstöße miteinander wechselwirken, das heißt Energie austauschen. Sie verhalten sich also ähnlich wie harte Kugeln auf einem Billardtisch. Die Dauer eines Zusammenstoßes ist kurz gegenüber der Flugzeit zwischen zwei Stößen. Diese Aussagen sind zusammengekommen gleichwertig mit den folgenden: Das dem idealen Gas zur Verfügung stehende Volumen V soll sehr groß sein gegenüber dem gesamten Eigenvolumen $\sum v_m$ der Moleküle, und ihre kinetische Energie soll sehr groß sein gegen ihre potentielle Wechselwirkungsenergie.

Mit diesen Voraussetzungen werden in der Thermodynamik die Ausdrücke für Temperatur T und Druck P eines idealen Gases abgeleitet. Wir wiederholen diese hier aus Abbildung 10-1:

$$T = \frac{2E}{3Nk} \quad \text{bzw.} \quad E = \frac{3}{2} N k T, \quad (11-1 a)$$

$$P = \frac{2E}{3V}, \quad (11-1 b)$$

(E innere Energie^{*)} des Gases, N Molekülnzahl, k Boltzmann-Konstante). Aus den Beziehungen (11-1 a) und (11-1 b) erhält man die Zustandsgleichung

$$PV = N k T. \quad (11-1 c)$$

^{*)} Die innere Energie besteht, wie in der Wärmelehre gezeigt wird, aus der Gesamtenergie abzüglich der folgenden Beiträge: Relativistische Massenenergie, kinetische Energie des Schwerpunkts des Systems und potentielle Energie in äußeren Feldern.

Das Modell

Mit der Definition der Entropie $S = k \ln \Omega$ folgt durch Einsetzen von Ω aus der Legende zu Abbildung 10-1

$$S = k \left[\frac{1}{2} \ln \frac{3}{8 \pi^2} + \frac{5}{2} N (1 - \ln N) + \frac{3}{2} N \ln \frac{m}{3 \pi \hbar^2} + \right. \quad (11-1 d) \\ \left. + N \ln V + \left(\frac{3}{2} N - 1 \right) \ln E + \ln \delta E \right]$$

(Sackur-Tetrode-Gleichung). *)

Die Gleichungen (11-1) gelten zunächst nur für solche idealen Gase, die aus einzelnen Atomen bestehen. Sie lassen sich aber leicht auf Gase mit mehratomigen Molekülen erweitern. Bei der Herleitung wurde davon ausgegangen, daß die Energie der Atome nur aus kinetischer Translationsenergie ihres Schwerpunktes besteht. Dieser besitzt drei räumliche Geschwindigkeitskomponenten ($\mathbf{v} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z$), das heißt drei „Freiheitsgrade“ ($f = 3$). Ein Molekül, das aus mehreren Atomen besteht, kann aber noch auf andere Art Energie aufnehmen, nämlich durch Rotation oder durch Schwingung seiner Atome, wie wir es im Abschnitt 8.5 besprochen hatten (Abb. 11-1). Die Rotation des Moleküls um seinen Schwerpunkt liefert nochmals drei Freiheitsgrade entsprechend den drei Orientierungswinkeln. Bei linearen Molekülen, die aufgrund der Quantennatur der Rotationsenergie unterhalb der Dissoziationstemperatur nicht um ihre Längsachse rotieren können, sind es nur zwei Rotationsfreiheitsgrade (siehe Legende zu Abb. 11-1). Die Schwingungen der N_m Atome innerhalb des Moleküls liefern $2(3 N_m - 6)$, bzw. bei linearen Molekülen $2(3 N_m - 5)$ Freiheitsgrade (siehe Abschn. 8.5 und Abb. 8-20). Der Faktor 2 rührt hier daher, daß jede Normalschwingung zwei Freiheitsgrade besitzt, einen für ihre kinetische und einen für ihre potentielle Energie. Die etwas trickreiche Zählung von „Freiheitsgraden“ mag einem zunächst geheimnisvoll erscheinen. Hier gibt es aber kein Geheimnis. Als Freiheitsgrad bezeichnet man nämlich jeden Energieterm im Ausdruck für die mikroskopische Gesamtenergie, der quadratisch in einer Orts- oder Impulskoordinate ist, und das liefert gerade die oben genannten Zahlen. Die Berücksichtigung der innermolekularen potentiellen Energie widerspricht hier nicht der Definition des idealen Gases, $E_k \gg E_p$, denn mit E_p hatten wir die Wechselwirkungsenergie der Moleküle untereinander gemeint, nicht jedoch diejenige zwischen den Atomen im Inneren eines Moleküls oder die Energie eines Moleküls in einem äußeren Feld. Berücksichtigt man die insgesamt $f = f_r + f_s$ Freiheitsgrade der Rotation und Schwingung in der mikroskopischen Gesamtenergie des Gases, so ist in den Gleichungen (11-1) überall $f/2$ anstelle des Faktors $3/2$ zu setzen, bzw. $(f + 2)/2$ anstelle von $5/2$. Dieses Ergebnis aus der Thermodynamik wird hier übernommen.

Wir wollen uns nun ein etwas genaueres Bild vom idealen Gas machen. In Abbildung 11-2 sind seine wichtigsten molekularen Kenngrößen am Beispiel von Stickstoff und Normalbedingungen dargestellt. „Normalbedingungen“ heißt: Raumtemperatur von 20°C bzw. 293 K und Atmosphärendruck von $1,01 \cdot 10^5\text{ Pa}$ ($1,01\text{ bar}$). Folgende Gase sind bei Normalbedingungen annähernd ideal: Alle Edelgase, H_2 , N_2 , O_2 , O_3 , F_2 , und die

*) Das Argument der Logarithmusfunktion muß dimensionslos sein. Faßt man die dimensionsbehafteten Terme in der eckigen Klammer zusammen, so erhält man ein dimensionsloses Produkt.

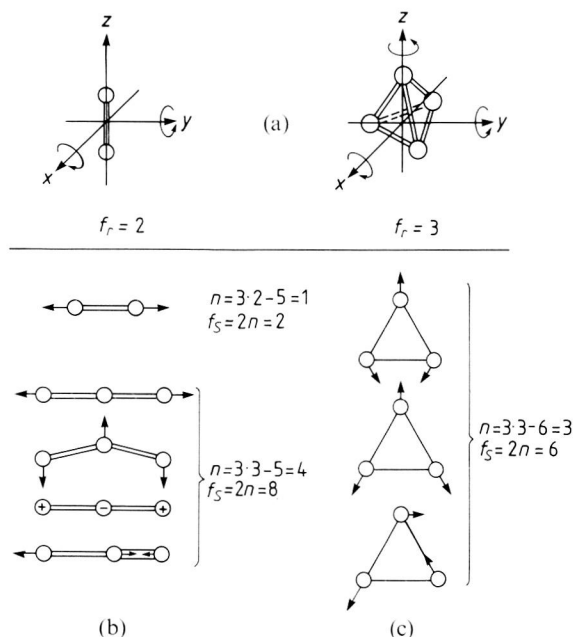


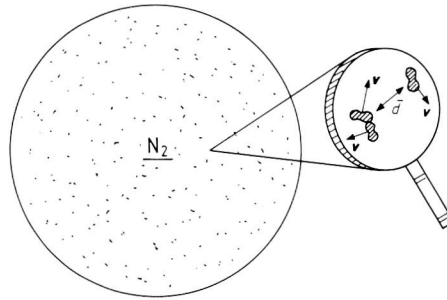
Abb. 11-1. Rotation und Schwingung von Molekülen eines idealen Gases (Schwerpunkt immer ortsfest; n Anzahl der Schwingungsmoden, f Anzahl der Freiheitsgrade). (a) Rotationsmoden eines zweiatomigen und eines nichtlinearen vieratomigen Moleküls; (b) Schwingungsmoden von linearen zwei- und dreiatomigen Molekülen („+“ und „-“ bezeichnen Bewegungen senkrecht zur Zeichenebene); (c) Schwingungsmoden eines nichtlinearen dreiatomigen Moleküls.

Die Rotation eines linearen Moleküls um seine Längsachse ist unterhalb seiner Dissoziationstemperatur (Größenordnung 10^4 K) im allgemeinen nicht angeregt. Das kann man halbklassisch verstehen. Wegen der Quantelung der Rotationsenergie in Einheiten von h^2/Θ (siehe Gl. 8-9) müßte eine solche Rotation mit einer Winkelgeschwindigkeit von mindestens $\omega = h/\Theta$ stattfinden. Das Trägheitsmoment um die Längsachse ist aber wegen der kleinen Masse der Elektronen und der kleinen Ausdehnung der Atomkerne etwa 2000-mal kleiner als um eine dazu senkrechte Achse. Die für eine Rotation um die Längsachse klassisch berechnete minimale Winkelgeschwindigkeit würde etwa 10^{15} s^{-1} betragen, die Umfangsgeschwindigkeit des Moleküls 10^5 m/s . Mindestens mit einer solchen Geschwindigkeit müßte ein Molekül ein anderes stoßen, damit dieses zur Rotation angeregt wird. Geschwindigkeiten von 10^5 m/s kommen in Gasen erst oberhalb von 10^5 K mit merklicher Häufigkeit vor. Bei solchen Temperaturen sind aber bereits alle Moleküle in Atome dissoziiert.

meisten niedermolekularen Verbindungen der Elemente C, H, N, O, F, Cl, zum Beispiel CH_4 , NO, NO_2 , HCl, CO_2 .

Wir können mit den Daten in Abbildung 11-2 die aus dem Modell berechneten Eigenschaften jetzt mit der Erfahrung vergleichen, zunächst die Gleichungen (11-1). Die Zustandsgleichung (11-1 c) ist in ihrem Gültigkeitsbereich mit sehr großer Genauigkeit erfüllt, zum Beispiel für Helium, Argon, Wasserstoff und Stickstoff unter Normalbedingungen im Rahmen der Meßgenauigkeit von etwa 10^{-4} . Die Zustandspunkte liegen auf der PVT -Fläche der Abbildung 11-3. Diese hyperbolische Fläche des idealen Gaszustands ist nach hohen Temperaturen hin durch die Ionisierung des Gases begrenzt, nach tiefen Temperaturen durch die Kondensation. Bei hohen Drucken geht das Gas kontinuierlich in die Flüssigkeit über, nämlich etwa dann, wenn die Moleküle sich auf weniger als das Doppelte ihres

Zustandsfläche, Energie, Entropie



$$V = 1 \text{ m}^3, T = 293 \text{ K}, P = 1,01 \text{ bar}$$

Abb. 11-2. Kenngrößen von Stickstoff bei Normalbedingungen:

- Masse eines Kubikmeters N_2 : $M = 1,165 \text{ kg}$ (Meßwert);
- Masse eines N_2 -Moleküls: $m = 28 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} = 4,651 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ (Meßwert);
- Anzahl der Moleküle im Kubikmeter: $N = M/m = 2,505 \cdot 10^{25}$;
- Mittleres pro Molekül verfügbares Volumen: $\bar{V}_v = V/N = 3,99 \cdot 10^{-26} \text{ m}^3 \approx 1500 V_m$ (V_m Volumen eines Moleküls; $2,83 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$);
- Mittlerer Abstand der Moleküle: $\bar{d} = \sqrt[3]{\bar{V}_v} = 3,42 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 20 R_m$ (R_m mittlerer Radius eines Moleküls: $1,89 \cdot 10^{-10} \text{ m}$);
- Mittlere freie Weglänge zwischen zwei Zusammenstößen (siehe Abb. 11-7):

$$\bar{l} = \left(4 \sqrt{2} \pi R_m^2 \frac{N}{V} \right)^{-1} = 6,28 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 20 \bar{d} \approx 300 R_m$$
;
- Mittlere Geschwindigkeit eines Moleküls: $\sqrt{v^2} = 509,6 \text{ m/s}$ (Meßwert);
- Mittlere kinetische Energie eines Moleküls: $\bar{e}_k = \frac{m}{2} v^2 = 6,04 \cdot 10^{-21} \text{ J}$;
- Kinetische Translationsenergie des Gases: $E_k = N \bar{e}_k = 1,52 \cdot 10^5 \text{ J}$;
- Gesamtenergie („innere“ Energie) des Gases: $E_g = \frac{5}{2} N k T = 2,53 \cdot 10^5 \text{ J}$ (bei voll angeregter Rotation, $f_r = 2$);
- Mittlere Zeit zwischen zwei Zusammenstößen: $\bar{\tau} = \bar{l} / \sqrt{v^2} = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ s}$;
- Mittlere Stoßfrequenz: $\bar{\nu} = 1/\bar{\tau} = 8,12 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$.

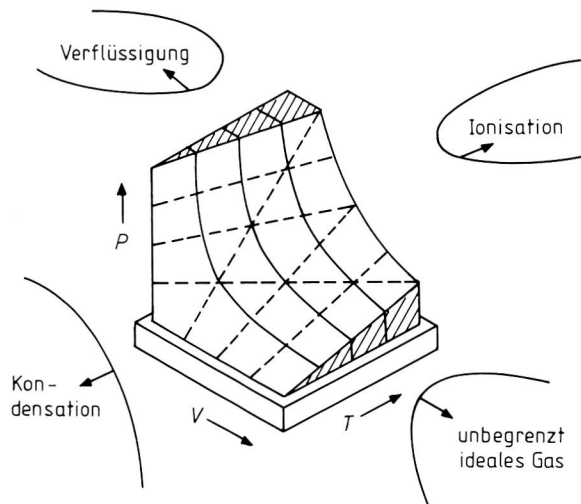


Abb. 11-3. PVT-Fläche des idealen Gases (nach Sears und Zemansky 1970). Angedeutet sind die Effekte, die nach extremen (d. h. sehr hohen oder sehr tiefen) Werten von P , V und T hin die Fläche begrenzen (z. B. nach hohen T -Werten hin die Ionisation).

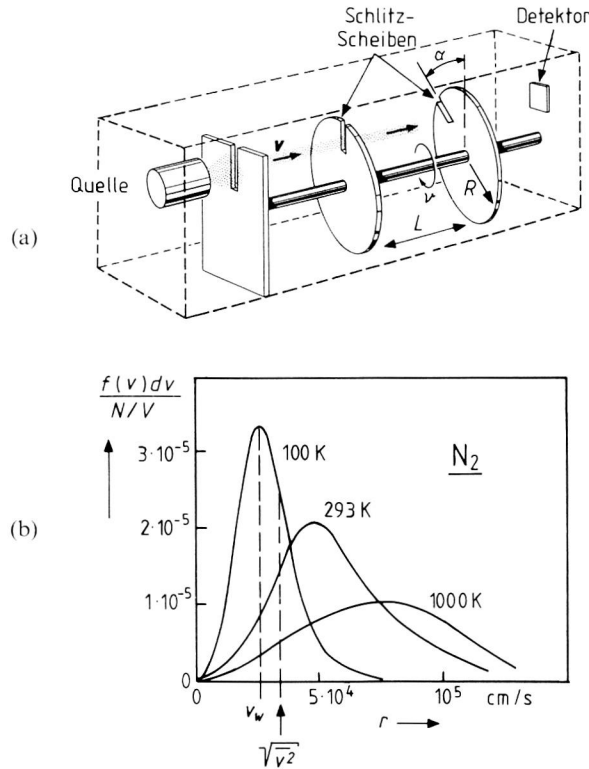


Abb. 11-4. Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle in einem idealen Gas. (a) Molekularstrahl-Apparatur zur Messung der Geschwindigkeitsverteilung. Man mißt die Zahl der am Detektor eintreffenden Moleküle in Abhängigkeit von der Umdrehungsfrequenz ν der beiden Scheiben. Trifft ein Molekül auf den Detektor, so ist seine Geschwindigkeit $v = L \cdot 2\pi\nu/\alpha$ (nach Reif 1964). (b) Meßergebnisse für Stickstoff; $f(v)dv$ ist die Anzahldichte der Moleküle (Dimension m^{-3}) mit Geschwindigkeiten zwischen v und $(v + dv)$, hier auf die mittlere Teilchendichte normiert (siehe Gl. 10-13). Die mittlere Geschwindigkeit $\sqrt{v^2}$ ist wegen der Unsymmetrie der Kurve größer als die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_w an der Stelle des Maximums. Es gilt $\sqrt{v^2} = \sqrt{1,5} v_w$. Die Zahlen an der Ordinatenachse sind die Wahrscheinlichkeiten, ein Molekül mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $(v + 1 \text{ cm/s})$ zu finden (nach Flowers und Mendoza 1970).

Durchmessers nahekomen. Nach niedrigen Drucken bzw. großen Volumina hin bleibt der ideale Gaszustand unbegrenzt erhalten.

Die zweite wichtige Kenngröße des idealen Gases ist seine Energie, Gleichung (11-1 a). Um sie unabhängig von der Temperaturdefinition zu bestimmen mißt man die Geschwindigkeitsverteilung $f(v)dv$ der Gasmoleküle und berechnet daraus ihre gesamte kinetisch Energie $E_k = \sum_i m v_i^2/2$ (Abb. 11-4). Dies liefert für Stickstoff bei Raumtemperatur mit dem Meßwert $\sqrt{v^2} = 509,6 \text{ m/s}$ eine Energie von $1,517 \cdot 10^5 \text{ J}$ für einen Kubikmeter in ausgezeichneter Übereinstimmung mit dem aus der Temperatur (Gl. 11-1 a) berechneten Wert von $1,519 \cdot 10^5 \text{ J}$.

Die Entropie eines idealen Gases läßt sich ebenfalls relativ einfach messen. Man verwendet dazu ihre auf Clausius zurückgehende Definition $S = \int_0^T \frac{dQ(T')}{T'} = \int_0^T \frac{C_V(T')}{T'} dT'$, wobei dQ die dem System reversibel zugeführte Wärme und C_V die Wärmekapazität bei konstantem Volumen ist. Man muß also die im Kalorimeter gemessene Wärmekapazität des Stoffes von möglichst tiefer Temperatur ($T \geq 0$) bis zu einer genügend hohen Temperatur oberhalb des Siedpunktes integrieren. Dies liefert zum Beispiel für 1 Mol Argon den Wert $129,75 \text{ J/K}$ am Siedepunkt im Gaszustand. Der nach Gleichung (11-1 d) berechnete Wert beträgt $129,24 \text{ J/K}$. Diese gute Übereinstimmung unterstützt zusammen mit derjenigen für die Energie und für die Zustandsfläche, die Rechtfertigung für das Modell des idealen Gases.

Von den in Tabelle 10-2 aufgeführten 16 Suszeptibilitäten können wir zunächst einmal alle elektrischen und magnetischen weglassen, denn die

Response-Eigenschaften

Moleküle sollten kein elektrisches oder magnetisches Dipolmoment besitzen, wenn wir das Modell des idealen Gases ernst nehmen. Hätten sie solche Dipolmomente, so würde ihre potentielle Wechselwirkungsenergie eventuell die Voraussetzung $E_k \gg E_p$ des Modells verletzen. Wir kommen auf diesen Punkt später noch einmal zurück. Damit reduziert sich die Zahl der relevanten Suszeptibilitäten auf die vier in der linken oberen Ecke der Response-Matrix. In der entsprechend verkürzten Matrix der Tabelle 11-1 sind die aus den Gleichungen (11-1) und dem Energiesatz $dE = T dS - P dV$ berechneten Beziehungen für die Suszeptibilitäten eingetragen. Diese Berechnungen sollten Sie zur Übung selbst durchführen. Von den verbleibenden vier Suszeptibilitäten sind $\beta_p = 1/T$ und $\alpha_T = 1/P$ wegen ihrer einfachen Form „uninteressant“. Sie stellen die Steigung der Isobaren bzw. der Isothermen im Zustandsdiagramm (siehe Abb. 11-3) dar, und dieses beschreibt, wie wir schon wissen, das Verhalten idealer Gase mit der sehr hohen Genauigkeit von etwa 10^{-4} .

Mit der Wärmekapazität wollen wir uns noch etwas genauer beschäftigen. Sie hängt wesentlich von der Zahl f_a der angeregten Freiheitsgrade ab, und diese wiederum von der Temperatur. Nur bei genügend hoher Temperatur finden alle nach Abbildung 11-1 möglichen inneren Bewegungen der Moleküle statt. Bei genügend tiefen Temperaturen besitzen die Moleküle nur Translationsenergie ($f = 3$). Die kinetische Energie von Zusammenstößen reicht hier nicht aus, um Rotationen oder Schwingungen der Atome im Molekül anzuregen, denn Rotations- und Schwingungsenergie sind gequantelt, wie wir in Abschnitt 8.5 gesehen hatten. Die niedrigste mögliche Rotationsenergie beträgt $E_r^{\min} = h^2/\Theta$ (Θ Trägheitsmoment des Moleküls um die Schwerpunktsachse), die niedrigste Schwingungsenergie $E_s^{\min} = (3/2)h\sqrt{K/m'}$ (K Kraftkonstante des interatomaren Poten-

Tab. 11-1. Verkürzte Response-Matrix für ideale Gase. Neben den in Tabelle 10-2 definierten Suszeptibilitäten $\chi^{(xy)}$ sind zusätzlich die entsprechenden konventionellen Größen angegeben; Q ist die übertragene Wärmeenergie, f die Zahl der Freiheitsgrade (Abb. 11-1). In konventioneller Schreibweise werden die konstant gehaltenen Feldgrößen als unterer Index geschrieben, zum Beispiel C_p für die Wärmekapazität bei konstantem Druck.

$X \backslash Y$	$T(K)$	$P (N/m^2)$
S (J/K)	Wärmekapazität $\chi^{(ST)} \equiv \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{f+2}{2} \frac{Nk}{T}$ $C_p \equiv \frac{\partial Q}{\partial T} = \frac{f+2}{2} Nk$ $\left(C_v = \frac{f}{2} Nk \right)$	Piezokalorische Suszeptibilität $\chi^{(SP)} \equiv \frac{\partial S}{\partial P} = -\frac{V}{T}$ $(\chi^{(SP)} = -\chi^{(VT)})$
V (m ³)	Wärmeausdehnungskoeffizient $\chi^{(VT)} \equiv \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{V}{T}$ $\beta_p \equiv \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{1}{T}$	Kompressibilität $\chi^{(VP)} \equiv \frac{\partial V}{\partial P} = -\frac{V}{P}$ $\alpha_T \equiv -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} = \frac{1}{P}$

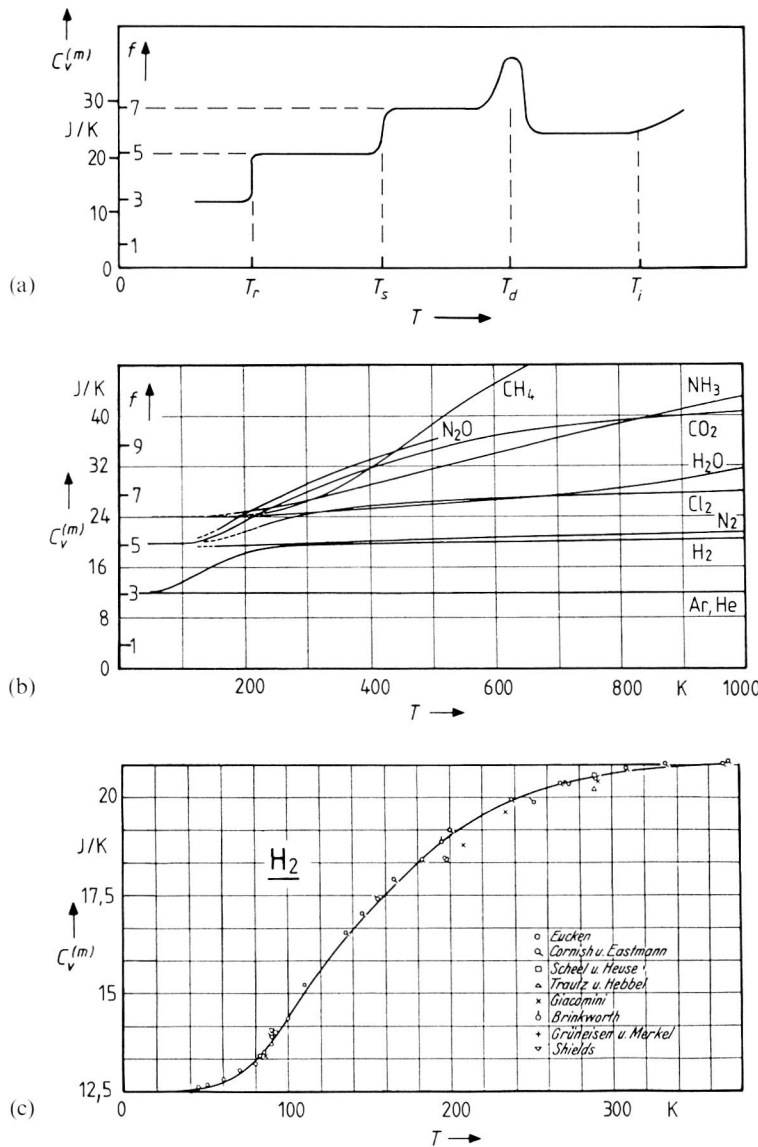


Abb. 11-5. Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität idealer Gase. (a) Prinzipieller Verlauf der Molwärme $C_V^{(m)} = f_a N_A k/2$ eines zweiatomigen idealen Gases.^{*)} Bei T_r wird die Rotation angeregt, bei T_s die Schwingung, bei T_d dissoziieren die Moleküle, bei T_i beginnt die Ionisation der Atome. Das Produkt $N_A k$ wird auch als allgemeine Gaskonstante R bezeichnet; $R = 8,314 \text{ J/K}$. (b) Gemessener Temperaturverlauf der Molwärmen $C_V^{(m)}$ verschiedener Gase. Man erkennt die Stufenstruktur der Rotationsenergie der mehratomigen Moleküle. Die Stufenhöhe beträgt $N_A k/2 = 4,157 \text{ J/K}$ pro angeregten Freiheitsgrad. Die Schwingungen vieler Gase werden sehr allmählich im Bereich zwischen etwa 200 und 500 K angeregt. Die einatomigen Edelgase haben eine temperaturunabhängige Molwärme $C_V^{(m)} = (3/2) N_A k = 12,47 \text{ J/K}$, das heißt, nur Translationsenergie (nach Eucken 1930). (c) Von verschiedenen Autoren gemessene Molwärme $C_V^{(m)}$ des Wasserstoffs (H_2) im Bereich der Rotationsanregung (nach Eucken 1929).

^{*)} In der Thermodynamik ist es aus historischen Gründen üblich, Mengengrößen und Responsegrößen auf ein Mol bzw. auf $N_A = 6,02217 \cdot 10^{23}$ Teilchen zu beziehen. Man spricht dann von molaren Größen. Die Avogadro-Zahl N_A ist die Anzahl der Atome in 12 Gramm Kohlenstoff ^{12}C .

tials, m' reduzierte Masse des Moleküls). Für Wasserstoff (H_2) beträgt $E_r^{\min} = 6,1 \cdot 10^{-22} \text{ J}$ und $E_s^{\min} = 8,7 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Für Stickstoff (N_2) sind die entsprechenden Werte 30- bzw. 2-mal kleiner. Demnach werden Rotationen in Wasserstoff erst oberhalb von 44 K angeregt und Schwingungen erst oberhalb von 6300 K. Die Anzahl f_a der angeregten Freiheitsgrade beträgt in H_2 also unterhalb 44 K drei, zwischen 44 und 6300 K fünf, und oberhalb 6300 K sieben. Demzufolge sollte die Wärmekapazität bei 44 und 6300 K je einen Sprung um $N k$ entsprechend $2 f$ nach oben machen.^{*)} Das wird auch tatsächlich beobachtet (Abb. 11-5), nur sind die „Sprünge“ in Wirklichkeit nicht scharf ausgeprägt, sondern breit auseinandergezogen. Das rührt von der Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle her. Sie führt dazu, daß die Rotationen bzw. Schwingungen nicht in allen Molekülen bei

^{*)} Nach dem Gleichverteilungssatz der Thermodynamik beansprucht jeder Freiheitsgrad die Energie $kT/2$.

einundderselben Temperatur angeregt werden sondern sukzessive über einen größeren Temperaturbereich verteilt. Wie in Abbildung 11-5a skizziert ist, steigt die Wärmekapazität mit der Temperatur zunächst in Stufen an. In einem bestimmten Temperaturbereich um T_d werden mehratomige Moleküle dissoziiert, oberhalb T_i werden die Atome einfach ionisiert, bei noch höherer Temperatur auch mehrfach. Dann ist allerdings die Voraussetzung des idealen Gasmodells ($E_k \gg E_p$) nicht mehr erfüllt.

Wir haben es uns bisher einfach gemacht, und von den Suszeptibilitäten praktisch nur die Wärmekapazität diskutiert. Daher wollen wir zum Schluß noch einen kurzen Blick auf die elektrischen und magnetischen Suszeptibilitäten χ_e und χ_m werfen. Die Bedingung $E_k \gg E_p$ ist bei genügend hoher Temperatur auch dann noch einigermaßen erfüllt, wenn die Moleküle ein elektrisches oder magnetisches Dipolmoment haben. Wir betrachten hier nur permanente Dipolmomente, denn die von einem äußeren Feld induzierten Dipolmomente sind stets um mehrere Größenordnungen kleiner als die permanenten (siehe Abschn. 7.5 und 8.6). Eine Abschätzung der potentiellen Selbstenergie der Dipolmomente nehmen wir weiter unten vor, wenn wir die Existenzgrenzen des idealen Gases besprechen. Um χ_e und χ_m zu berechnen, brauchen wir die Beziehungen $m_e = f(E)$ und $m_m = f(B)$. Mit Hilfe der Boltzmann-Verteilung erhält man im magnetischen Fall für nicht miteinander wechselwirkende Dipole eine Beziehung für den thermischen Mittelwert $\langle \mu_m \rangle = \mu_m \langle \cos \vartheta \rangle$ des Moments in Feldrichtung, wobei μ_m das Moment eines einzelnen Atoms ist und ϑ der Winkel zwischen μ_m und B . Mit der Energie $U = -\mu_m \cdot B = -\mu_m B \cos \vartheta$ eines Dipols im Feld gilt für den Mittelwert ein Boltzmann-Ansatz:

$$\langle \cos \vartheta \rangle = \int \cos \vartheta \cdot e^{-U/kT} d\Omega / \int e^{-U/kT} d\Omega \quad (11-2)$$

mit dem Raumwinkel $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$. Die Ausführung der Integration liefert

$$\langle \cos \vartheta \rangle = \coth \frac{\mu_m B}{kT} - \left(\frac{\mu_m B}{kT} \right)^{-1} \equiv L \left(\frac{\mu_m B}{kT} \right), \quad (11-3)$$

die sogenannte Langevin-Funktion. Eine entsprechende Beziehung gilt für den elektrischen Fall, wenn man B durch E ersetzt und μ_m durch das elektrische Dipolmoment μ_e . Das Gesamtmoment einer Probe mit N Atomen ist dann $m_m = N \langle \mu_m \rangle = N \mu_m L(\mu_m B/kT)$. Im Grenzfall $\mu_m B \ll kT$ kann man die Langevin-Funktion entwickeln und erhält

$$m_m = \frac{N \mu_m^2 |B|}{3kT} \quad (11-4)$$

bzw. im elektrischen Fall

$$m_e = \frac{N \mu_e^2 |E|}{3kT}. \quad (11-5)$$

Die Bedingungen $\mu_e |E| \ll kT$ und $\mu_m |B| \ll kT$ sind in Gasen praktisch immer erfüllt. Für Raumtemperatur und $B = 1$ T, $\mu_m = 10^{-23}$ A m², ist $\mu_m B/kT \approx 2 \cdot 10^{-3}$. Die elektrischen bzw. magnetischen Suszeptibilitäten erhalten wir nun einfach durch Differenzieren nach $|E|$ bzw. $|B|$:

$$\chi_e \equiv \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial m_e}{\partial |E|} \equiv \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial |P|}{\partial |E|} = \frac{N \mu_e^2}{3 \epsilon_0 V kT} \quad (11-6)$$

und

$$\chi_m \equiv \frac{\mu_0}{V} \frac{\partial m_m}{\partial |\mathbf{B}|} \equiv \frac{\partial |\mathbf{M}|}{\partial |\mathbf{H}|} = \frac{N \mu_0 \mu_m^2}{3 V k T} \quad (11-7)$$

(ϵ_0 Influenzkonstante, μ_0 Induktionskonstante, \mathbf{P} elektrische Polarisierung, \mathbf{M} Magnetisierung). Beide Suszeptibilitäten sind also proportional zur reziproken Temperatur, ähnlich der Wärmeausdehnung. In Abbildung 11-6 sieht man an einem Beispiel, daß die Beziehung (11-7) sehr gut erfüllt ist.

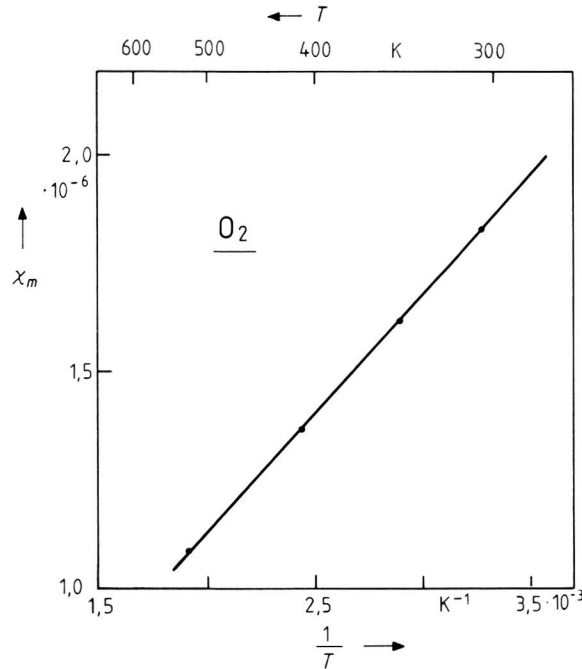


Abb. 11-6. Temperaturabhängigkeit der magnetischen Suszeptibilität χ_m eines idealen Gases, hier am Beispiel von Sauerstoff (O_2) bei Normaldruck (Meßwerte aus E. Lehrer, Annalen der Physik (Leipzig) IV. Folge, **81** (1926), 229).

Auch die Transportkoeffizienten der idealen Gase können wir hier nicht vollständig besprechen. Wir beschränken uns auf die drei wichtigsten, die Wärmeleitfähigkeit λ , die Viskosität η , und die Diffusionskonstante D . Das allgemeine Rezept zur Berechnung von Transportkoeffizienten hatten wir schon im Abschnitt 10.4 besprochen. Boltzmanns Stoßtheorie ist jedoch viel zu kompliziert, um sie hier im Detail durchzuführen. Wir verwenden daher ein einfaches Modell um einen Überblick über das Verhalten der Transportkoeffizienten zu bekommen, nämlich das der mittleren freien Weglänge \bar{l} zwischen zwei Zusammenstößen von Gasmolekülen (Abb. 11-7). Betrachten wir dazu noch einmal die Abbildung 10-10: Je größer die freie Weglänge ist, um so schneller wird die Mengengröße X durch den Fluß \mathbf{J}_X transportiert, um so größer ist also der kinetische Koeffizient $L_{XY} = |\mathbf{J}_X|/|\mathbf{F}_Y|$ und damit der zugehörige konventionelle Transportkoeffizient (siehe Tab. 10-4). Stoßen die Moleküle dagegen häufig zusammen, wo wird ein großer Teil des vom Reservoir 1 in z -Richtung gestarteten Flusses in die xy -Ebene umgelenkt. Er muß einen längeren Weg bis zum Reservoir 2 zurücklegen und braucht dementsprechend mehr Zeit dafür.

Somit ist plausibel, daß alle Transportkoeffizienten in erster Näherung proportional zur mittleren freien Weglänge \bar{l} sein sollten. Wir führen die Berechnung hier nur für die Wärmeleitfähigkeit durch. Unsere konventio-

Transportkoeffizienten

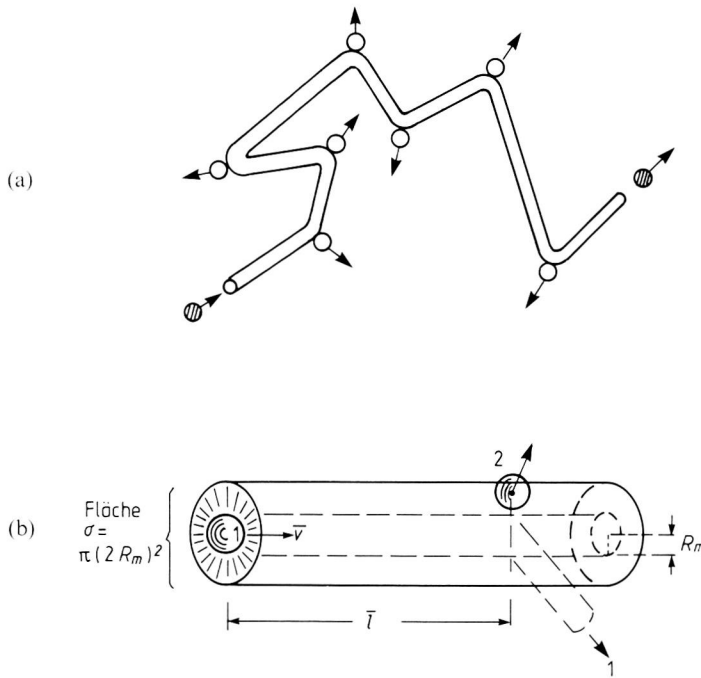


Abb. 11-7. Die freie Weglänge von Gasmolekülen. (a) Bahn eines Moleküls in einem Gas bei Zusammenstößen mit Nachbarmolekülen. (b) Berechnung der mittleren freien Weglänge zwischen zwei Zusammenstößen. Ein Stoß findet statt, sobald sich der Mittelpunkt eines Moleküls 2 innerhalb des Zylinders befindet, der vom Molekül 1 mit der Geschwindigkeit \bar{v} durchflogen wird, und dessen Querschnitt gleich dem vierfachen Molekülquerschnitt ist. Das durch die mittlere freie Weglänge \bar{l} definierte Volumen des Zylinders ist $V_z = \sigma \bar{l} = 4 \pi R_m^2 \bar{l}$. Befindet sich in ihm gerade ein zu stoßendes Molekül, so ist $(N_z/V_z) = (1/V_z)$, und dies ist im Mittel gleich N/V . Hieraus folgt $\bar{l} = (4 \pi R_m^2 N/V)^{-1}$. Berücksichtigt man, daß sich das gestoßene Molekül ebenfalls bewegt, so erhält man noch einen Faktor $1/\sqrt{2}$, also $\bar{l} = (4 \sqrt{2} \pi R_m^2 N/V)^{-1}$. Setzt man Zahlen ein, so ergibt sich für Stickstoff unter Normalbedingungen der in der Legende zu Abb. 11-2 angegebene Wert von $6,28 \cdot 10^{-8}$ m. Das entspricht etwa dem zwanzigfachen des mittleren Abstands der Moleküle.

nelle Transportgleichung lautet nach Tabelle 10-4: $dQ/dt = -\lambda \cdot A \cdot dT/dz$. Dabei ist dQ in einem idealen Gas gleich der bei konstantem Volumen transportierten kinetischen Energie der Moleküle. Wie wir in Abbildung 11-8 sehen, gilt $\lambda = (1/3)(N/V) \bar{v} \cdot c_v \cdot \bar{l}$, mit $c_v = C_v/N$ der Wärmekapazität pro Molekül bei konstantem Volumen und mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{v} der Moleküle. Auf ähnliche Weise kann man auch die Gleichungen für die übrigen Transportkoeffizienten ableiten, die in Tabelle 11-2 zusammengestellt sind. Die Güte solcher Berechnungen erkennt man durch Vergleich der letzten Spalten der Tabelle. Wir stellen fest, daß unsere mit Hilfe der freien Weglänge vereinfachte Theorie nur ungefähr mit der Wirklichkeit übereinstimmt. Die Abhängigkeit der Transportkoeffizienten von der Temperatur und vom Druck werden jedoch sehr gut wiedergegeben, wie zum Beispiel Abbildung 11-9 zeigt. Natürlich gelten die Beziehungen der Tabelle 11-2 nur für nicht zu hohe Drucke; wir haben ja ein ideales Gas vorausgesetzt. Auf der Seite niedriger Drucke ist ihre Gültigkeit dann begrenzt, wenn die freie Weglänge, die ja umgekehrt proportional zur Dichte ist, in die Größenordnung der Abmessungen des Gasbehälters kommt. Dann muß man Zusammenstöße nicht mehr nur der Gasmoleküle untereinander, sondern vor allem mit den Wänden des Behälters berücksichtigen. Die einfache Proportionalität von \bar{l} zur reziproken Dichte gilt dann nicht mehr.

Wir wollen uns als Überleitung zur Behandlung der realen Gase die Frage stellen: „Wie ideal ist ein ideales Gas wirklich?“ Bei unseren bisherigen Betrachtungen hatten wir ja eine recht gute Übereinstimmung mit den idealen Gasverhalten festgestellt, abgesehen von der stark vereinfachten Berechnung der Transportkoeffizienten. Wählt man die Temperatur hoch und den Druck niedrig genug, so erfüllen viele einfache Substanzen die idealen Gasgesetze mit einer Genauigkeit von einem Promille oder noch besser. Geht man jedoch zu niedrigen Temperaturen oder hohen Drucken,

Abweichungen vom idealen Gaszustand

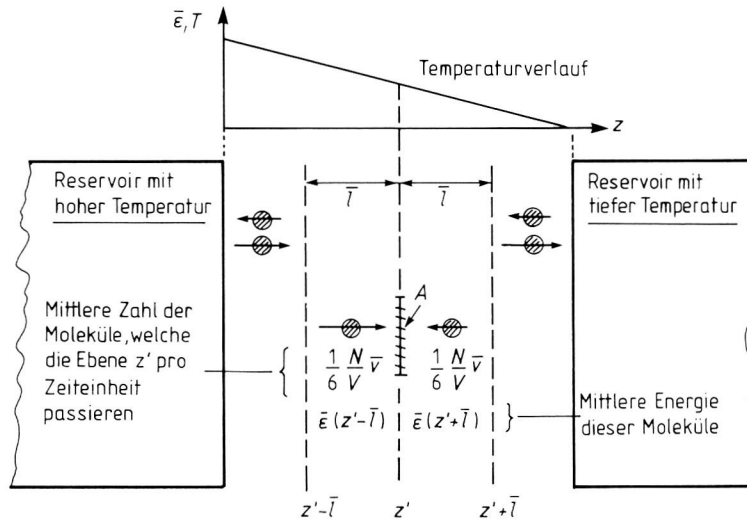


Abb. 11-8. Die Wärmeleitfähigkeit eines idealen Gases. Nimmt man an, daß im Mittel je $1/6$ der Moleküle in die Richtungen $\pm x$, $\pm y$ und $\pm z$ mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{v} fliegen, so passieren $(1/6)(N/V)\bar{v}$ Moleküle pro Zeiteinheit die Flächeneinheit der Ebene $z' = \text{const.}$ von jeder Seite her. Jedes Molekül transportiert die mittlere Energie $\bar{\epsilon}(z)$ von der Stelle seines letzten Zusammenstoßes, $z' - \bar{l}$ bzw. $z' + \bar{l}$. Der mittlere Energiefluß von links nach rechts durch die Fläche A in der z' -Ebene ist dann

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{A dt} &\approx \frac{1}{6} \frac{N}{V} \bar{v} \left(-2\bar{l} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z} \right) \\ &= -\frac{1}{3} \frac{N}{V} \bar{v} \bar{l} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned}$$

Tab. 11-2. Transportkoeffizienten idealer Gase. m Masse, \bar{v} mittlere Geschwindigkeit, \bar{l} mittlere freie Weglänge der Moleküle; c_V „Wärmekapazität eines Moleküls“ bei konstantem Volumen, N/V Moleküldichte. Temperatur- und Druckabhängigkeit wurden nach dem idealen Gasmodell berechnet.

Transport-prozeß	Näherungs-formel	Tempe-raturab-hängig-keit	Druck-abhän-gigkeit	Stickstoff (Normalbedin-gungen, Abb. 11-2)		Dimen-sion
				berechnet nach Spalte 2	Meßwert	
Wärmeleitung	$\lambda = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \bar{v} c_V \bar{l}$	$\sim \sqrt{T}$	keine	$9,2 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	W/(m · K)
Impulsleitung	$\eta = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \bar{v} m \bar{l}$	$\sim \sqrt{T}$	keine	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	kg/(m · s)
Diffusion	$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{l}$	$\sim T^{3/2}$	$1/P$	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	m ² /s

Dabei wurde $\bar{\epsilon}(z' \pm \bar{l})$ durch eine Taylor-Reihe bis zur ersten Ordnung angenähert. Die Größe $\partial \bar{\epsilon} / \partial T$ ist die Wärmekapazität pro Molekül bei konstantem Volumen, $c_V = C_V/N$. Es folgt

$$\frac{dQ}{dT} = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \bar{v} \bar{l} c_V.$$

(Streng genommen, darf man von der „Wärmekapazität eines Moleküls“ nicht sprechen, denn die Wärmekapazität ist nur als makroskopische Größe definiert. Wir betrachten daher c_V nur als Abkürzung für C_V/N . Bei der Ableitung wurde vorausgesetzt, daß $(N/V) \cdot \bar{v}$ unabhängig vom Ort z ist, was in guter Näherung zutrifft.)

so machen sich größere Abweichungen bemerkbar. Sie zeigen sich am auffälligsten im Joule-Thomson-Effekt, den wir schon aus der Wärmelehre kennen (Abb. 11-10). Er wird bei der Gasverflüssigung und bei der Erzeugung tiefer Temperaturen technisch genutzt.

Erniedrigt man den Druck eines nicht idealen Gases, indem man es adiabatisch in ein größeres Volumen einströmen läßt, so ändert sich seine Temperatur. Und zwar kann sie je nach der Ausgangstemperatur und nach der Druckdifferenz zu- oder abnehmen. Beispielsweise mißt man gemäß Abbildung 11-10 für Stickstoff und $P_1 = 100$ bar, $P_2 = 1$ bar bei $T_1 = 293$ K eine Temperaturerniedrigung von rund 15 K, für Wasserstoff (H_2) unter den gleichen Bedingungen aber eine Temperaturerhöhung von etwa 3 K. Da der Vorgang insgesamt adiabatisch verläuft, bedeutet eine Temperaturänderung eine Änderung der Energie des Gases. Bei einem wirklich idealen

Joule-Thomson-Effekt

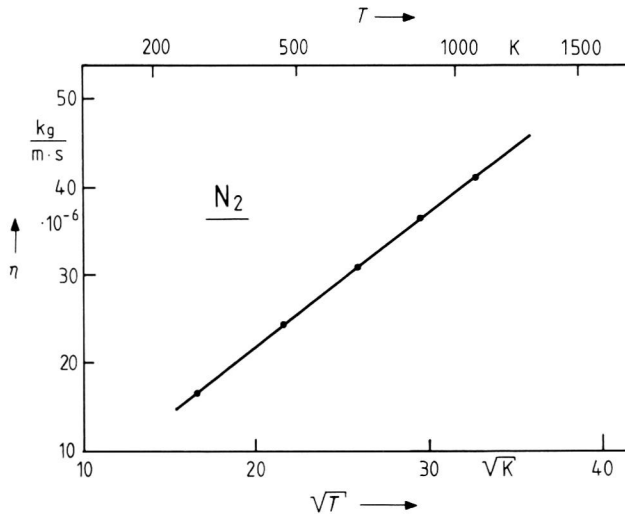


Abb. 11-9. Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Stickstoff bei Normaldruck (Meßwerte aus d'Ans-Lax: Taschenbuch für Chemiker und Physiker, 1. Band (3. Auflage). Springer, Berlin 1967, Seite 1423).

Gas dürfte so etwas aber nicht vorkommen, denn seine Energie hängt nach Gleichung (11-1 a) nicht vom Volumen ab. Aus der Existenz des Joule-Thomson-Effekts folgt also, daß die Energie von Gasen wie N_2 oder H_2 vom Volumen bzw. vom Abstand der Moleküle abhängt. Hierbei kann es sich nur um potentielle Energie der gegenseitigen Wechselwirkung der Moleküle handeln. Kühlt sich das Gas bei Volumenvergrößerung ab, so muß Arbeit gegen anziehende Kräfte zwischen den Molekülen geleistet werden, erwärmt es sich jedoch dabei, so wird Arbeit aus abstoßenden Kräften gewonnen. Aus der gemessenen Abkühlung bzw. Erwärmung kann man das Potential der zwischenmolekularen Kräfte berechnen, doch ist der Zusammenhang etwas kompliziert. Einen einfacheren Zugang zu den Kräften erhalten wir im nächsten Abschnitt aus den Abweichungen vom idealen Gasgesetz. Wir wollen hier daher nur die Größenordnung der zwischenmolekularen Kräfte in einem annähernd idealen Gas mit einer einfachen Überlegung abschätzen.

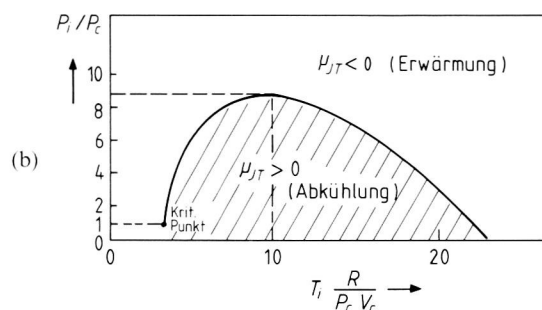
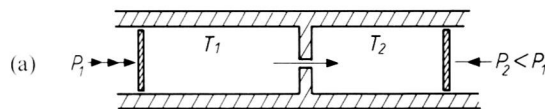


Abb. 11-10. Der Joule-Thomson-Effekt. (a) Ein Gas wird adiabatisch durch eine enge Öffnung entspannt. Dabei tritt im allgemeinen eine Temperaturänderung ein. Sie wird durch den Joule-Thomson-Koeffizienten μ_{JT} ausgedrückt:

$$\mu_{JT} \equiv \lim_{P_2 \rightarrow P_1} \frac{[T_2 - T_1]/(P_2 - P_1)]_H}{\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H}, \text{ wobei } H = E + PV$$

die Enthalpie ist. Die thermodynamische Rechnung ergibt

$$\mu_{JT} = \frac{1}{C_p} (T(\partial V/\partial T)_P - V). C_p \text{ ist}$$

die Wärmekapazität bei konstantem Druck. (b) „Berechnete Inversionskurve“ $P_i(T_i)$ in reduzierten Einheiten. Die Kurve trennt Gebiete mit positivem bzw. negativem Joule-Thomson-Koeffizienten μ_{JT} . P_c , T_c und V_c sind die Parameter des kritischen Punktes des Gases, die wir im nächsten Abschnitt besprechen.

Dazu betrachten wir die gesamte Wechselwirkungsenergie U_{ges} zwischen allen Molekülen in einem kugelförmigen Gasvolumen vom Radius R_g . Wir erhalten sie durch Summation über die Einzelwechselwirkungen aller N Moleküle untereinander mit dem Potential $U(r)$, zum Beispiel aus Abbildung 8-14:

$$U_{\text{ges}} = \frac{N}{2} \int_{2R_m}^{R_g} U(r) \frac{N}{V} 4\pi r^2 dr. \quad (11-8)$$

Der Faktor $1/2$ vor dem Integral ist notwendig, um nicht alle Wechselwirkungen doppelt zu zählen; der Ausdruck $(N/V) 4\pi r^2 dr$ gibt die Anzahl der Moleküle in einer Kugelschale mit dem Radius r und der Dicke dr an. Integriert wird über alle diese Schalen, vom kleinstmöglichen Abstand $2R_m$ (Berührung der Moleküle) bis zum äußeren Rand R_g des Volumens. Dieses sogenannte Cluster-Integral gibt die Wechselwirkung für den Fall richtig wieder, daß die Reichweite des Potentials klein gegenüber R_g ist, bzw. daß $|U(R_g)| \ll kT$ gilt. Für $U(r)$ setzen wir nun der Reihe nach alle in Frage kommenden anziehenden Wechselwirkungen ein (Tabelle 11-3): Die Gravitation, die elektrostatische Energie zwischen permanenten und zwischen induzierten elektrischen Dipolen, und die magnetostatische Energie zwischen permanenten magnetischen Dipolen. Die abstoßende Wechselwirkung wird dabei als kurzreichweitig betrachtet, d. h. die Moleküle werden als harte Kugeln mit dem Radius R_m behandelt. Man sieht, daß die Gravitation und die magnetische Energie gegenüber der kinetischen Energie E_k völlig zu vernachlässigen sind. Etwa um einen Faktor 100 kleiner als E_k ist die Energie der permanenten und induzierten elektrischen Dipole. Sie ist für die Abkühlung beim Joule-Thomson-Prozeß und für die Abweichungen vom idealen Gasverhalten verantwortlich. Nachdem wir diese Abschätzungen durchgeführt haben, wenden wir uns nun den realen Gasen zu.

Wechselwirkung zwischen Gasmolekülen

11.2 Reale Gase

Das einfache Modell des idealen Gases ist nicht mehr brauchbar, sobald das Verhältnis von potentieller zu kinetischer Energie der Moleküle zu groß wird. Das ist nach Gleichung (11-8) und den Daten in Tabelle 11-3 der Fall, wenn entweder ihr mittlerer Abstand klein, das heißt der Druck bzw. die Dichte hoch ist, oder wenn die Temperatur niedrig wird. Die zur Teilchenzahl proportionale Dichte geht in Gleichung (11-8) quadratisch ein. Schon eine Verzehnfachung der Normaldichte bzw. ein Druck von 10 bar führt bei Stickstoff dazu, daß die potentielle Energie auf etwa zehn Prozent der kinetischen ansteigt. Als Folge davon wird die PVT -Hyperboloidfläche des idealen Gases (siehe Abb. 11-3) etwas „verbogen“, wie es in Abbildung 11-11 dargestellt ist.

Diesen experimentellen Tatbestand kann man durch eine modifizierte Zustandsgleichung beschreiben: die Van-der-Waals-Gleichung

Zustandsgleichung

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = NkT, \quad (11-9)$$

Tab. 11-3. Wechselwirkungen zwischen Gasmolekülen. U_e , U_i und U_m sind die thermischen Mittelwerte über alle relativen Orientierungen der Dipole, α_e ist die elektrische Polarisierbarkeit (Abschnitt 8.6), E_1 die Ionisierungsenergie des Moleküls im Grundzustand. Für R_m haben wir in Gleichung (11-8) $1,89 \cdot 10^{-10}$ m eingesetzt (Abb. 11-2), für α_e $1,6 \cdot 10^{-40}$ A s m²/V und für E_1 $2,51 \cdot 10^{-18}$ J (15,7 eV), die Tabellenwerte für N_2 .

Wechselwirkung	Energie-Beziehung	U_{ges} nach Gleichung (11-8) für 1 m ³ N ₂ bei Normalbedingungen
Gravitation	$U_g(r) = -G \frac{m^2}{r}$	$-1,10 \cdot 10^{-10}$ J
Permanente elektrische Dipole μ_e	$U_e(r) = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{2\mu_e^4}{3kT} \cdot \frac{1}{r^6}$	$-2,01 \cdot 10^2$ J ^{*)}
Induzierte elektrische Dipole („Van der Waals- bzw. Dispersionskräfte“)	$U_i(r) = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{3}{4} \alpha_e^2 E_1 \cdot \frac{1}{r^6}$	$-0,94 \cdot 10^2$ J
Permanente magnetische Dipole μ_m	$U_m(r) = -\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)^2 \frac{2\mu_m^4}{3kT} \cdot \frac{1}{r^6}$	$-2,95 \cdot 10^{-7}$ J ^{**))}
Kinetische Energie (Abb. 11-2)	$E_k = \frac{m}{2} \overline{v^2}$	$+1,52 \cdot 10^5$ J

^{*)} Annahme: Die N₂-Moleküle tragen ein permanentes elektrisches Dipolmoment μ_e von $5 \cdot 10^{-30}$ A s m (siehe Abschn. 8.6).

^{**))} Annahme: Die N₂-Moleküle tragen ein permanentes magnetisches Dipolmoment $\mu_m = \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$ A m² (siehe Abschn. 7.5).

die zwei empirischen Konstanten a und b , enthält, die mit den Kräften zwischen den Molekülen zusammenhängen. Die Berechnung der Eigenschaften eines realen Gases aus der Zustandzahl Ω (siehe Abb. 10-1) ist nur mit großem Aufwand und nur näherungsweise möglich. Darauf müssen wir hier verzichten. Die empirische Gleichung (11-9) ist vom dritten Grad in V und kann auch als Reihenentwicklung („Virialentwicklung“) geschrieben werden:

$$PV = NkT \left(1 + \frac{B(T)}{V} + \frac{C(T)}{V^2} + \dots \right) \quad (11-10a)$$

bzw.

$$PV = NkT \left(1 + \frac{B(T)}{NkT} P + \frac{C(T) - B^2(T)}{(NkT)^2} P^2 + \dots \right). \quad (11-10b)$$

Der Zusammenhang zwischen den zweiten und dritten „Viralkoeffizienten“ B und C sowie a und b aus Gleichung (11-9) lautet $B \approx b - a/NkT$ und $C \approx b^2$, wie man durch algebraische Umformung feststellen kann. Alle drei Gleichungen beschreiben also denselben Tatbestand.

Wie hängen die Koeffizienten a und b bzw. B und C von den intermolekularen Kräften ab? Offenbar beschreiben sie die anziehenden und abstoßenden Wechselwirkungen zwischen den Molekülen. Wir notieren hier nur das Ergebnis der etwas langwierigen Berechnung:

$$B(T) = -2\pi N \int_0^\infty (e^{-U(r)/kT} - 1) r^2 dr, \quad (11-11a)$$

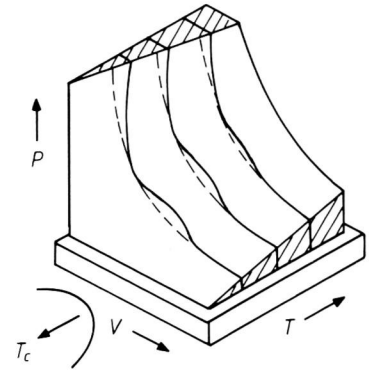


Abb. 11-11. Zustandsfläche eines realen Gases oberhalb des kritischen Punkts T_c . Die gestrichelten Isothermen repräsentieren das ideale Gas, die durchgezogenen das reale (siehe Gl. 11-9).

und

$$C(T) = -\frac{8\pi^2 N^2}{3} \iiint (e^{-U_{12}/kT} - 1)(e^{-U_{23}/kT} - 1)(e^{-U_{31}/kT} - 1) \cdot r_{12} r_{23} r_{31} dr_{12} dr_{23} dr_{31} \quad (11-11b)$$

Dabei sind $U_{ik}(r)$ die Wechselwirkungen zwischen je zwei Molekülen, i bzw. k , und r_{ik} deren Abstände. Die gemessenen Werte für B und C stimmen gut mit den Berechnungen für ein empirisches Potential $U(r)$ überein (Abb. 11-12), das heißt, die Form der Zustandsfläche in Abbildung 11-11, läßt sich gut mit Hilfe der intermolekularen Kräfte beschreiben.

Betrachten wir nun kurz die Größenordnungen der Korrekturterme in den Gleichungen (11-9) und (11-10). Für 1 m^3 Stickstoff unter Normalbedingungen ist $a = 1,47 \cdot 10^2 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6$, $b = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $B = -1,87 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ und $C = 1,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^6$. Die Konstante b entspricht in unserem Beispiel etwa dem doppelten Eigenvolumen der Moleküle, wie man aus

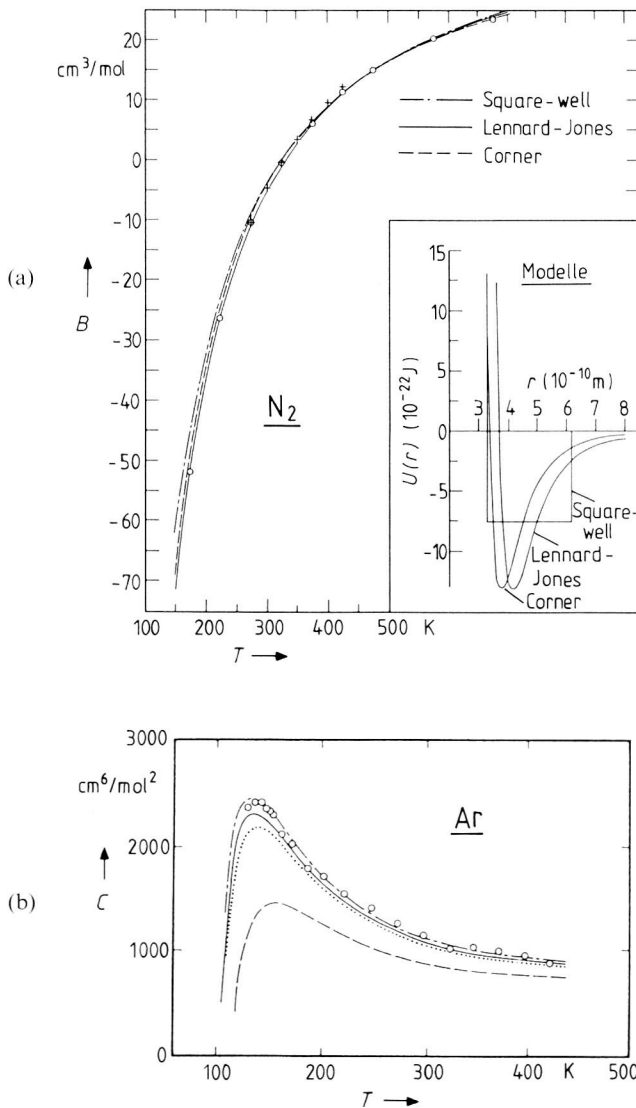


Abb. 11-12. Temperaturabhängigkeit der Virialkoeffizienten. (a) Zweiter Virialkoeffizient $B(T)$ für Stickstoff. Vergleich zwischen Meßwerten (+, o) und den Berechnungen mit verschiedenen Modellen für $U(r)$; $1 \text{ cm}^3/\text{mol}$ entspricht $1,66 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$ pro Molekül (nach Hirschfelder u. a. 1954). (b) Dritter Virialkoeffizient $C(T)$ für Argon; Meßwerte (o) und verschiedene theoretische Modelle (nach Barker und Henderson 1976).

den Zahlen in Abbildung 11-2 erschen kann; die Konstante a liefert einen zusätzlichen Druck a/V^2 („Kohäsionsdruck“) von etwa einem tausendstel bar. Die Korrekturen sind in diesem Fall nicht größer als etwa ein Promille. Ganz anders wird das, wenn man zu tieferen Temperaturen oder zu größeren Dichten geht. Dann werden die anziehenden und abstoßenden Kräfte so groß, daß sie das Verhalten des Gases ganz wesentlich bestimmen. Die Näherungsgleichungen (11-9) und (11-10) liefern dann keine zuverlässige Beschreibung der Zustandsfläche mehr. Bei entsprechend hohen Drucken bzw. niedrigen Temperaturen wird schließlich die potentielle Energie der Moleküle größer als ihre kinetische, und das Gas geht in den flüssigen oder festen Zustand über. Diese Zustandsänderungen kennen wir schon aus den PVT -Diagrammen in Abbildung 10-5. Wie dort bereits erwähnt, kann man die Lage der Zustandsfläche und ihre genaue Form bis heute noch für keinen realen Stoff einigermaßen zuverlässig berechnen, abgesehen vom Bereich des idealen Gases.

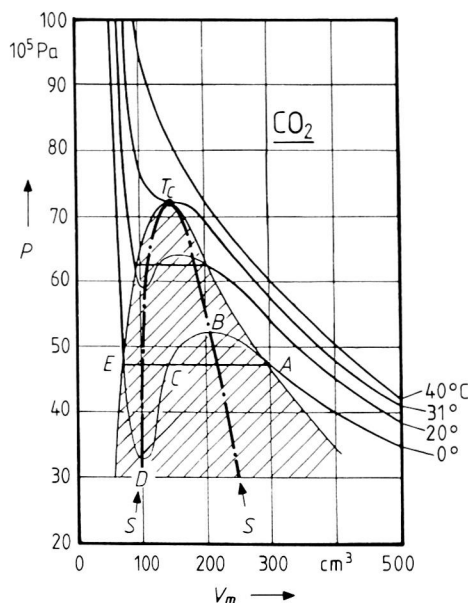
Mit der Van-der-Waals-Gleichung (11-9) kann man den kritischen Punkt näherungsweise berechnen. Er liegt dort, wo die Isothermen einen Wendepunkt mit horizontaler Tangente haben, denn dort divergiert die Kompressibilität $(\partial V/\partial P)/V$, das heißt, bei der kleinsten Druckerhöhung wird aus Gas Flüssigkeit (Abb. 11-13). Aus (11-9) erhält man durch mehrmaliges Differenzieren die Koordinaten dieses Punktes zu

$$T_c = \frac{8a}{27Nkb}, \quad P_c = \frac{a}{27b^2}, \quad V_c = 3b. \quad (11-12)$$

Für unser Modellsystem, $1 \text{ m}^3 \text{ N}_2$, ergibt sich experimentell $T_c = 126,2 \text{ K}$, $P_c = 34,5 \text{ bar}$ und $V_c = 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Dies stimmt relativ gut mit den aus den Van-der-Waals-Isothermen oberhalb T_c berechneten Größen a und b überein. Über das merkwürdige Verhalten eines Flüssigkeit-Gas-Systems in der Nähe des kritischen Punktes werden wir im Kapitel 21 Näheres erfahren.

Kritischer Punkt

Abb. 11-13. Isothermen von Kohlendioxid. Das schraffierte Gebiet ist der Zweiphasenbereich, in dem Flüssigkeit und Gas koexistieren; T_c kritischer Punkt, V_m Molvolumen. Die Van-der-Waals-Isothermen (siehe Gl. 11-9) besitzen im Zweiphasenbereich je ein Maximum und ein Minimum. Vom Rand (E und A) des Zweiphasenbereichs bis zu diesem Extrema (D und B) kann man die Flüssigkeit überhitzen bzw. das Gas unterkühlen. In der Praxis kommt man nicht so weit, und zwar wegen der stets vorhandenen heterogenen Keimbildung an Verunreinigungen und Gefäßwänden. Zwischen den Extrema (Kurventeil D–C–B) ist das System instabil, weil hier die Kompressibilität $\kappa_T = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$, daß heißt die reziproke Steigung der Isotherme, negativ würde. Bei einer Druckerhöhung würde sich das Volumen vergrößern. Das ist thermodynamisch unmöglich. Die Verbindungslinie S–S der Extrema (strichpunktierte Kurve) heißt Spinodale (nach Gerthsen und Kneser 1971).



Wir kommen nun zu den übrigen Gleichgewichtseigenschaften realer Gase. Man kann sie aus den Gleichungen (11-9) oder (11-10) berechnen und durch die Konstanten a und b oder B und C beschreiben. Ohne dies im einzelnen durchzuführen, sehen wir uns einige Ergebnisse an:

Gesamtenergie:

$$E = N k T \left(\frac{f}{2} - \frac{T}{V} \frac{dB}{dT} - \frac{T}{2V^2} \frac{dC}{dT} \pm \dots \right), \quad (11-13a)$$

Entropie (S_{ig} für ideales Gas aus Gleichung 11-1 d):

$$S = (S_{ig} - N k \cdot \ln P) - N k \left(\frac{T}{V} \frac{dB}{dT} + \frac{B^2 - C + T(dC/dT)}{2V^2} \pm \dots \right) \quad (11-13b)$$

(P in N/m^2 , für $P \rightarrow 0$ geht S gegen $S_{ig} - N k \cdot \ln P$)

Wärmekapazitäten:

$$C_V = N k \left(\frac{f}{2} - \frac{2T}{V} \frac{dB}{dT} - \frac{T^2}{V} \frac{d^2B}{dT^2} - \frac{T}{V^2} \frac{dC}{dT} - \frac{T^2}{2V^2} \frac{d^2C}{dT^2} \pm \dots \right), \quad (11-13c)$$

$$C_p = N k \left\{ \frac{f+2}{2} - \frac{T^2}{V} \frac{d^2B}{dT^2} - \frac{1}{V^2} \left[\left(B - T \frac{dB}{dT} \right)^2 - C + T \frac{dC}{dT} - \frac{T^2}{2} \frac{d^2C}{dT^2} \right] \pm \dots \right\}, \quad (11-13d)$$

Kompressibilität:

$$\frac{1}{\kappa_T} = P + \frac{B}{N k T} P^2 + \frac{C - B^2}{(N k T)^2} P^3 \pm \dots, \quad (11-13e)$$

Wärmeausdehnungskoeffizient:

$$\beta_p = \frac{1}{T} + \frac{1}{V} \frac{dB}{dT} + \frac{P}{V N k T} \left(\frac{B^2}{T} - \frac{C}{T} + \frac{dC}{dT} - 2B \frac{dB}{dT} \right) \pm \dots \quad (11-13f)$$

Alle diese Beziehungen sind bei experimenteller Nachprüfung einigermaßen gut erfüllt, so gut wie man die Konstanten B und C aus der Zustandsfläche oder aus den Koordinaten des kritischen Punkts bestimmen kann. Die Übereinstimmung mit theoretischen Modellen für das intermolekulare Potential ist daher von derselben Qualität wie diejenige für $B(T)$ und $C(T)$ in Abbildung 11-12. Die Ausdrücke (11-13a–f) werden schon bei Berücksichtigung der ersten beiden Korrekturterme für die Abweichungen vom idealen Gas ziemlich unübersichtlich. Wir wollen sie daher hier nicht weiter diskutieren. Insbesondere wollen wir auch keine Gleichungen für die Transportkoeffizienten realer Gase hinschreiben, weil sie noch erheblich komplizierter aussehen als diejenigen für die Suszeptibilitäten.

An dem noch relativ einfachen System des realen Gases sehen wir, wohin der Versuch führt, die Eigenschaften der kondensierten Materie direkt durch die Kräfte zwischen den Molekülen zu beschreiben. Ein solches Verfahren führt zu immer komplizierteren Ausdrücken, je näher sich die Moleküle kommen, und je genauer man rechnen will, und damit zu immer größerer Unübersichtlichkeit. Es hätte daher im Rahmen unserer Darstellung nicht viel Sinn, die Beziehungen (11-13) oder diejenigen für die Trans-

portkoeffizienten mit Meßwerten zu vergleichen. Die Ausdrücke sind schon mit zwei Korrekturgliedern so unübersichtlich, daß man nichts unmittelbar Einleuchtendes aus einem solchen Vergleich lernen könnte. Wir kommen offenbar hier wieder an einen Punkt, wo man sich etwas Neues einfallen lassen muß. Dieses „Neue“ wird uns aber erst bei den Kristallen in Gestalt ihrer Symmetrie begegnen. Dagegen gibt es so etwas „Neues“ bei der Beschreibung von dichten Gasen, Flüssigkeiten und amorphen Festkörpern bis heute nicht. Das ist der Grund, warum die Physik dieser Zustandsformen der Materie noch so wenig verstanden und so schwierig ist, und warum man in den Lehrbüchern so wenig darüber findet.

11.3 Der Plasmazustand

Als Plasma bezeichnet man ein System von Atomen oder Molekülen, die teilweise ionisiert sind, während das System als Ganzes jedoch elektrisch neutral ist. Ein Plasma enthält also gleichviel elektrische Ladungen beiderlei Vorzeichens, meist Elektronen und positive Ionen. Der Plasmazustand ist eigentlich der Normalzustand eines Gases, denn aufgrund der Maxwell-Verteilung der Molekulargeschwindigkeiten (siehe Abb. 11-4) gibt es auch bei niedriger Temperatur immer einige Moleküle, deren kinetische Energie ausreicht, um beim Zusammenstoß ein anderes Molekül zu ionisieren. In Stickstoff bei Raumtemperatur sind dies allerdings unvorstellbare wenige Moleküle. Bei einer Ionisierungsenergie E_1 von $2,51 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ (15,7 eV) für N_2 erhält man durch Integration der Maxwell-Verteilung (siehe Gl. (10-13)) oberhalb der entsprechenden Geschwindigkeit $v_1 = \sqrt{2 E_1/m} = 1,04 \cdot 10^4 \text{ ms}$ etwa 10^{-250} (!) ionisierte Atome pro Kubikmeter. Diese Zahl ist so winzig klein, daß man 10^{90} -mal das Volumen des Weltalls mit N_2 -Molekülen dicht vollpacken müßte um ein einziges ionisiertes Molekül darunter zu finden. Wir können daher mit gutem Gewissen behaupten, daß Stickstoff sich bei Raumtemperatur nicht im Plasmazustand befindet. Mit steigender Temperatur wird das allerdings sehr schnell anders, und zwar wegen des Faktors $e^{-mv^2/2kT}$ in Gleichung (10-13). Bei 10 000 K ist bereits etwa jedes hunderste Atom ionisiert und bei 100 000 K etwa jedes zweite.

Wegen der geringen thermischen Ionisierung der Gase bei Raumtemperatur ist uns ein Plasma aus der alltäglichen Erfahrung wenig vertraut. Plasmen sind jedoch in der Natur weit verbreitet; 99 Prozent der Materie des Weltalls befinden sich in diesem Zustand, nämlich fast alle Atome in den Sternen und im interstellaren Gas. Außerdem werden Plasmen technisch intensiv genutzt. Sie finden sich zum Beispiel in unseren Leuchtstoffröhren, wenn sie brennen. Seit zwanzig Jahren bemüht man sich mit großem Aufwand um die Realisierung der kontrollierten Kernfusion zur Energiegewinnung (siehe Abschn. 6.2 und Abb. 11-18). Hierbei muß die Materie in einen Plasmazustand von sehr hoher Temperatur und relativ großer Dichte gebracht werden. In Abbildung 11-14 sind die wichtigsten Gebiete der Plasmaphysik zusammengestellt.

Von einem Plasma im engeren Sinn spricht man nur dann, wenn die potentielle Energie des Gases aufgrund der elektrostatischen Wechselwir-

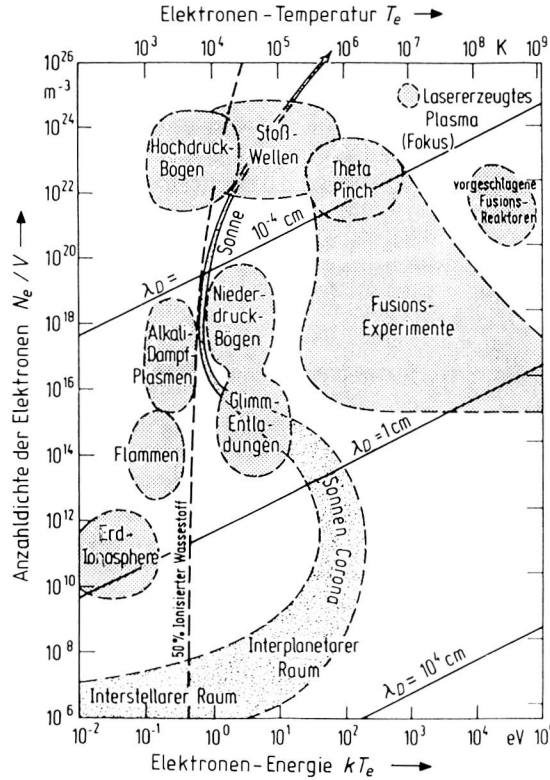


Abb. 11-14. Plasmen in Natur und Technik. Die technische Herstellung eines Plasmas erfolgt durch genügend große Energiezufuhr an ein neutrales Gas, z. B. durch hohe Temperatur, chemische Reaktionen, Druckwellen, Laserbestrahlung, Stromdurchgang, usw. Die „Debye-Länge“ λ_D ist in Abbildung 11-16 erklärt (nach Wende 1975).

kung zwischen den Elektronen und Ionen vergleichbar mit seiner kinetischen Energie wird. Um dieses Kriterium anwenden zu können müssen wir die Anzahlen der Ionen (N_i) und der Elektronen (N_e) kennen. Man kann sie aus dem von der Thermodynamik her bekannten Massenwirkungsgesetz für die Ionisierungsreaktion eines Atoms A berechnen ($A \leftrightarrow A^+ + e^-$), wenn sich das Plasma im Gleichgewicht befindet, also isotherm ist. Das setzt auch Temperaturgleichgewicht zwischen Elektronen und Ionen voraus. In den meisten Gasentladungen, in Lichtbögen usw., ist diese Bedingung allerdings nicht erfüllt.

Nimmt man an, daß sich das Plasma in erster Näherung wie ein ideales Gas verhält, so ergibt sich nach einiger Rechnung ein Ausdruck für die Elektronen- (N_e) und die Ionenzahlen (N_i) im Volumen V :

$$N_e \cdot N_i = 2 N_a V \frac{Z_i(T)}{Z_a(T)} \left(\frac{2 \pi m_e k}{h^2} \right)^{3/2} T^{3/2} e^{-E_i/kT}. \quad (11-14)$$

In dieser Beziehung, die nach ihrem Entdecker Saha-Gleichung heißt, bedeutet N_a die Anzahl der neutralen Atome, Z_i und Z_a die Zustandssummen (siehe Gl. (10-9)) der Ionen und Atome, und E_i die Ionisierungsenergie eines Atoms. Mit dieser Gleichung wurden die in Abbildung 11-15 a dargestellten Teilchendichten berechnet. Eine zu (11-14) analoge Beziehung gilt für mehrfach geladene Ionen, $A^+ \leftrightarrow A^{++} + e^-$, usw. Die Ionen- und Elektronenkonzentration in einem Plasma kann man mit feinen Sonden experimentell bestimmen. Dazu verwendet man zum Beispiel dünne, elektrisch abgeschirmte, Drähte, durch die ein schwacher Strom nach außen fließt (Abb. 11-15 b). Der Strom muß so klein sein, daß er die Ionisationsverhält-

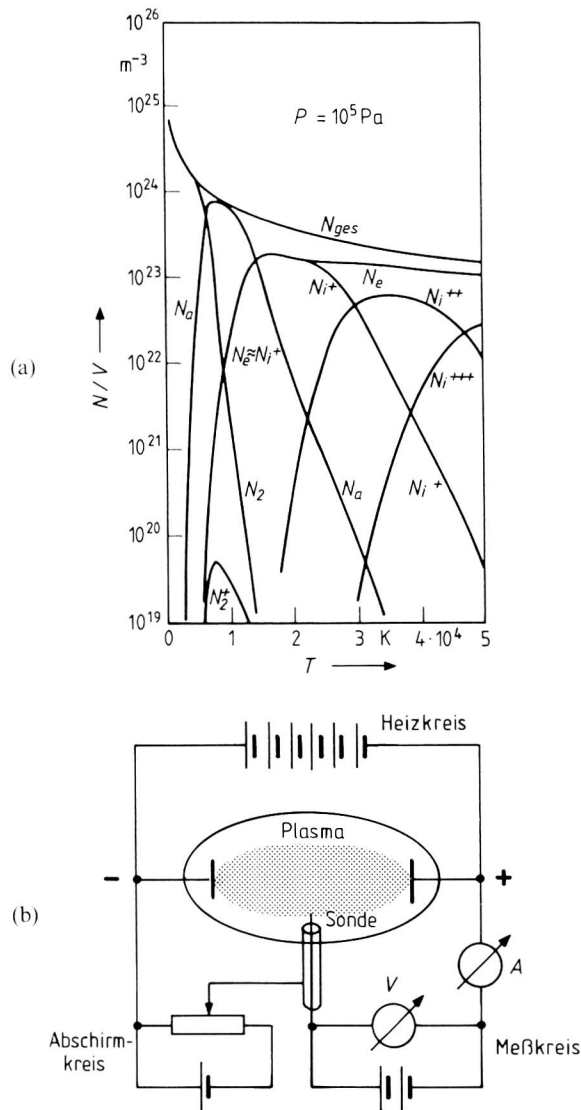


Abb. 11-15. Teilchendichten in einem Stickstoffplasma und ihre Messung. (a) Nach der Saha-Gleichung (11-14) berechnete Temperaturabhängigkeit der Teilchendichten. Die Konzentrationen von Stickstoffatomen (N_a) und Stickstoffmolekülen (N_2) wurde nach dem Massenwirkungsgesetz für die Dissoziation ($N_2 \leftrightarrow 2 N_a$) berechnet. Die Gesamtzahl N_{ges} aller Teilchen nimmt mit wachsender Temperatur ab, weil sich das Plasma unter konstantem Druck befindet (nach Wende 1975). (b) Anordnung zur Messung der Ionenkonzentrationen und der Beweglichkeiten. Der Abschirmkreis dient zur Herstellung geeigneter elektrischer Potentialverläufe an der Sondenspitze, die das Plasma möglichst wenig und nur definiert stören.

nisse im Plasma nur ganz wenig stört. Die so gemessenen Teilchendichten stimmen mit den nach Gleichung (11-14) berechneten gut überein.

Wenn man die Ionenkonzentration in Abhängigkeit von der Temperatur kennt, kann man das Plasma im Prinzip wie ein reales Gas behandeln. Die Wechselwirkung zwischen den geladenen Teilchen wird dann durch elektrostatische Korrekturterme zum idealen Gasverhalten beschrieben, ähnlich wie wir sie in den Gleichungen (11-9) und (11-10) kennengelernt haben. Das geht allerdings nur solange gut, wie die Coulomb-Wechselwirkung U_C noch beträchtlich kleiner als die kinetische Energie E_k ist. Für künstlich ionisierten Stickstoff unter Normalbedingungen wäre dies bei einem mittleren Ionenabstand r_c der Fall, den man etwa durch die Bedingung $U_C = (4 \pi \epsilon_0)^{-1} e^2 / r_c = E_k / 10 = (3/2) (kT/10)$ abschätzen kann (e_0 : Elementarladung), nämlich $r_c = 3,79 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Das entspricht dem hundertfachen des mittleren Abstands der neutralen Moleküle. Die Ionendichte beträgt dann $N_i/V = r_c^{-3} = 1,83 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$, die relative Ionisierung N_i/N_a ungefähr 10^{-6} . Erzeugt man sie in einer Gasentladung wie in Abbildung 11-15b,

Zustandsgleichung

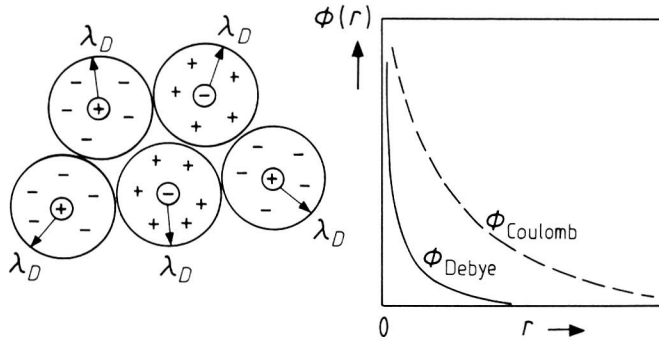


Abb. 11-16. Die Debye-Länge des Plasmas. Aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung der Ionen und Elektronen umgibt sich jeder Ladungsträger bevorzugt mit anderen Ladungsträgern entgegengesetzten Vorzeichens. In den so entstehenden kugelförmigen Bereichen weicht die Ladungsdichte vom räumlichen Mittelwert ab. Den temperaturabhängigen „Radius“ dieser Bereiche nennt man Debye-Länge $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k T V / e_0^2 (N_e + N_i)}$. Man erhält diese Beziehung durch Integration der Poisson-Gleichung der Elektrostatik, wobei N_e und N_i durch Gleichung (11-14) gegeben sind. Für Stickstoff bei 10^4 K beträgt λ_D etwa $3 \cdot 10^{-8}$ m. Doch darf man sich keine so scharf begrenzten Bereiche vorstellen wie in dieser Skizze. Das Potential ϕ_D in einem Plasma fällt vom Zentrum der Bereiche nach außen stärker ab als das Coulomb-Potential:

$$\phi_D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e_0}{r} e^{-r/\lambda_D}.$$

dann befindet sich das Plasma nicht mehr im thermodynamischen Gleichgewicht. Man kann allerdings noch von einem lokalen Gleichgewicht in solchen Bereichen sprechen, die klein sind gegenüber den Abmessungen des Systems. Unter diesen Voraussetzungen läßt sich die Zustandsgleichung des Plasmas durch eine Virialentwicklung beschreiben:

$$PV = (N_e + N_i) k T \left(1 + \frac{\sqrt{2} V}{24 \pi (N_e + N_i) \lambda_D^3} + \dots \right) \quad (11-15)$$

für $(N_e, N_i) \ll N_a$. Dabei ist λ_D die in Abbildung 11-16 erläuterte Abschirmlänge des Plasmas, die sogenannte Debye-Länge. Wegen des Vorkommens der Debye-Länge in den Korrekturtermen zum idealen Gasverhalten hängen alle Eigenschaften eines Plasmas empfindlich von der Elektronen- bzw. Ionenkonzentration ab, die ihrerseits wieder stark temperaturabhängig sind (siehe Abb. 11-15 a).

Sobald die thermische Energie ausreicht um das Gas zu dissoziieren, oder einfach zu ionisieren, oder zweifach zu ionisieren usw., treten in der Energie, der Entropie, den Suszeptibilitäten und den Transportkoeffizienten Stufen bzw. Spitzen auf.

Hiermit wollen wir unseren kurzen Überblick über die Plasmaeigenschaften der Materie beenden. Sehr interessant und vielseitig ist das Verhalten von Plasmen in elektrischen und magnetischen Feldern. Die Kenntnis dieser Zusammenhänge ist vor allem für technische Anwendungen wichtig, zum Beispiel für den MHD-Generator (MHD = **magnetohydrodynamisch**) (Abb. 11-17) und für Fusionsexperimente (Abb. 11-18).

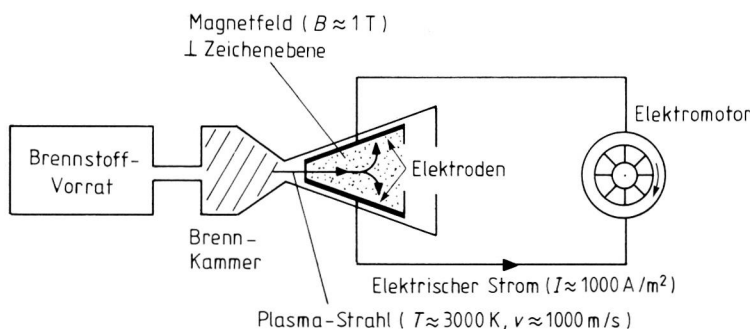


Abb. 11-17. Magnetohydrodynamischer („MHD“) Generator. Das in einer Brennkammer bei hoher Temperatur erzeugte Plasma expandiert in ein Elektrodensystem. Hier werden Elektronen und Ionen unter Einwirkung eines starken Magnetfeldes auf die gegenpoligen Elektroden gelenkt, an denen direkt ein elektrischer Strom abgegriffen werden kann.

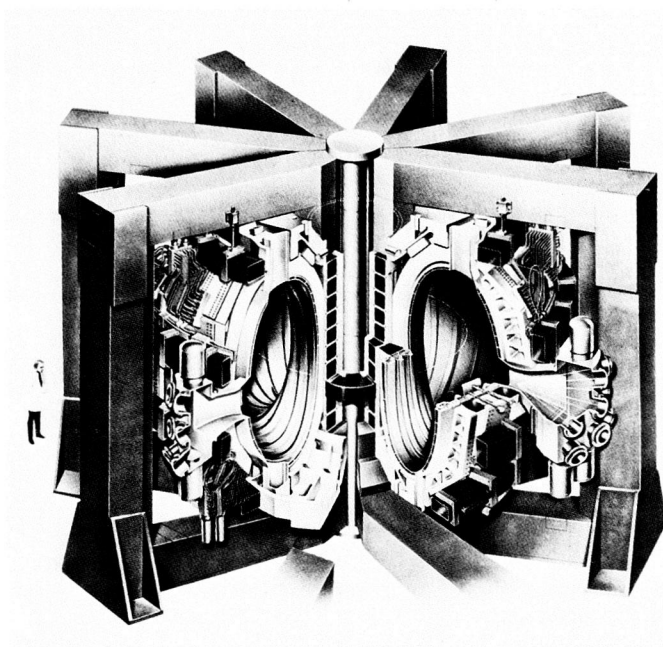


Abb. 11-18. Versuchsanlage zur Energiegewinnung durch Kernverschmelzung: Modell des Joint European Torus (JET) zur kontrollierten Kernfusion (Höhe 11,5 m, Gesamtdurchmesser 14,8 m). Das Plasma befindet sich in dem torusförmigen Hohlraum. Die ihn umgebenden Spulen dienen zur Erzeugung von Magnetfeldern um das Plasma aufzuheizen und von den Wänden fernzuhalten (mit freundlicher Genehmigung des JET Joint Undertaking, Abingdon GB, 1988).

11.4 Gasmischungen

In der Schule haben wir gelernt, daß Gase in jedem Verhältnis miteinander gemischt werden können. Außerdem sollen sich die Eigenschaften der Gasmischungen in einfacher Weise aus denen ihrer Bestandteile berechnen lassen, nämlich additiv bei den extensiven Größen, und durch arithmetische Mittelung bei den Suszeptibilitäten sowie Transportkoeffizienten. Diese beiden Aussagen gelten jedoch nur für wirklich ideale Gase. Reale Gase sind oft nicht vollständig miteinander mischbar, und die Eigenschaften der Mischung hängen meist nicht linear von der Zusammensetzung ab. Eigentlich ist das auch zu erwarten, denn wir haben gesehen, daß Gase und Flüssigkeiten oberhalb des kritischen Punkts kontinuierlich ineinander übergehen. Andererseits sind „Mischungslücken“ in Flüssigkeiten ^{*)} etwas ganz Alltägliches; man denke zum Beispiel an Wasser und Öl. Es gibt daher keinen Grund, warum das in Gasen anders sein sollte. Hierauf hat Van der Waals schon 1894 hingewiesen. Trotzdem wurde das Problem fast 50 Jahre lang ignoriert. Man glaubte einfach nicht daran, daß Gase eine Mischungslücke haben könnten. Erst 1940 gelang I. R. Krichevskii und P. E. Bolshakov der Beweis am System Stickstoff-Ammoniak.

^{*)} Mischungslücken sind diejenigen Gebiete in den Zustandsdiagrammen von zweikomponentigen Flüssigkeiten, in denen sich beide Komponenten nicht mischen (siehe Abschn. 12.4).

In einem Zweikomponentensystem kann eine Mischungslücke nur dann auftreten, wenn die mittlere Wechselwirkungsenergie U zwischen zwei gleichartigen Molekülen, A bzw. B, kleiner ist als zwischen verschiedenartigen, das heißt genauer, wenn $(1/2)(U_{AA}(\bar{r}) + U_{BB}(\bar{r})) < U_{AB}(\bar{r})$ (\bar{r} mittlerer Molekülabstand). Dann nämlich ist es energetisch günstiger, wenn ein Molekül länger in einer Umgebung aus gleichartigen Nachbarn als in einer solchen aus verschiedenartigen verweilt. Außerdem muß die Energiedifferenz $|U_{AB} - (U_{AA} + U_{BB})/2|$ größer als die mittlere Schwankung der kinetischen Energie der Moleküle sein, damit der Effekt beobachtbar wird. Diese Bedingung ist oft erst bei relativ hohen Dichten bzw. hohen Drucken erfüllt. Oberhalb etwa 1000 bar haben in der Tat viele Gasgemische eine Mischungslücke. Sie wird heute vielfach technisch genutzt, zum Beispiel bei der Extraktion von Naturstoffen durch fraktionierte druckabhängige Löslichkeit derselben in einem Trägergas.

Ein relativ einfaches Beispiel ist das System Neon-Krypton. Sein Phasendiagramm zeigt Abbildung 11-19, entsprechende Meßkurven sind in Abbildung 11-20 wiedergegeben. Da die Konzentration des Gemisches als vierte Variable zu den Größen P , V und T hinzukommt, gibt es eine vierdimensionale Zustandsfläche, die man nicht mehr zeichnen kann. Daher ist in Abbildung 11-19 ein dreidimensionaler Schnitt durch diese Fläche bei konstantem Volumen dargestellt. Das System Neon-Krypton

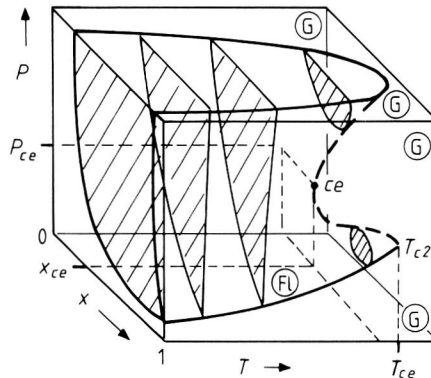


Abb. 11-19. Phasentrennung in Gasen, hier gezeigt am Zustandsdiagramm eines Zweikomponentensystems mit Mischungslücke im Gasbereich. Wiedergegeben ist ein Gebiet oberhalb der kritischen Temperatur T_{c1} der leichter flüchtigen Komponente und für konstantes Volumen; T_{c1} befindet sich auf der Rückseite und links von der linken Begrenzungsfläche; x ist die Konzentration der schwerer flüchtigen Komponente. Die Bereiche gasförmiger „G“ und flüssiger „Fl“ Phasen sind auf der Vorder- und Oberseite des Diagramms markiert. Die dick ausgezogene Linie auf der Vorderfläche ist die Dampfdruckkurve der schwerer flüchtigen Komponente, $x \equiv 1$, die im kritischen Punkt T_{c2} endet. Die von T_{c2} aus ins Innere der Figur verlaufende dick gestrichelte Linie ist die kritische Entmischungskurve. Das ganze von ihr und von den dicken Linien auf den Begrenzungsflächen eingeschlossene Gebiet ist ein Zweiphasengebiet, in dem Phasentrennung auftritt. Wählt man für die Zustandsvariablen P , T , x (und V) Punkte in diesem Gebiet, so entmischt sich das System in zwei Phasen mit Konzentrationen, die den Grenzen des Zweiphasengebiets entsprechen. Einige Isothermenschnitte sind schraffiert hervorgehoben. Zwei verschiedene Gasphasen gibt es jedoch nur oberhalb des kritischen Entmischungspunktes ce , nämlich für $T > T_{ce}$ und $P > P_{ce}$. Der kritische Entmischungspunkt liegt auf der gestrichelten Kurve bei ihrem Temperaturminimum. Unterhalb von T_{ce} , P_{ce} findet die Trennung in eine flüssige (großes x) und eine gasförmige Phase (kleines x) statt; ebenso in dem kleinen Zwickel rechts unten nahe T_{c2} für $T > T_{ce}$ aber $P < P_{ce}$ (nach Becker 1984).

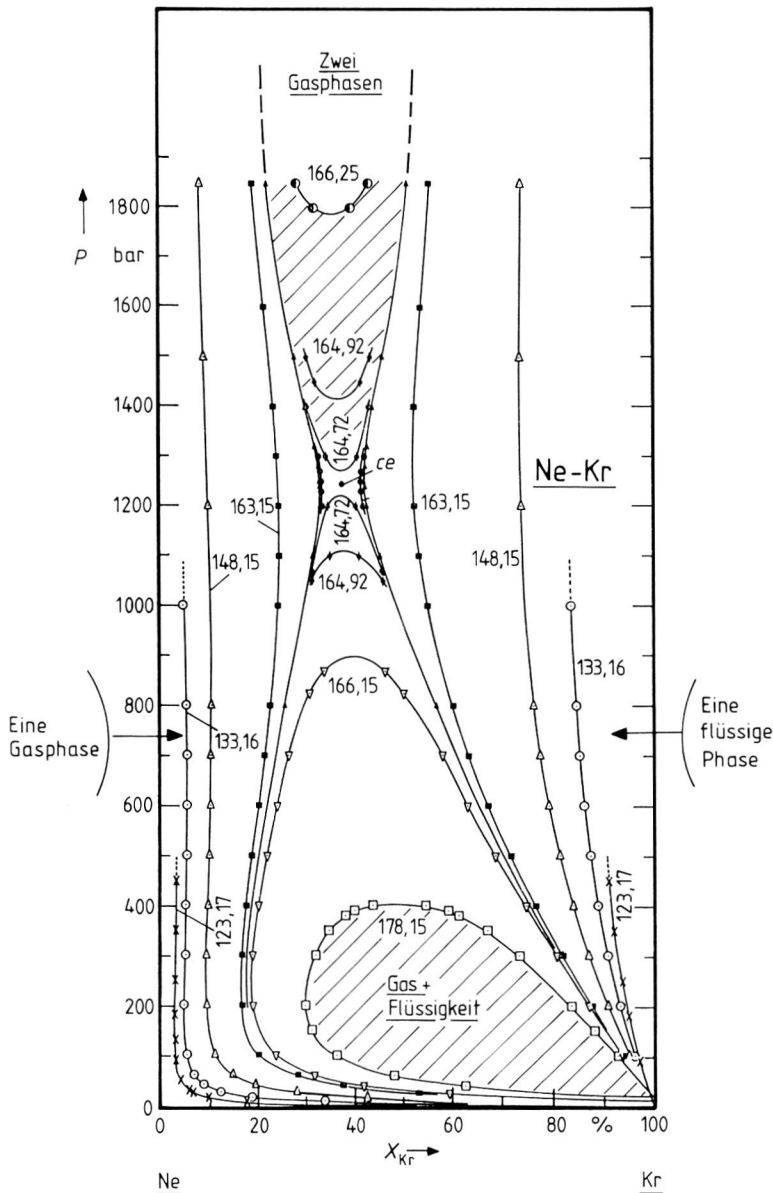


Abb. 11-20. Phasentrennungsdiagramm einer Gasmischung mit Meßergebnissen für das System Neon-Krypton. Es sind einige Isothermen in der Nähe des kritischen Entmischungspunktes ce dargestellt (Kurvenparameter T in K). Dieser liegt bei $P_{ce} = 1240$ bar, $T_{ce} = 164,71$ K und $x_{ce} = 37,5$ Molprozent Krypton. Die schraffierten Schnitte entsprechen den beiden in Abb. 11-19 schraffierten Flächen rechts oberhalb T_{ce} (nach Trappeniers und Schouten 1974).

besitzt oberhalb des kritischen Entmischungspunktes „ ce “ eine Mischungslücke im Gasbereich. Dieses Beispiel ist deshalb von Bedeutung, weil man bei Edelgasen relativ gute Meßwerte für das interatomare Potential besitzt und die Experimente quantitativ mit einem theoretischen Modell vergleichen kann. Bei komplizierteren Molekülen, insbesondere bei solchen mit einem permanenten elektrischen Dipolmoment, sind Phasentrennungen im Gasbereich schon bei niedrigeren Drucken häufig; doch kann man hier wegen des komplizierteren Potentials keine einfachen Berechnungen mehr durchführen.

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel den gasförmigen Zustand der Materie behandelt, ausgehend vom idealen Gas, dessen Eigenschaften man gut und leicht berechnen kann und das in der Natur unter „normalen“ Bedingungen häufig vorkommt. Die Berücksichtigung der elektrostatischen Kräfte zwischen den Molekülen führte uns dann zum realen Gas. Seine Zustandsgleichung läßt sich noch relativ einfach überblicken, aber seine sonstigen Eigenschaften hängen in so unübersichtlicher Weise von der Temperatur und vom Druck ab, daß man ihr Verhalten nicht mehr so einfach mit den zwischenmolekularen Kräften beschreiben kann. Bei einem Plasma schließlich werden diese Kräfte schon bei relativ schwacher Ionisierung so groß, daß eine Virialentwicklung der Zustandsgleichung nur noch eine ziemlich schlechte Darstellung der Verhältnisse liefert.

Die Physik der Gase ist ein schönes Beispiel dafür, wie man durch Korrekturen an einem zunächst einfachen Modell zu immer komplizierteren Ausdrücken für die physikalischen Eigenschaften kommt. Man kann, je nach dem investierten Aufwand an Gedankenarbeit, den Punkt festlegen, bis zu welchem man noch von „verstehen“ im physikalischen Sinn sprechen will. Jenseits dieses Punktes hat das Modell dann nur noch beschreibende Funktion. Ein Beispiel sind die Beziehungen (11-13) für die Eigenschaften realer Gase.

Wir sind bei der Behandlung der kondensierten Materie hier ziemlich schnell an einen Punkt gekommen, wo die Zurückführung der makroskopischen Eigenschaften auf diejenigen der Elementarteilchen und der zwischen ihnen wirkenden Kräfte zu keinem brauchbaren Ergebnis mehr führt. Um mehr verstehen zu können, benötigt man neue Konzepte. Hier ist auf dem Gebiet der dichten Gase, der Flüssigkeiten und amorphen Festkörper noch viel zu tun. Erst bei den Kristallen werden wir wieder festen Boden unter die Füße bekommen.

12 Flüssigkeiten

Der flüssige Zustand der Materie ist besonders schwer zu verstehen. Wie wir schon im vorigen Kapitel gesehen haben, fehlen für dichtgepackte und ungeordnete Molekülsammlungen theoretische Modelle, mit deren Hilfe man ihre physikalischen Eigenschaften einfach interpretieren kann. Solche Modelle kennen wir zwar für das ideale Gas (Boltzmann) und für den perfekten Kristall (Born). Wir warten aber noch auf einen „Born oder einen Boltzmann der Flüssigkeiten“ mit den entscheidenden neuen Ideen. Aus diesem Grunde hat es im Rahmen unserer Darstellung auch keinen Sinn, Meßwerte von Flüssigkeitseigenschaften systematisch mit der Theorie zu vergleichen. Andererseits sind Flüssigkeiten in der Natur weit verbreitet. Die Meere, das Erdinnere, der Inhalt lebender Zellen und die Materie in den meisten Sternen sind flüssig. Die Struktur dieses Zustands der Materie kann äußerst vielfältig sein. Am einfachsten sind flüssige Edelgase aufgebaut, am kompliziertesten die flüssigen Polymere. Dazwischen liegen kristalline Flüssigkeiten, Polymerlösungen, Kolloide und Elektrolyte.

	Gas	Flüssigkeit	Festkörper
		Volumen-↓ Vergrößerung	
Elastizitätsmodul (statisch)	$\hat{E} = 0$	$\hat{E} \approx 0$	$\hat{E} \approx 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Viskosität	$\eta \approx 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$\eta \approx 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$\eta \rightarrow \infty$ (für $T \rightarrow 0$)
Kompressibilität	$\kappa \approx 1 \text{ bar}^{-1}$	$\kappa \approx 10^{-9} \text{ bar}^{-1}$	$\kappa \approx 10^{-10} \text{ bar}^{-1}$
Platzwechselzeit	$\bar{\tau}_p \approx 10^{-10} \text{ s}$	$\bar{\tau}_p \approx 10^{-8} \text{ s}$	$\bar{\tau}_p \rightarrow \infty$ (für $T \rightarrow 0$)

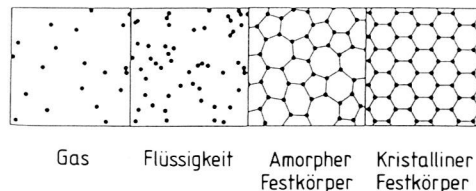
Abb. 12-1. Eigenschaftsvergleich zwischen Gas, Flüssigkeit und Festkörper. \hat{E} ist der Elastizitätsmodul, $\hat{E} \equiv \hat{\sigma}/(\Delta L/L)$ ($\hat{\sigma}$ Zugspannung, $\Delta L/L$ relative Längenänderung); η ist die Viskosität, $\eta \equiv \hat{\tau}/(\partial v/\partial z)$ ($\hat{\tau}$ Schub-Spannung, v Fließgeschwindigkeit, $\hat{\tau} \perp z$, $v \parallel \hat{\tau}$); κ ist die Kompressibilität, $\kappa \equiv -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$; $\bar{\tau}_p$ ist die mittlere Platzwechselzeit der Moleküle. Die angegebenen Zahlenwerte kennzeichnen die ungefähre Größenordnung.

Flüssigkeiten existieren in Temperatur- und Druckbereichen, die zwischen denen des Gases und des Festkörpers liegen. Diese Zwischenstellung spiegelt sich auch in vielen ihrer Eigenschaften wider (Abb. 12-1). Der Übergang von der Flüssigkeit zum Gas oder zum Festkörper kann kontinuierlich sein, das heißt ohne eine scharf ausgeprägte Grenze verlaufen; oder er kann sprunghaft bzw. diskontinuierlich vor sich gehen. Wir werden in diesem Kapitel einige Beispiele dafür kennenlernen. Die genauere Behandlung der Phasenübergänge stellen wir jedoch bis zum Kapitel 21 zurück.

12.1 Einfache Flüssigkeiten

Unter einfachen Flüssigkeiten wollen wir solche verstehen, bei denen die Kräfte zwischen den Molekülen nicht wesentlich von ihrer gegenseitigen Orientierung abhängen. Das sind insbesondere die flüssigen Edelgase mit ihren als kugelförmig betrachteten Atomen; ferner alle Flüssigkeiten, deren Moleküle aus nur wenigen Atomen bestehen, wie H_2 , NH_3 , CH_4 , SF_6 usw., und schließlich die flüssigen Metalle. Dagegen wird das Verhalten der polymeren und kristallinen Flüssigkeiten wesentlich von der gegenseitigen Anordnung der Moleküle und ihrer räumlichen Orientierung abhängen, die beide durch äußere Kräfte beeinflusst werden können.

Im Zustandsdiagramm (siehe Abb. 10-5 a) liegt der Bereich des flüssigen Zustands zwischen dem gasförmigen und dem festen und erstreckt sich vom Tripelpunkt ausgehend bis zu beliebig hohen Drucken und Temperaturen. Gegenüber dem gasförmigen Zustand gibt es keine scharfe Grenze, denn oberhalb des kritischen Punktes ($T > T_c$) besteht ja nur noch ein quantitativer, aber kein qualitativer Unterschied zwischen Flüssigkeit und Gas (Abb. 12-2). Sie unterscheiden sich im wesentlichen durch ihre Dichte.



Einteilung und Abgrenzung

Abb. 12-2. Strukturelle Merkmale der verschiedenen Erscheinungsformen der kondensierten Materie (nach Schroeder, 1985).

Die Grenze liegt etwa bei einer Raumerfüllung durch die Atome von 10 Prozent. Dies entspricht einer Massendichte von rund 100 kg/m^3 ; Wasser bzw. Stickstoff haben bei Normalbedingungen eine Dichte von etwa 1000 kg/m^3 bzw. 1 kg/m^3 . Bei der Abgrenzung der Flüssigkeit gegenüber dem festen Zustand muß man zwei Fälle unterscheiden:

- Entweder ist der Festkörper amorph. Dann besteht nur ein quantitativer Unterschied zur Flüssigkeit in fast allen Eigenschaften (siehe Abb. 12-1). Die Grenze liegt ganz grob bei einer Platzwechselzeit von etwa 10 Sekunden bei Raumtemperatur. Wenn die Moleküle langsamer

ihre Plätze tauschen, sprechen wir von einem Festkörper, wenn sie es schneller tun, von einer Flüssigkeit.

- Oder der Festkörper ist kristallin. Dann gibt es auch qualitative Unterschiede zur Flüssigkeit, nämlich aufgrund der langreichweitigen Ordnung der Atome im Kristall. Das Entstehen dieser Ordnung ist mit einer sprunghaften Abnahme der Entropie verbunden und hat entsprechende Sprünge in fast allen anderen physikalischen Eigenschaften zur Folge (siehe Kap. 21). Ist die Ordnung nicht perfekt, und enthält der Kristall Gitterbaufehler, so sind diese Sprünge entsprechend verbreitert.

Die Kräfte zwischen den Atomen bzw. Molekülen einer Flüssigkeit sind von ähnlicher Natur wie jene, die wir schon in den Abschnitten 11.1 und 8.4 besprochen haben, das heißt, es handelt sich im wesentlichen um elektrostatische Kräfte. Man kann sie zum Beispiel durch ein Lennard-Jones-

Potential beschreiben; $U(r) = 4\varepsilon' \left[\left(\frac{\sigma'}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma'}{r} \right)^6 \right]$ (siehe Gl. 8-4) mit den

empirisch zu bestimmenden Konstanten ε' und σ' . Dieses Potential besteht aus einem abstoßenden Teil ($\sim r^{-12}$), der auf das Pauli-Prinzip für die Elektronen zurückzuführen ist, und aus einem anziehenden Term ($\sim r^{-6}$) infolge der Coulomb-Wechselwirkung der Moleküle. Es hat sich herausgestellt, daß für die meisten physikalischen Eigenschaften der einfachen Flüssigkeiten der abstoßende Teil des Potentials von größerer Bedeutung ist. So werden zum Beispiel die Viskosität, die Wärmeleitfähigkeit und die Diffusion in Flüssigkeiten wesentlich durch die Raumerfüllung und die gegenseitige Undurchdringlichkeit der Moleküle bestimmt. Der anziehende Teil des Potentials bewirkt dagegen den Zusammenhalt der Moleküle untereinander und ist zum Beispiel für die Oberflächenspannung und den Dampfdruck verantwortlich. Im Unterschied zu den Gasen, bei denen die intermolekulare potentielle Energie nur als Korrekturterm zur Gesamtenergie im idealen Gasmodell betrachtet werden konnte ($E_k > E_p$, siehe Gl. 11-10), überwiegt bei den Flüssigkeiten die potentielle Energie deutlich ($E_k < E_p$).

Um das Verhalten einer Flüssigkeit richtig zu beschreiben, müssen wir also die potentielle Energie zwischen allen ihren Molekülen berücksichtigen. Diese läßt sich nur dann ausrechnen, wenn wir die Anordnung der Moleküle im Raum und ihre Bewegung kennen. Wegen der ungeordneten Natur des flüssigen Zustands (Abb. 12-3) ist das aber im allgemeinen nicht der Fall. Bis heute war es nicht möglich, die statische oder dynamische Struktur einer Flüssigkeit auf atomarer Basis zu berechnen. Leider können wir auch keinen einfachen Ausdruck für die Zustandszahl Ω oder die Zustandssumme Z herleiten, wie es bei idealen Gasen wegen der Einschränkung $E_k \gg E_p$ möglich war. Wir müssen uns daher mit einer empirisch fundierten Beschreibung des flüssigen Zustands zufriedengeben. Aufgrund der räumlichen Ausdehnung der Moleküle beobachtet man in Flüssigkeiten immer eine sogenannte Nahordnung, wie sie in Abbildung 12-5b skizziert ist. Zu ihrer Beschreibung verwendet man die sogenannten Korrelationsfunktionen (Abb. 12-4 und 12-5), die wir im folgenden etwas genauer untersuchen wollen.

Korrelationsfunktionen sind eine Art von Kompromiß zwischen unserer völligen Unkenntnis der mikroskopischen Struktur der Flüssigkeit und unserer genauen, aber für viele Zwecke nutzlosen Kenntnis der makroskopischen mittleren Teilchendichte. Die Korrelationsfunktion $g(r, t)$ gibt die nicht normierte Wahrscheinlichkeit dafür an, am Ort r zur Zeit t ein

Intermolekulare Kräfte

Korrelationsfunktionen

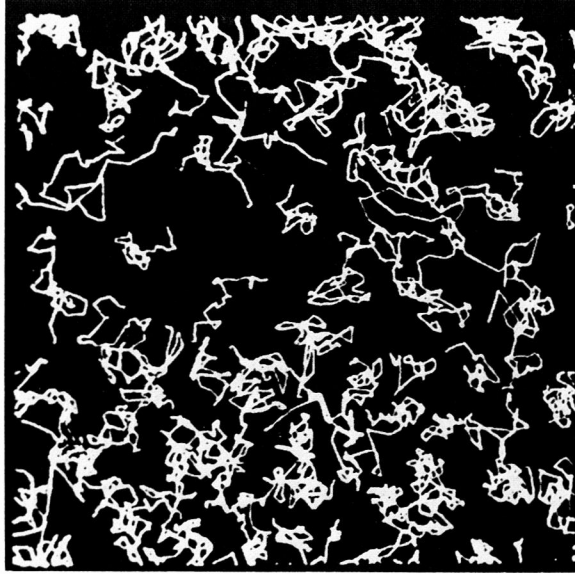


Abb. 12-3. Molekülbahnen im Bereich des Flüssig-Gas-Übergangs. Gezeigt sind die Ergebnisse einer Computersimulation mit 108 Teilchen für ein ebenes Modell mit Harte-Scheiben-Potential $U(r)$ (Scheibenradius R , $U = \infty$ für $r \leq 2R$, $U = 0$ für $r > 2R$) (aus Alder und Wainwright 1959).

Molekül zu finden, wenn am Ort $\mathbf{r} = 0$ zur Zeit $t = 0$ ein Molekül war. Dabei kann dieses Molekül dasselbe sein, dann spricht man von der Selbstkorrelationsfunktion $g_s(\mathbf{r}, t)$; oder es kann irgendein anderes sein, dann handelt es sich um die Paarkorrelationsfunktion $g_p(\mathbf{r}, t)$. Für die gesamte Wahrscheinlichkeit gilt dann $g(\mathbf{r}, t) = g_s(\mathbf{r}, t) + g_p(\mathbf{r}, t)$. Die Funktionen $g_s(\mathbf{r}, t)$ und $g_p(\mathbf{r}, t)$ sind in Abbildung 12-4 skizziert. Sie sind ein Maß für die lokale Moleküldichte $\varrho_T(\mathbf{r}, t)$, denn es gilt per Definitionem $\varrho_T(\mathbf{r}, t) = (N/V) g(\mathbf{r}, t)$. Leider kann man die Korrelationsfunktionen nicht mikroskopisch berechnen, oder doch nur mit großer Mühe in sehr idealisierten Fällen oder in schlechter Näherung. So gilt zum Beispiel für $g_p(\mathbf{r}, 0)$ die Beziehung

$$g_p(\mathbf{r}, 0) = \frac{V^2 (2\pi m k T)^{3N/2}}{N^2 (N-2)! h^{3N} Z_N} \int_V \dots \int_V e^{-\frac{U_{\text{ges}}}{kT}} d\mathbf{r}_3 \dots d\mathbf{r}_N. \quad (12-1)$$

Dabei ist U_{ges} die gesamte potentielle Energie des Systems, die von den Lagen \mathbf{r}_3 bis \mathbf{r}_N aller nicht zum betrachteten Paar gehörenden Moleküle (Index 3 bis N) abhängt, und Z_N die Zustandssumme. Die Auswertung dieser Gleichung ist praktisch nur mit einem Iterationsverfahren möglich, denn U_{ges} hängt natürlich selbst von den nur über $g_p(\mathbf{r}_{3\dots N}, 0)$ bekannten Aufenthaltsorten der Moleküle 3 bis N ab. Es gilt nämlich (siehe Gl. 11-8):

$$U_{\text{ges}} = \frac{N^2}{2V} \int U(\mathbf{r}) \cdot g_p(\mathbf{r}, 0) \cdot 4\pi r^2 d\mathbf{r}. \quad (12-2)$$

(In Gleichung (11-8) war $g(\mathbf{r}, 0) = 1$ gesetzt, denn wir hatten nur über die Orte der Moleküle selbst integriert). Zur Bestimmung von $g_p(\mathbf{r}, 0)$ müßten wir also eine $(N-2)$ -fache Integralgleichung lösen!

Glücklicherweise kann man die Korrelationsfunktion relativ einfach messen, denn $g(\mathbf{r}, t)$ beschreibt ja die raumzeitliche Struktur des Systems. Wir erinnern uns dazu an das allgemeine Verfahren zur Strukturbestimmung durch Streuung aus Abschnitt 5.7. Die dort diskutierten Gleichungen (5-6) bis (5-10) enthalten den Zusammenhang zwischen der Anzahl \mathfrak{N} der unter einem bestimmten Winkel ϑ mit einer bestimmten

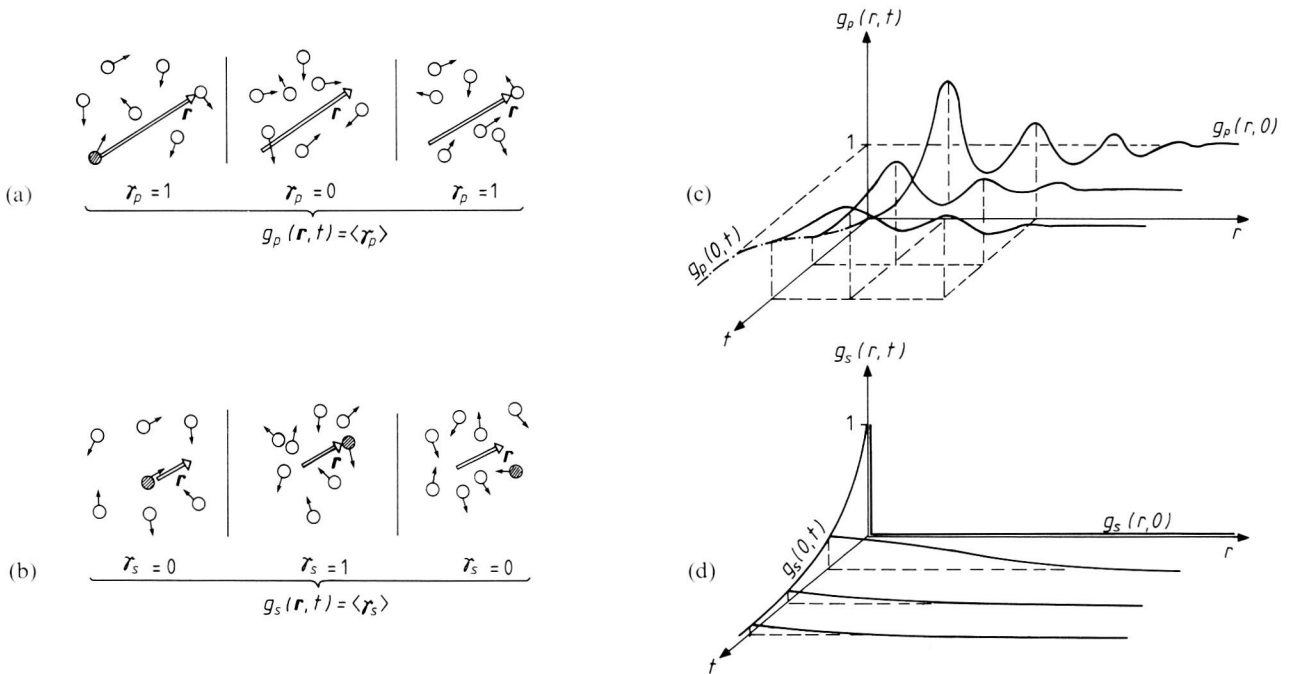


Abb. 12-4. Veranschaulichung der Korrelationsfunktionen. In den Teilbildern (a) und (b) wurde versucht, Wahrscheinlichkeiten zeichnerisch darzustellen. Dies gelingt nur in beschränktem Umfang. Man muß sich eine Ensemble-Mittelung hinzu denken, wie wir sie aus der Thermodynamik kennen. Dabei wird über die Besetzungswerte $\gamma = 0$ bzw. $\gamma = 1$ in sehr vielen gleichartigen Systemen gemittelt. Der Doppelpfeil repräsentiert als Ortsvektor einen der Paarabstände \mathbf{r} . Die einfachen Pfeile bezeichnen die momentanen Bewegungsrichtungen der Moleküle. Die isotrope (r statt \mathbf{r}) Paar-Korrelationsfunktion $g_p(r, t)$ und die isotrope Selbst-Korrelationsfunktion $g_s(r, t)$ sind bezüglich ihrer Orts- und Zeitabhängigkeit in den Teilbildern (c) und (d) skizziert (vergleiche Abbildung 12-5 und 12-6).

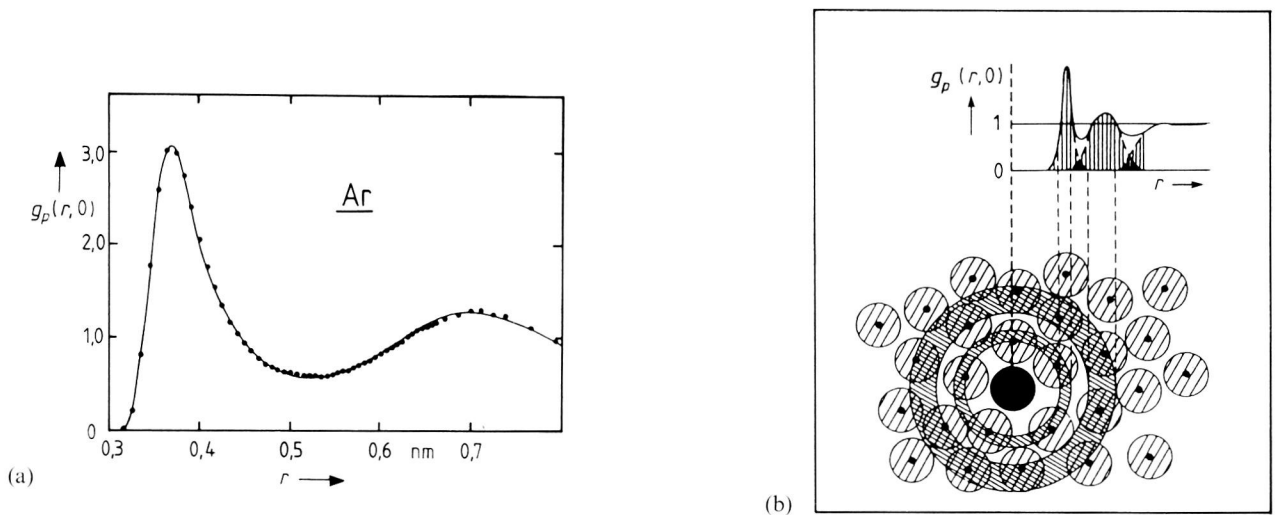


Abb. 12-5. Die Paar-Korrelationsfunktion von flüssigem Argon bei 85 K. (a) Die durchgezogene Kurve ist mit einem Lennard-Jones-Potential (siehe Gl. 8-4) aus der Beziehung (12-1) mit unabhängig bestimmten Konstanten ϵ' und σ' berechnet. Die Meßpunkte sind mittels Neutronenstreuung gewonnen (nach Barker und Henderson 1976). (b) Bildliche Darstellung der Besetzungswahrscheinlichkeit („Nahordnung“) für ein ebenes System mit scheibenförmigen Molekülen (nach Ziman 1979).

Energieänderung ε gestreuten Teilchen und der Anzahldichte $\varrho_T(r, t)$ der Streuzentren. Diese ist aber direkt proportional zur Korrelationsfunktion. Durch ein Streuexperiment können wir also $g(r, t)$ bestimmen. Welche Teilchen man zur Streuung verwendet, ist im Prinzip gleichgültig. Es geht mit sichtbarem Licht, mit Röntgenstrahlen, mit Elektronen oder mit Neutronen. Am besten nimmt man Teilchen, die möglichst stark gestreut und möglichst wenig absorbiert werden. Dies ist von Material zu Material natürlich sehr verschieden. Das Ergebnis einer solchen Messung zeigt Abbildung 12-5 für ein einfaches System (Argon), bei dem die Berechnung der Korrelationsfunktion noch näherungsweise möglich ist.

Nachdem wir $g_p(r, 0)$ aus dem Experiment kennen, und wenn wir $U(r)$ als bekannt voraussetzen, können wir mit der Beziehung (12-2) nun Ausdrücke für die Gesamtenergie, für die statischen Suszeptibilitäten und für die Zustandsgleichung gewinnen, die sich mit dem Experiment vergleichen lassen. Die innere Energie E erhält man einfach durch Addition der kinetischen Energie $E_k = (f/2) N k T$ des idealen Gases und der potentiellen Energie U_{ges} :

$$E = \frac{f}{2} N k T + \frac{N^2}{2V} \int U(r) g_p(r, 0) 4\pi r^2 dr. \quad (12-3)$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich durch Differenzieren zum Beispiel die Wärmekapazität

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{f}{2} N V + \frac{N^2}{2V} \int U(r) \left(\frac{\partial g_p}{\partial T} \right)_V 4\pi r^2 dr. \quad (12-4)$$

Mittels des Virialsatzes der Mechanik ($E_k = -U_{\text{ges}}/2$) kann man aus Gleichung (12-3) eine Zustandsgleichung der Form

$$P V = N k T \left(1 - \frac{2\pi N}{3V k T} \int g_p(r, 0) \frac{\partial U(r)}{\partial r} r^3 dr \right) \quad (12-5)$$

ableiten. Mit Hilfe der üblichen thermodynamischen Beziehungen ergeben sich dann auch die entsprechenden Ausdrücke für die Entropie, die Wärmeausdehnung, die Kompressibilität usw. Wir wollen sie hier nicht alle hinschreiben. Sie enthalten immer die empirisch zu bestimmenden Größen $U(r)$ und $g(r, 0)$. Unsere Situation ist hier also ganz ähnlich wie beim realen Gas. Wir erinnern uns an die Gleichungen (11-13) wo $U(r)$ und $g(r, 0)$ durch die Virialkoeffizienten $B(T)$ und $C(T)$ repräsentiert waren. Für die Flüssigkeiten haben wir also keine wirklich mikroskopische Theorie, welche die Eigenschaften der kondensierten Materie auf diejenigen der Elementarteilchen und der vier Wechselwirkungen zurückführt. Wir haben es nur erreicht, bestimmte makroskopische Größen (U_{ges} , E , usw.) durch „etwas mikroskopischere“ ($U(r)$, $g(r, 0)$) auszudrücken.

In den Beziehungen (12-4) und (12-5) kommen Ableitungen von g_p und U vor, die wir nur experimentell bestimmen können. Es verschafft uns also keine fundamentalen neuen Erkenntnisse, wenn wir berechnete Werte für die Zustandsgleichung, die Wärmekapazität usw. mit dem Experiment vergleichen. Wir würden zwar eine ganz gute Übereinstimmung zwischen verschiedenen Experimenten und dem sie verbindenden Formalismus feststellen, wären deshalb aber noch nicht viel klüger im Sinne von grundsätzlichem Verständnis. Daher werden wir hier keine solchen Vergleiche zwischen Theorie und Experiment ziehen, insbesondere deshalb nicht, weil die Korrelationsfunktion in komplizierter Weise von intensiven Feldgrößen

Zustandsgleichung und Suszeptibilitäten

abhängt, und zwar von P , T , B und E , und weil wir diese Abhängigkeit auch wieder nur experimentell bestimmen könnten.

Jedoch wollen wir noch einen Blick auf die Transporteigenschaften der einfachen Flüssigkeiten werfen und dabei ein etwas anderes Konzept ihrer Beschreibung kennenlernen als bei den Gasen. Da wir es hier mit dynamischen Vorgängen zu tun haben, wird die Zeitabhängigkeit der Korrelationsfunktion eine Rolle spielen. Aus der Theorie der Brown-Bewegung erhält man zum Beispiel den Zusammenhang zwischen $g_s(r, t)$ und der Diffusionskonstanten D für Zeiten, die groß gegen die mittlere Stoßzeit $\bar{\tau}_s$ zwischen benachbarten Molekülen von etwa 10^{-13} s sind:

$$g_s(r, t) = \frac{1}{N} \frac{e^{-\frac{r^2}{4Dt}}}{(4\pi Dt)^{3/2}}. \quad (12-6)$$

Andererseits ist das mittlere Quadrat $\langle r^2 \rangle$ der Entfernung, die ein Molekül während der Zeit t zurücklegt, definitionsgemäß gleich

$$\langle r^2 \rangle = \frac{N}{V} \int_0^\infty r^2 g_s(r, t) 4\pi r^2 dr. \quad (12-7)$$

Aus (12-6) und (12-7) ergibt sich

$$\langle r^2 \rangle = 6Dt, \quad (12-8)$$

und diese Beziehung ist experimentell gut erfüllt, wie Abbildung 12-6b zeigt. Für Zeiten $t \lesssim \bar{\tau}_s$ nähern sich die Meßpunkte dem idealen Gasverhalten an, weil dann das Molekül noch keine Information über die Anordnung und die Bewegung seiner Nachbarn besitzt.

Die Temperaturabhängigkeit der Transportkoeffizienten von Flüssigkeiten ist für technische Anwendungen von großer Bedeutung. Wir verfügen leider über keine einfachen mikroskopischen Ausdrücke für diese Größen. Jedoch kann man ihre Temperaturabhängigkeit mit Hilfe von molekularkinetischen Parametern relativ übersichtlich ausdrücken, die sich ihrerseits durch $g(r, t)$ beschreiben lassen. Das sind die mittlere Platzwechselfrequenz $\bar{\nu}_p$, die mittlere Platzwechsel-Energieschwelle $\bar{\Delta\varepsilon}$ und die mittlere Sprungweite \bar{L} beim Platzwechsel (Abb. 12-7). Die Ableitung des Zusammenhangs zwischen diesen Größen und den Transportkoeffizienten erfolgt nach einem ähnlichen Verfahren wie wir es in Abbildung 11-8 bei der Wärmeleitfähigkeit von Gasen besprochen hatten. Man erhält dann die Beziehungen

$$D = \frac{1}{6} \bar{\nu}_p \bar{L}^2 \quad (\text{vgl. Gl. 12-8}), \quad \text{und} \quad \eta = \frac{6kT}{\bar{\nu}_p \bar{L}^3}.$$

Sie entsprechen bis auf einen Zahlenfaktor denjenigen für Gase (Tab. 11-2). Macht man für $\bar{\nu}_p$ einen Boltzmann-Ansatz,

$$\bar{\nu}_p = \nu_0 e^{-\bar{\Delta\varepsilon}/kT}, \quad (12-9)$$

so ergibt sich

$$D = \frac{\bar{L}^2}{6} \nu_0 e^{-\bar{\Delta\varepsilon}/kT}, \quad (12-10)$$

und

$$\eta = \frac{6kT}{\nu_0 \bar{L}^3} e^{\bar{\Delta\varepsilon}/kT}. \quad (12-11)$$

Transportkoeffizienten

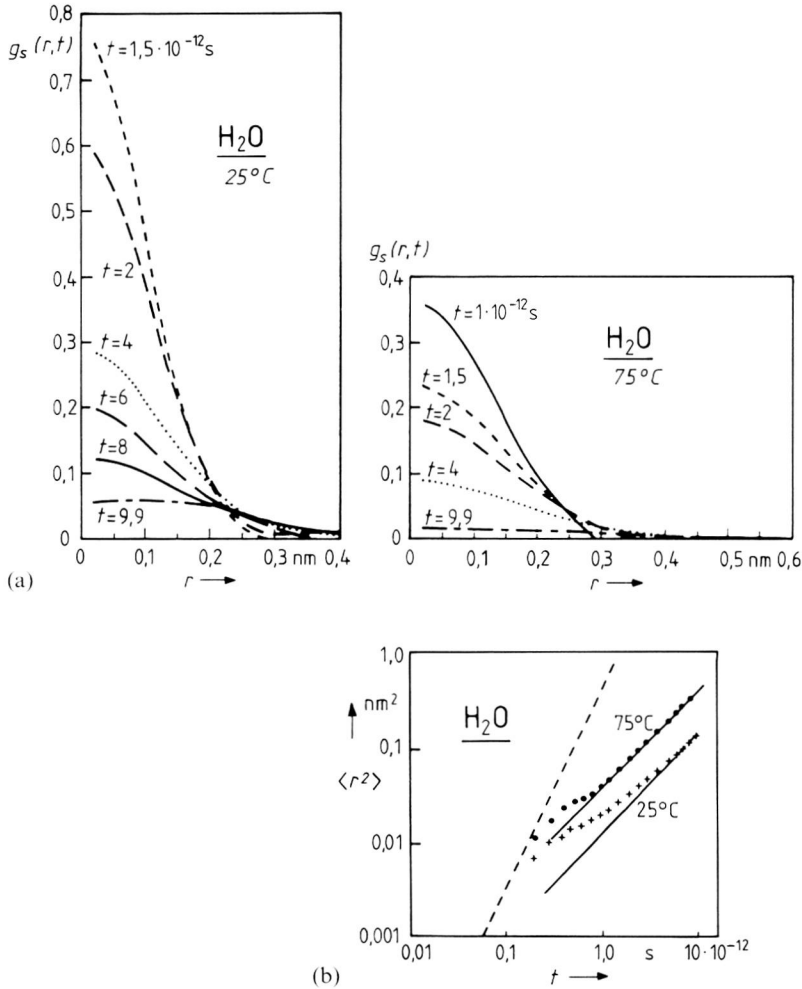


Abb. 12-6. Molekulare Diffusion in Wasser. (a) Selbstkorrelationsfunktion $g_s(r, t)$, gemessen mittels Neutronenstreuung für zwei verschiedene Temperaturen (vergl. Abb. 12-4 d) (nach Bacon 1975). (b) Mittleres Verschiebungsquadrat eines Moleküls als Funktion der Zeit. Die Meßpunkte stammen aus Teilbild a. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die Beziehung (12-8). Die gestrichelte Linie ist eine entsprechende Rechnung für ein ideales Gas ($\langle r^2 \rangle = 3 k T t^2 / m$). Die Messungen nähern sich ihr für kleine Zeiten an, die vergleichbar mit der mittleren Stoßzeit $\bar{\tau}_s$ von etwa 10^{-13}s sind (nach Bacon 1975).

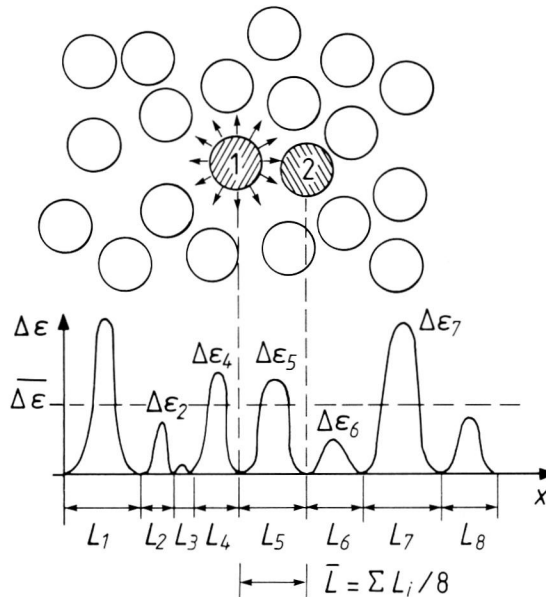


Abb. 12-7. Platzwechsel in Flüssigkeiten. Ein Molekül (1) führt etwa $v_0 = 10^{13}$ Schwingungen pro Sekunde aus, angedeutet durch die einfachen Pfeile. Bei etwa jeder 100 000ten Schwingung erfolgt ein Platzwechsel an den Ort eines Nachbarmoleküls (2), also etwa 10^8 -mal pro Sekunde. Dabei muß das Molekül die Energie $\Delta \epsilon_i$ aufbringen, um sich zwischen seinen Nachbarn hindurchzuzwängen. L_i ist die Sprungweite eines solchen Platzwechsels.

Hierbei ist ν_0 die Platzwechselfrequenz im Grenzfall verschwindender Energieschwelle und identisch mit der Schwingungsfrequenz der Moleküle um ihre Gleichgewichtslage bzw. der reziproken mittleren Stoßzeit. Für $\Delta\epsilon \rightarrow 0$ würde nämlich jede Auslenkung zu einem Platzwechsel führen.

Damit sind die Transportkoeffizienten D und η auf die molekularkinetischen Größen ν_0 , \bar{L} und $\Delta\epsilon$ zurückgeführt. Deren Zusammenhang mit Energie und Impuls der Moleküle ist in Boltzmanns Stoßgleichung (10-12) enthalten. Diese kann man jedoch für ein so kompliziertes System wie eine Flüssigkeit nicht allgemein lösen. Daher müssen ν_0 , \bar{L} und $\Delta\epsilon$ experimentell bestimmt werden, wenn man $D(T)$ und $\eta(T)$ berechnen will. Diese beiden Größen hängen nach (12-10, 11) exponentiell von der Temperatur ab, und zwar mit umgekehrtem Vorzeichen. Das wird experimentell gut bestätigt (Abb. 12-8). Die zusätzliche Proportionalität von η mit T wird erst bei ziemlich hohen Temperaturen merklich. In Abbildung 12-8c sind Daten für die Wärmeleitfähigkeit λ einer Flüssigkeit angegeben. Im Gegensatz zu D und η hängt sie nur schwach von der Temperatur ab. Hier kompensieren sich in erster Näherung die exponentiellen Temperaturabhängigkeiten des Masse- und des Impuls-Transports. Das ist von großer technischer Bedeutung, zum Beispiel bei Wärmeaustauschern mit strömenden Flüssigkeiten.

Flüssigkeiten haben eine wichtige neue Eigenschaft, der wir bisher noch nicht begegnet sind: Sie besitzen eine Grenzflächenenergie. Dabei handelt es sich um die Energieänderung, die auftritt, wenn ein Molekül aus dem Inneren eines Systems an dessen Oberfläche gebracht wird. Eine solche Energieänderung hat ihre Ursache in der Veränderung der Art der Zahl und der Abstände der Nachbarmoleküle bei diesem Vorgang (Abb. 12-9). Das führt zu einer Zunahme oder Abnahme der Bindungsenergie eines Moleküls an der Grenzfläche gegenüber ihrem Wert im Inneren einer homogenen Phase.

Man definiert die spezifische Grenzflächenenergie (oder „Grenzflächen-spannung“) γ als die Energieänderung ΔE die bei der Entstehung von A m² neuer Grenzfläche auftritt (Abb. 12-10); $\gamma = \Delta E/A$. Besonders übersichtlich werden die Verhältnisse bei Grenzflächen gegen das Vakuum und mit Einschränkungen, auch zum verdünnten Gas; dann spricht man von Oberflächenenergie bzw. Oberflächenspannung. Eine einfache Abschätzung der spezifischen Oberflächenenergie erhalten wir, wenn wir nur die Bindungsenergie ϵ_b eines Moleküls zu jedem seiner z nächsten Nachbarn berücksichtigen: Ein Oberflächenmolekül hat nur halb soviel nächste Nachbarn ($z/2$) wie eines im Inneren. Der Energieaufwand zur Bildung einer neuen Oberfläche mit N Molekülen beträgt dann $\Delta E_N = -(z/2)(\epsilon_b/2)N$. Der zusätzliche Faktor $1/2$ rührt daher, daß beim Auflösen der Bindungen zwei neue Oberflächen entstehen (Abb. 12-10). Die Oberflächenenergie wird positiv, weil wir die Bindungsenergie negativ rechnen. Wenn ein Molekül in der Oberfläche a m² Platz beansprucht, so ist die spezifische Oberflächenenergie $\gamma = \Delta E_N/aN = -z\epsilon_b/4a$. Für eine grobe Abschätzung setzen wir $z = 10$, $\epsilon_b = -10^{-19}$ J, $a = 10^{-19}$ m² und erhalten $\gamma \approx 2,5$ J/m². Das ist genau die richtige Größenordnung für γ_{KV} von Festkörpern (Kristall-Vakuum-Grenzfläche). Dagegen ist γ_{FV} (Flüssigkeit-Vakuum) um den Faktor 100 kleiner, und zwar wegen des kleineren z , des kleineren ϵ_b und des größeren a in einer Flüssigkeit im Vergleich zum Kristall. Eine genauere Berechnung von γ , insbesondere seiner Temperaturabhängigkeit ist mit Hilfe der Korrelationsfunktionen möglich; wir wollen sie uns hier ersparen.

Grenzflächenenergie

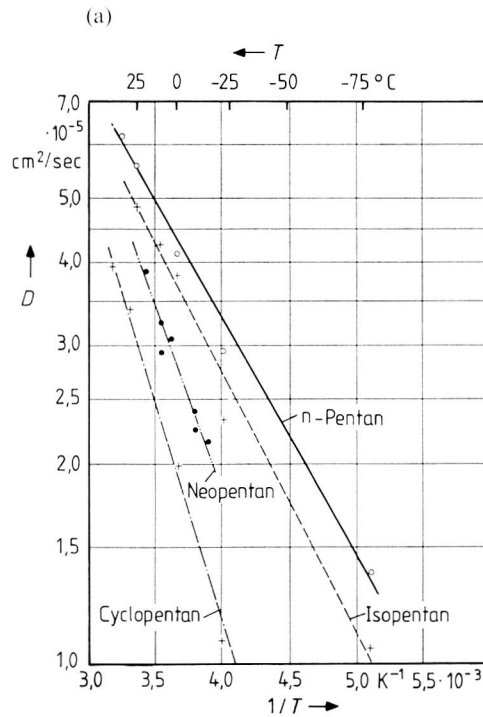
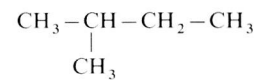


Abb. 12-8. Temperaturabhängigkeit der Transportkoeffizienten von Flüssigkeiten. (a) Diffusionskonstante verschiedener Kohlenwasserstoffe, halblogarithmisch gegen $1/T$ aufgetragen.

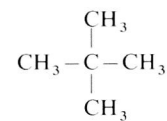
n-Pentan:



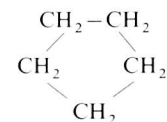
Isopentan:



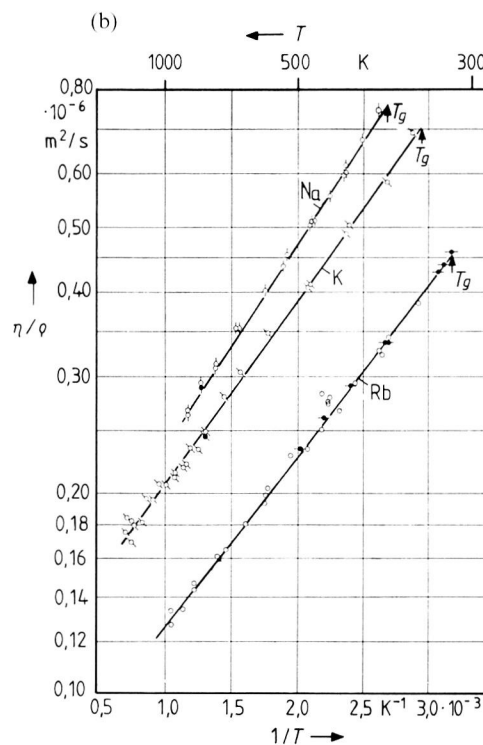
Neopentan:



Zyklopentan:



(nach Andrussov 1960).



(b) Kinematische Viskosität η/ρ verschiedener flüssiger Alkalimetalle halblogarithmisch gegen $1/T$ aufgetragen; T_g Gefrierpunkt, ρ Massendichte (nach Andrussov 1960).

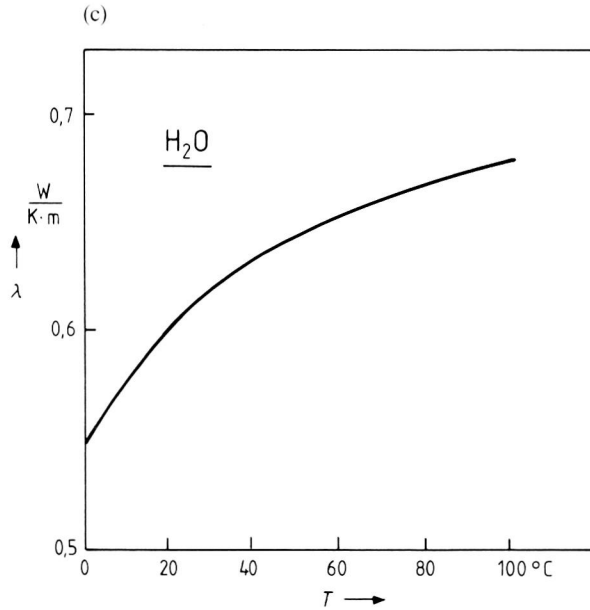


Abb. 12-8. (c) Wärmeleitfähigkeit von Wasser, gemessen unter seinem eigenen, temperaturabhängigen Sättigungsdampfdruck (Meßwerte aus D'Ans-Lax: Taschenbuch für Chemiker und Physiker, 1. Band (3. Auflage). Springer, Berlin 1967, S. 625).

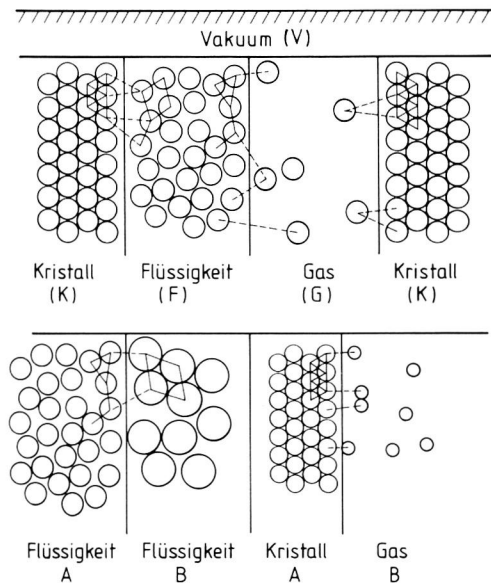


Abb. 12-9. Veranschaulichung der Grenzflächenenergien. Es gibt verschiedene Arten von Grenzflächen: K-F, F-G, G-K, K-V, F-V, G-V, F_A-F_B , K_A-G_B , usw. Einige Bindungen zwischen den Molekülen innerhalb einer Phase sind als durchgezogene Linien dargestellt, diejenigen zur anderen Phase als gestrichelte. Man erkennt die diesbezüglichen Unterschiede zwischen einem Molekül im Inneren einer Phase und an einer Grenzfläche.

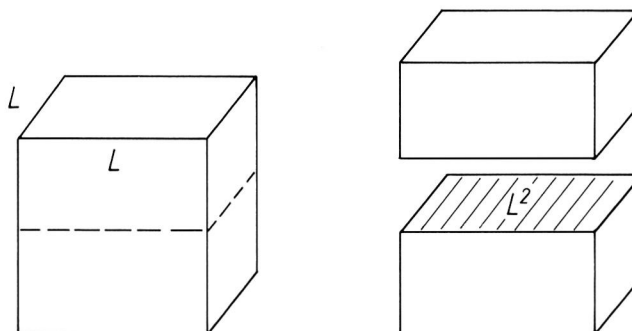


Abb. 12-10. Definition der Grenzflächenenergie. Bei der Trennung der beiden Hälften des Würfels mit der Kantenlänge L entstehen $2L^2$ neuer Oberfläche. Dabei tritt eine Energieänderung $\Delta E = \gamma \cdot 2L^2$ ein; γ ist die spezifische Grenzflächenenergie und hat die Dimension J/m^2 .

Die Existenz der Grenzflächenenergie hat zahlreiche für technische Anwendungen wichtige Konsequenzen:

- Ein kräftefreies Flüssigkeitsvolumen nimmt die Gestalt einer Kugel an, weil diese das kleinste Verhältnis von Oberfläche zu Volumen besitzt (Abb. 12.11: Tafel VI im vorderen Buchteil) und damit die kleinste Oberflächenenergie. Näherungsweise ist die Kugelgestalt in einem fallenden Wassertropfen realisiert.
- Der Dampfdruck über konkaven Oberflächen ist kleiner als über ebenen, über konvexen Oberflächen ist er größer.
- Die vielfältigen Erscheinungen der Benetzung und der Kapillarität lassen sich mit Hilfe der Grenzflächenenergie zwangslos verstehen.
- Es gilt die Young-Beziehung zwischen der Grenzflächenenergie und dem Kontaktwinkel ϑ eines Flüssigkeitstropfens auf einem Festkörper $\gamma_{KG} = \gamma_{KF} + \gamma_{FG} \cos \vartheta$ (Kräfte-Gleichgewicht).
- Die Erscheinungen der Kohäsion können mit Hilfe der Grenzflächenenergie befriedigend beschrieben werden.
- Grenzflächenenergie tritt nicht nur bei Flüssigkeiten auf, sondern auch bei Festkörpern, nur sind ihre Wirkungen hier wegen der sehr viel kleineren Platzwechselfrequenz (siehe Abb. 12-1) nicht so leicht beobachtbar und daher auch nicht so gut bekannt. Die Grenzflächenenergie ist zum Beispiel für die Wachstumsformen der Kristalle verantwortlich (siehe Kap. 14).
- Auch bei Atomkernen beobachtet man den Einfluß der Oberflächenenergie auf ihre Form. Hier hängt es vom Wechselspiel der Kernkräfte, der elektromagnetischen Kräfte und der kinetischen Energie der Nukleonen ab, welche Gestalt ein Atomkern hat (siehe Abschn. 6.4). Unter der Wirkung der Kernkräfte allein würde er Kugelgestalt annehmen wie die Flüssigkeit in Abbildung 12-11.

(Abb. 12-11: auf Tafel VI im vorderen Buchteil.)

Mit diesem kurzen Blick auf die Grenzflächenphänomene wollen wir unsere Betrachtungen über „einfache“ Flüssigkeiten beenden. Wir haben gesehen, daß sie bei weitem nicht so einfach sind, wie eine Analogie zum Billardkugel-Modell das manchmal nahelegen scheint. Die Folgerung aus dieser Einsicht lautet: „Hier gibt es noch viel zu tun.“

12.2 Komplizierte Flüssigkeiten (Polymere)

Nicht alle Flüssigkeiten sind so einfach, wie wir es zu Beginn des vorigen Abschnitts dargestellt hatten. Bei vielen Stoffen hängt die Wechselwirkung zwischen den Molekülen ganz wesentlich von deren gegenseitiger Orientierung ab. Schon aus geometrischen Gründen betrifft dies alle Flüssigkeiten mit langgestreckten fadenförmigen Molekülen und erst recht solche mit noch komplizierter gebauten. Bei ihnen ist es energetisch nicht gleichgültig, ob sie parallel zueinander ausgerichtet sind oder kreuz und quer durcheinander liegen. Besonders ausgeprägt sind solche Unterschiede bei

Aufbau

den (Hoch-)Polymeren. So nennt man Moleküle, die aus mehr als 100 und bis zu 10 000 gleichartigen oder ähnlichen und miteinander verbundenen Untereinheiten bestehen (Abb. 12-12). Die Untereinheiten selbst nennt man Monomere; Moleküle mit weniger als 100 Monomeren heißen Oligomere. Zu den Polymeren gehören vor allem viele Stoffe in der belebten Natur, wie Zellulose, Kautschuk, Stärke, Proteine und Nukleinsäuren (siehe Abb. 8-1, 9-3, 9-5).

Die Physik der Polymere ist noch ein relativ junges Gebiet. Erst seit etwa 20 Jahren hat man begonnen, einige ihrer Eigenschaften zu verstehen, vor allem die mechanischen. Über das thermische, elektrische und magnetische Verhalten der Polymere weiß man dagegen noch relativ wenig Genaues. Beim Schmelzen bzw. Erstarren zeichnen sie sich dadurch aus, daß man meist einen allmählichen Übergang zwischen festem und flüssigem Zustand beobachtet, wobei sich auch die Struktur des Festkörpers noch graduell zwischen der amorphen und der kristallinen Erscheinungsform verändern kann. Für ein so kompliziertes System brauchen wir ein anschauliches Modell. Zum Glück kennen wir alle eines aus der Küche: gekochte Spaghetti (Abb. 12-13). Auch ein Topf voll längerer Würmer (Abb. 12-14) oder junger Schlangen erfüllt den gleichen Zweck; je lebendiger sie sind, einer desto höheren Temperatur entspricht das Modell. Aus Gründen des Tierschutzes sollten wir uns an das Spaghettimodell halten.

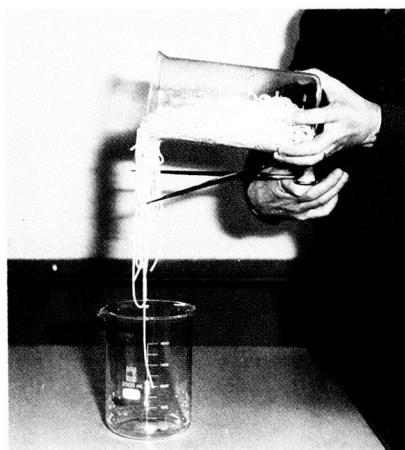
Zunächst wollen wir die strukturellen Eigenschaften einer polymeren Flüssigkeit betrachten. Die Anzahl N , der zu einem Molekül kondensierten Monomere ist auch bei einem chemisch einheitlichen Stoff keine konstante Größe. Sie schwankt gemäß einer Gauß-Verteilung um einen Mittelwert. Dasselbe gilt für alle anderen Eigenschaften, die mit der Kettenlänge zusammenhängen, insbesondere auch für den mittleren Durchmesser $\sqrt{\langle D^2 \rangle}$ der Moleküle. Für eine völlig frei bewegliche Kette aus N Gliedern, jedes mit der Länge L , gilt $\sqrt{\langle D^2 \rangle} = \sqrt{N} L$. Dies folgt aus einer Überlegung analog zur Berechnung des Diffusionsweges bei der Brown-Bewegung.*¹ Meistens kommt noch ein Zahlenfaktor der Größenordnung 1 hinzu, der die Raumerfüllung und die Anordnung der Moleküle berücksichtigt. Man unterscheidet eine Primär-, eine Sekundär- und eine Tertiärstruktur polymerer Moleküle. Die Primärstruktur kennzeichnet die Reihenfolge der Monomere innerhalb der Kette. Sie kann ungeordnet sein (AABABBBAAABAAAABB---), alternierend (ABABABAB---) oder blockartig (AAAAABBBBBBAAAAA----). Unter der Sekundärstruktur verstehen wir die Faltungserscheinungen der Kette (Abb. 12-15). Diese Faltung kommt hauptsächlich durch Wasserstoffbrücken zwischen Teilabschnitten der Kette zustande (wie zum Beispiel in Abb. 9-5 a). Die Tertiärstruktur schließlich beschreibt die räumliche Gestalt des ganzen Moleküls (siehe Abb. 9-5 b). Sie ist vor allem für die biologische Funktion der Proteine verantwortlich. Aber sie beeinflusst auch das physikalische Verhalten der einfacheren Polymere, denn sie bestimmt ihre Wechselwirkungen mit den Nachbarmolekülen.

Struktur

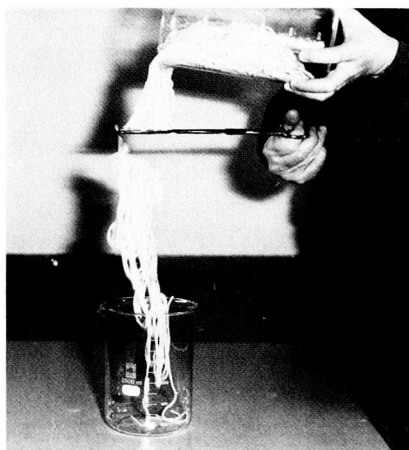
*¹ Man kann das leicht verifizieren durch die Berechnung von

$$\langle D^2 \rangle \equiv \langle \mathbf{D} \cdot \mathbf{D} \rangle = \left\langle \sum_i^N \mathbf{L}_i \sum_j^N \mathbf{L}_j \right\rangle = \left\langle \sum_{i=j}^N \mathbf{L}_i \cdot \mathbf{L}_j \right\rangle + \left\langle \sum_{i \neq j}^N \mathbf{L}_i \cdot \mathbf{L}_j \right\rangle = N L^2 + 0.$$

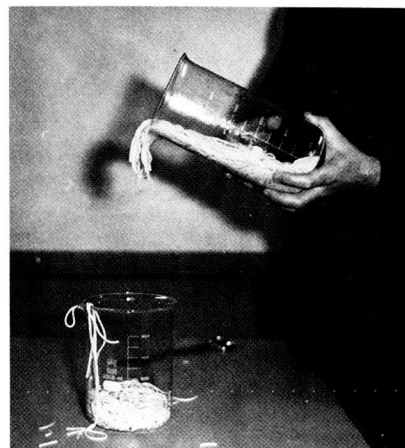
Der letzte Mittelwert verschwindet für statistisch unabhängige Vektoren $\mathbf{L}_i, \mathbf{L}_j$.



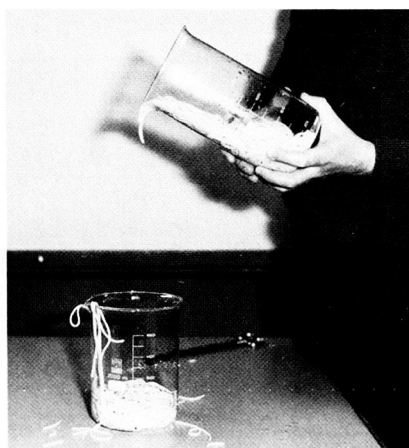
(a)



(b)



(c)



(d)

Abb. 12-13. Spaghetti-Modell für Polymere. Nicht zu weich gekochte Spaghetti sind ein schönes makroskopisches Analogon für das Verhalten hochpolymerer Kettenmoleküle. Hier bewegen sie sich nach dem Abschneiden (rechtes oberes Teilbild) zum Teil von selbst wieder aufwärts in den Topf zurück. Dieses scheinbar paradoxe Verhalten beobachtet man auch bei echten hochpolymeren Flüssigkeiten

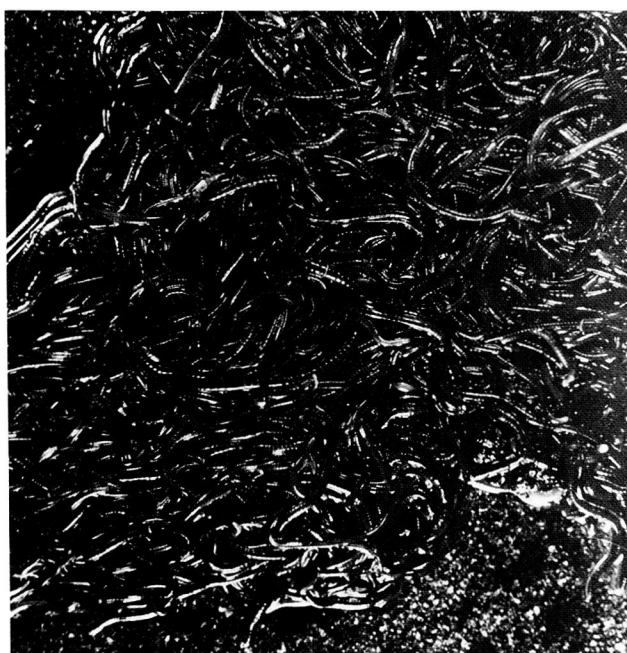


Abb. 12-14. Ein anderes Polymermodell: Würmer (aus de Gennes, 1983).

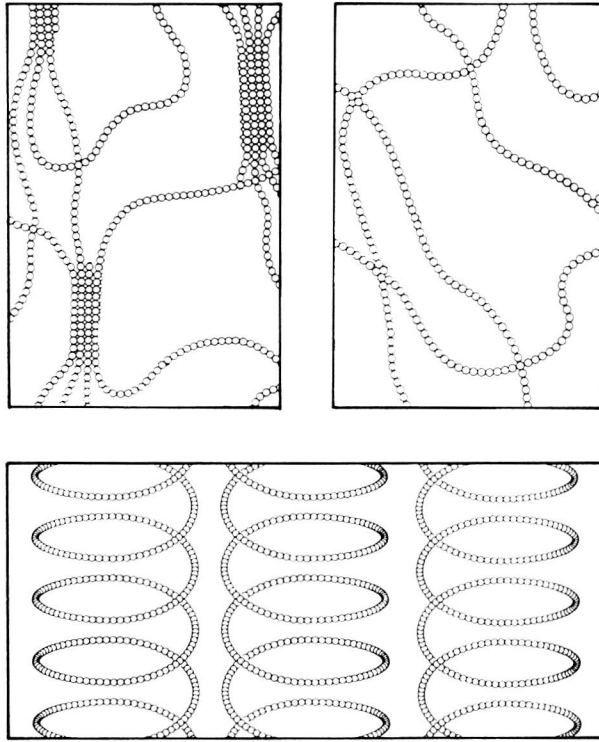


Abb. 12-15. Verschiedene Faltungsmöglichkeiten von Polymeren (Sekundärstruktur) (nach Mark 1967).

Die mechanischen Eigenschaften der Polymere sind infolge ihrer komplizierten Struktur äußerst vielfältig. Sie hängen nicht nur von der Stärke der äußeren Beanspruchung ab, zum Beispiel von der Größe und Richtung einer Spannung, sondern auch von der Dauer der Krafteinwirkung und von deren zeitlichem Verlauf. Außerdem ändern sich die mechanischen Eigenschaften in charakteristischer Weise mit der Temperatur, wie zum Beispiel Abbildung 12-16 zeigt. Diese Abhängigkeit beruht auf den ver-

Mechanische Eigenschaften

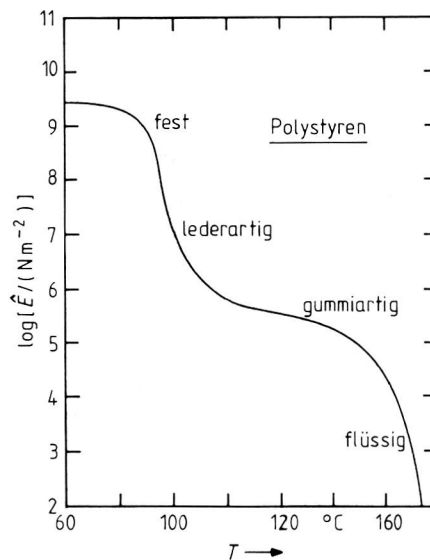


Abb. 12-16. Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls \hat{E} von Polystyren (nach Hayden u.a. 1965).

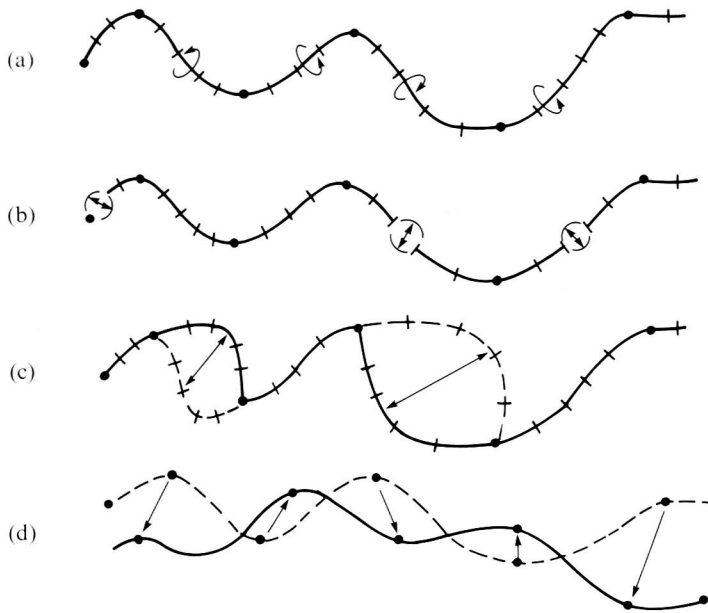


Abb. 12-17. Bewegungsmoden von Polymermolekülen in der Reihenfolge steigender Energiezufuhr bzw. Temperatur. Die Abschnitte zwischen den kleinen Querstrichen symbolisieren die Monomere. An den dicken schwarzen Haftpunkten ist das Molekül mit seinen Nachbarn verbunden. (a) Rotation von Monomeren, (b) Schwingung von Monomeren, (c) Bewegung von Polymersegmenten, (d) Bewegung der Haftpunkte.

schiedenen Bewegungsmöglichkeiten der Moleküle und auf der verschiedenen thermischen Aktivierungsenergie dieser Bewegungen (Abb. 12-17):

- Rotation von einzelnen Monomeren um die Kettenachse,
- Schwingungen von einzelnen Monomeren um die Kettenachse,
- Bewegungen von ganzen Monomergruppen, den Kettensegmenten, zwischen deren Haftpunkten an Nachbarmolekülen.
- Lösung der Haftpunkte; Bewegung und Deformation des ganzen Moleküls.

Diese vier Bewegungsmoden entsprechen ganz grob den vier Elastizitätsbereichen, die in Abbildung 12-16 wiedergegeben sind: fest, lederartig, gummiartig, und flüssig. Da die Bewegungsarten in der aufgeführten Reihenfolge immer höherer Energie zu ihrer Auslösung erfordern, werden sie mit steigender Temperatur auch sukzessive aktiviert. Man bezeichnet die Moden a bis c als Mikro-Brown-Bewegung, d als Makro-Brown-Bewegung.

Polymere sind nicht nur elastisch, sondern gleichzeitig immer auch plastisch verformbar. Sie besitzen also gleichzeitig die typischen Eigenschaften von Festkörpern und von Flüssigkeiten (vgl. Abb. 12-1). Man nennt diese Erscheinung Viskoelastizität. Ein Beispiel dafür ist der Silikonkautschuk (Abb. 12-18). Je nach der Dauer der Krafteinwirkung verhält sich die Substanz wie ein hochelastischer Festkörper oder wie eine zähe Flüssigkeit. Wir kennen ein ähnliches Verhalten auch vom Teer. Nur ist er im Gegensatz zum Silikonkautschuk bei kurzzeitiger Krafteinwirkung sehr spröde. Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Polymeren verläuft fast genauso wie diejenige des Elastizitätsmoduls in Abbildung 12-16. Sie fällt von etwa $10^{15} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$ im festen Zustand auf ungefähr $1 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$ im flüssigen ab (vgl. Abb. 13-3). Die Erscheinung der Viskoelastizität kann man qualitativ mit dem Maxwell-Voigt-Modell der Abbil-

Viskoelastizität

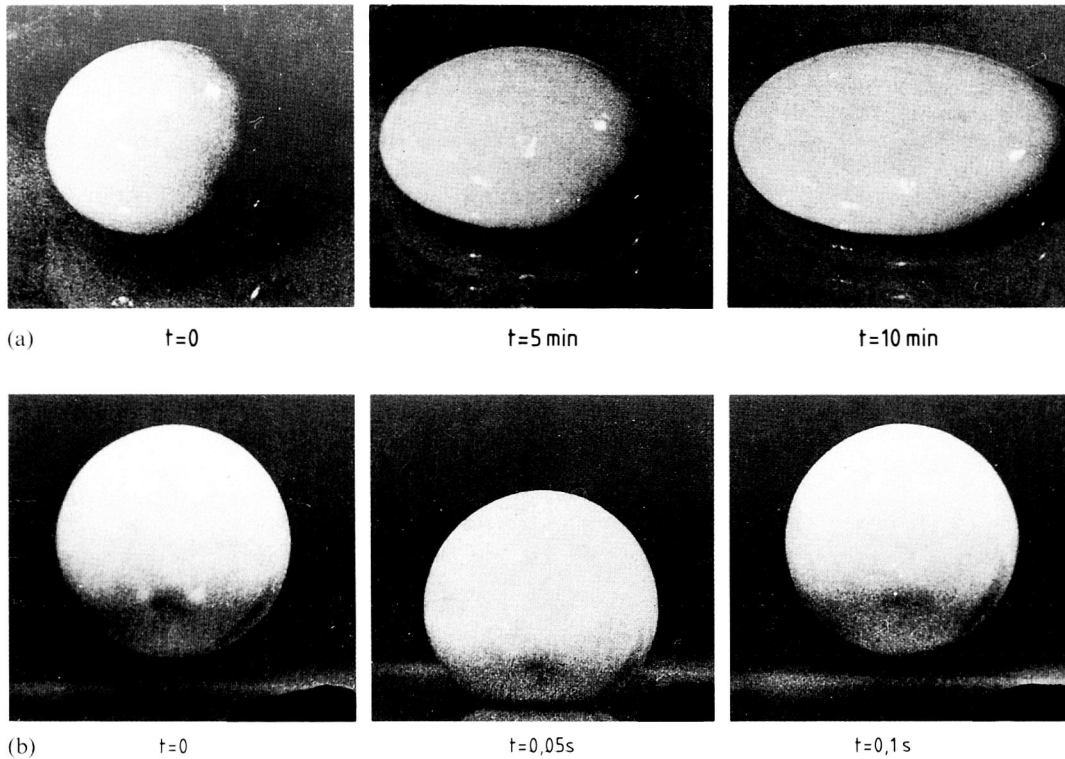


Abb. 12-18. Die Erscheinung der Viskoelastizität. (a) Eine Kugel aus Dimethyl-Silikonkautschuk wird auf eine flache Glasplatte gelegt. Nach etwa 5 Minuten ist aus der Kugel ein abgeplattetes Ellipsoid geworden, nach etwa einer Stunde ein flacher Fladen: Die Kugel fließt auseinander. (b) Dieselbe Kugel verhält sich bei kurzzeitiger Krafteinwirkung wie ein hochelastischer Festkörper: Läßt man sie fallen, so springt sie zurück wie eine gute Stahlkugel. (Abdruck mit freundlicher Genehmigung des Education Development Center, Inc., Newton MA, USA; aus National Committee for Fluid Mechanics Films 1980).

dung 12-19 beschreiben. Dabei entsprechen die Federn etwa den Bewegungsmoden a bis c in Abbildung 12-17, die Dämpfer dem Modus d, also der Lösung der Haftstellen von den Nachbarmolekülen. Das Maxwell-Voigt-Modell läßt sich mathematisch einfach behandeln, wenn wir für die Federn das Hooke-Gesetz $\hat{\sigma} = \hat{E} \cdot \hat{e}$ ($\hat{\sigma}$ Spannung, \hat{e} relative Dehnung, \hat{E} Elastizitätsmodul) annehmen, und für die Dämpfer das Newton-Gesetz $\hat{\sigma} = \eta \cdot \dot{\hat{e}}$.*) Wir haben dann zwei Differentialgleichungen: $\dot{\hat{e}} = \dot{\hat{\sigma}}/\hat{E} + \hat{\sigma}/\eta$ für die Reihenschaltung von Federn und Dämpfern und $\hat{\sigma} = \eta \dot{\hat{e}} + \hat{E} \hat{e}$ für die Parallelschaltung. Ihre Lösungen sind in Abbildung 12-19a für einige einfache Spezialfälle skizziert.

Wir haben damit allerdings keine mikroskopische Theorie für das mechanische Verhalten der Polymere gewonnen, denn wir haben nur bestimmte Materialkonstanten durch andere makroskopische Parameter ausgedrückt. Eine genauere Beschreibung würde die Kenntnis der Korrelationsfunktionen der Moleküle voraussetzen, wie wir es im vorigen Abschnitt bei den einfachen Flüssigkeiten besprochen hatten. Aber wegen des komplizierten Baus der Moleküle und ihrer vielfachen Bewegungsmög-

*) Der Punkt bedeutet Zeitableitung $\partial/\partial t$.

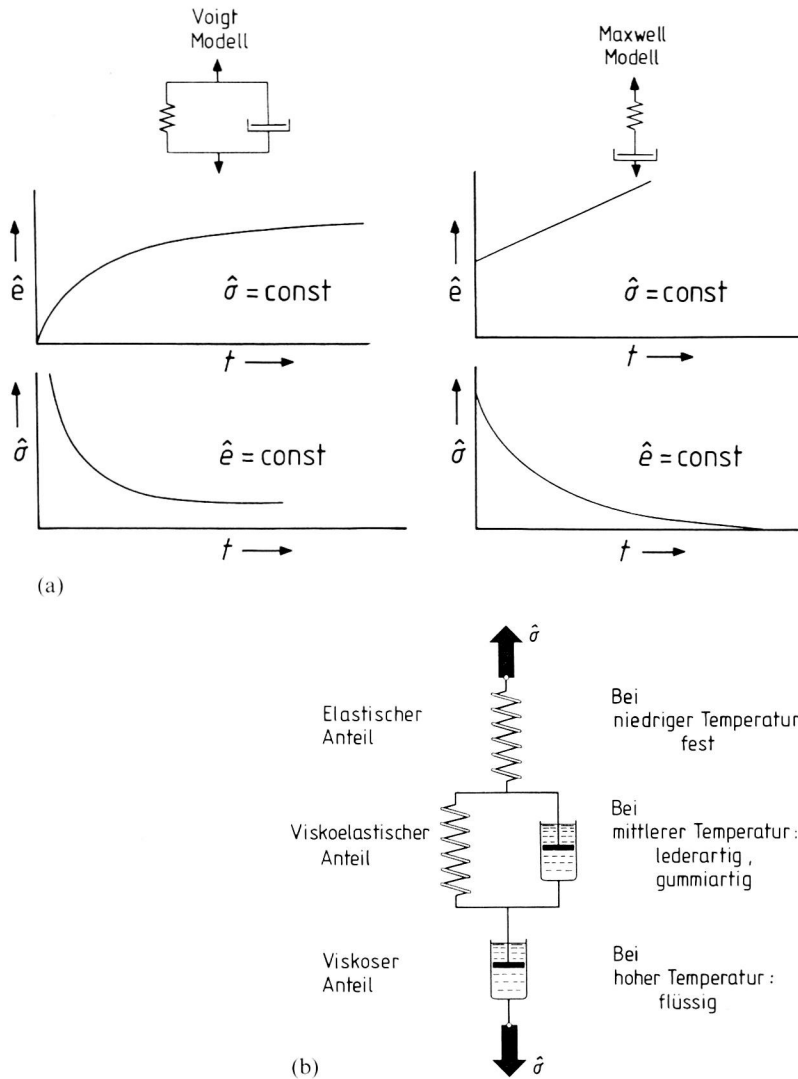


Abb. 12-19. Das Maxwell-Voigt-Modell der Viskoelastizität. (a) Voigt- und Maxwell-Modell, bestehend aus je einer Feder und einem Dämpfungsglied in Parallel- bzw. Reihenschaltung, sowie zeitlicher Verlauf von Dehnung \hat{e} und Spannung $\hat{\sigma}$ (nach Hayden u. a. 1965). (b) Kombiniertes Maxwell-Voigt-Modell zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens und seiner Temperaturabhängigkeit. Der Zeitverlauf von Spannung und Dehnung ergibt sich durch Superposition der Kurven aus Teilbild a. In der rechten Bildhälfte ist das in den verschiedenen Temperaturbereichen vorherrschende Verhalten angegeben (nach Hayden u. a. 1965).

lichkeiten benötigen wir nun einen Satz gekoppelter Korrelationsfunktionen für die einzelnen Monomere eines Moleküls. Auch diese Korrelationsfunktionen können praktisch nur empirisch gewonnen werden und liefern uns somit kein mikroskopisches Modell. Wir sind bei den Polymeren noch weiter von einem solchen entfernt als bei den einfachen Flüssigkeiten.

Die mechanischen Eigenschaften der Polymere finden in der Technik weit verbreitete Anwendung. Wir erwähnen nur die Reißfestigkeit und Dehnbarkeit von Nylon, den Gedächtniseffekt bei Schrumpffolien, die vielen thermoplastischen Effekte usw. Was die elektrischen Eigenschaften der Polymere betrifft, so sind sie noch weit weniger untersucht und verstanden als die mechanischen.

12.3 Elektrisch leitende Flüssigkeiten

Viele Flüssigkeiten leiten den elektrischen Strom. Dazu gehören die flüssigen Metalle, geschmolzene Salze (heteropolare Verbindungen) und Salzlösungen (Elektrolyte im engeren Sinn). In flüssigen Metallen wird der größte Teil der Leitfähigkeit wie beim Festkörper durch die Metallelektronen bewirkt. Im Gegensatz zum festen Zustand sind aber in der Flüssigkeit auch die positiven Atomrümpfe beweglich. Wegen ihrer im Vergleich zu den Elektronen viel größeren Masse ist jedoch ihr Beitrag zur Leitfähigkeit σ viel kleiner. Diese ist nämlich nach Gleichung (17-8) proportional zur freien Weglänge \bar{l} und umgekehrt proportional zum Impuls mv der Ladungsträger ($\sigma \sim \bar{l}/mv$). Wie wir in Kapitel 17 sehen werden, beträgt \bar{l} für Elektronen normalerweise rund 10 nm und v etwa 10^6 m/s. Bei den Atomrümpfen ist jede dieser beiden Größen etwa hundertmal kleiner. Da ihre Masse aber etwa 10 000 mal größer ist als die eines Elektrons, beläuft sich der Beitrag der Atomrümpfe zur Leitfähigkeit nur auf ungefähr 1/10 000 desjenigen der Elektronen. Wir können ihn also in vielen Fällen vernachlässigen. Die elektrische Leitfähigkeit flüssiger Metalle unterscheidet sich somit nur wenig von derjenigen der festen, auf die wir in Kapitel 17 ausführlich eingehen werden.

Geschmolzene Salze bestehen aus negativen und positiven Ionen, die sich zwar weitgehend wie die Atome einer Flüssigkeit bewegen, jedoch aufgrund ihrer elektrischen Ladung stärker aneinander gebunden sind als neutrale Atome (Abb. 12-20). Die Dichte solcher Salzschnmelzen ist daher etwa 20% größer als diejenige gleichartiger neutraler Flüssigkeiten. Die elektrische Leitfähigkeit geschmolzener Salze ist nach unseren obigen Überlegungen etwa 10 000 mal kleiner als diejenige der Metalle, weil in Salzen keine Elektronen, sondern nur die schweren Ionen den Stromtransport bewerkstelligen. So beträgt zum Beispiel die Leitfähigkeit von geschmolzenem KNO_3 bei 347°C $0,66 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ (siehe Abb. 17-16). Im Vergleich dazu hat das metallische Kalium bei derselben Temperatur eine Leitfähigkeit von $3 \cdot 10^4 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$.

Die dritte Gruppe leitfähiger Flüssigkeiten sind die Elektrolyt-Lösungen (kurz „Elektrolyte“). Das sind Mischungen von in Ionen dissoziierten heteropolaren Molekülen mit einem Lösungsmittel. Welche Moleküle in welchem Lösungsmittel wie stark dissoziieren, lässt sich nicht genau voraussagen. Wir stoßen hier auf ähnliche Schwierigkeiten wie bei der Berechnung der Molekülbindungen in Kapitel 8. Es gibt jedoch eine Reihe stark vereinfachter Modelle, bei denen die strukturellen Veränderungen im Lösungsmittel weitgehend vernachlässigt werden. Wir wollen daher keine Details solcher Modelle besprechen, sondern uns nur einige qualitative Beziehungen ansehen, die man mit ihnen erklären kann.

Den Anteil α der dissoziierten Moleküle bezeichnet man als Dissoziationsgrad, $\alpha = N_{\text{diss}}/(N_{\text{undiss}} + N_{\text{diss}})$. Er wächst mit zunehmender Verdünnung bzw. abnehmender Konzentration der gelösten Substanz im allgemeinen bis zu einem Sättigungswert an. Auch steigt er mit zunehmender Dielektrizitätskonstante ϵ_r des Lösungsmittels, denn um so kleiner wird die Coulomb-Energie $U_C = -(4\pi\epsilon_r\epsilon_0)^{-1} (+q \cdot -q)/r$ eines dissoziierten Ionenpaares. Die dissoziierten Moleküle umgeben sich infolge elektrostatischer Wechselwirkungen im Lösungsmittel mit einer Hülle aus

Flüssige Metalle

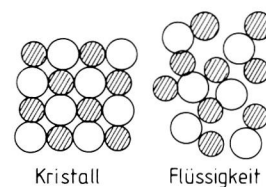


Abb. 12-20. Struktur von Salzschnmelzen. Offene Kreise: negative Ionen; schraffierte Kreise: positive Ionen (nach Lenk und Gellert 1974).

Salzschnmelzen

Elektrolyte

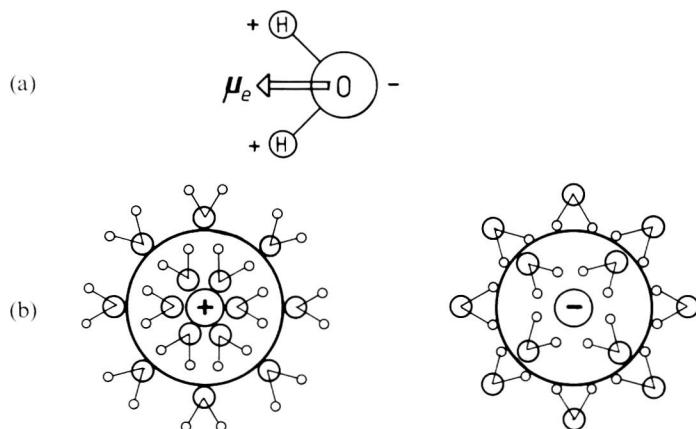


Abb. 12-21. Dissoziation heteropolarer Moleküle in Wasser. (a) Dipolmoment μ_e des Wassermoleküls, schematisch. (b) Bildung von Dipolhüllen aus Wassermolekülen um dissoziierte positive und negative Ionen herum.

Lösungsmittel-Molekülen, die ein permanentes oder induziertes elektrisches Dipolmoment besitzen (Abb. 12-21). Das häufigste Lösungsmittel, das Wasser besteht aus Molekülen von winkelförmiger Gestalt (siehe Abb. 8-8), die ein ziemlich hohes permanentes Dipolmoment von $6,2 \cdot 10^{-30}$ A s m besitzen. Man kann Größe und Struktur von Wasserhüllen um ein dissoziiertes Molekül näherungsweise berechnen (Debye-Hückel-Theorie), doch werden dabei wichtige Veränderungen der molekularen Ordnung im umgebenden Wasser vernachlässigt. Man bekommt daher nur eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, zum Beispiel bezüglich des Dissoziationsgrades.

Die Leitfähigkeitseigenschaften von Elektrolytlösungen lassen sich mittels eines solchen Modells qualitativ verstehen. Zum Beispiel beruht die unterschiedliche Beweglichkeit der negativen und der positiven Ionen (Abb. 12-22) auf der verschiedenen Struktur ihrer jeweiligen Wasserhüllen.

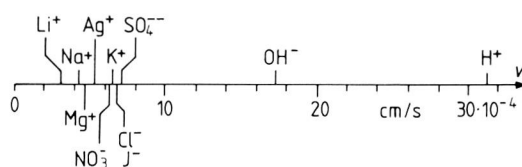


Abb. 12-22. Beweglichkeit verschiedener Ionen in Wasser bei 18 °C und hoher Verdünnung. Die Beweglichkeit b ist definiert als der Quotient aus Geschwindigkeit v und dem Betrag der elektrischen Feldstärke E : $b = v/|E|$. Hier ist die Geschwindigkeit bei $|E| = 1$ V/cm angegeben (Meßwerte aus Bergmann-Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. II (7. Aufl.). De Gruyter, Berlin 1987, S. 711).

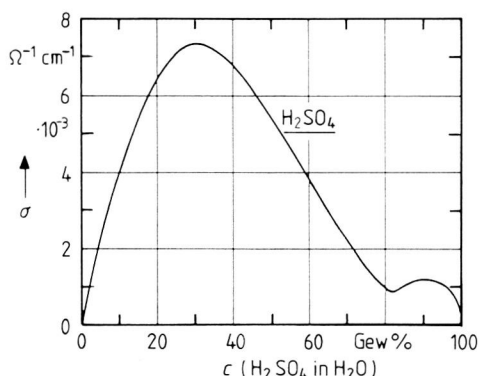


Abb. 12-23. Elektrische Leitfähigkeit im System Schwefelsäure-Wasser. Mit wachsender Konzentration c steigt σ zunächst an, weil immer mehr dissoziierbare Moleküle und damit Ladungsträger zur Verfügung stehen. Bei höherer Konzentration nimmt σ aber wieder ab, weil die Wasserhüllen sich gegenseitig behindern und sich dann nicht mehr so vollständig ausbilden können wie bei starker Verdünnung. Das Minimum bei 84% H_2SO_4 entsteht durch Bildung einer Komplex-Verbindung $\text{H}_2\text{O}-\text{H}_2\text{SO}_4$ (nach Gobrecht 1987).

In Zweikomponentensystemen durchläuft die Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Konzentration ein Maximum (Abb. 12-23). Der Aufbau der

Wasserhüllen braucht eine gewisse Zeit, etwa 10^{-8} Sekunden, wegen der damit verbundenen Umstrukturierung von H-Brückenbindungen im Wasser. Legt man an eine Elektrolytlösung Wechselstrom mit einer Frequenz von mehr als 10^8 Hz an, so nimmt die Leitfähigkeit zu, weil sich die gelösten Ionen dann im elektrischen Feld so schnell bewegen, daß die Moleküle der Wasserhüllen nicht mehr mitkommen. Dasselbe passiert bei hohen Feldstärken, $|E| \gtrsim 10^5$ V/cm; dann laufen die Ionen ihren Wasserhüllen davon.

Diese kurzen Betrachtungen zur elektrischen Leitfähigkeit der Flüssigkeiten mögen hier genügen, denn wir behandeln die Grundlagen der Elektrizitätsleitung ausführlich in Kapitel 17 bei den Festkörpern. Vieles was dort gesagt wird, gilt natürlich mutatis mutandis auch für den flüssigen Zustand.

12.4 Lösungen und Mischungen

Wir besprechen nun einige charakteristische Erscheinungen in Mischungen, die aus zwei verschiedenen Arten von Atomen oder Molekülen bestehen. Die beiden Atom- bzw Molekülsorten werden als Komponenten bezeichnet. Wenn eine der Komponenten anteilmäßig stark überwiegt, spricht man von einer Lösung, sonst von einer Mischung. Die im Überschuß vorhandene Komponente heißt Lösungsmittel. In solchen Lösungen bzw. Mischungen können eine Reihe neuer Phänomene auftreten, die es in reinen Stoffen nicht gibt und die wir daher hier im Zusammenhang besprechen wollen.

Schon bei den realen Gasen hatten wir in bestimmten Fällen eine begrenzte Mischbarkeit festgestellt, die aus der Coulomb-Wechselwirkung der Moleküle resultiert. Wenn die potentielle Energie U_{AB} zwischen verschiedenartigen Molekülen A und B größer ist als zwischen gleichartigen, U_{AA} bzw. U_{BB} , kann eine Mischungslücke auftreten und damit eine Trennung der Mischung in zwei Phasen mit verschiedenen Konzentrationen. Aber die Größenverhältnisse der potentiellen Energien sind es nicht allein, die hierfür maßgebend sind. Es kommt außerdem noch darauf an, wie die Entropie und das Volumen der Mischung von der Konzentration abhängen. Berücksichtigt man dies, so ist die maßgebende thermodynamische Größe einer Mischung ihre freie Enthalpie $G_m(P, T) = U_m - S_m T + V_m P$ (Index m für Mischung).

Der potentielle Anteil der inneren Energie U_m einer Mischung aus zwei Molekülsorten A und B mit der Konzentration $c = N_B/(N_A + N_B)$ und der Koordinationszahl z , der Zahl der nächsten Nachbarn eines Moleküls, beträgt (wenn $N_A + N_B = N$):

$$U_m = \frac{N \cdot z}{2} [(1-c)^2 U_{AA} + 2c(1-c) U_{AB} + c^2 U_{BB}]. \quad (12-12)$$

Das kann man durch Abzählen der Bindungen beider Molekülsorten leicht verifizieren: Nehmen wir an, die Moleküle seien regel-

Begrenzte Mischbarkeit

los verteilt, so ist die mittlere Energie eines A-Moleküls bezüglich seiner nächsten Nachbarn $\bar{U}_A = (1-c)U_{AA} + cU_{AB}$, diejenige eines B-Moleküls $\bar{U}_B = (1-c)U_{AB} + cU_{BB}$. Die Gesamtenergie ist dann die Summe dieser Mittelwerte über alle Moleküle genommen, das heißt $U_m = (Nz/2)[(1-c)\bar{U}_A + c\bar{U}_B]$, und dies ist identisch mit dem Ausdruck (12-12). U_m ist in Abhängigkeit von der Konzentration in Abbildung 12-24a skizziert.

Die Entropie einer Mischung kennen wir aus der Wärmelehre. Sie ist derjenige Anteil der Gesamtentropie, der nur von der Konzentration c abhängt (Abb. 12-24b):

$$S_m = -k \cdot N[(1-c)\ln(1-c) + c\ln c]. \quad (12-13)$$

Diese Beziehung erhält man durch Abzählen der Möglichkeiten, $N_B = cN$ B-Moleküle und $N_A = (1-c)N$ A-Moleküle auf $N = N_A + N_B$ Plätze zu verteilen, nämlich $g(N, c) = N! / \{[(1-c)N]! \cdot [cN]!\}$. Die Mischungsentropie S_m ist dann gleich $k \cdot \ln g$. Nähert man den Logarithmus für $N \gg 1$ mit Hilfe der Stirling-Formel an, so ergibt sich die Beziehung (12-13).

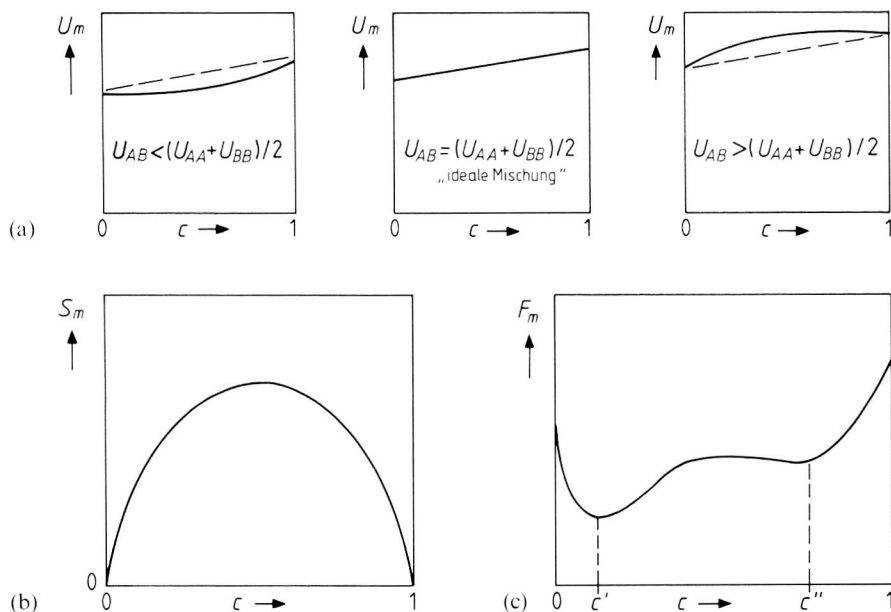


Abb. 12-24. Innere Energie, Entropie und freie Energie von Mischungen. (a) Mischungsenergie U_m nach Gleichung (12-12). Im rechts dargestellten Fall kann bei genügend tiefer Temperatur eine Mischungslücke auftreten. (b) Mischungsentropie S_m nach Gleichung (12-13). (c) Freie Energie $F_m = U_m - S_m T$ für das rechte Beispiel aus Teilbild a.

Das Volumen einer Mischung läßt sich nicht so einfach als Funktion der Konzentration berechnen. Wir betrachten daher anstelle der freien Enthalpie G_m die freie Energie $F_m = U_m - S_m T$ das geeignete thermodynamische Potential für konstante Temperatur und konstantes Volumen. Die Größe F_m ist in Abbildung 12-24c für den Fall positiver Mischungsenergie (rechtes Beispiel in Teilbild 12-24a) dargestellt. Nur wenn U_m gegen die c -Achse konvex verläuft, kann $F_m = U_m - S_m T$ als Funktion von c zwei verschiedene Minima annehmen. Diese entsprechen zwei stabilen Phasen, in die sich das System im Gleichgewicht entmischt (Konzentrationen c' und c'' in Abb. 12-24c). Die kritische Mischungstemperatur T_m , unterhalb der dieser Fall eintritt, läßt sich leicht aus den oben angegebenen Beziehungen berechnen; unterhalb T_m wird $\partial^2 F_m / \partial c^2$ negativ.

Wir behandeln jetzt die Mischbarkeit von Flüssigkeiten und Festkörpern gemeinsam, denn zwischen den Aggregatzuständen bestehen diesbezüglich keine prinzipiellen Unterschiede. Feste Mischungen bezeichnet man als Legierungen, ihre Kristalle als Mischkristalle. Den besten Überblick liefern uns die experimentell bestimmten Zustandsdiagramme (P - V - T - c). Wir stehen nun vor derselben Schwierigkeit wie schon öfters, nämlich daß wir vierdimensionale Diagramme nicht zeichnen können. Da die Volumenänderungen in normalen technischen Druckbereichen oft relativ klein sind, beschränkt man sich auf die T - c -Projektion bei Normaldruck. Wegen der verschiedenen Koordinationszahl z und wegen der verschiedenen Molekülabstände im gasförmigen, flüssigen und festen Zustand ist die freie Enthalpie in zwei koexistierenden Phasen (gas-flüssig bzw. flüssig-fest) im allgemeinen verschieden. Als Folge davon ändert sich die Gleichgewichtskonzentration c beim Phasenübergang, weil das System stets ins Minimum der freien Enthalpie strebt. Die beim Kondensieren bzw. Verdampfen und beim Schmelzen bzw. Gefrieren auftretenden Konzentrationsänderungen sind in Abbildung 12-25 erläutert.

Zustandsdiagramme

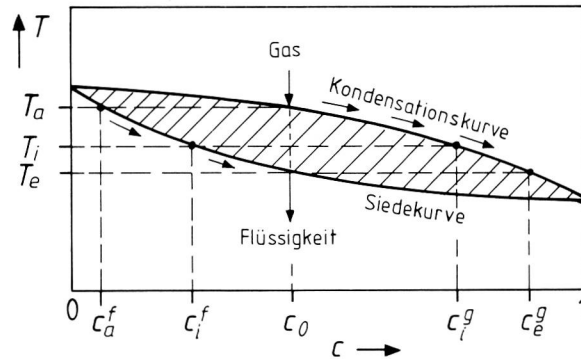


Abb. 12-25. Phasenumwandlung eines Zweikomponentensystems Gas-Flüssigkeit. Zwischen der Kondensationskurve und der Siedekurve sind jeweils beide Phasen, Gas und Flüssigkeit, im Gleichgewicht, aber sie besitzen verschiedene Konzentrationen (c^g bzw. c^f). Kühlt man ein Gasgemisch der Konzentration c_0 ab, so kondensiert bei der Temperatur T_a zunächst etwas Flüssigkeit der Konzentration c_a^f . Bei weiterer Abkühlung (über T_i nach T_e) ändert sich die Konzentration der Gasphase kontinuierlich entlang der Kondensationskurve von c_0 über c_i^g nach c_e^g ; und die der Flüssigkeit entlang der Siedekurve von c_a^f über c_i^f nach c_0 . Die Mengenteile der beiden Phasen verhalten sich dabei immer nach der Hebelregel (12-14). Wenn die Endtemperatur T_e des Zweiphasengebiets erreicht ist, herrscht in der Flüssigkeit wieder dieselbe Konzentration c_0 wie vor Beginn der Kondensation oberhalb T_a im Gas. Ein ganz analoges Verhalten beobachtet man für den Übergang fest-flüssig beim Schmelzen bzw. Erstarren. Die beiden Grenzkurven bezeichnet man in diesem Fall als Solidus- bzw. Liquidus-Kurve.

Die Mengenverhältnisse der beiden Phasen im Bereich von Zweiphasengebieten folgen der einfachen „Hebelregel“. Wir besprechen sie am Beispiel der Abbildung 12-25 für die Temperatur T_i . Die Konzentration der Gasphase sei hier c_i^g , die der flüssigen c_i^f . Für die Molekülzahlen N_B der B-Komponenten gilt $N_B^f + N_B^g = N_B(c_0)$, bzw. ausgedrückt durch die Konzentrationen $c_i^f(N_A + N_B)^f + c_i^g(N_A + N_B)^g = c_0(N_A + N_B)_{c_0}$. Außerdem gilt

Hebelregel

die Bedingung für die Molekülzahl-Erhaltung $(N_A + N_B)^f + (N_A + N_B)^g = (N_A + N_B)_{c_0}$. Aus diesen beiden Beziehungen kann man $(N_A + N_B)_{c_0}$ eliminieren und erhält

$$\frac{(N_A + N_B)^f}{(N_A + N_B)^g} = \frac{c_0 - c_i^g}{c_i^f - c_0} \quad (12-14)$$

Die Molekülzahlsummen bzw. die Massen der beiden Phasen verhalten sich also umgekehrt wie die Differenzen ihrer Konzentrationen zu c_0 . Die Beziehung (12-14) heißt Hebelregel in Analogie zum Hebelgesetz der Mechanik. Bei T_a in Abbildung 12-25 besteht der Stoff noch zu 100% aus Gas der Konzentration c_0 ; bei T_i zu etwa 1/3 aus Gas der Konzentration c_i^g und zu 2/3 aus Flüssigkeit der Konzentration c_i^f ; bei T_c zu 100% aus Flüssigkeit der Konzentration c_0 .

Nun betrachten wir verschiedene Formen von Zustandsdiagrammen mit und ohne Mischungslücken; zunächst eine dreidimensionale P - T - c -Darstellung in Abbildung 12-26 a. Man erkennt, daß Zweiphasengebiete sowohl in der P - c - als auch in der T - c -Projektion auftreten. Abbildung 12-26 b zeigt zwei reale Siedediagramme (Gas-Flüssigkeits-Übergang). Wenn die beiden Komponenten nicht vollständig mischbar sind, entstehen Mischungslücken (Abb. 12-27). Ganz ähnlich wie die Diagramme des Phasenübergangs zwischen Gas und Flüssigkeit sehen diejenige zwischen Flüssigkeit und Festkörper aus. Hier treten oft Minima der Schmelztemperatur (Eutektika) und Maxima für eine feste Phase (Peritektika) auf. Die Diagramme realer Stoffe können teilweise recht kompliziert werden, besonders, wenn mehrere Verbindungen zwischen den Komponenten mit verschiedenen Konzentrationen existieren (Abb. 12-28).

Diagrammformen

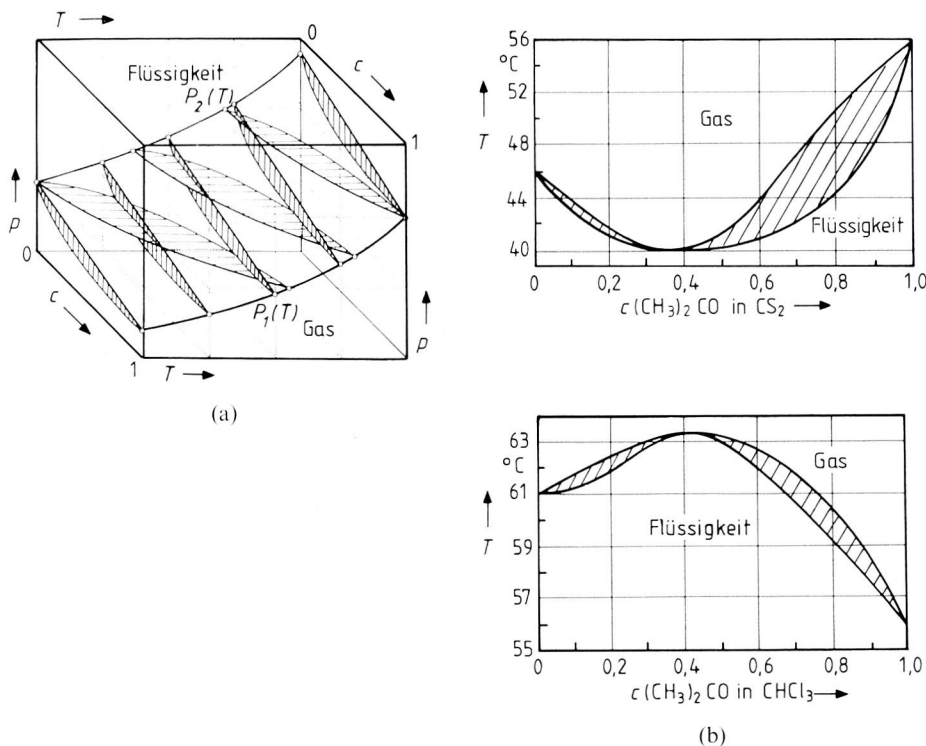


Abb. 12-26. Siedediagramme einfacher Stoffe ohne Mischungslücke. Die Zweiphasengebiete sind schraffiert. (a) P - T - c -Diagramm, schematisch. $P_1(T)$ und $P_2(T)$ sind die Dampfdruckkurven der reinen Komponenten (nach Becker 1984). (b) Siedediagramme von Zweikomponentensystemen. Im dargestellten Beispiel berühren sich Siede- und Kondensationskurven in einem Minimum bzw. Maximum. Die entsprechende Konzentration nennt man azeotropes Gemisch. Hier haben Flüssigkeit und Gas im Gleichgewicht dieselbe Zusammensetzung (nach Kortüm und Lachmann 1981).

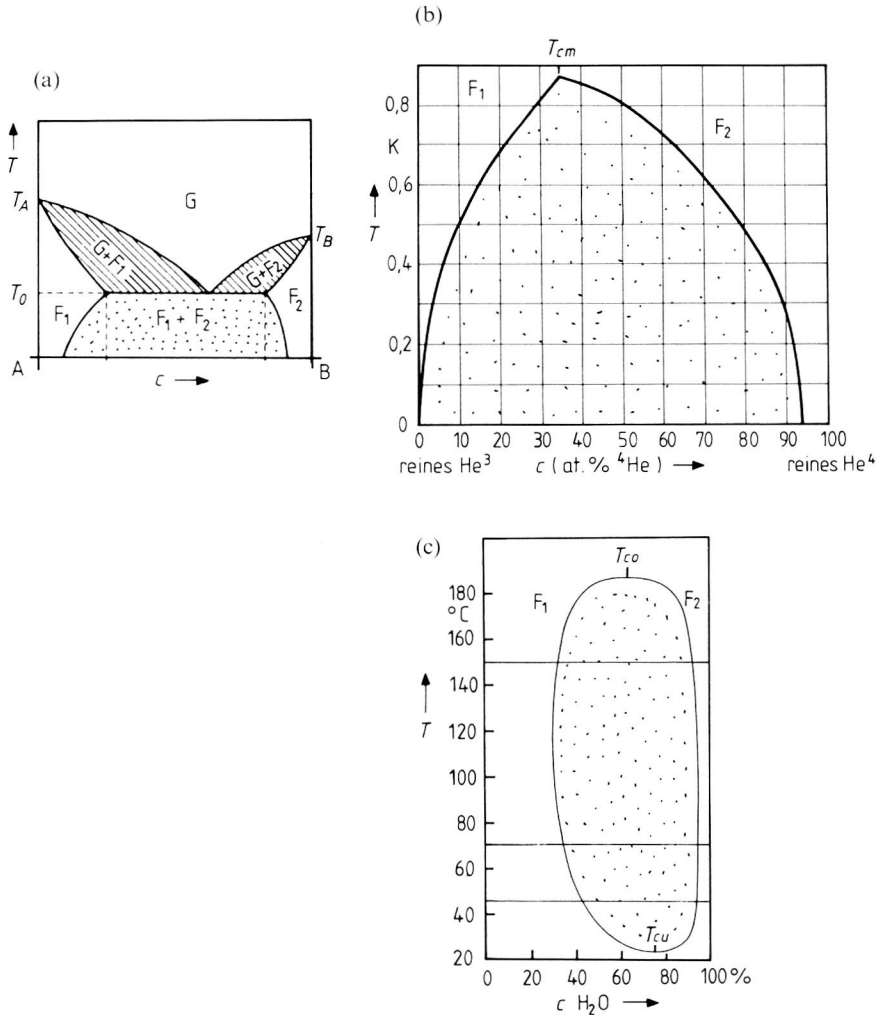


Abb. 12-27. Siedediagramme mit Mischungslücken. Die Zweiphasengebiete gas-flüssig sind schraffiert, die Mischungslücken punktiert; G Gas, F_1 und F_2 flüssige Phasen. (a) Siedediagramme mit Mischungslücke im flüssigen Zustand (schematisch). In den schraffierten Gebieten existieren eine Gasphase und eine flüssige Phase nebeneinander (nach Lenk und Gellert 1974). (b) Mischungslücke im System ^3He - ^4He im flüssigen Zustand mit begrenzter Löslichkeit von ^3He bei 0 K und Normaldruck; T_{cm} kritische Mischungstemperatur (nach Kittel und Krömer 1984). (c) Geschlossene Mischungslücke im System 2-4-Lutidin-Wasser (Lutidin: $(\text{CH}_3)_2\text{C}_5\text{H}_3\text{N}$); T_{co} und T_{cu} sind der obere bzw. untere kritische Mischungspunkt (nach Kortüm und Lachmann 1981).

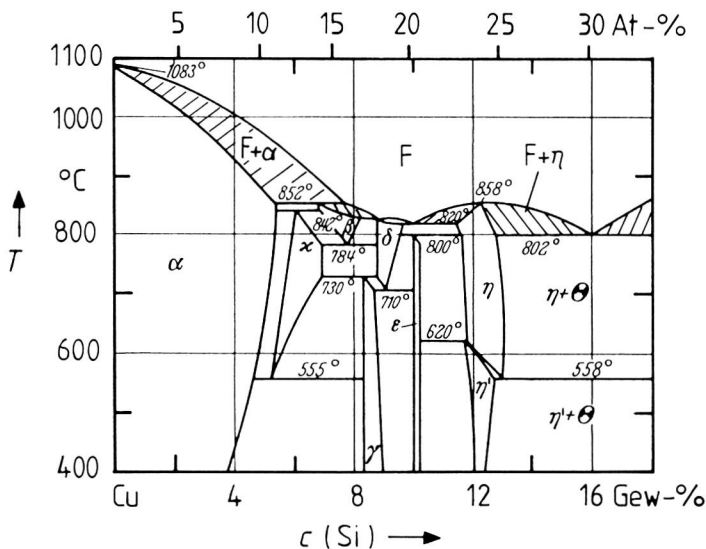


Abb. 12-28. Zustandsdiagramm von Cu-Si im siliziumarmen Bereich. Die verschiedenen festen Phasen sind durch griechische Buchstaben voneinander unterschieden; F bezeichnet die flüssige Phase. In den Zweiphasengebieten (ohne Buchstaben) existieren die jeweils rechts und links angrenzenden Phasen nebeneinander im Mengenverhältnis der Hebelregel (12-14) (nach Lax 1967).

Bisher hatten wir nur Mischungen betrachtet, deren Bestandteile einzelne Atome oder kleine Moleküle waren. Es gibt jedoch eine große Zahl von Zweikomponentensystemen, bei denen ein Bestandteil aus Makromolekülen oder noch größeren Aggregaten kondensierter Materie besteht. Hierzu gehören die Polymerlösungen und Gele, die Seifen und Lipide, die Mizellen, Kolloide und Suspensionen. Diese Mischungssysteme umfassen ein weites Gebiet ganz verschiedenartiger Strukturen, die zum Teil große biologische und technische Bedeutung haben. Wir können hier nur ganz kurz darauf eingehen und an Hand von Abbildungen ein paar Beispiele betrachten.

Viele langgestreckte Moleküle sind amphiphil, das heißt sie besitzen ein hydrophiles und ein hydrophobes Ende, zum Beispiel die Seifen- und Lipidmoleküle (Abb. 12-29). Das hydrophile Ende hat ein elektrisches

Supramolekulare Mischungen

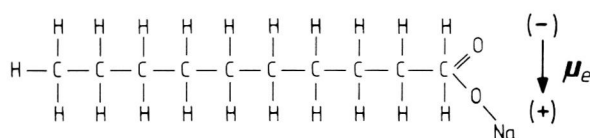


Abb. 12-29. Ein Seifenmolekül (Natrium-Kaprinsäure) mit schematisch angedeutetem elektrischen Dipolmoment.

Dipolmoment und umgibt sich daher bevorzugt mit ebenfalls polaren Wassermolekülen. Das hydrophobe Ende dagegen assoziiert sich lieber mit seinesgleichen oder mit anderen organischen Molekülen, meist über H-Brückenbindungen. Die Seifen und Lipide bilden daher in Lösungen charakteristische Strukturen, zum Beispiel Flüssigkristalle oder Mizellen. Das Phasendiagramm einer Seife-Wasser-Mischung zeigt Abbildung 12-30.

Eine andere Gruppe von Mischstrukturen sind die Kolloide, die meist aus anorganischen Makromolekülen bestehen (Abb. 12-31 a, vergleiche auch Abb. 18-23 a). Die Stabilität solcher Kolloide gegenüber Koagulation hängt vor allem von den elektrischen Ladungsverhältnissen an ihrer Oberfläche ab. Sie ziehen sich nämlich einerseits durch Van-der-Waals-Kräfte

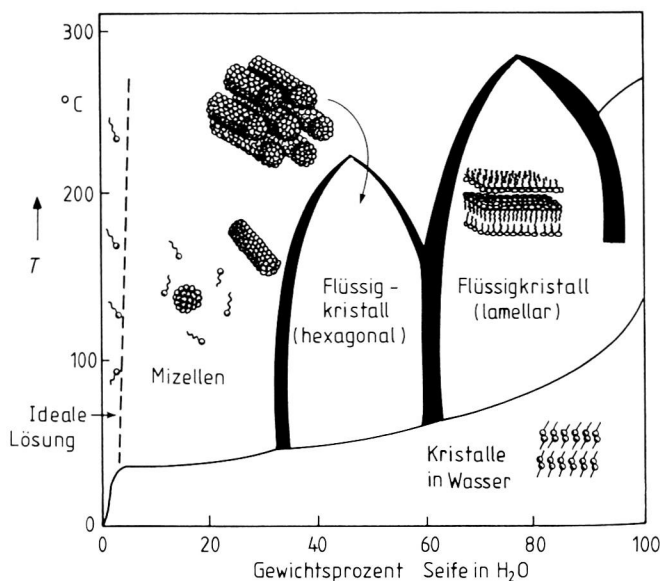


Abb. 12-30. Zustandsdiagramm einer wässrigen Seifenlösung (nach Pershan 1982).

gegenseitig an; andererseits stoßen sie sich durch gleichnamige Aufladung (Berührungselektrizität) gegenüber dem Lösungsmittel ab. Im selben Sinne wirkt ihre thermische Bewegungsenergie. Schließlich lagern solche Kolloidteilchen gern amphiphile Moleküle an ihrer Oberfläche an. Dann können sie sich nicht mehr so nahe kommen, daß die anziehende Van-der-Waals-Kraft wirksam wird (Abb. 12-31 b). Die Frage, ob ein Kolloid stabil ist oder nicht, läßt sich wegen der verschiedenartigen Anziehungs- und Abstoßungskräfte aber nicht ohne weiteres beantworten. In Tabelle 12-1 ist die Stabilität von Kolloiden und anderen makromolekularen Aggregaten gegenüber der Sedimentation im Schwerfeld erläutert.

Mit diesem kurzen Überblick über die supramolekularen Mischungen beenden wir unseren Streifzug durch die vielfältigen Erscheinungsformen von Zweikomponentensystemen. Natürlich hängen ihre Response- und Transporteigenschaften in charakteristischer Weise von der Konzentration und vom Dispersionsgrad der Komponenten ab. Hierauf können wir leider nicht näher eingehen. Man findet jedoch viele Beispiele in der angegebenen Literatur.

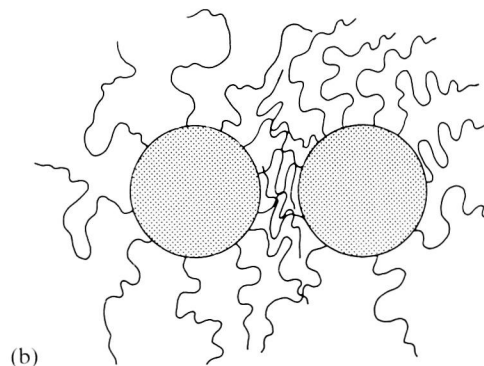
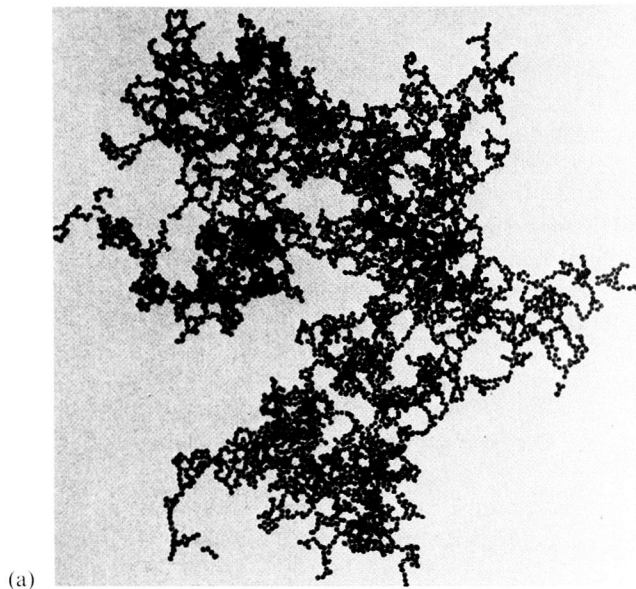


Abb. 12-31. Kolloide. (a) Elektronenmikroskopische Aufnahme eines Aggregats von etwa 10 000 Goldteilchen mit je 5 nm Durchmesser; Vergrößerung etwa 200 000-fach (aus Lubensky und Pincus 1984). (b) Sterische Abstoßung von Kolloiden durch auf der Oberfläche angelagerte amphiphile Kettenmoleküle (nach Lubensky und Pincus 1984).

Tab. 12-1. Sinkgeschwindigkeit kugelförmiger Teilchen der Dichte ϱ in einem Medium der Dichte ϱ_0 , berechnet nach dem Stokes-Gesetz $v = (2/9)r^2(\varrho - \varrho_0)g/\eta$ (nach Guinier 1980).

Durchmesser	v in Wasser ($\varrho = 2 \text{ g/cm}^3$)	v in Luft ($\varrho = 1 \text{ g/cm}^3$)
0,1 mm	2,2 cm/s	1,1 m/s
10 μm	0,2 mm/s	1 cm/s
1 μm	0,8 cm/h	40 cm/h
0,1 μm	2 mm/d	10 cm/d
10 nm	0,02 mm/d	1 mm/d

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel flüssige Zustandsformen der Materie besprochen, in denen die Moleküle regellos angeordnet sind und sich ungeordnet bewegen. Dabei haben wir zuerst die Flüssigkeiten mit einfachen, aus wenigen Atomen bestehenden Molekülen behandelt und dann die komplizierter gebauten Polymere. Deren Eigenschaften sind äußerst vielfältig, und man kann sie durch geeignete Wahl der Monomeren und des Polymerisationsgrades in weiten Grenzen verändern. Das ermöglicht unter anderem ihre zunehmende technische Verwendung (Abb. 12-32).

Trotz der großen Bedeutung der Flüssigkeiten in der Biologie, der Medizin, der Technik und der Astrophysik – 99 Prozent der bekannten Materie des Weltalls sind flüssig – gibt es bis heute keine befriedigende Theorie des fluiden Zustands. Man kann die physikalischen Eigenschaften der Flüssigkeiten nicht mit so einfachen Modellen beschreiben, wie wir sie vom idealen Gas oder vom perfekten Kristall her kennen. Für quantitative Überlegungen behilft man sich bis heute damit, die Eigenschaften mittels empirisch zu bestimmender Korrelationsfunktionen zu beschreiben. Da-

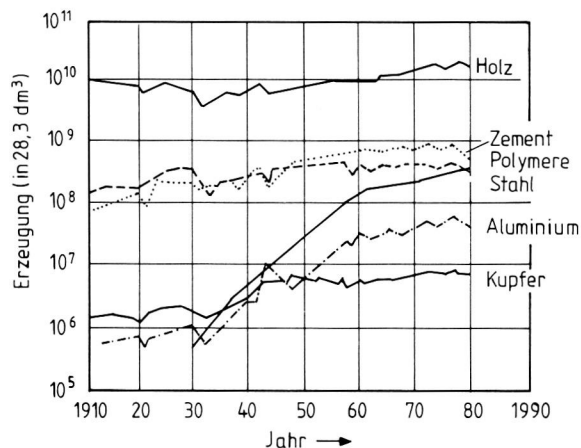


Abb. 12-32. Produktion verschiedener Werkstoffe in den USA im Zeitraum von 1910 bis 1980 (nach Alexander, 1967, und „1983 Commodity Yearbook“, Commodity Bureau, Montgomery 1983, sowie „1984 US Industrial Outlook“, US Department of Commerce, Washington 1984).

mit hat man jedoch kein mikroskopisches Verständnis des flüssigen Zustands gewonnen. Man kann nur gewisse Eigenschaften, bzw. deren Abhängigkeit von den intensiven Feldgrößen, durch andere empirisch bestimmte Parameter ausdrücken. Bei den flüssigen Polymeren macht die Methode der Korrelationsfunktionen jedoch schon so große Schwierigkeiten, daß man hiermit auch nicht viel weiter kommt. Wir sind bei den Polymeren fast ganz auf phänomenologische Modelle angewiesen, wie zum Beispiel das Maxwell-Voigt-Modell für die Viskoelastizität. Von den flüssigen Polymeren führt ein kontinuierlicher Weg zum amorphen und teilkristallinen festen Zustand, den wir im nächsten Kapitel besprechen.

Die elektrische Leitfähigkeit der Flüssigkeiten unterscheidet sich vor allem wegen der abweichenden Beweglichkeit der Ladungsträger von derjenigen der Festkörper, die wir erst in Kapitel 17 behandeln. Wir haben daher die wichtigsten Charakteristika der Leitfähigkeit von Flüssigkeiten hier nur kurz zusammengestellt. Schließlich haben wir die Mischbarkeit von Flüssigkeiten besprochen, uns dabei aber auf zwei Komponenten beschränkt, damit die Erscheinungen noch einigermaßen übersichtlich blieben.

13 Von der Unordnung zur Ordnung

Nun wollen wir zwei Zustandsformen der Materie besprechen, deren atomare Ordnung zwischen derjenigen einer isotropen Flüssigkeit und der eines kristallisierten Festkörpers liegt, nämlich die flüssigen Kristalle und die amorphen Festkörper. Diese Substanzen sind zwar schon sehr lange bekannt, aber erst seit etwa 20 Jahren bemüht man sich ernsthaft darum, ihre Struktur und ihre physikalischen Eigenschaften zu verstehen. Das ist eine Folge der erst in letzter Zeit entdeckten vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten solcher Stoffe.

Wie wir heute wissen, gibt es nur im idealen Gas vollständige Unordnung und nur im perfekten Kristall vollständige Ordnung. Beides sind Grenzfälle, die sich nur mit einer relativen Genauigkeit von etwa 10^{-5} erreichen lassen. Diese Zahl entspricht der Gültigkeitsgrenze des idealen Gasgesetzes für Helium bei 1000 K und 1 bar bzw. der Fehlstellenkonzentration in guten Einkristallen. Praktisch sind alle realen Stoffe nur teilweise ungeordnet oder nur teilweise geordnet. Wie groß der Anteil an Ordnung oder Unordnung ist, werden wir im folgenden besprechen. Bei den Gasen sind die Virialkoeffizienten ein Maß dafür, bei den Flüssigkeiten die Paar-korrelationsfunktion, bei den Kristallen die Zahl der Gitterfehler.

Im Zwischenbereich zwischen Unordnung und Ordnung gibt es bis heute nur sehr wenige theoretische Ansatzpunkte für ein mikroskopisches Verständnis der Stoffeigenschaften. Weder Boltzmanns Methode zur statistischen Behandlung des idealen Gases noch Borns Verfahren für die Beschreibung der Wellenausbreitung in Kristallen können uns hier weiterhelfen. Wir werden uns also mit einer im wesentlichen beschreibenden Darstellung begnügen müssen. Trotzdem dürfen wir diesen Zwischenbereich nicht auslassen. Denn einerseits ist er von großer Bedeutung für die Technik, die Biologie und die Medizin. Andererseits kann man erwarten, daß gerade von den Bereichen zwischen etablierten Teilgebieten einer Wissenschaft neue Impulse und Erkenntnisse ausgehen, die, wie in der Vergangenheit schon oft geschehen, zu nicht voraussehbaren neuen Entwicklungen und zu einer Revolution im Verständnis führen können.

Wir besprechen zunächst den erstarrten Zustand einfacher Flüssigkeiten, nämlich die Gläser und die amorphen Metalle. Bei ihnen finden wir eine Ordnung kurzer Reichweite bzw. eine „Nah-Ordnung“ einzelner Atome, die sich meist nur bis zum drittnächsten Nachbarn erstreckt. Dann

behandeln wir die kristallinen Flüssigkeiten oder flüssigen Kristalle, in denen eine graduelle, aber mit der Zeit veränderliche Fernordnung existiert.

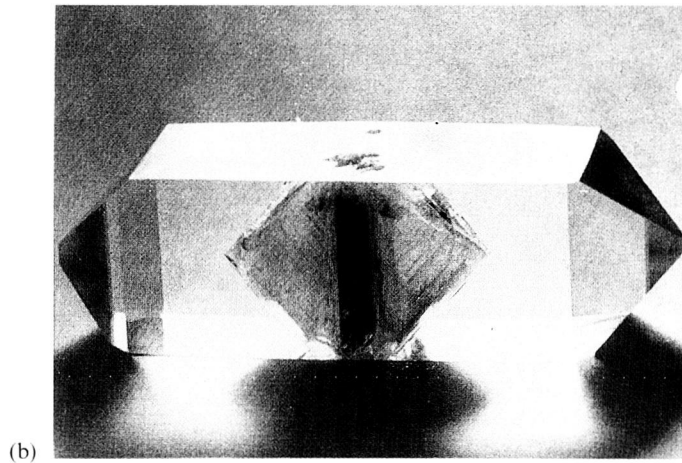
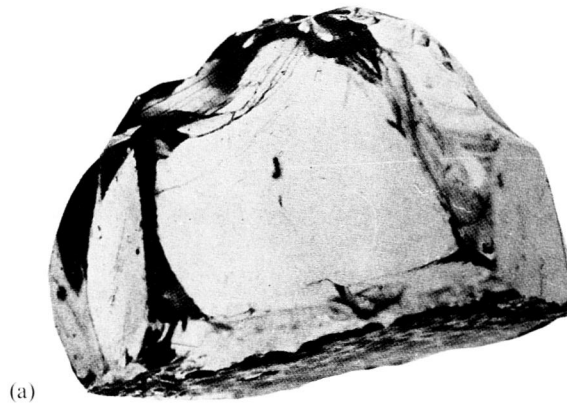
13.1 Amorphe Festkörper oder Gläser

In der amorphen Phase gibt es keine Fernordnung der Moleküle, kein Kristallgitter, wie wir es im nächsten Kapitel besprechen werden. Das sieht man am besten beim Zerbrechen eines amorphen Körpers, zum Beispiel von Glas oder festem Teer. Ein solches Bruchstück ist immer von gekrümmten Flächen begrenzt, die auch bei Vergrößerung bis in atomare Dimensionen hinein ihre quasikontinuierliche Krümmung beibehalten (Abb. 13-1 a). Ein kristalliner Festkörper hingegen besteht entweder aus einem einzigen Kristall (Einkristall, Abb. 13-1 b), bei dem alle Atome auf bestimmten festen Gitterplätzen sitzen, oder aus einem Gemisch vieler solcher Kristalle (Kristallite) mit verschiedener räumlicher Orientierung (Abb. 13-1 c).

Ein amorpher Festkörper unterscheidet sich in seiner atomistischen Struktur fast überhaupt nicht von einer Flüssigkeit, sondern nur durch seine makroskopischen Eigenschaften, nämlich seine höhere Viskosität η und seinen größeren Elastizitätsmodul \tilde{E} (siehe Abb. 12-1). Die Grenze zwischen Flüssigkeit und Festkörper liegt definitionsgemäß bei $\eta = 10^{13,6} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Bei dieser Viskosität bewirkt eine Scherkraft von 100 N/cm^2 an einem Würfel von 1 cm Kantenlänge während 24 Stunden gerade eine Abscherung von $0,02 \text{ mm}$. Da die Viskosität mit steigender Temperatur stark abfällt, hängt es von dieser ab, ob ein amorpher Körper uns flüssig oder fest erscheint. Bekannte Beispiele sind Glas, Teer (Abb. 13-2) und Polymere (Abb. 12-16). Alle diese Substanzen erstarren nicht abrupt bei einer bestimmten Temperatur wie die Kristalle, sondern werden allmählich mit sinkender Temperatur immer zäher, härter und fester (Abb. 13-3). Als mikroskopische Ursache für ein solches Verhalten ist die mit abnehmendem T kleiner werdende Platzwechselfrequenzen $\bar{\nu}_p$ der Atome bzw. Moleküle anzusehen (siehe Gl. (12-9): $\bar{\nu}_p = \nu_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT}$).

Wenn wir uns die Zustandsdiagramme der Abbildung 10-5 genauer anschauen, bemerken wir, daß der amorphe Zustand darin fehlt. Das ist kein Versehen des Zeichners, wie wir gleich sehen werden. Wo aber hat der amorphe Zustand seinen Platz? Das machen wir uns am besten an Hand der Beobachtung klar, daß die Flüssigkeit beim Abkühlen kontinuierlich in den amorphen Zustand übergeht, also ohne einen Sprung im Volumen. Beim Übergang von der Flüssigkeit zum Kristall dagegen tritt fast immer ein solcher Volumensprung auf (Abb. 13-4). Der so festgelegte Zustandsbereich des amorphen Festkörpers ist im Zustandsdiagramm der Abbildung 13-5 eingezeichnet. Diese Darstellung ist jedoch mit Vorsicht zu betrachten! Wir hatten in den Kapiteln 10 und 11 festgestellt, daß die Zustandsflächen das thermodynamische Gleichgewicht beschreiben. Der amorphe Zustand entspricht jedoch im allgemeinen nicht dem Gleichgewicht, denn er hat nicht die niedrigste freie Enthalpie $G = U - ST + VP$.

Zustandsdiagramm



(c)

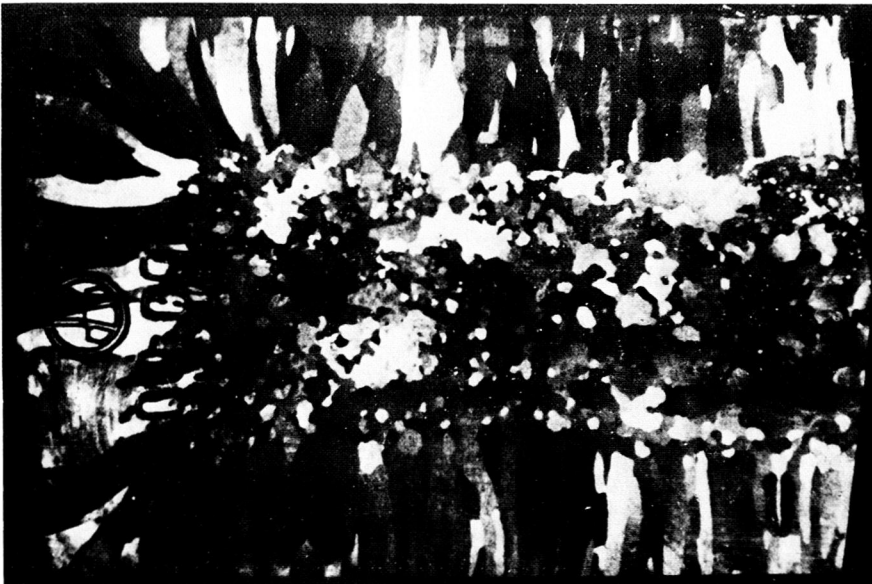


Abb. 13-1. Erscheinungsbild von amorphen und kristallinen Festkörpern. (a) Glas (amorph) (aus Guinier 1980); (b) Einkristall von Ammonium-dihydrogenphosphat (aus Lenk und Gellert 1974); (c) Aluminium-Vielkristall (aus Kleber 1971).

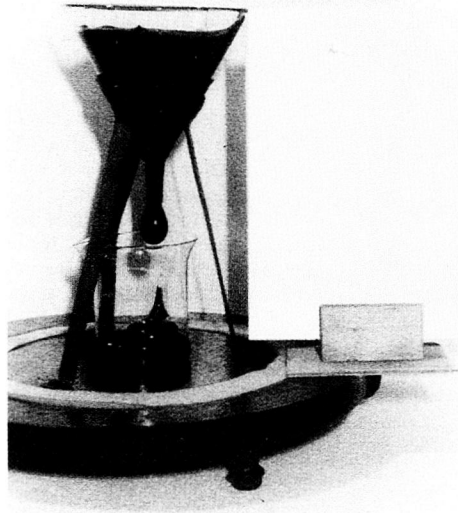


Abb. 13-2. Das Teer-Tropfen-Experiment. Der Versuch steht im Foyer des Physik-Departments der Universität von Brisbane in Australien. Der Teer wurde 1927 in den unten noch verschlossenen Trichter eingefüllt und konnte drei Jahre lang konsolidieren. Dann wurde der Verschluß geöffnet. Bis 1984 sind 6 Tropfen gefallen (Dezember 1938, Februar 1947, April 1954, Mai 1962, August 1970, April 1979). Die daraus berechnete Viskosität beträgt im Mittel bei Raumtemperatur (27°C) $5 \cdot 10^7 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Der Teer ist also per definitionem eine Flüssigkeit (aus Edgeworth u. a. 1984).

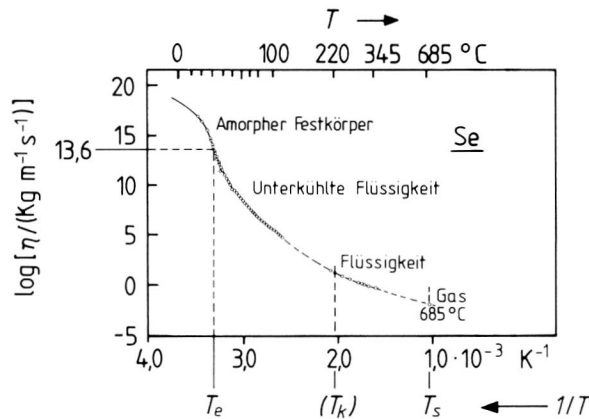


Abb. 13-3. Temperaturabhängigkeit der Viskosität von amorphem Selen. T_s ist die Siedetemperatur, T_k der Gefrierpunkt, wenn die Substanz kristallisieren würde, und T_e die Erstarrungstemperatur (Glasübergang) falls sie in den amorphen festen Zustand übergeht (nach Ueberreiter 1975).

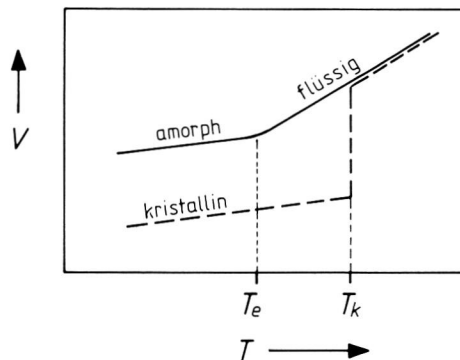


Abb. 13-4. Temperaturabhängigkeit des Volumens beim Glasübergang und bei der Kristallisation. T_e ist die Erstarrungstemperatur der amorphen Phase (Glasübergang), T_k Schmelzpunkt des Kristalls.

Er geht nämlich, wie die Beobachtung zeigt, im Lauf der Zeit von selbst in den kristallinen Zustand über. Dieser hat im allgemeinen die niedrigere innere Energie U , die kleinere Entropie S und meist auch das kleinere Volumen, wobei G insgesamt abnimmt. Beim Kristallisieren müssen die Atome des amorphen Körpers ihre Lage relativ zueinander ändern, was bei tiefen Temperaturen außerordentlich langsam geschieht (Abb. 13-6). So sinkt nach Gleichung (12-9) die mittlere Platzwechselfrequenz bei der Abkühlung von 1000 auf 300 K um einen Faktor 10^8 , von etwa 10^{10} s^{-1} auf 100 s^{-1} . Der amorphe Glaszustand ist daher, obwohl nicht im thermodynamischen Gleichgewicht, bei tiefen Temperaturen sehr beständig.

Die Frage „Was geschieht bei der Erstarrungstemperatur T_c (siehe Abb. 13-4)?“ hat eine einfache Antwort: „Gar nichts besonderes“. Die Viskosität wird hier per definitionem gleich $10^{13,6} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (Abb. 13-3), die Temperaturabhängigkeit des Volumens bzw. der Dichte hat einen mehr oder weniger ausgeprägten Knick (Abb. 13-4), und die Platzwechselfrequenz kommt in die Größenordnung der Beobachtungszeit (vgl. Gl. 12-9).

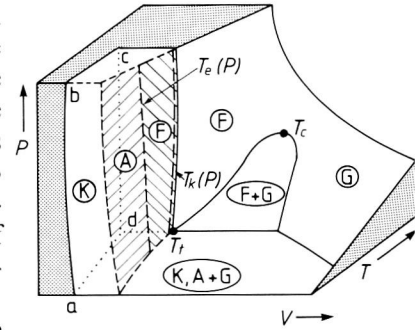
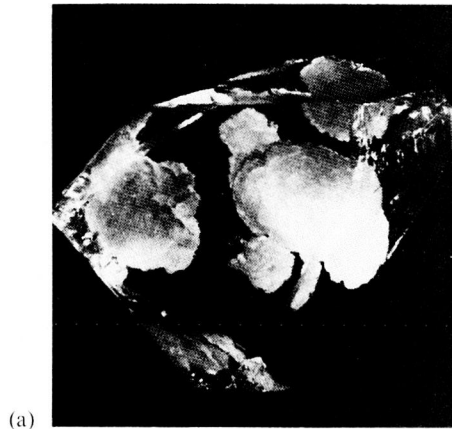
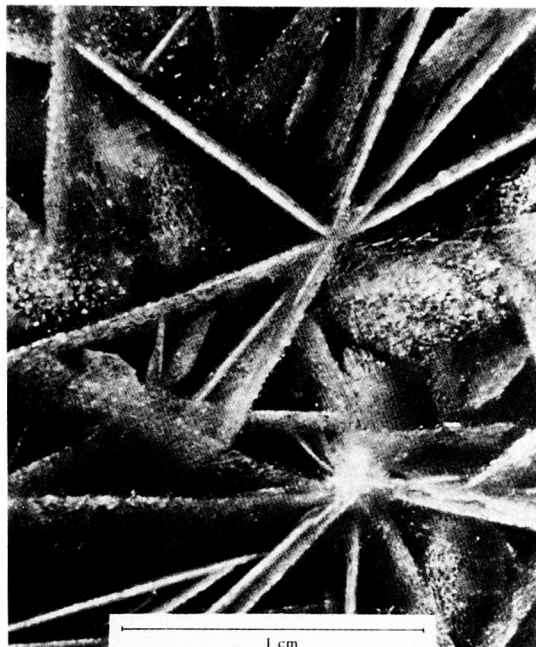


Abb. 13-5. Existenzbereich amorpher Stoffe. Zustandsfläche eines Stoffes mit kristalliner Phase und amorphem Zustand. Es bedeuten: K Kristall, A, amorpher Festkörper, F Flüssigkeit, G Gas, T_c kritischer Punkt, T_t Tripelpunkt, T_e Erstarrungstemperatur des amorphen Zustands, T_k Kristallisationstemperatur der Flüssigkeit. Auf dem weißen Flächenteil abged ist der kristalline Zustand im Gleichgewicht. Die schraffierten Teile der Fläche entsprechen dagegen nicht dem thermodynamischen Gleichgewicht; hier existiert ein amorpher Festkörper bzw. eine unterkühlte Flüssigkeit.



(a)



(b)

Abb. 13-6. Teilweise rekristallisiertes Glas. Durch sehr langsames Abkühlen aus der Schmelze oder längeres Tempern bei Temperaturen unterhalb des Schmelzpunkts kann Glas rekristallisieren. In Teilbild a sind dies die hell erscheinenden Gebiete. Teilbild b ist die Vergrößerung aus einem solchen Bereich (aus Guinier 1980).

Daraus folgt, daß die Erstarrungstemperatur eine von der Prozeßdauer abhängige Größe ist. Je schneller man abkühlt, desto höher ist sie. Das Erstarren einer Flüssigkeit zum amorphen Festkörper ist also kein Phasenübergang im thermodynamischen Sinn (siehe Kap. 21), sondern ein Relaxationsprozeß, dessen Ergebnis von der Abkühlgeschwindigkeit abhängt.

Der amorphe Festkörper ist mikroskopisch durch die regellose räumliche Anordnung seiner Atome charakterisiert. Sie sind ganz ähnlich im Raum verteilt wie bei einem dichten Gas oder einer Flüssigkeit (Abb. 13-7). Im Kristall dagegen existiert eine regelmäßige Fernordnung. Dies ist schematisch in Abbildung 13-8 zusammen mit den entsprechenden Korrelationsfunktionen $g(r)$ dargestellt (siehe Abschn. 12.1). Man erkennt, daß sich diese die Nahordnung charakterisierenden Größen bei der Flüssigkeit und beim amorphen Festkörper mit dem Abstand fast gleichartig verändern. Abbildung 13-9 zeigt dazu einige Meßergebnisse.

Die regellose Struktur der amorphen Festkörper bestimmt in entscheidender Weise fast alle ihre physikalischen Eigenschaften. Insbesondere sind diese, im Gegensatz zu den Kristallen, isotrop, das heißt unabhängig von der Beobachtungsrichtung. Sonst unterscheiden sich die Eigenschaften der amorphen Festkörper nur quantitativ von denen der Kristalle, die wir ja in den nächsten Kapiteln ausführlich besprechen werden. Man findet im amorphen Zustand jedoch Kombinationen von Eigenschaften, die es in Kristallen nicht gibt, zum Beispiel große mechanische Härte oder Zähigkeit und gleichzeitig hohe magnetische Permeabilität, oder große Härte gepaart mit hoher Wärmeleitfähigkeit. Die Interpretation solcher Eigenschaftskombinationen gelingt heute auf mikroskopischer Basis erst in Einzelfällen. Die Herstellung von amorphen Werkstoffen mit bestimm-

Struktur

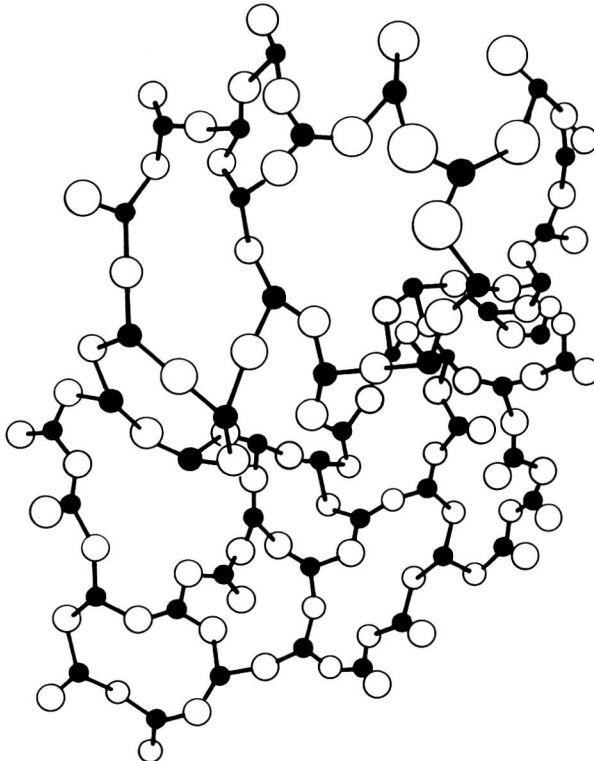


Abb. 13-7. Modell von amorphem Siliziumdioxid. Schwarze Kreise Silizium, weiße Kreise Sauerstoff (nach Charles 1967).

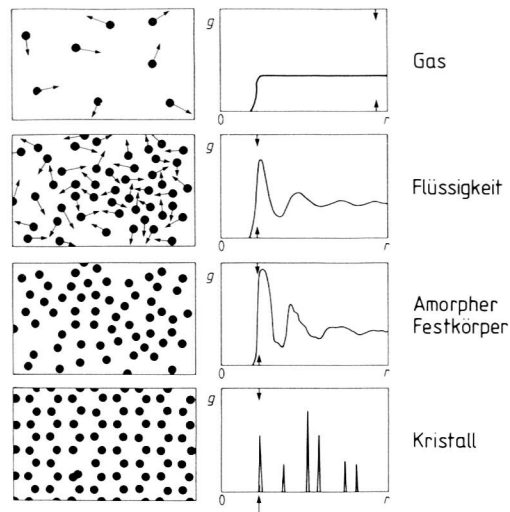


Abb. 13-8. Struktur (zweidimensionale Atomanordnungen) und Korrelationsfunktionen $g(r)$ verschiedener Zustandsformen der Materie. Der in der rechten Bildhälfte durch Pfeile gekennzeichnete Abstand entspricht demjenigen nächster Nachbarn (nach Moorjani und Coey 1984).

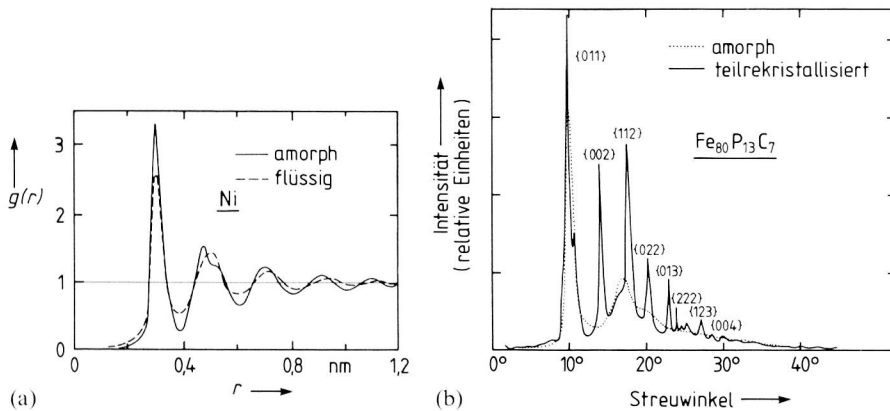


Abb. 13-9. Korrelationsfunktion und Röntgenbeugungsdiagramm von verschiedenen Metallmodifikationen. (a) Korrelationsfunktion für flüssiges und amorphes Nickel (nach Waseda 1980). (b) Winkelabhängigkeit der Streuintensität für amorphes und teilweise rekristallisiertes $\text{Fe}_{80}\text{P}_{13}\text{C}_7$. Die Zahlen in den geschweiften Klammern bezeichnen die Netzebenen des Kristalls (siehe Abschn. 14.3) (nach Waseda 1980).

ten erwünschten Eigenschaften erfolgt daher überwiegend durch Probieren. Dies fällt um so leichter, als amorphe Stoffe oft um Größenordnungen billiger sind als Kristalle mit entsprechenden Eigenschaften. Beispiele sind die amorphen Halbleiter Silizium und Germanium, die für Solarzellen benötigt werden. Das heute weit verbreitete Trockenkopieren erfolgt meist auf der Basis von amorphem As_2Se_3 (Abb. 13-10).

Wir müssen uns nun fragen, wovon es eigentlich abhängt, ob eine Flüssigkeit zu einem amorphen oder zu einem kristallinen Festkörper erstarrt? Man würde meinen, daß der amorphe Zustand leichter erreichbar ist, denn seine atomare Struktur unterscheidet sich ja fast nicht von derjenigen einer Flüssigkeit (Abb. 13-8 und 13-9 a). Andererseits hat die kristalline Struktur die niedrigere freie Energie, denn der amorphe Zustand wandelt sich in den kristallinen um, wenn man ihn sich selbst überläßt. Dabei müssen die Atome so lange ihre Plätze wechseln, bis in der ganzen Probe die kristalline Fernordnung hergestellt ist. Dies dauert bei tiefen Temperaturen und entsprechend niedrigen Platzwechselfrequenzen oft sehr lange: Tage, Jahre oder Jahrtausende, je nach Substanz und Temperatur. Kühlt man eine Flüssigkeit dagegen schnell ab, so haben die Atome oft nicht genug Zeit, um die Fernordnung überall zu realisieren; der Festkörper bleibt dann zunächst amorph und metastabil.

Herstellung

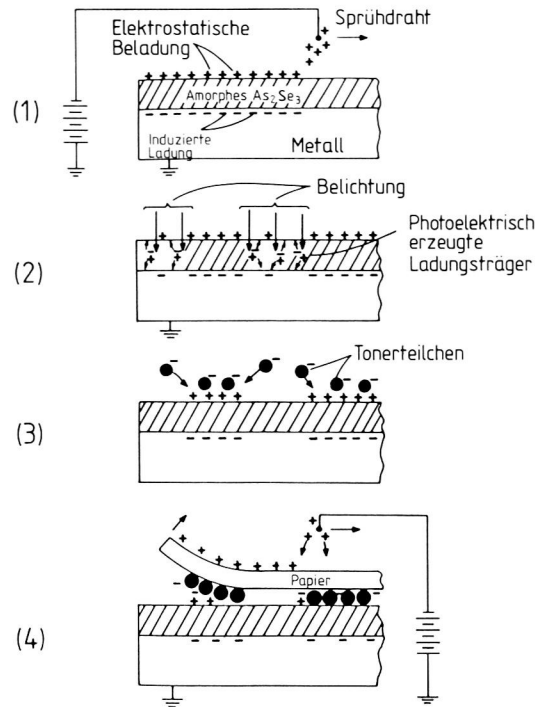


Abb. 13-10. Prinzip des Trockenkopierverfahrens. Aufladen (1), Belichten (2), Entwickeln (3), Drucken (4) (nach Zallen 1983).

Je nach der Art des Stoffes sind die zur Realisierung des amorphen Zustands in der Nähe der Erstarrungstemperatur notwendigen Abkühlungsgeschwindigkeiten sehr verschieden. Bei Polymeren liegen sie bei etwa 1 K pro Woche, bei Silikaten (Glas) bei 1 K pro Minute, bei Metallen bei 10^6 bis 10^7 K pro Sekunde. So hohe Abkühlgeschwindigkeiten erreicht man nur mit ganz speziellen Methoden, von denen einige in Abbildung 13-11 skizziert sind. Die Herstellung amorpher Stoffe gelingt im allgemeinen um so leichter, je komplizierter das Gitter der kristallinen Phase aufgebaut ist, das heißt je mehr Atome gleichzeitig in genau bestimmte Lagen relativ zueinander kommen müssen, um den Kristall zu bilden. Besonders komplizierte Gitter gibt es bei Metall-Nichtmetall-Mischungen mit möglichst teilerfreien Konzentrationsverhältnissen, zum Beispiel $Ca_3Si_2O_7$ oder $Fe_{25}Ni_{53}Si_8B_{14}$. Aber auch die reinen Elemente Schwefel und Selen lassen sich relativ leicht amorph herstellen. Am besten gelingt dies jedoch bei den meisten Polymeren. Hier hat man im Gegenteil Mühe, sie zu kristallisieren.

Mit diesem Blick auf die Herstellungsmethoden wollen wir die Behandlung des amorphen festen Zustands abschließen. Seine Eigenschaften werden wegen des Fehlens einfacher theoretischer Modelle hier nicht weiter diskutiert. Wir werden jedoch bei der Behandlung der Kristalleigenschaften in den folgenden Kapiteln gelegentlich auch amorphe Zustände betrachten. Denn ein amorpher Festkörper ist, von dort her gesehen, ja nichts anderes als ein Kristall mit einer Störstellenkonzentration von nahezu 100 Prozent.

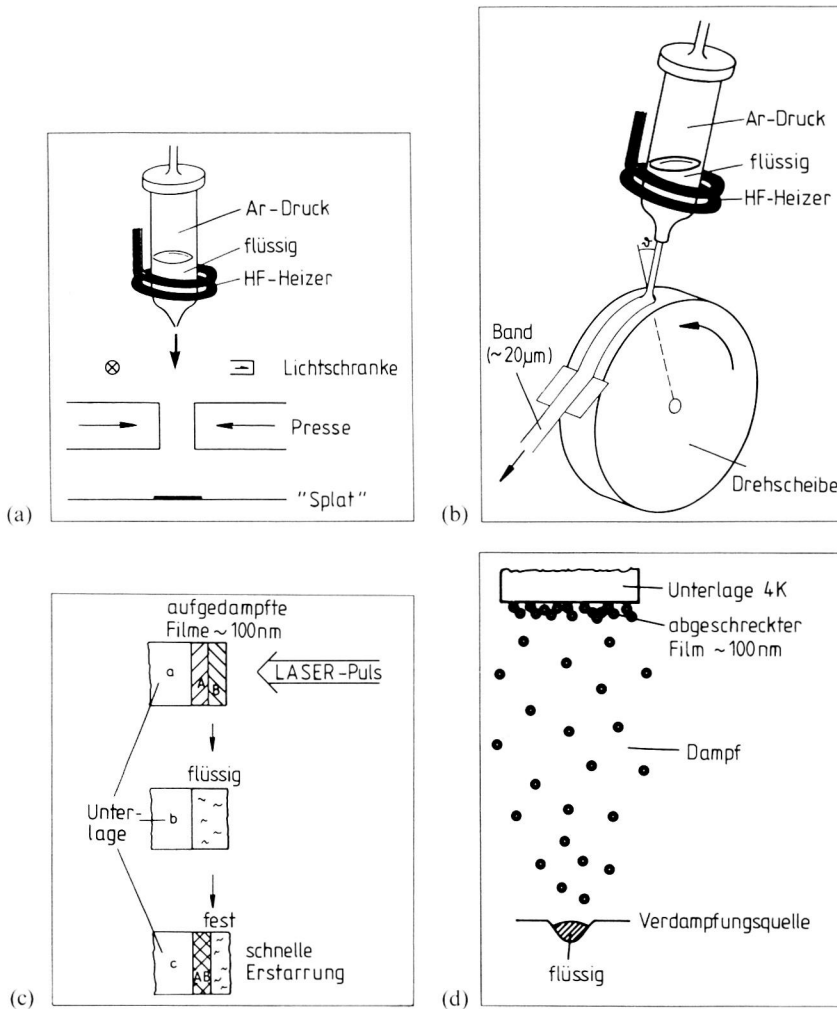


Abb. 13-11. Abschreckmethoden zur Herstellung amorpher Metalle (nach Stritzker 1985). (a) Amboß-Technik, (b) Kühlrad, (c) Laser-Schmelzen, (d) Aufdampfen.

13.2 Kristalline Flüssigkeiten oder flüssige Kristalle

Die kristallinen Flüssigkeiten sind eine Zustandsform der Materie, die ziemlich genau in der Mitte zwischen ungeordneter Flüssigkeit und geordnetem Kristall liegt. Man findet sie meist bei langgestreckten Molekülen mit etwa 10 bis 100 Atomen, die in der Mitte einen oder mehrere Benzolringe oder Doppelbindungen haben (Abb. 13-12). Solche Substanzen sind schon seit etwa 100 Jahren bekannt. Ihre Eigenschaften wurden jedoch erst in den letzten zwei Jahrzehnten genauer untersucht, als ihre technische Verwendung rapide zuzunehmen begann. Heute kennt man an die 10 000 derartiger Molekülsorten, die flüssige Kristalle bilden. Auch Polymere

Struktur

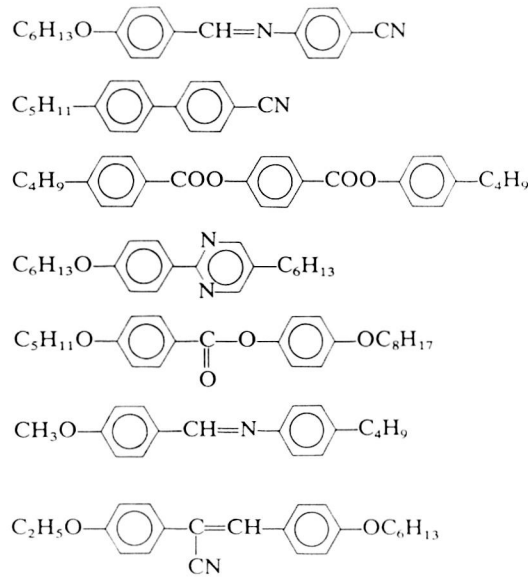


Abb. 13-12. Strukturformeln einiger Flüssigkristall-Moleküle. Die sechseckigen Symbole bezeichnen Benzolringe C_6H_6 (nach Brostow 1979).

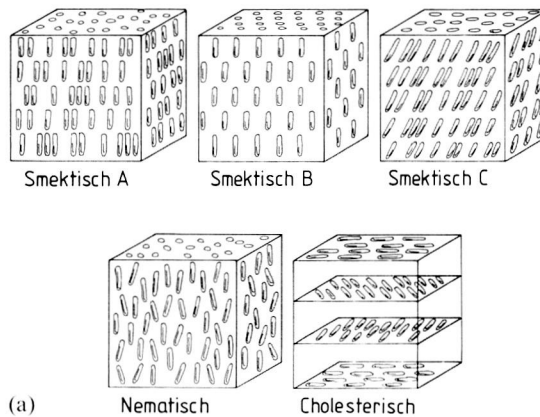


Abb. 13-13. Strukturformen flüssiger Kristalle. (a) In der nematischen Phase sind die Moleküle mit ihren Längsachsen in eine bestimmte Richtung orientiert (Beispiel: p-Azoxyanisol), in den smektischen Phasen sind sie darüber hinaus noch innerhalb bestimmter Ebenen angeordnet (Beispiel: Äthyl-p-azoxyzinnamat), in der cholesterischen Phase bilden die Moleküle eine schraubenförmige Struktur (Beispiel: Cholesterylbenzoat). Die Bezeichnung nematisch kommt vom griechischen νῆμα (Faden), smektisch von σμῆμα (Seife) und cholesterisch von χολή (Galle) weil diese Struktur im Cholesterin vorkommt (nach Litster und Birgeneau 1982). (b) Ein atomares Bild der nematischen Ordnung in 4'n-Pentyl-4-zyanobiphenyl (nach Leadbetter u. a. 1975).

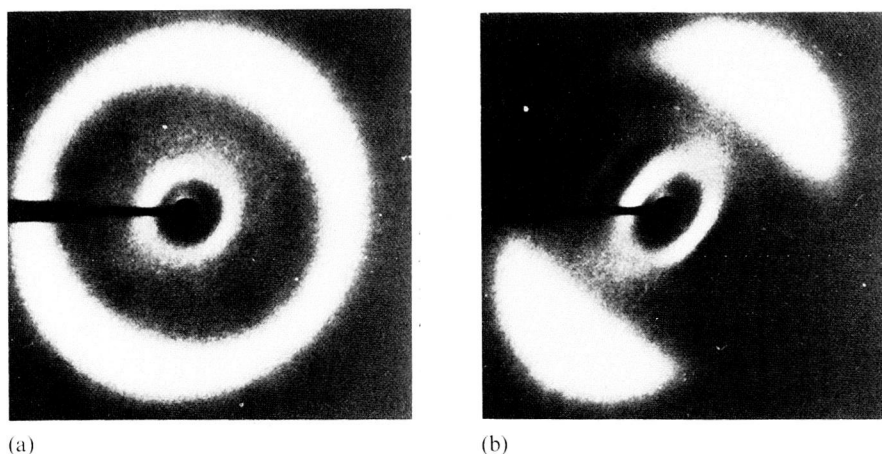


Abb. 13-14. Röntgenbeugungsaufnahme nematischer Flüssigkristalle, hier am Beispiel des 4n-Propyl-oxibenzyliden-4'n-propylanilin. Bild a entspricht dem ungeordneten Zustand, Bild b dem geordneten (aus Chandrasekhar 1977; mit freundlicher Genehmigung von A. de Vries).

können sich wie Flüssigkristalle verhalten, jedoch nur, wenn die Molekülketten nicht länger sind als höchstens 100 Monomere und wenn sie sich in einem Lösungsmittel befinden.

Die Flüssigkristall-Moleküle können sich in einer Reihe verschiedener Konfigurationen räumlich anordnen; die wichtigsten davon sind in Abbildung 13-13 dargestellt. Obwohl diese Muster ziemlich kristallin aussehen, ist ihnen doch allen das typische Flüssigkeitsverhalten gemeinsam: eine Viskosität von der Größenordnung $0,01 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, ein verschwindender statischer Elastizitätsmodul und eine Platzwechselzeit von etwa 10^{-7} s . Die Moleküle lassen sich also relativ leicht gegeneinander verschieben, behalten dabei aber ihre parallele räumliche Anordnung bei. Die Strukturen solcher Substanzen bestimmt man am einfachsten mittels Röntgenbeugung. Ein Beispiel zeigt Abbildung 13-14; hier erkennt man deutlich die anisotrope Struktur im geordneten Zustand. Bei der cholesterischen Ordnung sind die Moleküle in Ebenen jeweils parallel ausgerichtet, jedoch ist die Vorzugsrichtung von einer Ebene zur nächsten um einen bestimmten Winkel gedreht. So entsteht eine schraubenförmige Struktur (Abb. 13-13 a). Die Ganghöhe s der Schrauben liegt zwischen etwa 1 und $10 \mu\text{m}$. Sie läßt sich also bequem auf optischem Wege messen. Bei Einstrahlung in Richtung der Drehachse wird bevorzugt eine zirkular polarisierte Welle der Wellenlänge $\lambda = n \cdot s$ durchgelassen (n Brechungsindex). Wenn λ im sichtbaren Bereich liegt, entstehen hierdurch lebhaft Farben. Da die Ganghöhe stark temperaturabhängig ist, nützt man diesen Effekt zur Messung von Temperaturverteilungen auf Oberflächen aus (Thermofarben).

Die Ursache für die Nahordnung der Moleküle ist ein richtungsabhängiges Potential $U(\mathbf{r})$, das bei paralleler Anordnung eine größere Anlagerungsenergie zwischen Nachbarmolekülen liefert als bei senkrechter Stellung (Abb. 13-15). Das Minimum der Potentialkurve ist von der Größenordnung 10^{-20} J ($0,1 \text{ eV}$) und kommt vorzugsweise durch Wasserstoffbrücken zustande. Fast allen Flüssigkristall-Molekülen gemeinsam ist eine Mehrfachbindung ($\text{C} = \text{C}$, $\text{N} = \text{N}$, $\text{C} = \text{N}$, $\text{C} = \text{O}$, $\text{C} \equiv \text{C}$ usw.) oder zwei direkt verbundene Benzolringe. Dadurch wird die Drehbarkeit der Molekülbestandteile um ihre Längsachse eingeschränkt. Das begünstigt ihre gegenseitige Ausrichtung, weil alle Moleküle dann annähernd gleiche Gestalt haben. Im Gegensatz dazu sind die Monomere in Polymermolekülen (siehe Abb. 12-17) meisten leicht um die Molekülachse drehbar, was einer zwischenmolekularen Ordnung entgegenwirkt.

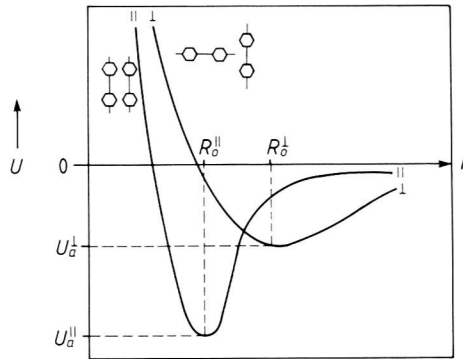


Abb. 13-15. Intermolekulares Potential von Flüssigkristall-Molekülen. Bei Parallelstellung der Moleküle sind die Anlagerungsenergie U_a und der Gleichgewichtsabstand R_0 kleiner als bei Senkrechtstellung.

Wir stellen uns jetzt wieder dieselbe Frage wie bei den amorphen Stoffen: Wo hat der flüssige Kristall im Zustandsdiagramm (Abb. 10-5) seinen Platz? Im Unterschied zum amorphen Festkörper befindet sich der Flüssigkristall im thermodynamischen Gleichgewicht und nicht in einem metastabilen Zustand. Er stellt also eine eigene echte Phase dar, die sich nicht im Lauf der Zeit von selbst zum Kristall oder zur Flüssigkeit umwandelt. Der Platz dieser Phase im Zustandsdiagramm muß sich daher zwischen der Flüssigkeit und dem Kristall befinden. Dabei entsteht mindestens ein neuer Tripelpunkt, an welchem Kristall, Flüssigkristall und isotrope Flüssigkeit gleichzeitig existieren können (Abb. 13-16). Die hier auftretenden Phasenumwandlungen zwischen Flüssigkristallen und isotroper Flüssigkeit sind im thermodynamischen Sinne diskontinuierlich (siehe Kap. 21) außer an dem jeweiligen kritischen Punkt, sofern ein solcher existiert, zum Beispiel T_c^{NF} in Abbildung 13-16.

Zustandsfläche

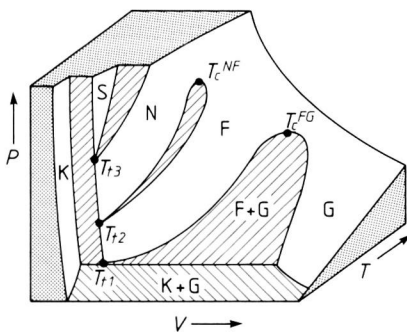


Abb. 13-16

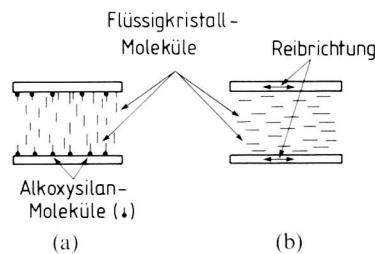


Abb. 13-17

Abb. 13-16. Zustandsfläche eines Stoffes mit zwei flüssigkristallinen Phasen. K fester Kristall, S smektischer Flüssigkristall, N nematischer Flüssigkristall, F isotrope Flüssigkeit, G Gas, T_{t1} bis T_{t3} Tripelpunkte, T_c kritische Punkte. Die Zweiphasengebiete sind schraffiert.

Abb. 13-17. Grenzflächenorientierung nematischer Flüssigkeiten. Die Substanz befindet sich zwischen zwei Glasplatten. Diese wurden im Fall a mit einem Detergens beschichtet, zum Beispiel Alkoxysilan, was zu einer Orientierung der Flüssig-Kristall-Moleküle senkrecht zur Grenzfläche führt, wenn sie sich mit ihrem einen Ende an die Alkoxysilan-Moleküle anheften. Eine parallele Orientierung wie im Fall b erhält man durch mikroskopisches Aufrauen der Oberfläche in der gewünschten Richtung, zum Beispiel durch Reiben mit trockenem Papier (nach de Gennes 1974).

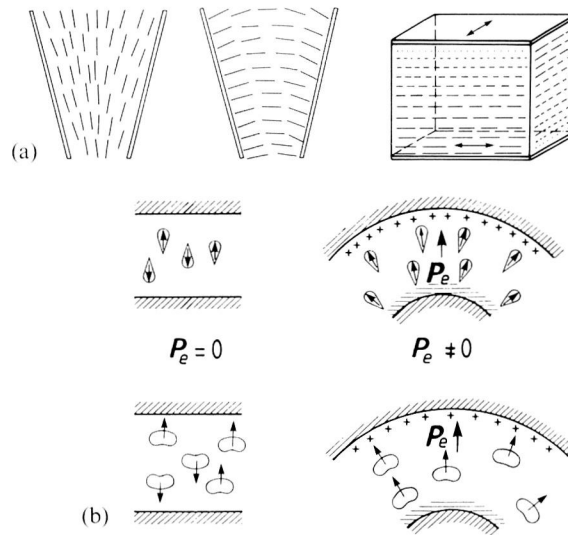


Abb. 13-18. Deformationszustände orientierter nematischer Flüssigkeiten. (a) Orientierungsdeformation. Im rechten Beispiel wurde die obere Platte in ihrer Ebene um 90° gedreht (nach Chandrasekhar 1977). (b) Piezoelektrischer Effekt (P_e elektrischer Polarisationsvektor). Die kleinen Pfeile sind die elektrischen Dipolmomente der Moleküle. Bei Verbiegung der Begrenzungsflächen orientieren sich die Moleküle und damit auch ihr Dipolmoment entsprechend ihrer geometrischen Gestalt (nach de Gennes 1974).

Nachdem wir die Strukturen und die Existenzbedingungen flüssiger Kristalle kennengelernt haben, wollen wir noch einen Blick auf ihre zum Teil sehr interessanten Eigenschaften werfen. Die flüssigen Kristalle haben anisotrope Suszeptibilitäten und Transportkoeffizienten, sind aber sonst ganz normal flüssig. Demzufolge kann die Anisotropie ihren Richtungssinn von Ort zu Ort ändern. Im allgemeinen haben die Moleküle auch ein elektrisches Dipolmoment und sind diamagnetisch. Die Kombination ihrer mechanischen Eigenschaften mit ihren elektrischen und magnetischen macht sie für technische Anwendungen so interessant. Wir können hier nur einige Beispiele herausgreifen.

Zunächst zum mechanischen Verhalten, das vor allem durch Wechselwirkungen der kristallinen Flüssigkeit mit ihren Begrenzungsflächen bestimmt wird. Die Moleküle orientieren sich bevorzugt an Grenzflächen, die in bestimmter Weise präpariert sind (Abb. 13-17). Diese Eigenart ist das wichtigste Hilfsmittel zur Herstellung einheitlich orientierter Flüssigkristalle. Die Grenzflächenorientierung erstreckt sich unter günstigen Bedingungen bis zu etwa einem Millimeter ins Innere. Deformiert man eine so präparierte Flüssigkeitsschicht durch Bewegung der Grenzflächen, so folgen die Moleküle dieser Bewegung, so gut es geht (Abb. 13-18). Falls sie ein elektrisches Dipolmoment besitzen, kann dabei eine makroskopische elektrische Polarisation entstehen (piezoelektrischer Effekt, Abbildung 13-18 b). Beobachten kann man solche Orientierungsmuster am einfachsten mit polarisiertem Licht, da die meisten dieser Substanzen doppelbrechend sind (siehe Abb. 13-22). Ein besonders eindrucksvolles mechanisches Verhalten kristalliner Flüssigkeiten stellt der Helfrich-Effekt dar. Zieht man die Begrenzungsplatten der Schicht einer smektischen Flüssigkeit schnell auseinander, so bildet sich eine gefaltete Molekülanordnung, die das Entstehen von Hohlräumen zu verhindern sucht (Abb. 13-19).

Als Beispiel für die elektrostatischen Eigenschaften betrachten wir in Abbildung 13-20 die Anisotropie der Dielektrizitätskonstante einer nematischen Flüssigkeit. Der Mittelwert ist im flüssigkristallinen Bereich etwas kleiner als im isotropen. Dies rührt von einer teilweisen Antiparallelstellung der molekularen Dipole im anisotropen Zustand her, wobei die elektrischen Momente benachbarter Moleküle sich zum Teil kompensieren.

Eigenschaften

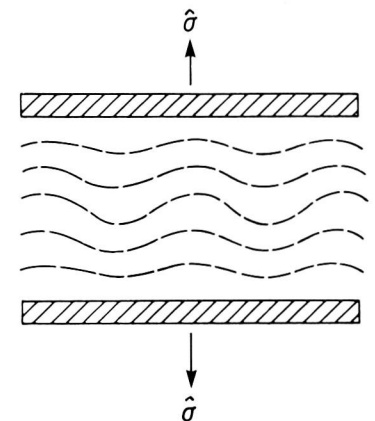


Abb. 13-19. Der Helfrich-Effekt in einer smektischen Flüssigkeit (nach Chandrasekhar 1977).

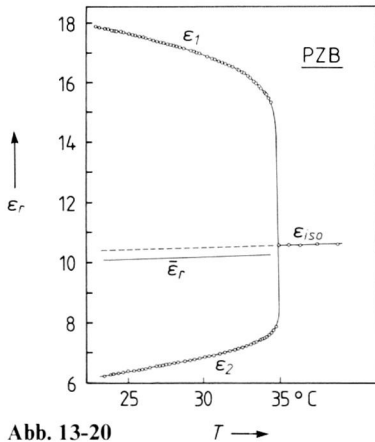


Abb. 13-20

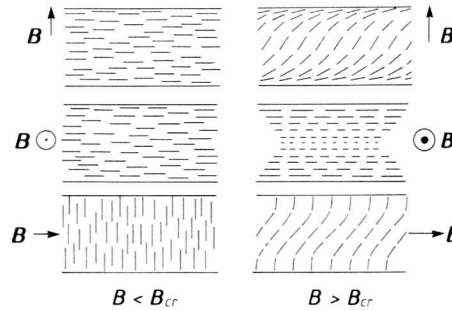


Abb. 13-21

Abb. 13-20. Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von 4'n-Pentyl-4-zyanobiphenyl (siehe Abb. 13-13 b). Aufgetragen ist die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r (siehe Abschn. 17.1), parallel (ϵ_1) und senkrecht (ϵ_2) zur Längsachse der Moleküle. Bei 22,5 °C erstarrt die Substanz, bei 35 °C wandelt sie sich in eine isotrope Flüssigkeit (ϵ_{iso}) um. Die Größe $\bar{\epsilon}_r = \frac{1}{3}(\epsilon_1 + 2\epsilon_2)$ ist der temperaturunabhängige Mittelwert im flüssigkristallinen Bereich. Die gestrichelte Linie bezeichnet die Verlängerung der isotropen Dielektrizitätskonstante in den anisotropen Bereich hinein (nach Chandrasekhar 1977).

Abb. 13-21. Der Fredericks-Effekt in einer nematischen Flüssigkeit. Die Pfeile bezeichnen die Richtung des Magnetfelds B . Der Effekt entsteht erst oberhalb einer bestimmten kritischen Feldstärke B_{cr} in der Größenordnung von einigen Zehntel Tesla (nach Chandrasekhar 1977).

Dadurch wird die Polarisation insgesamt gegenüber dem isotropen Zustand etwas erniedrigt.

Besonders interessant ist die magnetische Ausrichtung diamagnetischer Flüssigkristall-Moleküle durch ein äußeres Magnetfeld (Abb. 13-21). Hierbei konkurrieren die magnetische Kraft und diejenige der Grenzflächenorientierung. Einen ganz ähnlichen Effekt gibt es natürlich auch im elektrischen Feld aufgrund des elektrischen Dipolmoments der Moleküle. Die Strukturen, die sich ergeben, zeigen im polarisierten Licht sehr reizvolle Muster, von denen einige in Abbildung 13-22 zusammengestellt sind, ohne daß auf ihre Entstehung im einzelnen eingegangen wird.

Zum Abschluß wollen wir noch die wohl am weitesten verbreitete technische Anwendung kristalliner Flüssigkeiten besprechen, nämlich die Ziffernanzeige in Uhren und elektrischen Meßgeräten. Ein solcher LCD (liquid-crystal display) besteht meist aus einer 50 bis 100 μm dicken Schicht einer nematischen Flüssigkeit zwischen gekreuzten optischen Polarisationsfolien (Abb. 13-23). Die Grenzflächenorientierung der Moleküle an den beiden Folien ist um 90° gegeneinander verdreht und entspricht der Polarisationsrichtung des Lichts in den Folien. Ohne elektrisches Feld folgt der Polarisationsvektor des Licht der Orientierung der Flüssigkristall-Moleküle und wird somit von der zweiten Folie durchgelassen. Dann wird er vom darunter befindlichen Spiegel reflektiert. Legt man jedoch ein genügend großes elektrisches Feld senkrecht zur Schichtebene an, so werden die Moleküle in der Mitte der Schicht in Feldrichtung gedreht. Das Licht passiert folglich die Schicht im wesentlichen ohne Drehung des Polarisationsvektors. Dieser Vektor trifft daher in Sperrichtung auf die zweite Polarisationsfolie, das Licht wird dort absorbiert. Die Orte der

LCD-Anzeige

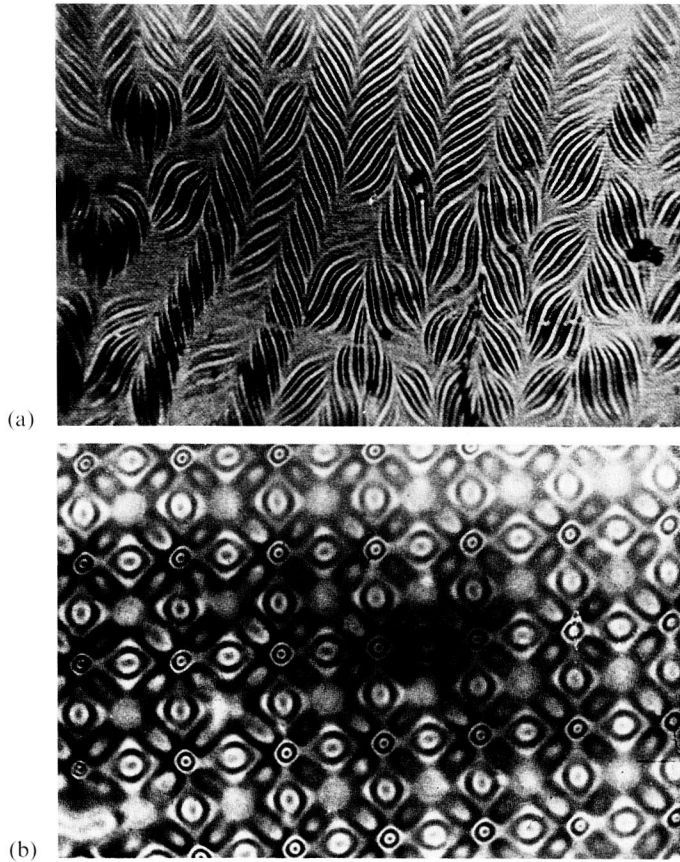


Abb. 13-22. Orientierungsmuster in kristallinen Flüssigkeiten, aufgenommen mit polarisiertem Licht (aus de Gennes 1974).

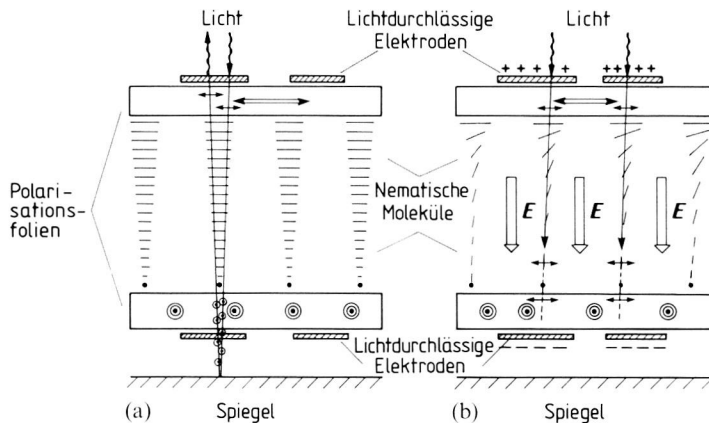


Abb. 13-23. Vorrichtung zur elektrooptischen Bildwiedergabe mit Flüssigkristallen (LCD: liquid-crystal display). (a) Ohne elektrisches Feld wird von oben einfallendes Licht im oberen Polarisator in Durchlaßrichtung polarisiert, beim Durchgang durch den Flüssigkristall gedreht, vom unteren Polarisator durchgelassen, am Spiegel reflektiert und oben wieder nach außen durchgelassen. (b) Mit elektrischem Feld wird die Polarisationsrichtung des Lichts im Flüssigkristall nicht mehr so gedreht, daß sie den unteren Polarisator in Durchlaßrichtung trifft; das Licht wird daher hier absorbiert und gelangt nicht bis zum Spiegel. Die Elektrodenflächen erscheinen dann von oben betrachtet dunkel. Die Doppelpfeile \rightleftharpoons und Doppelkreise \odot bezeichnen die Durchlaßrichtung der Polarisatoren, die einfachen Pfeile \leftrightarrow und Kreise \ominus die Polarisationsrichtung des Lichts, die dicken Pfeile \Rightarrow das elektrische Feld. Durch geeignete Formgebung und elektrische Beladung der Elektroden kann man alle gewünschten Schriftmuster herstellen.

lichtdurchlässigen Elektroden erscheinen dann dunkel auf hellem Grund. Es gibt noch eine ganze Reihe weiterer Mechanismen zum elektro-optischen Schreiben mit Flüssigkristallen. Ihr großer Vorteil gegenüber anderen optischen Anzeigegeräten besteht darin, daß sie etwa 1000mal weniger Strom verbrauchen.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir Zustandsformen der kondensierten Materie besprochen, die eine Zwischenstellung zwischen vollständiger Unordnung und vollständiger Ordnung einnehmen. Wir begegnen solchen Zwischenzuständen in amorphen Festkörpern und kristallinen Flüssigkeiten. Bei den ersteren ist mikroskopische Flüssigkeitsstruktur mit makroskopischem Festkörperverhalten verbunden. Bei den kristallinen Flüssigkeiten ist es umgekehrt. Sie befinden sich im thermodynamischen Gleichgewicht, die amorphen Festkörper jedoch nicht.

Die physikalischen Eigenschaften dieser Zustandsformen der Materie sind äußerst vielfältig infolge der Kombination von typischem Flüssigkeitsverhalten mit typischen Festkörpermerkmalen. Es gibt jedoch so gut wie keine mikroskopische Theorie, die es gestattet, die Eigenschaften solcher Stoffe auf diejenigen der Atome und ihrer Wechselwirkungen zurückzuführen. Daher mußten wir uns in diesem Kapitel ausschließlich mit qualitativen Beschreibungen begnügen. Auch konnten wir aus der Fülle der Eigenschaften nur einige wenige kurz besprechen. Wir werden jedoch den amorphen Zustand bei der Behandlung gestörter Kristalle noch öfters begegnen. Ein amorpher Festkörper stellt ja nichts anderes dar als einen Kristall, bei dem praktisch jedes Atom auf einem falschen Platz sitzt. Wir wollen vor allem eine für technische Anwendungen wichtige Tatsache im Gedächtnis behalten: Amorphe Festkörper ändern ihre Eigenschaften im Lauf der Zeit, weil sie sich nicht im thermodynamischen Gleichgewicht befinden; flüssige Kristalle tun das im allgemeinen nicht.

14 Struktur und Wachstum der Kristalle

Wir kommen nun zum zentralen Gebiet der Festkörperphysik, zu den Kristallen und ihren Eigenschaften. Die große Bedeutung der Kristallphysik beruht darauf, daß unsere Werkstoffe zur Konstruktion von Bauten und Maschinen sowie für die Elektrotechnik überwiegend kristalliner Natur sind. Besonderes Gewicht erhalten die Kristalle für unsere Diskussion der verschiedenen Zustände kondensierter Materie, weil sich ihre Eigenschaften viel leichter theoretisch behandeln lassen als die der amorphen Festkörper, der Flüssigkeiten und der realen Gase, und zwar aufgrund der räumlichen Periodizität der Kristallstruktur und damit des Potentials der Atome. Diesem Sachverhalt trägt das Bloch-Theorem Rechnung. Es besagt, daß die Eigenfunktionen der Schrödinger-Gleichung für Elektronen in Kristallen genau die Periodizität des Kristallgitters besitzen. Man kann Schrödinger-Gleichungen in Kristallen daher in guter Näherung lösen. Damit gelangt man zu einem Verständnis ihres Verhaltens in unserem anfangs definierten Sinn, nämlich der Zurückführung der Eigenschaften eines Systems auf diejenigen seiner Bestandteile und auf die zwischen ihnen wirkenden Kräfte. Wir werden die Behandlung der Kristallphysik auf sechs Kapitel aufteilen. Zunächst besprechen wir die Struktur der idealen Kristalle, die Herstellung von Einkristallen, und die Kristallbaufehler. Im 15. Kapitel behandeln wir dann die mechanischen, im 16. die thermischen Kristalleigenschaften und im 17. bis 19. Kapitel die elektrischen, magnetischen und optischen.

Angesichts ihrer Bedeutung für alle Bereiche unseres Lebens, und wegen des fortgeschrittenen Erkenntnisstandes kommt die Kristallphysik bzw. die Festkörperphysik im engeren Sinne trotz ihrer Aufteilung auf sechs Kapitel hier etwas zu kurz. Ich möchte daher jedem Hauptfach-Physik-Studenten empfehlen, noch ein spezielles Lehrbuch der Festkörperphysik zu benutzen, vor allem um mehr Einsicht in die quantitativen Zusammenhänge und in viele Anwendungen zu gewinnen, die wir hier nicht vermitteln können. In den Literaturhinweisen zu diesem Kapitel sind einige solcher Lehrbücher genannt.

Zum Beginn unserer Beschäftigung mit der Kristallphysik sehen wir uns in Abbildung 14-1 den kleinsten jemals beobachteten Kristall an: Eine frei im Raum schwebende Anordnung von sieben Magnesium-Ionen. Die Aufnahme gelang H. Walther und Mitarbeitern im Jahr 1987 am Max-Planck-

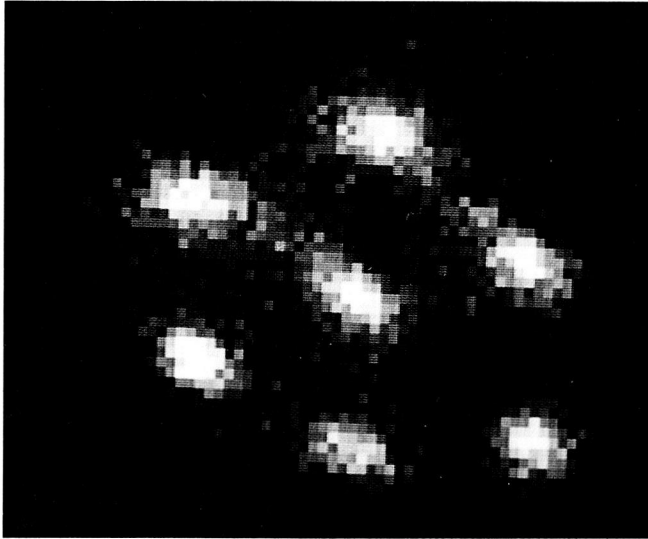


Abb. 14-1. Freischwebender Mikrokristall. Das Bild zeigt sieben Magnesium-Ionen in einer Ionenfalle, ähnlich derjenigen in Abbildung 7-21 c. Die regelmäßige Anordnung entsteht durch elektrostatische Wechselwirkung der Ionen mit den Wänden der Falle und untereinander. Ihr mittlerer Abstand beträgt $23\ \mu\text{m}$. Die Belichtungsdauer der Aufnahme war 40 Sekunden. Während dieser Zeit oszillieren die Ionen im Wechselfeld der Ionenfalle um ihre Gleichgewichtslagen. Daher rührt die Ortsunschärfe der Ionen von etwa $\pm 4\ \mu\text{m}$ (aus Diedrich u. a. 1988).

Institut für Quantenoptik in München. Dieser Kristall wird allerdings nicht wie im Festkörper durch anziehende Kräfte zwischen den Ionen zusammengehalten, sondern durch die elektrostatische Abstoßung gegenüber den hier nicht sichtbaren Wänden der Ionenfalle.

14.1 Gestalt und Herstellung von Kristallen

Größere Kristalle von regelmäßiger Gestalt sind in unserer täglichen Umgebung relativ selten. Wir kennen sie zum Beispiel vom Kandiszucker, als Schneeflocken (siehe Abb. 1-6), beim Kochsalz, und wir finden sie natürlich in Schmuckstücken und bei Mineraliensammlern. Aber wie steht es mit unserer Behauptung aus der Einleitung zu diesem Kapitel, daß fast alle uns umgebenden festen Körper aus Kristallen bestehen? Die Antwort finden wir mittels einer Lupe oder eines Mikroskops: Die meisten Kristalle sind so klein, daß ihre regelmäßige Gestalt unserem bloßen Auge verborgen bleibt. Wenn wir die uns umgebenden Festkörper jedoch vergrößert betrachten, werden wir feststellen, daß sie fast alle aus kleinen Kriställchen bestehen, die man Kristallite nennt, und die mehr oder weniger regellos aneinandergereiht sind (Abb. 14-2, siehe auch Abb. 13-1 c). Einen solchen Festkörper nennt man einen Vielkristall (Polykristall), im Unterschied zum Einkristall und zum amorphen Festkörper oder Glas.

Der regelmäßige Bau der Kristalle mit ihren glatten Begrenzungsflächen und ihren gleichbleibenden Winkeln an den Kanten läßt sich nur durch deren Zusammensetzung aus gleichartigen kleinsten Einheiten erklären (Abb. 14-3). Ursprünglich hatte man vermutet, daß sich in diesen Einheiten die geometrische Form der Atome widerspiegelt. Das ist jedoch mit unse-

Der regelmäßige Aufbau

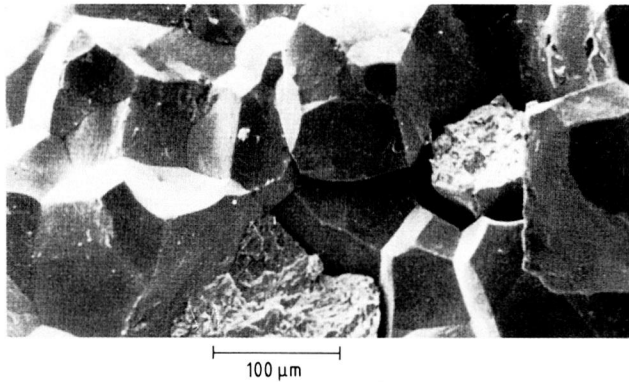


Abb. 14-2. Polykristalliner Aufbau von Festkörpern, hier am Beispiel von Kristalliten in Stahl. Aufnahme mit dem Raster-Elektronenmikroskop (aus Guinier und Jullien 1987).

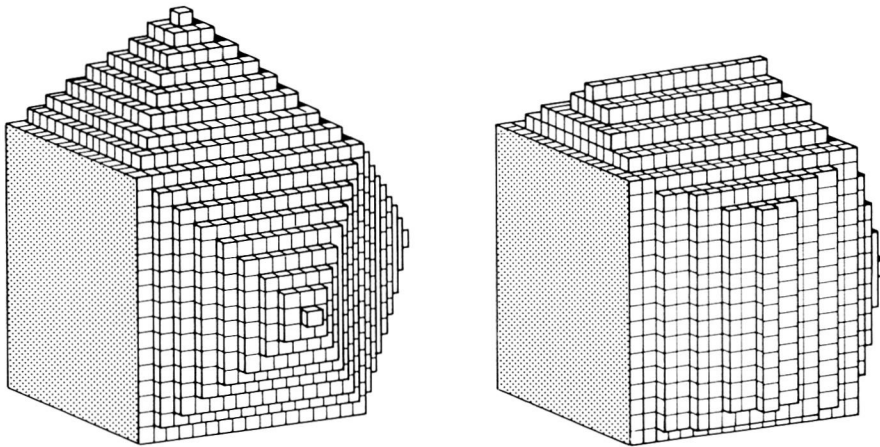


Abb. 14-3. Aufbau von Kristallen aus kleinen gleichartigen Elementen. Aus denselben Elementareinheiten (hier Würfeln) lassen sich Kristalle von verschiedener äußerer Gestalt aufbauen (nach Kittel 1971).

ren heutigen Kenntnissen vom Atombau nicht vereinbar (siehe Kap. 7). Heute weiß man, daß die kleinsten Kristalleinheiten geometrisch fixierte *Anordnungen* von nur wenigen Atomen sind, die sogenannten Einheitszellen oder Elementarzellen, die wir im übernächsten Abschnitt genau besprechen werden (siehe Abb. 14-22). Aus Abbildung 14-3 wird deutlich, daß man mit ein und derselben Sorte solcher Elementarzellen Kristalle von ganz verschiedener äußerer Form zusammensetzen kann. Die äußere Gestalt der Kristalle nennt man auch *Habitus*. Er hängt von der Wachstumsgeschwindigkeit der verschiedenen Begrenzungsflächen sowie von der Temperatur und vom Druck während der Entstehung des Kristalls ab. Beispiele dafür zeigt Abbildung 14-4: Beim Kristallwachstum werden Flächen mit großer Wachstumsgeschwindigkeit mit der Zeit von solchen mit kleinerer Geschwindigkeit verdrängt.

Als Ursache der verschiedenen Wachstumsgeschwindigkeiten der Flächen müssen wir die verschiedene Bindungsenergie der Atome bei ihrer Anlagerung auf den Kristallflächen ansehen. Aufgrund der Wechselwirkung dieser Atome mit denen des schon vorhandenen Kristalls und denen des umgebenden Mediums ist die Grenzflächenenergie der verschiedenen Kristallflächen verschieden. In dem einfachen Modell der Abbildung 14-4d wird ein Atom zum Beispiel auf einer Seitenfläche (001) nur einfach gebunden, auf der Seitendiagonalfäche (011) zweifach, und auf der Raumdiagonalfäche (111) dreifach. Die Bezeichnungen „ (h, k, l) “ der Ebenen werden im übernächsten Abschnitt erläutert (siehe Abb. 14-29). Man kann

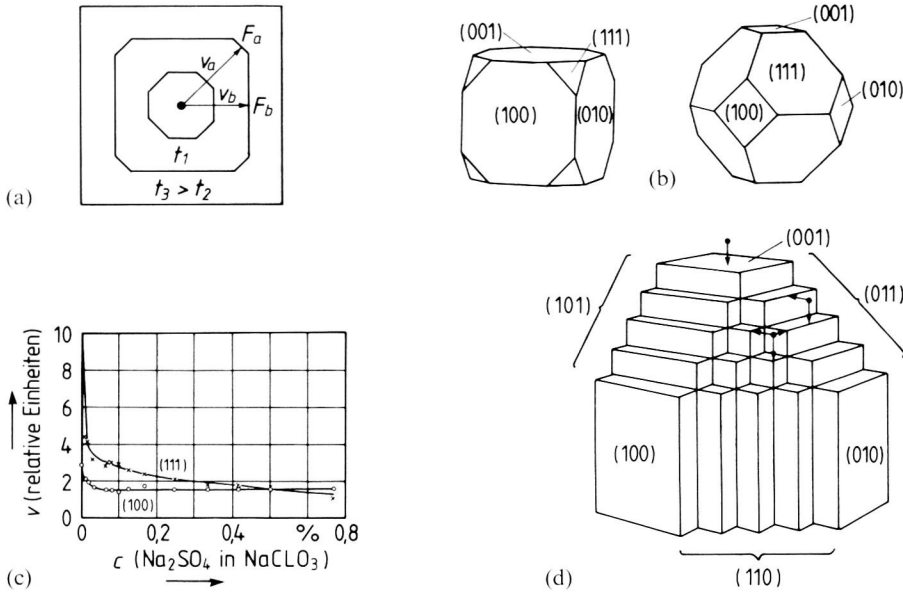


Abb. 14-4. Wachstumsgeschwindigkeit verschiedener Kristallflächen. Die Bezeichnung der Kristallflächen (drei Buchstaben in runden Klammern) in dieser und den folgenden Abbildungen wird in Abb. 14-29 erklärt.

(a) Die Fläche F_a mit der Wachstumsgeschwindigkeit v_a wird von der Fläche F_b mit der kleineren Geschwindigkeit v_b im Laufe der Zeit verdrängt (nach Schönherr 1973).

(b) Kristallgestalt bei verschiedener Flächenwachstumsgeschwindigkeit. Im linken Bild wächst die Seitenfläche des Würfels langsamer als die Diagonalfäche ($v(100) < v(111)$). Dies entspricht dem Fall kleiner Konzentration von Na_2SO_4 in Teilbild c. Im rechten Bild ist es umgekehrt (nach Kleber 1971).

(c) Verschiebungsgeschwindigkeit v der Seitenfläche (100) und der Raumdiagonalfäche (111) von NaClO_3 - Na_2SO_4 -Kristallen in Abhängigkeit von der Na_2SO_4 -Konzentration c (nach Kleber 1971).

(d) Veranschaulichung der verschiedenen Anlagerungsenergien der Atome auf verschiedenen Kristallflächen. Die kleinen Pfeile an den als schwarze Punkte dargestellten Atomen symbolisieren die Bindungen. Die Raumdiagonalfäche (111) ist die würfelförmig strukturierte Dreiecksfläche vorn oben (nach Kleber 1971).

jedoch im allgemeinen nicht vorhersagen, unter welchen Bedingungen welche Flächen eines Kristalls wie schnell wachsen. Die Vielfalt der möglichen Wachstumsformen ist in Abbildung 14-5 skizziert. Dabei handelt es sich ausschließlich um kubische Kristalle, deren Einheitszellen kleine Würfel wie in Abbildung 14-3 sind.

Wie gesagt sehen wir von der schönen regelmäßigen Gestalt der Kristalle im Alltag so wenig, weil sie so klein sind. Aber wovon hängt es ab, wie groß eine Kristall werden kann? Alle Materie war ja ursprünglich einmal gasförmig und wurde dann eventuell flüssig oder fest. Kristalle bilden sich beim Erstarren einer Flüssigkeit, das heißt unterhalb einer Temperatur, bei der die anziehende Wechselwirkung der Atome erheblich größer wird als ihre kinetische Energie. Kühlt man eine Flüssigkeit unter ihren Gefrierpunkt ab oder ein Gas unter seine Sublimationstemperatur, so entstehen an mehreren Stellen spontan Kristallkeime (Abb. 14-6), nämlich immer dann, wenn sich zufällig einige Atome mit genügend kleiner kinetischer Energie gerade in der Gleichgewichtskonfiguration des Kristalls zusammenfinden (Abb. 14-7). Ob der Kristallkeim stabil ist oder wieder zerfällt, hängt außer von der kinetischen und potentiellen Energie der Atome auch von der Entropie und von der Grenzflächenenergie des

Wachstum aus der Schmelze

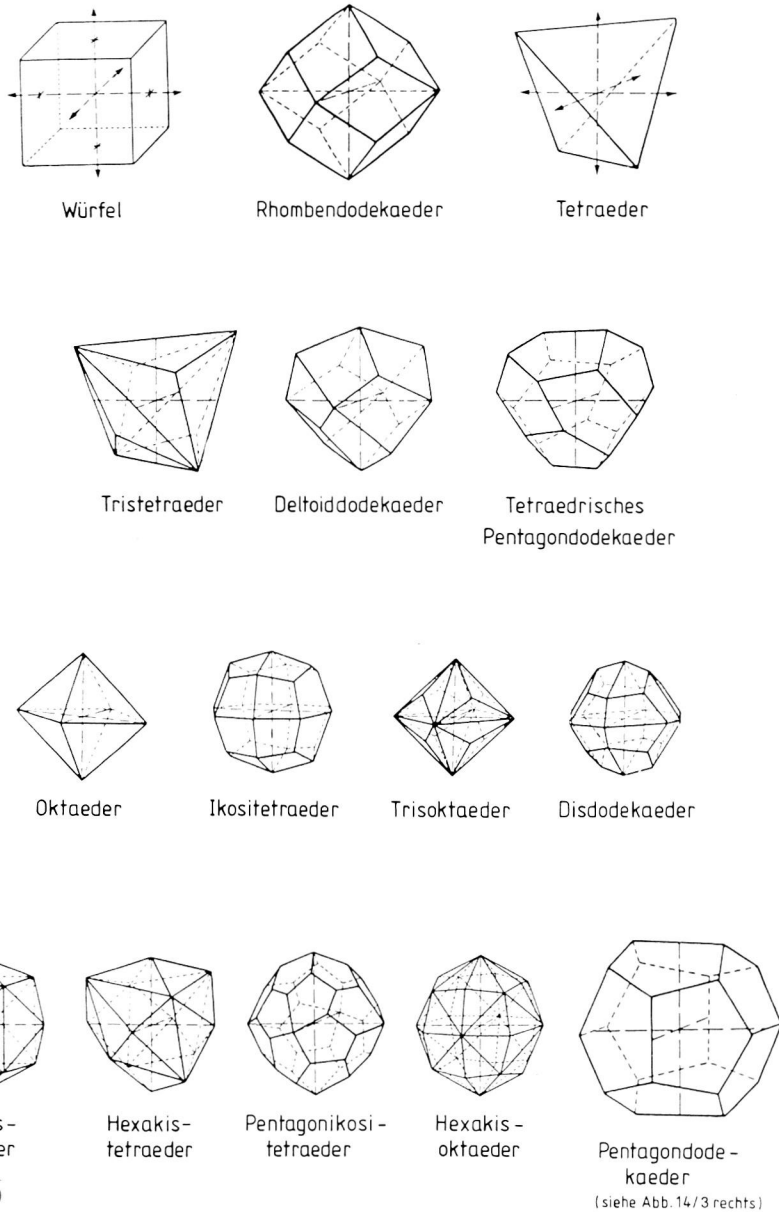


Abb. 14-5. Eine Auswahl von Kristallformen des kubischen Systems. Alle diese Formen können aus kleinen Würfeln zusammengesetzt werden, wie in Abbildung 14-3 (aus Kleber 1971).

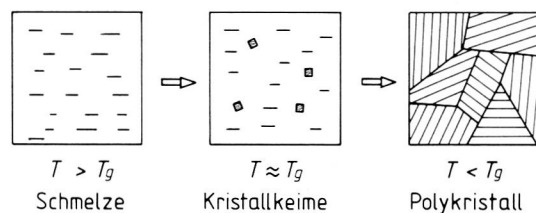


Abb. 14-6. Kristallisation. Die Kristallkeimbildung in einer bis zum Gefrierpunkt (T_g) abgekühlten Flüssigkeit erfolgt unabhängig voneinander an mehreren Stellen mit verschiedener räumlicher Orientierung des Kristallgitters. Die Keime wachsen dann weiter, bis sie das ganze Volumen ausfüllen.

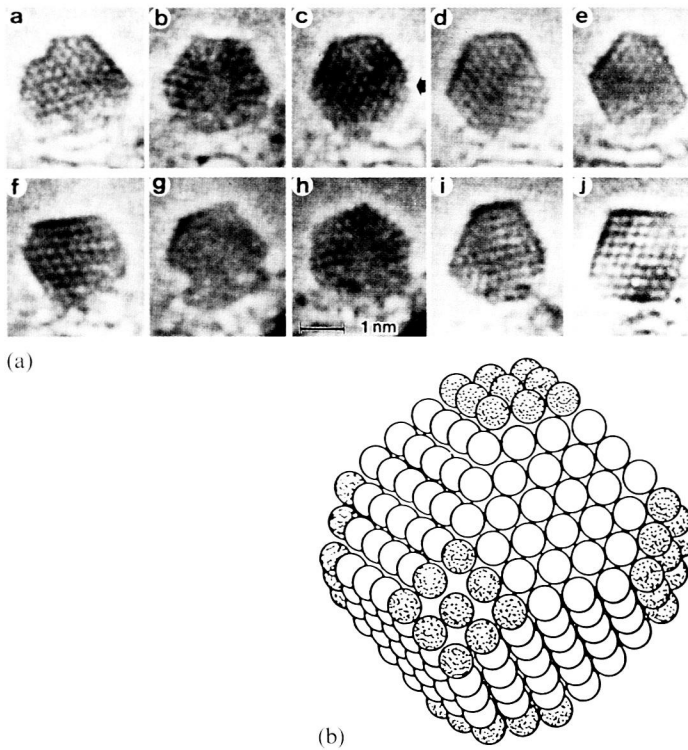


Abb. 14-7. Elektronenmikroskopische Aufnahme eines kleinen Goldteilchens. (a) Dieses Teilchen mit einem Durchmesser von etwa 2 nm befand sich nicht in einer Goldschmelze, sondern ist aus der Gasphase kondensiert. Die zeitliche Veränderung seiner Form und Lage (Teilbilder a bis j in Abständen von je etwa 30 s) sind jedoch ähnlich denjenigen eines Keims in einer Schmelze (aus Iijima und Ichihashi 1986). (b) Modell des Teilchens.

Keims gegenüber seiner Umgebung ab. Die Berechnung der Gesamtenergie oder der freien Enthalpie eines solchen Keims ist jedoch so kompliziert, daß es bis heute nicht gelingt, sie direkt aus den Grundgesetzen abzuleiten. Daher war es bisher auch nicht möglich, den Gefrierpunkt irgendeines Stoffes vorherzusagen.

Die Kristallkeime sind zunächst in der Flüssigkeit ganz regellos orientiert. Sie wachsen bei genügend tiefer Temperatur durch Anlagerung von immer mehr Atomen schließlich so lange, bis sie das ganze Flüssigkeitsvolumen ausfüllen. Ein solches Gebilde bezeichnet man dann als Polykristall (siehe Abb. 14-2). Die Keime entstehen bevorzugt an Störstellen wie zum Beispiel an Unebenheiten der Begrenzungsflächen, an Fremdkörpern oder im Bereich lokaler Temperaturschwankungen; denn an solchen Stellen besteht die Möglichkeit einer lokalen Erniedrigung der freien Enthalpie des Systems. Je langsamer und ungestörter eine Flüssigkeit abgekühlt wird, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß nur relativ wenige Keime wachsen. Desto größer werden deshalb auch die entstehenden Kristallite im festen Zustand sein (Abb. 14-6 rechts).

Die äußere Form eines Polykristalls ist meistens durch die Begrenzungsflächen des gefrierenden Flüssigkeitsvolumens bestimmt und hat nichts mit der Symmetrie des Kristallgitters zu tun. Die Kristalle der technisch verwendeten Metalle haben im allgemeinen Durchmesser von 1 μm bis 0,1 mm; in Gesteinen und Salzen sind sie oft 0,1 mm bis 1 mm groß. Die Berührungsflächen der Kristallite nennt man Korngrenzen. Nicht alle Polykristalle bestehen ganz aus kristallisierten Bereichen. In vielen Fällen existiert zwischen den Kristalliten noch eine mehr oder weniger amorphe Phase. Beispiele dafür zeigt Abbildung 14-8 (Tafel VII im vorderen Buchteil).

Viel- und Einkristalle

Abb. 14-8: auf Tafel VII im vorderen Buchteil

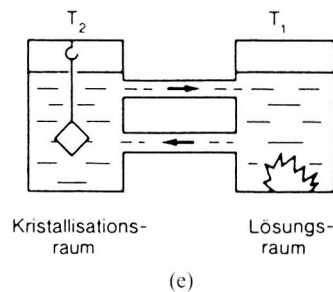
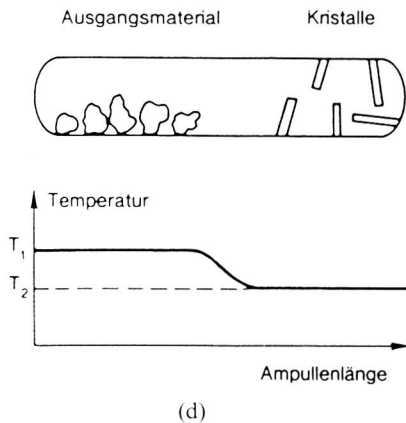
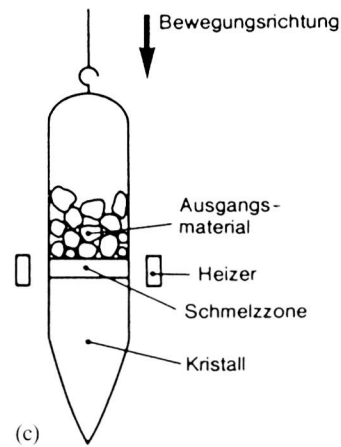
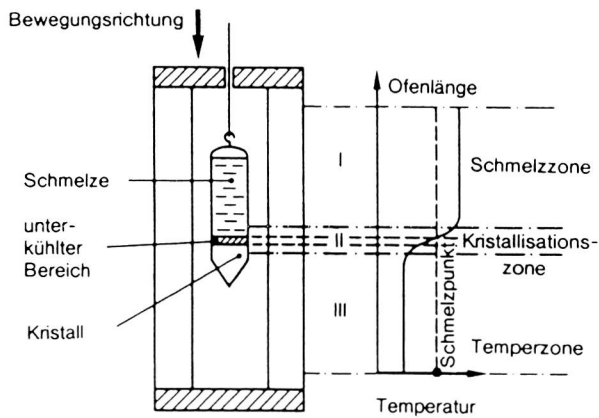
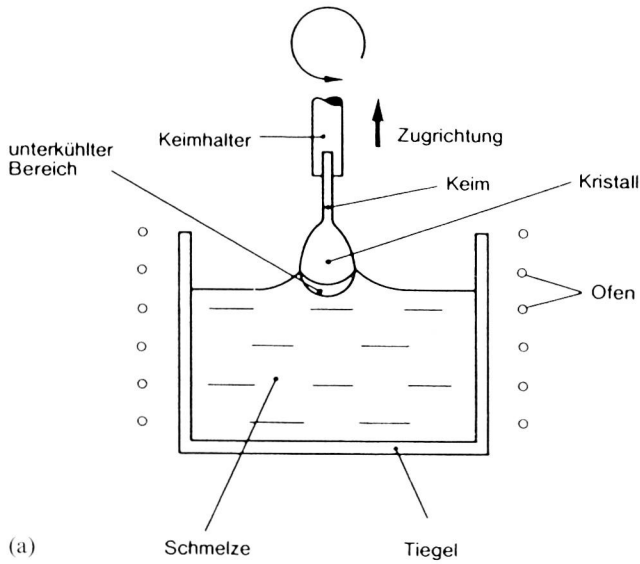


Abb. 14-9. Methoden zur Herstellung von Einkristallen (aus Schönherr 1973). (a) Czochralski-Verfahren, (b) Bridgman-Verfahren, (c) Zonenschmelzverfahren (Rekristallisation), (d) Sublimation, (e) Temperaturdifferenz-Verfahren ($T_2 < T_1$).

Die physikalischen Eigenschaften der Kristalle lassen sich, wie wir noch sehen werden, um so besser verstehen, je perfekter diese aufgebaut sind, das heißt je genauer die richtigen Atome auf den richtigen Gitterplätzen sitzen. Daher ist es wünschenswert, möglichst fehlerfreie und nicht zu kleine Einkristalle zum Experimentieren zu verwenden. Auch für viele technische Anwendungen braucht man gute Einkristalle, zum Beispiel für Schwingquarze in Zeitgebern und für elektronische Halbleiterbauelemente (siehe Abb. 17-14 und 17-31).

Woher bekommt man gute und genügend große Einkristalle? Man kann sie in der Natur suchen, wie es die Mineraliensammler tun. Aber mit deren Ausbeute lassen sich die Bedürfnisse von Wissenschaft und Technik bei weitem nicht decken. Viele Substanzen kommen in der Natur ja nur in verschwindend geringen Mengen vor. Man hat daher eine große Zahl von Methoden entwickelt, um Einkristalle in genügender Menge, Größe und Qualität herzustellen. Die wichtigsten Verfahren sind das Ziehen aus der Schmelze oder aus einer übersättigten Lösung, das Kondensieren aus der Gasphase und das „Rekristallisieren“ aus einem Polykristall. Einige dieser Methoden sind in Abbildung 14-9 dargestellt. Man erhält so für die meisten Verwendungszwecke Einkristalle, die den heutigen Anforderungen genügen (Abb. 14-10).

Heute ist es möglich, so gute Einkristalle herzustellen, daß in ihnen nur noch jedes millionste Atom auf einem falschen Gitterplatz sitzt oder ein Fremdatom ist. Die Güte eines solchen Kristalls hängt neben der chemischen Reinheit der Ausgangsmaterialien sehr von der räumlichen und zeitlichen Temperaturverteilung während des Kristallwachstums ab. Dies stellt hohe Anforderungen an die Regelungstechnik. Temperaturen müssen oft über viele Tage in großen Volumina auf ein hundertstel Grad konstant gehalten werden (Abb. 14-10). Ähnliches gilt für die chemische Zusammensetzung des Materials. Daher sind gute Einkristalle sehr teuer; Preise von

Herstellung

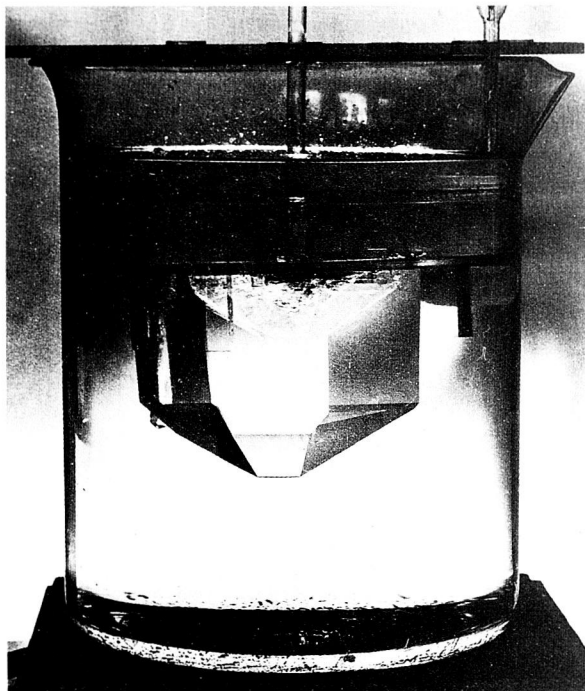


Abb. 14-10. Herstellung eines Ammoniumphosphat-Kristalls aus einer wäßrigen Lösung. Die Temperatur wird auf 0,01 K konstant gehalten. Der Kristall wird ständig langsam gedreht und wächst in zwei Monaten auf einen Durchmesser von etwa 10 cm an (aus Guinier 1980).

einigen zehntausend Mark pro Kubikzentimeter sind keine Seltenheit. Aus diesem Grund bemüht man sich in der anwendungsbezogenen Forschung intensiv darum, Einkristalle durch Polykristalle zu ersetzen, zum Beispiel in Solarzellen und in Halbleiterbauelementen.

14.2 Der atomare Aufbau der Kristalle

Schon bei der Betrachtung der Abbildung 14-3 hatten wir vermutet, daß die räumliche Anordnung der Atome in den Kristallen für deren regelmäßige Gestalt verantwortlich ist. Wir werden jetzt zunächst einige Beobachtungsmethoden für die atomistische Struktur der Kristalle kennenlernen. Solche Untersuchungen liefern ein Bild, das einen gitterähnlichen Aufbau nahelegt (Abb. 14-11). Die Symmetrie der Kristallgitter und die dazugehörige Nomenklatur behandeln wir dann im nächsten Abschnitt.

Ein räumliches Gitter besitzt bestimmte Richtungen, in denen man „hindurchsehen“ kann. In diesen Richtungen läßt die Anordnung der Atome Kanäle frei, durch die man andere Atome, Ionen oder Elektronen hindurchschießen kann, ohne daß die Projektile wesentlich aus ihrer Bahn abgelenkt werden. Diesen Vorgang nennt man Gitterführung (englisch: channeling). Daneben gibt es natürlich viele andere Richtungen, in denen der Kristall „undurchsichtig“ ist. In diesen Richtungen werden die Projektile reflektiert oder absorbiert. Abbildung 14-12 zeigt das Ergebnis eines solchen Experiments. Man erhält auf diese Weise natürlich nur ein etwas indirektes Abbild des Kristallbaus.

Gitterführung

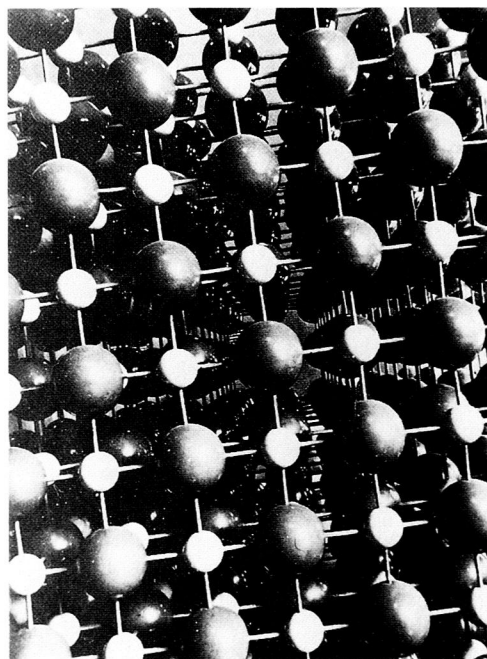


Abb. 14-11. Kristallstrukturmodell, hier am Beispiel des Gitters von Kochsalz (NaCl). Die kleinen Kugeln sind Natrium-Ionen, die großen Chlor-Ionen. Man erkennt „durchsichtige“ und „undurchsichtige“ Richtungen im Kristall (aus Guinier 1980).

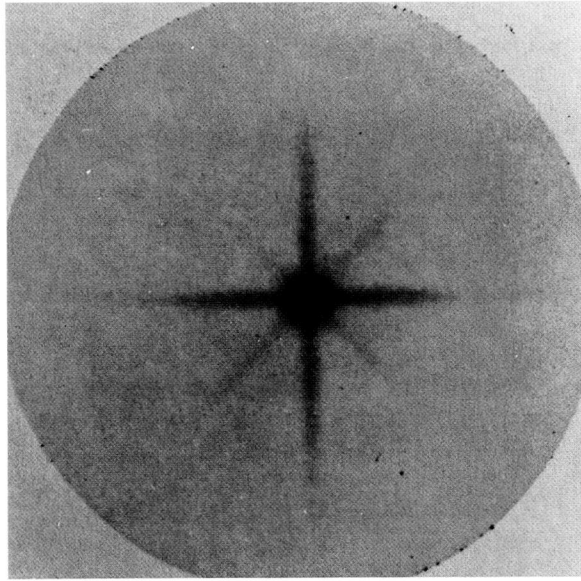
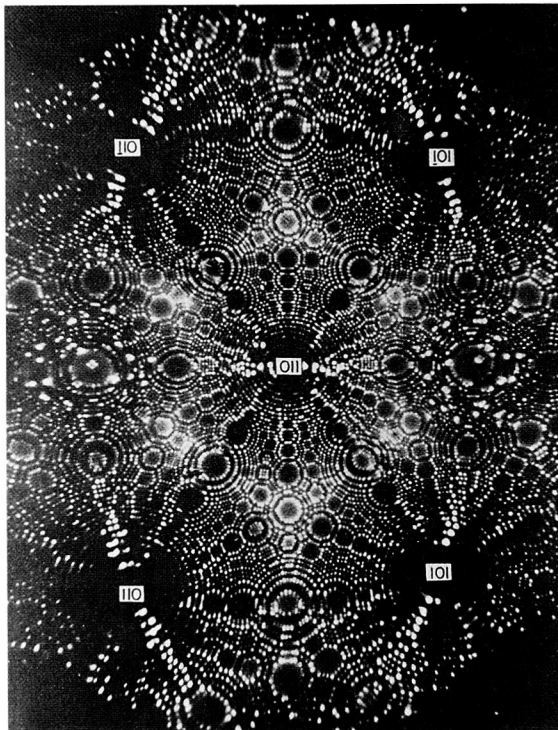
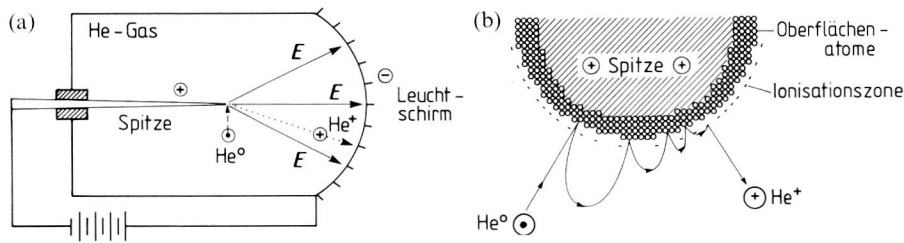


Abb. 14-12. Gitterführungsexperiment: Durchstrahlung eines 30 µm dicken MgO-Einkristalls in [100]-Richtung mit Protonen von $3,2 \cdot 10^{-13}$ J (2 MeV) (aus Nelson 1968). Die Bezeichnung der Kristallrichtungen, „[100]“ usw. wird im nächsten Abschnitt erläutert (siehe Abb. 14-28).



(c)

Abb. 14-13. Das Feldionenmikroskop.

(a) Eine feine Metallspitze (Anode) mit einem Krümmungsradius von etwa 100 nm steht in einem mit Heliumgas gefüllten Gefäß einem Leuchtschirm (Kathode) mit einem Krümmungsradius von etwa 10 cm gegenüber. Zwischen beiden liegt eine Spannung von etwa 100 kV. Unmittelbar vor der Spitze herrscht eine Feldstärke von etwa 10^8 V/cm. In diesem starken Feld werden neutrale Heliumatome (He^0) so stark polarisiert (vergl. Abb. 7-15), daß dies zu ihrer Ionisation führt. Sie bewegen sich dann als He^+ -Ionen gradlinig den Feldlinien folgend auf den Leuchtschirm zu. Dort erzeugen sie ein 10^6 fach vergrößertes Abbild der Spitze. Das Bild eines Spitzenatoms hat also etwa 1/10 mm Durchmesser.

(b) Vergrößerte Zeichnung der Spitze mit ihren Oberflächenatomen. Unmittelbar vor den obersten Atomen ist die elektrische Feldstärke und damit die Ionisierungswahrscheinlichkeit besonders hoch (nach Müller und Tien Tzou Tsong 1969).

(c) Bild einer Wolframspitze von etwa 45 nm Krümmungsradius. Jeder Lichtfleck entspricht einem Spitzenatom. Der Abstand benachbarter Atome beträgt 0,3 nm. Die vierzählige Symmetrie des Bildes spiegelt die kubische Kristallstruktur des Wolframs wieder (aus Müller und Tien Tzou Tsong 1969).

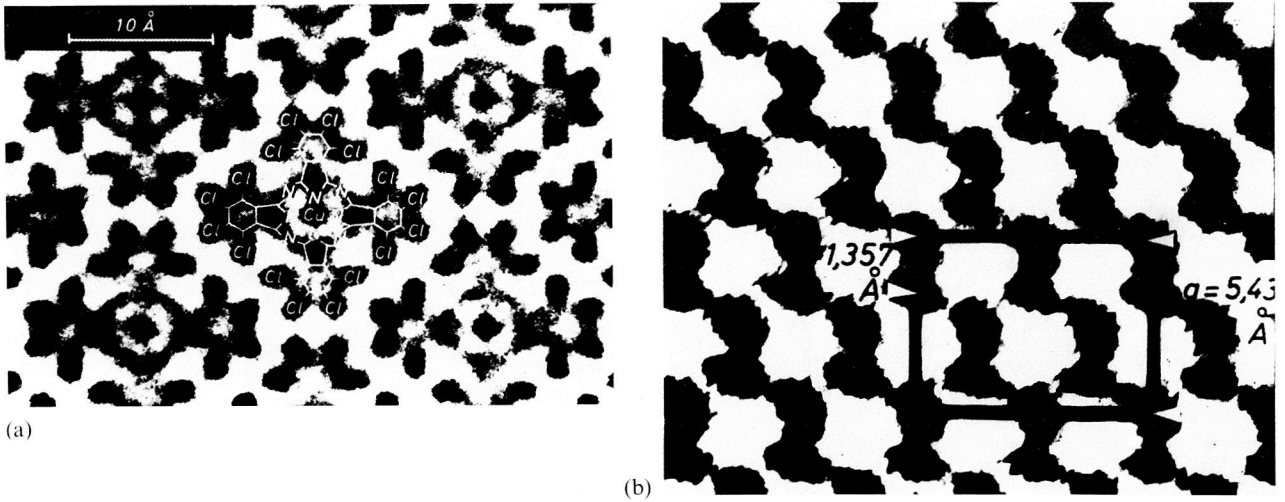


Abb. 14-14. Elektronenmikroskopische Abbildung von Atomen mittels Durchstrahlung ($1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$). (a) Durchstrahlungsaufnahme eines Kupfer-Phthalocyanin-Einkristalls längs einer [001]-Richtung mit Elektronen von $8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ ($\approx 500 \text{ keV}$) Energie (aus Gruhn und Mertin 1982). (b) Durchstrahlungsaufnahme eines Siliziumeinkristalls längs einer [110]-Richtung mit Elektronen von $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ (100 keV). Das hier erzielte Auflösungsvermögen dürfte bisher Weltrekord für Elektronenmikroskope sein. Der Durchmesser der als schwarze Flecke sichtbaren Atome beträgt $0,1357 \text{ nm}$ (aus Gruhn und Mertin 1982).

Mit hochauflösenden Elektronen- oder Ionenmikroskopen ist es möglich, einzelne Atome direkt zu beobachten. Das Prinzip des Feldionenmikroskops und ein damit gewonnenes Bild zeigt Abbildung 14-13. Beispiele der Durchstrahlungs-Elektronenmikroskopie sind in Abbildung 14-14 zu sehen. Wie wir aus der Wellenlehre wissen, ist eine Voraussetzung für das Gelingen solcher Abbildungen eine genügend kleine Materiewellenlänge $\lambda = h/mv$ der abbildenden Teilchen (Ionen oder Elektronen). Wenn die aufzulösende Struktur die Linearabmessung L hat, muß λ kleiner als $2L$ sein. Die Wellenlänge hängt im klassischen Bereich über die Geschwindigkeit v gemäß $E = mv^2/2 = qU$ von der beschleunigenden elektrischen Spannung U und der Teilchenladung q ab; es gilt $\lambda = h/\sqrt{2mqU}$. Der Zusammenhang zwischen E und λ ist in Abbildung 14-15 für verschiedene

Mikroskopie

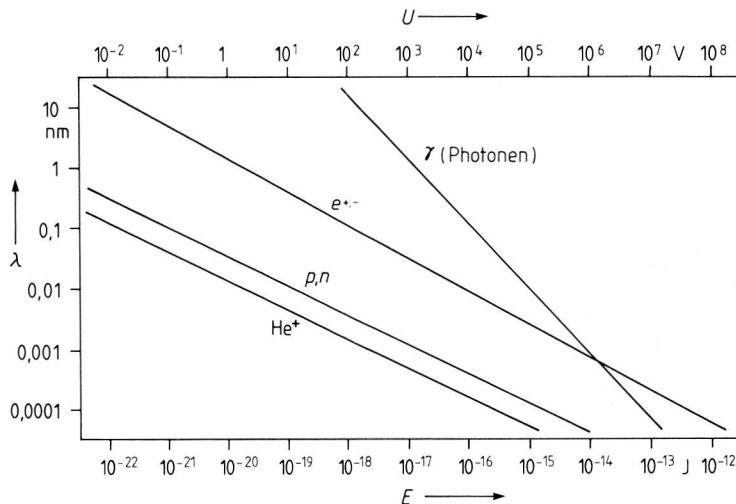


Abb. 14-15. Abhängigkeit der Wellenlänge λ verschiedener Teilchen von der Beschleunigungsspannung bzw. von der Energie.

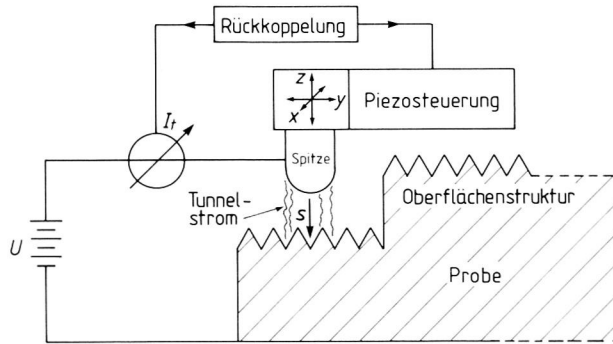


Abb. 14-16. Das Raster-Tunnel-Mikroskop. Zwischen einer Spitze von etwa 1 nm Radius und der atomar rauhen Oberfläche fließt bei konstanter Spannung U ein Tunnelstrom I_t . Dessen Größe hängt exponentiell von der Entfernung s zwischen Spitze und Oberfläche ab. Sie ändert sich hier für $\Delta s = 0,1$ nm etwa um einen Faktor 100. Eine piezoelektrische Steuerung erlaubt es, die Position der Spitze in drei zueinander senkrechten Richtungen mit einer Genauigkeit von 0,01 nm gezielt zu verändern. In der Praxis wird der Abstand s bei einer Bewegung der Spitze parallel zur Oberfläche konstant gehalten, und zwar über eine Rückkoppelungsschaltung. Die dafür notwendige Piezospaltung ist dann ein Maß für die Höhe der Oberflächenstruktur. Die Anordnung ist empfindlich gegenüber Erschütterungen. Daher muß sie sehr sorgfältig gelagert werden. Das laterale Auflösungsvermögen beträgt heute etwa 1 pm; das entspricht einem hunderstel Atomdurchmesser!

Teilchensorten dargestellt. Es genügt allerdings noch nicht, wenn man eine ausreichend kleine Wellenlänge hat. Die Güte der Abbildung hängt auch von den Eigenschaften des Präparats ab (Güte der Spitze, Perfektion der Kristalle usw.) und von der Qualität der zur Abbildung nötigen elektrischen und magnetischen Felder. Die dafür erforderliche apparative Technik ist heute jedoch soweit entwickelt, daß man eine große Zahl von Kristallen und Molekülen mit atomarer Auflösung abbilden kann.

Eine ganz neue Methode zur atomaren Abbildung von Oberflächen wurde mit dem Tunnel-Raster-Mikroskop durch G. Binnig und H. Rohrer im Jahr 1982 eröffnet. Sie erhielten dafür 1986 den Nobelpreis. Dabei wird der elektrische Tunnelstrom zwischen den atomaren Rauigkeiten der Kristalloberfläche und einer feinen Spitze gemessen, die der Oberfläche im Abstand von etwa einem Nanometer gegenüber steht (Abb. 14-16). Einen solchen Tunnelstrom kennen wir aus der Quantenphysik. Er fließt durch eine schmale Potentialbarriere der Höhe ϕ auch dann, wenn die kinetische

Tunnelmikroskopie

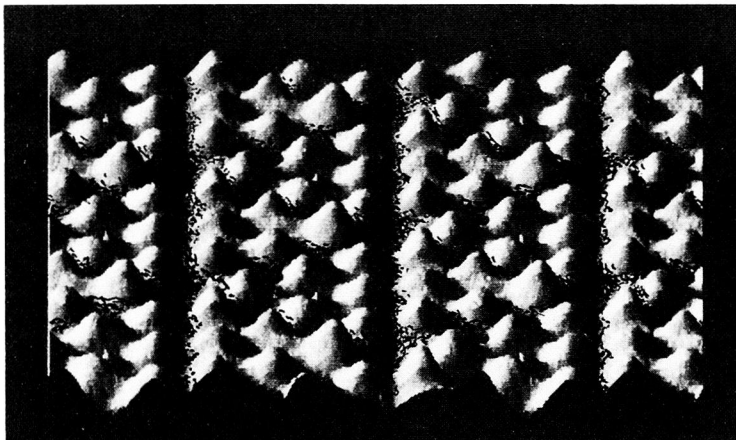


Abb. 14-17. Oberflächenstruktur, aufgenommen mit dem Tunnelmikroskop: Oberfläche einer Silizium-(111)-Ebene. Der Abstand benachbarter Buckel (Atome) beträgt im Mittel 0,8 nm (aus Binnig und Rohrer 1983).

Energie der Ladungsträger kleiner ist als φ , und zwar aufgrund des Durchgriffs der Wellenfunktion durch eine Barriere endlicher Höhe. Mit einer solchen Anordnung wurde ein Auflösungsvermögen erreicht, das jenes der Feldionenmikroskopie schon übertrifft (Abb. 14-17). Beide Verfahren sind jedoch, ebenso wie die hochauflösende Durchstrahlungs-Elektronenmikroskopie, experimentell sehr aufwendig. Wenn man eine Auflösung unterhalb 1 nm erreichen will, muß man viele Parameter der Meßanordnung extrem konstant halten. Wir wollen daher noch eine andere Methode zur Strukturuntersuchung besprechen, die wesentlich unempfindlicher gegenüber Störungen ist, und ein noch etwa hundertmal höheres Auflösungsvermögen besitzt.

Es handelt sich um die Beugung von Röntgen- oder Gammastrahlen an den Atomen der Kristalle, die 1912 von M. v. Laue, W. L. Bragg und Mitarbeitern entdeckt wurde. Wie wir aus den Wellenlehre wissen, erhält man gute Beugungsbilder auch mit einer Wellenlänge, die etwas größer als die aufzulösende Struktur sein kann. Nur muß diese dafür möglichst streng periodisch sein, was bei guten Kristallen ja der Fall ist. Die Periodizität und die große Zahl von Streuzentren in einem Kristall sorgt gleichzeitig dafür, daß das Beugungsbild relativ unempfindlich gegenüber kleinen Strukturfehlern und gegenüber kleinen Störungen in der Apparatur wird. Das Zustandekommen des Beugungsbildes und die Beziehungen zwischen diesem und der beugenden Struktur hatten wir bereits im Abschnitt 5.7 besprochen. Die dortigen Gleichungen (5-7) und (5-8) beschreiben den Zusammenhang zwischen der Dichteverteilung $\varrho(\mathbf{r})$ der Streuzentren und der Winkelverteilung $\sigma(\vartheta)$ der gestreuten Intensität.

Für die Beugung an periodischen Kristallgittern läßt sich dieser Zusammenhang spezialisieren (vergl. Abb. 5-15 unten). Berücksichtigt man die diskrete Anordnung der Atome auf den Gitterplätzen und die kontinuierliche Verteilung $\varrho_e(\mathbf{r}_a)$ der streuenden Elektronen in den Atomen, so ergibt eine etwas längere Rechnung den folgenden Ausdruck für die unter dem Winkel ϑ bzw. mit dem Streuvektor $|\boldsymbol{\kappa}| = (4\pi/\lambda) \sin(\vartheta/2)$ in die Raumwinkeleinheit gestreute Intensität:

$$I_{hkl}(\vartheta) = A(\vartheta) \left\{ \sum_{mnp} \sum_j \left[\left(\int d\mathbf{r}_a \varrho_e(\mathbf{r}_a) e^{-i\mathbf{r}_a \cdot \boldsymbol{\kappa}} \right) e^{-i\mathbf{r}_j \cdot \boldsymbol{\kappa}} e^{-i\mathbf{r}_{mnp} \cdot \boldsymbol{\kappa}} \right] \right\}^2 \quad (14-1)$$

Dabei ist $A(\vartheta)$ ein nur schwach winkelabhängiger Faktor, der die Geometrie des Experiments, die Polarisierung und Absorption der Strahlung, die einfallende Intensität und noch einige atomistische Konstanten enthält. Summiert wird einmal über alle j Atome der Einheitszelle (Abb. 14-18) an den Orten $\mathbf{r}_j = x_j \mathbf{a} + y_j \mathbf{b} + z_j \mathbf{c}$, wobei \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} die Basisvektoren eines der Gitterstruktur angepaßten Koordinatensystems (siehe Abb. 14-22) sind. Außerdem wird über alle N Einheitszellen des Kristalls mit den Ortsvektoren $\mathbf{r}_{mnp} = m\mathbf{a} + n\mathbf{b} + p\mathbf{c}$ ($m, n, p = 0, 1, 2, \dots$) summiert. Das Integral in der runden Klammer erstreckt sich über das Volumen von jeweils einem der Atome j , mit dem Ortsvektor \mathbf{r}_a innerhalb des Atoms. Dieses Integral nennt man auch den Atomformfaktor, die Summe über alle j Atome heißt Strukturamplitude, diejenige über die N Einheitszellen Streuamplitude.

Die Gleichung (14-1) sieht recht kompliziert aus, ihr Inhalt läßt sich jedoch anschaulich folgendermaßen beschreiben: Die Winkelabhängigkeit der Intensität ist proportional zur Fourier-Transformierten der Elektronendichteverteilung in den Atomen (das Integral in der runden Klammer), moduliert mit einem Phasenfaktor für die Einheitszelle (die Exponen-

Beugung

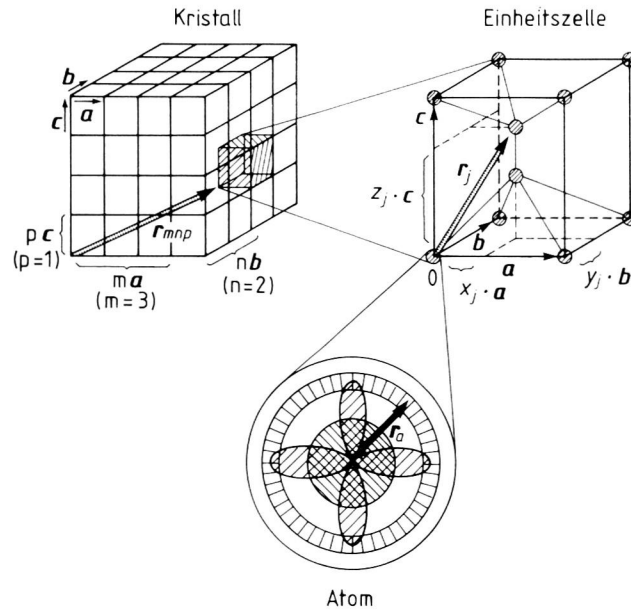


Abb. 14-18. Zur Beugung an Kristallen. Die Abbildung dient zur Erläuterung der verschiedenen Beiträge in Gl. (14-1).

tialfunktion dahinter). Das Ganze wird dann noch mit einem Phasenfaktor für alle Einheitszellen des Kristalls multipliziert (die zweite Exponentialfunktion). Die Größe $I_{hkl}(\vartheta)$ ist in Abbildung 14-19 illustriert. Auf die Bedeutung der Zahlen h, k, l kommen wir im nächsten Abschnitt zurück. Anstelle von Röntgenstrahlen kann man natürlich auch Elektronen oder Neutronen oder andere Teilchen mit geeigneter Wellenlänge verwenden

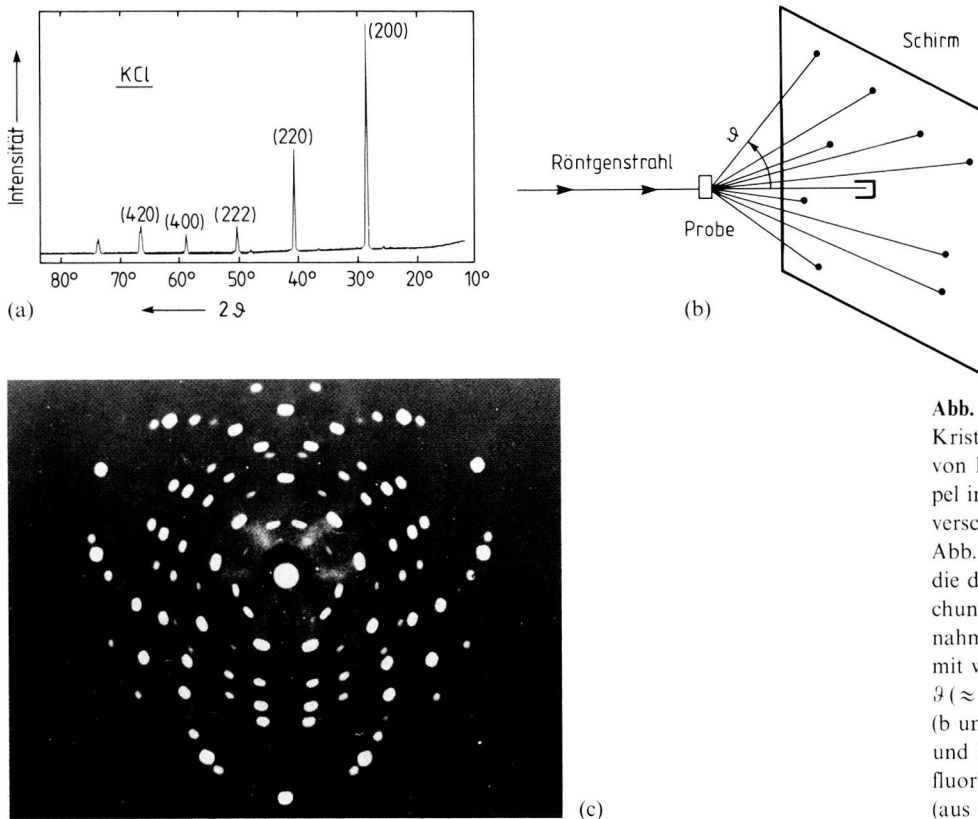


Abb. 14-19. Röntgenbeugung an Kristallen. (a) Beugungsdiagramm von Kaliumchlorid. Die Zahlentripel in Klammern bezeichnen die verschiedenen Netzebenen (siehe Abb. 14-29). Man sieht deutlich die durch das Integral in Gleichung (14-1) beschriebene Abnahme der Intensität der Peaks mit wachsendem Streuwinkel ϑ ($\approx \alpha$) (nach Kittel 1971). (b und c) Prinzip der Aufnahme und Beugungsbild von Kalziumfluorid längs einer [111]-Richtung (aus Guinier 1980).

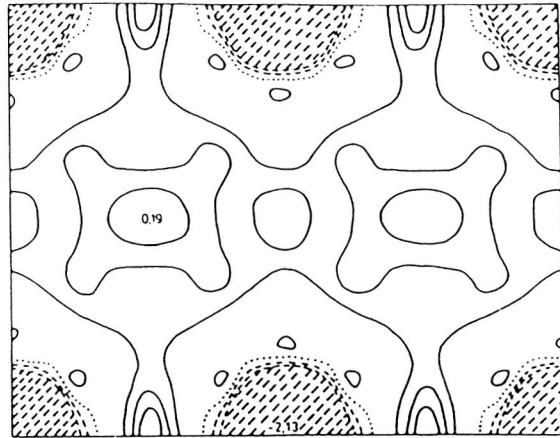


Abb. 14-20. Elektronendichteverteilung in Kristallen, bestimmt durch Beugung von Gammastrahlen. Gezeigt wird die Dichteverteilung $\rho_e(\mathbf{r}_a)$ der Elektronen in der Kupfer-(110)-Ebene. Die Höhenlinien zeigen Orte gleicher Ladungsdichte an und haben einen Abstand von $0,05 e_0/(0,1 \text{ nm})^3$. Die punktierte Linie ist die Nulllinie, bezogen auf neutrale Atome; durchgezogen $\rho_e > 0$; gestrichelt $\rho_e < 0$; schraffiert die Atomrümpfe ohne Leitungselektronen (aus Schneider und Kretschmer 1985).

(vergl. Abb. 14-15); Beispiele zeigt die Abbildung A-10 im Anhang. Die Bestimmung von Kristallstrukturen mittels Röntgenbeugung ist heute ein technisch sehr ausgereiftes Verfahren mit vielen Möglichkeiten im Detail. Wir können darauf jedoch nicht weiter eingehen.

Eine wichtige Einzelheit wollen wir dennoch herausgreifen: Die Bestimmung der räumlichen Verteilung der Elektronen in den Atomen der Kristalle. Sie steckt in der Größe $\rho_e(\mathbf{r}_a)$ in Gleichung (14-1). Leider kann man dieses Integral nicht einfach umkehren. Man muß die gemessene Intensität $I(\vartheta)$ also mit einer geschätzten Dichte $\rho_e^*(\mathbf{r}_a)$ vergleichen, und die wahre Dichte $\rho_e(\mathbf{r}_a)$ durch ein Iterationsverfahren ermitteln. Die heute erreichbare Genauigkeit solcher Untersuchungen zeigt Abbildung 14-20. Man kann Elektronendichten von $1/100 e_0$ in Volumina $1/1000 \text{ nm}^3$ messen.

Aber nicht nur die Verteilung der Ladungsdichte der Elektronen läßt sich auf diese Weise bestimmen, sondern auch die räumliche Verteilung der Magnetisierung bzw. des magnetischen Moments μ_{el} der Elektronen in Kristallen. Man ersetzt zu diesem Zweck die Ladungsdichte $\rho_e(\mathbf{r}_a)$ in Gleichung (14-1) durch diejenige $\rho_\mu(\mathbf{r}_a)$ des magnetischen Moments und analysiert die Winkelverteilung der Polarisation von Neutronen. Diese werden aufgrund ihres magnetischen Moments von demjenigen der Elektronen gestreut. Ein Beispiel zeigt Abbildung 14-21.

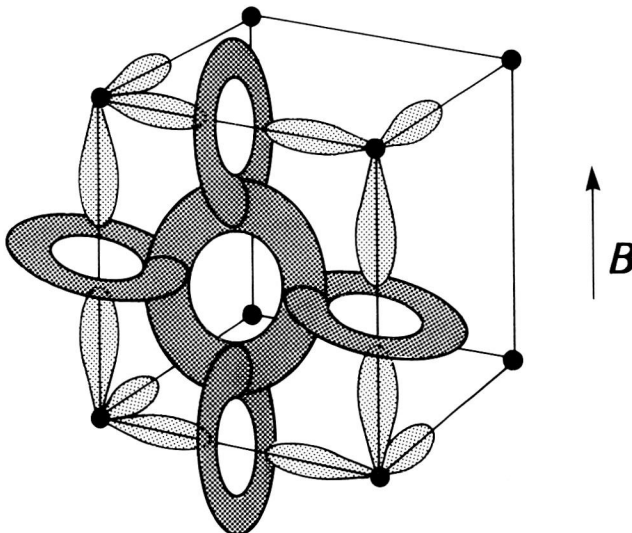


Abb. 14-21. Dichteverteilung des magnetischen Moment der Elektronen in Eisen. Die schwarzen Punkte bezeichnen die Orte der Eisenatomkerne. Die keulenförmigen hellgrauen Bereiche zeigen positive Magnetisierung (μ_{el} in Richtung von \mathbf{B}). In den dunkelgrauen ringförmigen Bereichen steht μ_{el} antiparallel zu \mathbf{B} . Die Momentdichte ist nur für eine Seitenfläche des Würfels dargestellt; man muß sich die Figur periodisch ergänzt denken (nach Keffer 1967).

14.3 Gittertypen, Richtungen und Netzebenen

Wir wollen uns nun einen Überblick über die in der Natur vorkommenden Arten von Kristallgittern verschaffen. Damit die makroskopisch beobachtete Regelmäßigkeit der Kristalle zustandekommt müssen ihre Atome in ganz bestimmter Weise in Raum angeordnet sein. Das wichtigste Merkmal solcher Anordnungen ist die Translationssymmetrie des Kristallgitters, die wir schon in Abbildung 14-3 wahrgenommen hatten. Der Raum muß sich lückenlos mit identischen kleinen Bausteinen von Atomgruppen (Einheitszellen) ausfüllen lassen, damit eine Translation in den drei Raumrichtungen die Struktur reproduziert.

Gitter und Einheitszellen

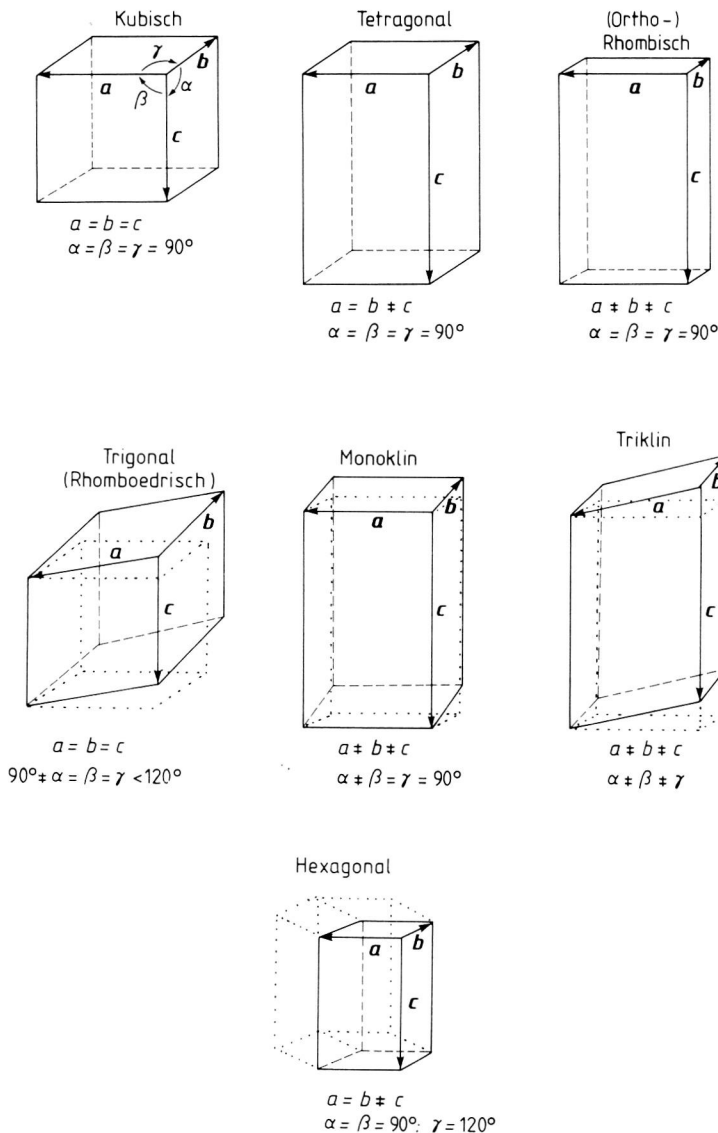
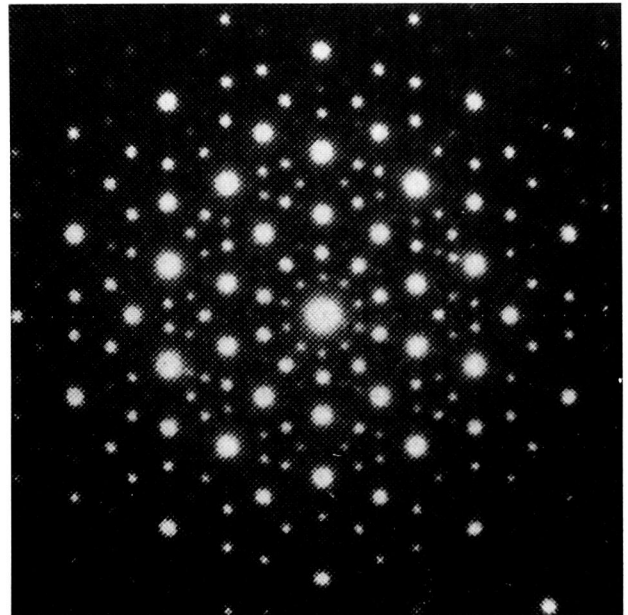
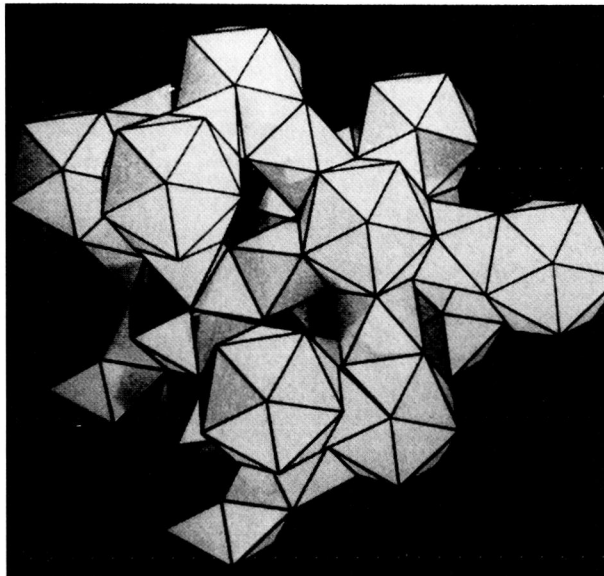
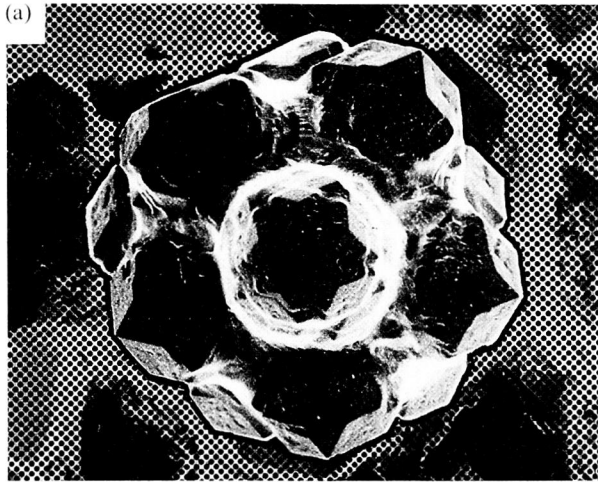


Abb. 14-22. Die Einheitszellen der sieben Kristallklassen. Die Basisvektoren sind a , b und c . Der Winkel α liegt immer zwischen b und c , β zwischen c und a , γ zwischen a und b .

Es läßt sich geometrisch beweisen, daß diese Forderung im dreidimensionalen Raum nur von den in Abbildung 14-22 dargestellten sieben „Kristallklassen“ erfüllt wird. Der Beweis ist jedoch nicht einfach. Es gibt im dreidimensionalen Raum zum Beispiel keinen Kristall mit Ikosaedern oder Dodekaedern als Einheitszellen. Zwar kommen in der Natur durchaus solche Strukturelemente vor, aber man kann mit ihnen den Raum unter Wahrung der Translationssymmetrie nicht lückenlos ausfüllen. Es würden dann Zwischenräume mit nicht zur Einheitszelle gehörenden Atomen entstehen. Beispiele für solche Strukturen ohne Translationssymmetrie aber fünfzähliger Rotationssymmetrie zeigt Abbildung 14-23. Solche fünfzähligen Symmetrien wurden erst während der letzten Jahre in zahlreichen anorganischen Kristallen entdeckt. Das erschien zunächst sensationell, da man früher nie darauf geachtet hatte und der Meinung war, die Natur vermeide kristalline Ordnung ohne Translationssymmetrie.

Bisher hatten wir die Einheitszellen des Gitters als kleine regelmäßige Anordnungen von Atomen angesehen ohne näher zu sagen, was in diesen



(b)

(c)

Abb. 14-23. Strukturen mit fünfzähliger Rotationssymmetrie aber ohne Translationssymmetrie.
 (a) Ikosaederkristall aus $\text{Al}_6\text{Li}_3\text{Cu}$ von etwa 2 mm Durchmesser (aus Guyot 1987). (b) Elektronenbeugungsbild eines Al-14at.%-Mn-Kristalls von 2 μm Durchmesser (aus Shechtman u.a. 1984). (c) Ikosaedrisches Raumgitter ohne Translationssymmetrie, schematisch (aus Guyot und Audier 1985).

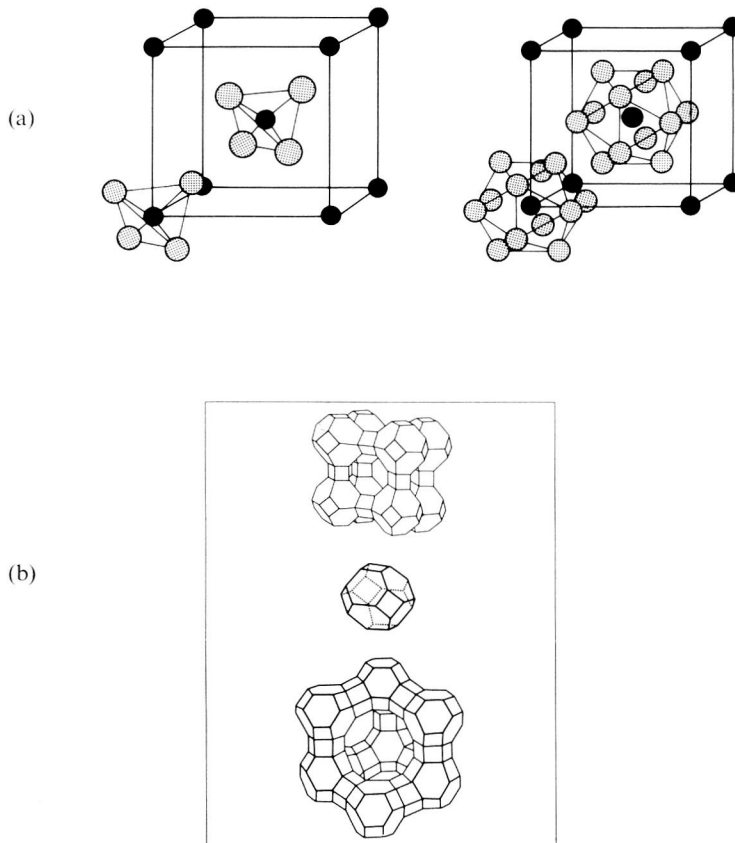


Abb. 14-24. Raumgitter mit Basis. (a) Kristallstruktur von SiF_4 (links) und MoAl_{12} (rechts). Die Basis besteht in beiden Fällen aus zwei Atomgruppen, einer in der Würfecke und einer in der Würfelmitte. Das Gitter ist kubisch raumzentriert, wie in Abb. 14-26 erläutert (nach Blakemore 1974). (b) Kristallstruktur von Zeolithen. Der Kuboktaeder in der Mitte besteht aus 24 SiO_4 - bzw. AlO_4 -Tetraedern, an jeder Ecke einer. Solche Kuboktaeder können über ihre quadratischen (oben) oder sechseckigen (unten) Flächen miteinander verbunden sein. Dabei entstehen Raumgitter mit Einheitszellen von vielen hundert Atomen als Basis (aus Puppe und Büchner 1984).

Zellen drin ist. Nun wollen wir das nachholen. Im einfachsten Fall enthält die Einheitszelle nur ein einzelnes Atom, zum Beispiel im Ursprung des Koordinatensystems der Basisvektoren a , b , c (Abb. 14-22). Die Einheitszelle kann aber auch eine größere oder kleinere Gruppe von Atomen enthalten wie in Abbildung 14-24. Man nennt eine solche Gruppe eine „Basis“ des Gitters. Die Anzahl der Atome einer Basis kann zwischen 2 und mehr als 10^6 liegen; beim Eisen oder bei Alkalimetallen sind es zwei, bei Viruskristallen Millionen (Abb. 14-25).

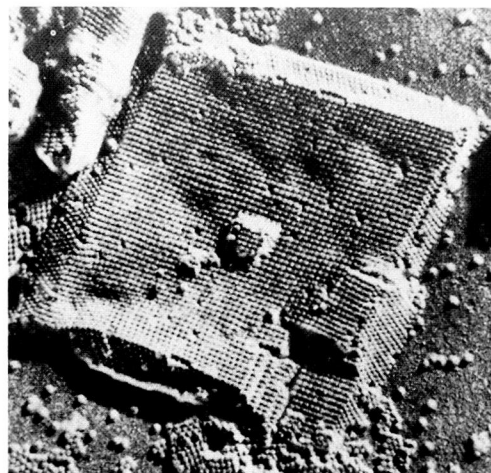


Abb. 14-25. Kristallisiertes Virusprotein: Elektronenmikroskopische Aufnahme eines Oberflächenabdrucks; Vergrößerung etwa 30 000fach (aus PSSC Physics 1960).

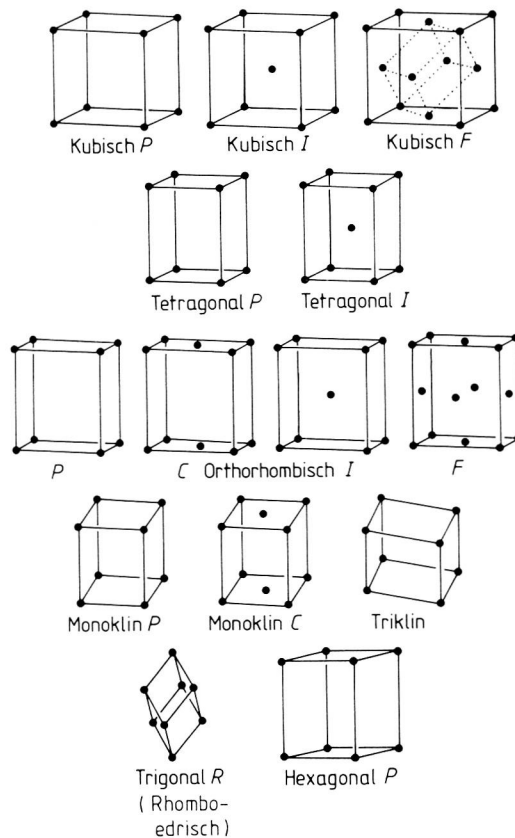


Abb. 14-26. Die vierzehn Bravais-Gitter. Bei den raumzentrierten Gittern besteht die Basis jeweils aus zwei Gitterpunkten, einem in einer Ecke und dem in der Mitte der Einheitszelle. Bei den flächenzentrierten Gittern besteht sie aus zwei bzw. vier Punkten, einem in einer Ecke und einem bzw. drei auf angrenzenden Flächen. Die Bezeichnungen *C*, *F*, *I*, *P*, *R* dienen zur kristallographischen Unterscheidung (nach Kittel 1971). Beim kubisch flächenzentrierten Gitter ist die primitive Elementarzelle, ein Rhomboeder, eingezeichnet.

In einigen hochsymmetrischen und häufig vorkommenden Fällen erweitert man das System der sieben Kristallklassen der Abbildung 14-22 noch durch Hinzufügen einiger weiterer Gitterpunkte, und nennt die so entstehenden 14 Gittertypen nach ihrem Entdecker Bravais-Gitter (Abb. 14-26). Wenn ein zusätzlicher Gitterpunkt im Zentrum der Einheitszelle sitzt heißen sie raumzentriert. Kommen Atome auf den Flächenmitten der Zelle hinzu, so spricht man von flächenzentrierten Gittern. Bei den auf diese Weise zusätzlich eingeführten sieben Gittern sind jedoch die Einheitszellen nicht mehr, wie in Abbildung 14-22 die kleinstmöglichen Bausteine, aus denen sich der Kristall zusammensetzen läßt. Im kubisch flächenzentrierten Gitter wäre dieser kleinste Baustein zum Beispiel ein Rhomboeder, der in Abbildung 14-26 gestrichelt angedeutet ist. Solche kleinstmöglichen Zellen in den Bravais-Gittern nennt man primitive Einheitszellen.

Wir müssen nun noch ein paar Begriffe aus der Nomenklatur der Kristallographie kennenlernen. Wie wir schon im Zusammenhang mit Gleichung (14-1) gesehen haben, bezeichnet man die Orte der Atome in der Einheitszelle durch Gittervektoren $\mathbf{r} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$. Dabei sind \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} die Basisvektoren in einem der Gittersymmetrie angepaßten Koordinatensystem und x , y , z rationale Zahlen ≤ 1 . Die Vektoren \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} kennzeichnen die Ecken der Einheitszelle des Kristallsystems (Abb. 14-22). Ein Beispiel zeigt Abbildung 14-27.

Eine bestimmte Richtung im Kristall wird durch drei Buchstaben in eckigen Klammern $[u, v, w]$ bezeichnet. Es sind u , v , w die kleinsten ganzen Zahlen, die sich so zueinander verhalten wie die Koeffizienten x , y , z des Ortsvektors $\mathbf{r} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$ (Abb. 14-28a). Dabei werden negative

Orte, Richtungen, Netzebenen

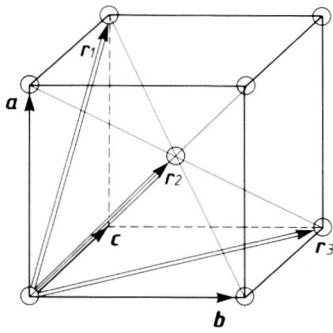


Abb. 14-27. Ortsvektoren im Kristallgitter.

Es gilt allgemein

$$\mathbf{r} = x \cdot \mathbf{a} + y \cdot \mathbf{b} + z \cdot \mathbf{c}.$$

Im hier gezeigten Beispiel ist

$$\mathbf{r}_1 = 1 \cdot \mathbf{a} + 0 \cdot \mathbf{b} + 1 \cdot \mathbf{c},$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{a} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{b} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{c},$$

$$\mathbf{r}_3 = 0 \cdot \mathbf{a} + 1 \cdot \mathbf{b} + 1 \cdot \mathbf{c}.$$

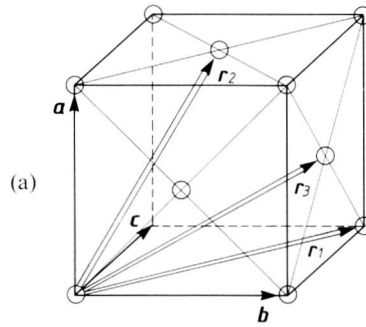


Abb. 14-28. Bezeichnung von Richtungen im Kristallgitter.

(a) Ermittlung der Richtungsindizes u, v, w :

$$\mathbf{r}_1 = 0 \cdot \mathbf{a} + 1 \cdot \mathbf{b} + 1 \cdot \mathbf{c}; \quad x:y:z = 0:1:1; \quad [u, v, w] = [011],$$

$$\mathbf{r}_2 = 1 \cdot \mathbf{a} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{b} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{c}; \quad x:y:z = 1:1/2:1/2 = 2:1:1; \quad [u, v, w] = [211],$$

$$\mathbf{r}_3 = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{a} + 1 \cdot \mathbf{b} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{c}; \quad x:y:z = 1/2:1:1/2 = 1:2:1; \quad [u, v, w] = [121].$$

(b) Die sechs äquivalenten Richtungen $\langle 100 \rangle$.

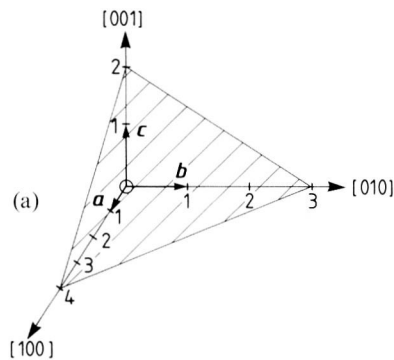
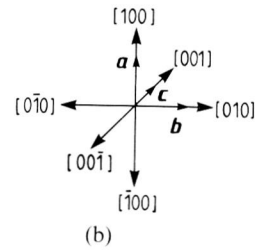


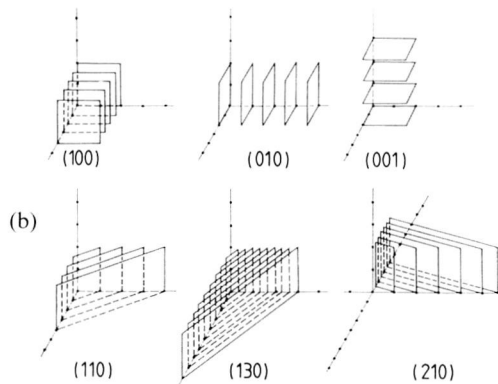
Abb. 14-29. Bezeichnung von Ebenen im Kristallgitter.

(a) Bestimmung der Miller-Indizes h, k, l der schraffierten Ebene:

$$\left. \begin{array}{l} n_a = 4 \quad 1/n_a = 1/4 \\ n_b = 3 \quad 1/n_b = 1/3 \\ n_c = 2 \quad 1/n_c = 1/2 \end{array} \right\} \frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 3:4:6; \quad (h, k, l) = (346).$$

Die n_i sind die Vielfachen der Schnittpunktkoordinaten mit den Achsen, in Einheiten der Basisvektoren.

(b) Alle parallelen Ebenen haben dieselben Miller-Indizes (nach Weißmantel und Hamann 1979).



Werte von u, v, w durch Querstriche über diesen Richtungsindizes angegeben. Will man alle symmetrisch äquivalenten Richtungen zusammenfassen, so schreibt man $\langle u, v, w \rangle$ in spitzen Klammern; $\langle 110 \rangle$ entspricht also $[110]$ oder $[101]$ oder $[011]$ oder $[\bar{1}10]$ oder $[1\bar{1}0]$ oder $[\bar{1}\bar{1}0]$ (Abb. 14-28 b).

Schließlich müssen wir noch die Bezeichnungsweise der Netzebenen im Kristall kennenlernen. Das sind solche Ebenen, auf denen mindestens ein Gitterpunkt liegt. Hierfür verwendet man die sogenannten Miller-Indizes h, k, l . Und zwar sind es die kleinsten ganzen Zahlen, die sich so verhalten wie die Kehrwerte der in Vielfachen der Basisvektoren ausgedrückten Achsenabschnitte der Ebenen im Koordinatensystem derselben. Das klingt etwas kompliziert und ist in Abbildung 14-29 a erläutert. Die Vorschrift liefert für alle parallelen Ebenen eines Kristalls dieselben Miller-Indizes

(Abb. 14-29 b). Man schreibt das Tripel (h, k, l) in runde Klammern, um es von demjenigen für die Richtungen $[u, v, w]$ zu unterscheiden. Negative Werte von h, k, l werden ebenso wie bei den Richtungsindizes durch darübergesetzte Querstriche bezeichnet. Für symmetrisch äquivalente Ebenen verwendet man geschweifte Klammern anstelle der runden; so entspricht $\{210\}$ den Ebenen (210) oder (120) oder (021) oder (012) oder $(\bar{2}10)$ oder $(2\bar{1}0)$ usw.

Zum Schluß dieses etwas formalen Abschnitts seien noch einige gebräuchliche Abkürzungen erwähnt: sc (simple cubic) für das einfach kubische Gitter, bcc (body centered cubic) oder krz für das kubisch raumzentrierte, fcc (face centered cubic) oder kfz für das kubisch flächenzentrierte und hcp (hexagonal close packed) für die hexagonal dichte Kugelpackung. Die Zahl der nächst benachbarten Gitterpunkte, die Koordinationszahl, beträgt für sc 6, für bcc 8 und fcc 12.

14.4 Gestörte Kristalle

Nichts in der Natur ist perfekt, auch nicht der schönste Kristall. Störungen und Fehler im Gitter beeinflussen seine Eigenschaften ganz entscheidend. Daher wollen wir die Gitterfehler hier im Zusammenhang kurz besprechen. Ihre Auswirkungen auf die Kristalleigenschaften werden dann in den folgenden vier Kapiteln behandelt. Es gibt verschiedene Gründe dafür, warum sich ein Atom nicht auf seinem vorgesehenen Gitterplatz aufhält:

1. Die Wärmebewegung der Atome führt dazu, daß sie bei Raumtemperatur mit Frequenzen von 10^{12} bis 10^{13} s^{-1} und mit Amplituden von etwa $0,01 \text{ nm}$ um ihre „Ruhelagen“, die Gitterpunkte des Idealkristalls, schwingen (siehe Abschn. 16.1). Den Begriff Ruhelage haben wir in Anführungszeichen gesetzt, weil die Bewegung der Atome auch am absoluten Nullpunkt nicht ganz aufhört, sondern nur auf einige Prozent ihres Raumtemperaturwertes zurückgeht. Diese Nullpunktsenergie ist eine Folge der Unschärfebeziehung der Quantenphysik. Wegen der Wärmebewegung der Atome nimmt die Intensität von am Gitter gebeugter Röntgen- oder Teilchenstrahlen mit zunehmender Temperatur ab, weil die Atome sich immer kürzere Zeit auf ihrem idealen Gitterplatz aufhalten, je höher die Temperatur ist (Abb. 14-30).
2. Atome können ihren Gitterplatz ganz verlassen, entweder infolge zu starker Wärmebewegung, die ja eine Boltzmann-Verteilung besitzt, oder durch Zusammenstoß mit einem von außen kommenden anderen Teilchen. Die Atome gelangen dann an irgendeiner anderen Stelle des Kristalls zur Ruhe, wo sie eigentlich nicht hingehören. Man nennt so entstandene Fehlstellen und auch einzelne Fremdatome Punktfehler (Abb. 14-31). Sie beeinflussen vor allem die elektrischen Leitungseigenschaften der Kristalle. Abbildung 14-32 zeigt einen mit dem Feldionemikroskop aufgenommenen Punktfehler.
3. Versetzungen sind linienartige Fehlordnungen in Kristallen. Sie entstehen teils bei deren Wachstum, teils durch mechanische Verformung (siehe Abschn. 15.2). Die beiden wichtigsten Versetzungstypen sieht man

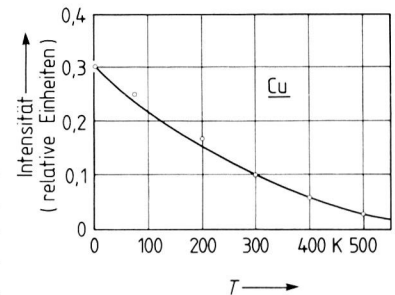


Abb. 14-30. Temperaturabhängigkeit der Bragg-Reflexion an einem Kupfereinkristall. Die Theorie liefert in erster Näherung (harmonischer Oszillator) für die Streuintensität:

$$I(T) = I(0) \cdot e^{-\langle x^2 \rangle z^2 / 3}$$

$$= I(0) \cdot e^{-kT z^2 / m(2\pi v)^2}$$

Dabei ist x die momentane Auslenkung eines Atoms in Richtung des Streuvektors \mathbf{z} (siehe Abb. 5-14), m die Masse des Atoms und v seine Schwingungsfrequenz. Diese Beziehung (—) gibt das Meßergebnis (o) recht gut wieder. Die Größe $\exp(-\langle x^2 \rangle z^2 / 3)$ nennt man nach ihren Entdeckern den Debye-Waller-Faktor (nach Kittel 1971).

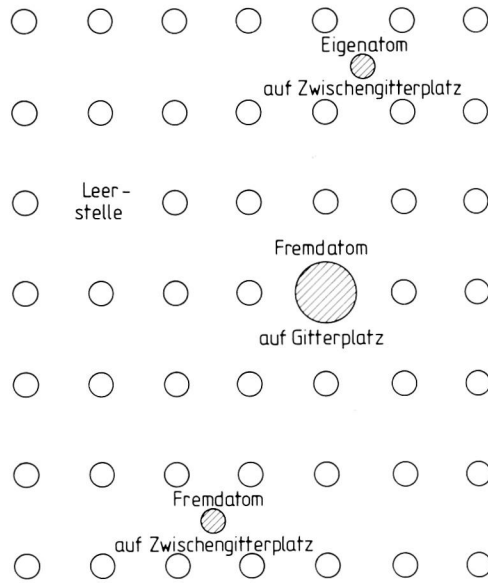


Abb. 14-31. Verschiedene Punktfehler im Kristallgitter.

schematisch in Abbildung 14-33 und in natura in Abbildung 14-34. Die Lage, Art und Anzahl der Versetzungen bestimmt ganz entscheidend die mechanischen Eigenschaften eines Kristalls, wie wir im nächsten Kapitel sehen werden. Die Versetzungen erzeugen nämlich weitreichende Spannungsfelder, deren Energiedichte von der Größenordnung der Bindungsenergiedichte der Atome sein kann (Abb. 14-35 und 15-17). Die Lage und Orientierung einer Versetzung charakterisiert man durch ihren Burgers-Vektor (Abb. 14-36), der im allgemeinen den Betrag einer Gitterkonstante hat. Bei einer Stufenversetzung steht er senkrecht auf der Kante der eingeschobenen Netzebene; bei einer Schraubenversetzung parallel zur Schraubenrichtung.

4. Schließlich gibt es in Kristallen noch flächenhafte Fehlerstellen, sogenannte Stapelfehler. Das sind ganze Netzebenen, die an einem falschen Platz sitzen oder aus einer falschen Atomsorte bestehen (Abb. 14-37). Diese Art von Fehlordnung beeinflusst die makroskopischen Kristalleigenschaften jedoch bei weitem nicht so stark wie es die Wärmebewegung, die Punktfehler und die Versetzungen tun.

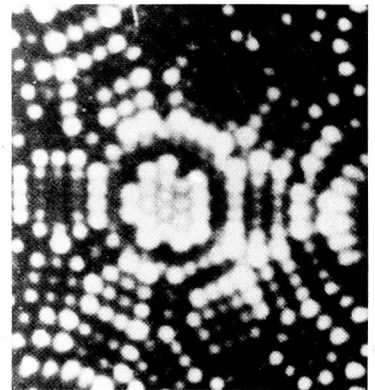


Abb. 14-32. Im Feldionenmikroskop abgebildeter Punktfehler: Aufnahme der (111)-Ebene von Platin. Es fehlt ein Atom in der zentralen Netzebene (aus Guinier 1980).

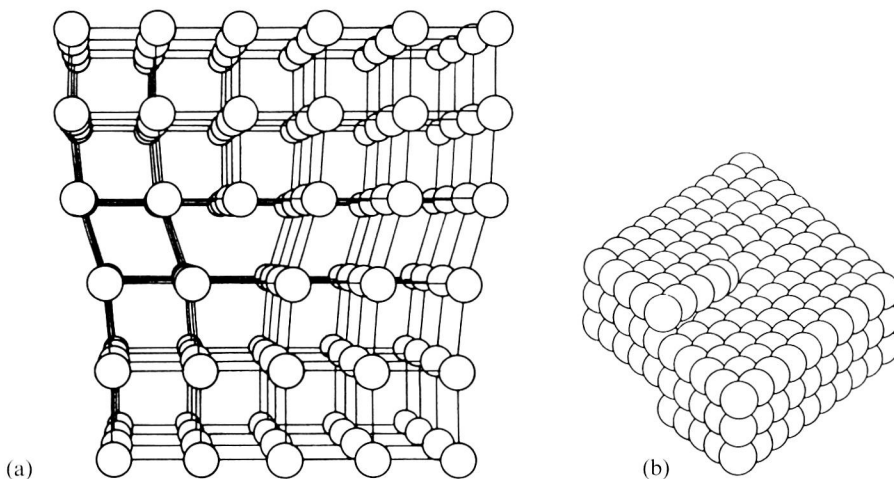
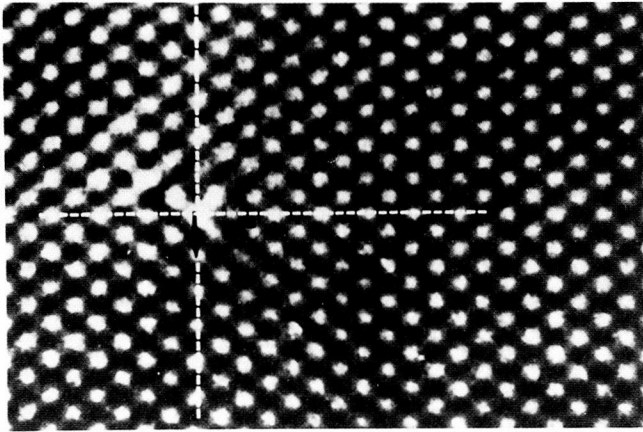
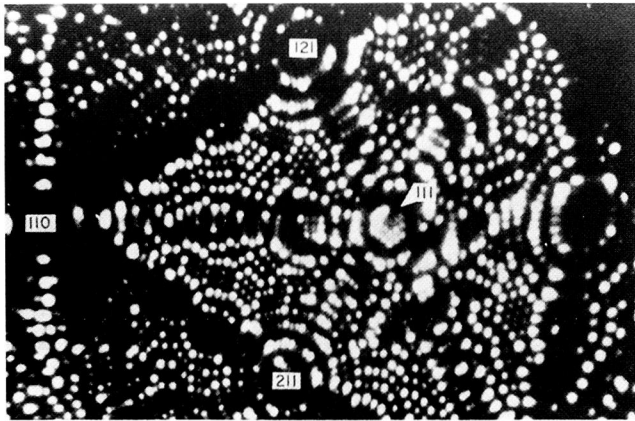


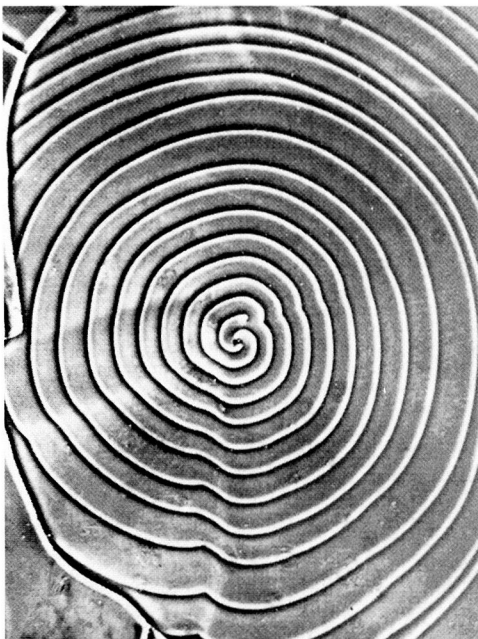
Abb. 14-33. Versetzungen: (a) Stufenversetzung (nach Kittel 1971); (b) Schraubenversetzung (nach Kröner 1965).



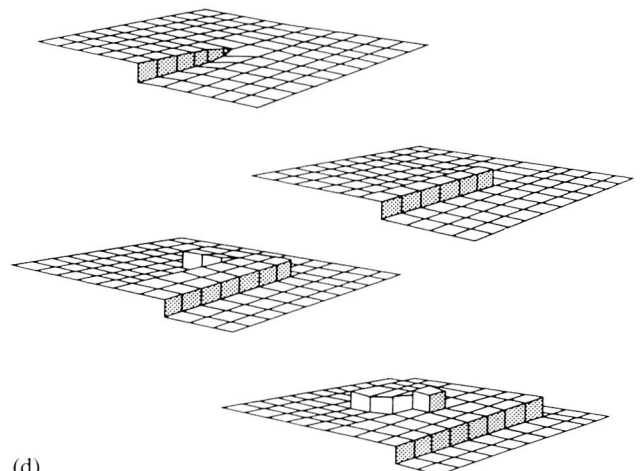
(a)



(b)



(c)



(d)

Abb. 14-34. Bilder von Versetzungen. (a) Elektronenmikroskopisches Bild einer Stufenversetzung in Germanium. Wenn man in Pfeilrichtung (von rechts unten) blickt sieht man die eingeschobene Netzebene (aus Guinier 1980). (b) Feldionenmikroskopisches Bild einer Schraubenversetzung auf einer (111)-Ebene von Molybdän (aus Müller und Tien Tzou Tsong 1969). (c) Lichtmikroskopisches Bild einer Wachstumsspirale auf der Oberfläche eines Siliziumkarbid-Kristalls. Vergrößerung etwa 1000fach. Die Entstehung der Spirale ist in Teilbild d erläutert (aus Amelinckx 1964). (d) Entstehung einer Wachstumsspirale. Eine Schraubenversetzung durchdringt die Kristalloberfläche. Durch successive Anlagerung von Atomen, bevorzugt längs der Stufe in der Oberfläche, wächst der Kristall spiralig in die Höhe (aus Flowers und Mendoza 1970).

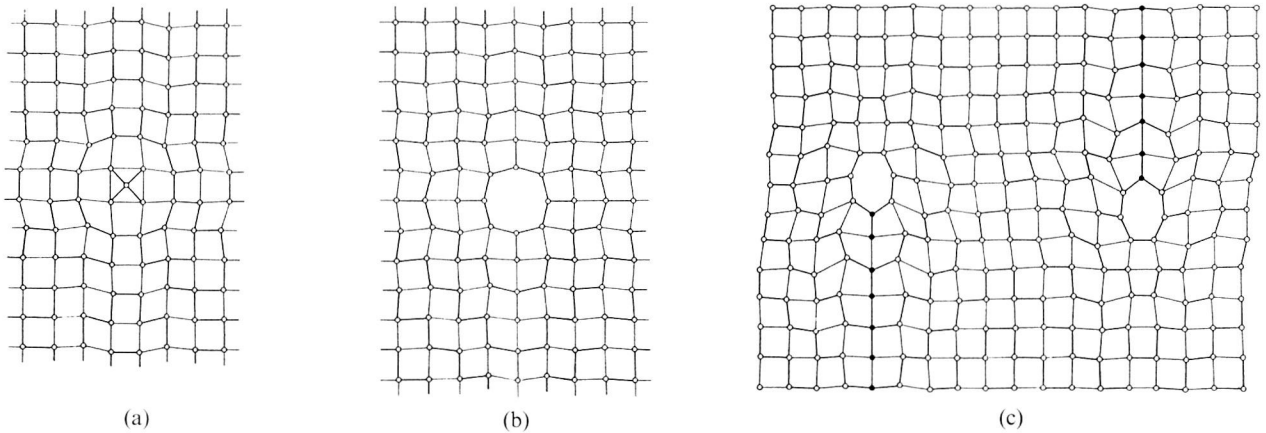


Abb. 14-35. Spannungsfelder von Punktfehlern und Versetzungen, schematisch (aus Resch und Gutmann 1980). (a) Zwischengitteratom. (b) Leerstelle mit Kontraktion des umgebenden Gitters. In anderen Fällen kann das Gitter in Richtung des fehlenden Atoms gedehnt sein. (c) Zwei Stufenversetzungen (Versetzungsdipol).

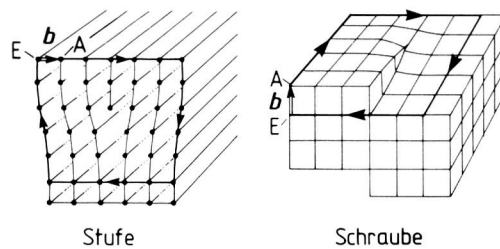


Abb. 14-36. Burgers-Vektoren von Versetzungen. Den Burgers-Vektor \mathbf{b} einer Versetzung erhält man auf folgende Weise: Um den Versetzungskern führt man in genügend großem Abstand, das heißt im praktisch unverformten Kristall, einen $(n \cdot n)$ -Umlauf durch. Dabei ist n die Anzahl der durchquerten Einheitszellen, in unserem Beispiel fünf. Der Vektor vom Endpunkt E zum Anfangspunkt A des so erhaltenen offenen Linienzugs ist \mathbf{b} .

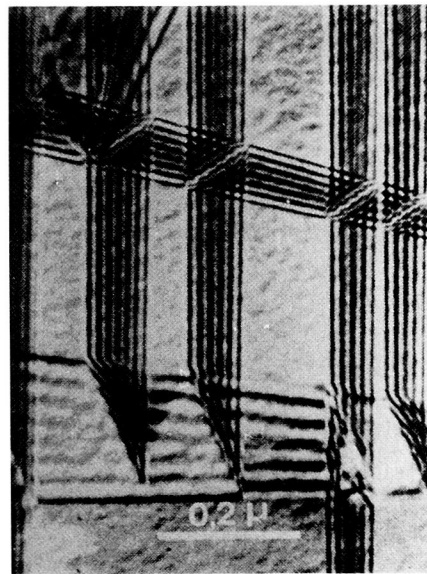
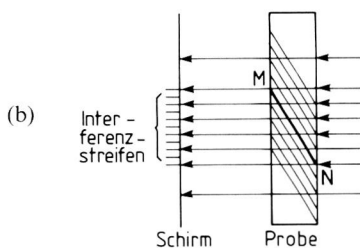
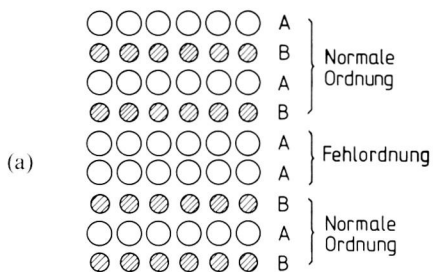


Abb. 14-37. Stapelfehler. (a) Stapelfehler bestehen aus einer Netzebene einer falschen Atomsorte (hier A statt B). (b) Beobachtung von Stapelfehlern. Eine falsche Netzebene MN führt zu Interferenzstreifen im Durchstrahlungsbild, schematisch. (c) Eine entsprechende elektronenmikroskopische Aufnahme mit etwa 100 000facher Vergrößerung (aus Guinier 1980).

14.5 Mischungen und Verbundwerkstoffe

Die Zustandsformen von Mischungen mit zwei verschiedenen Atom- oder Molekülsorten (Komponenten) hatten wir schon im Abschnitt 12.4 bei den Flüssigkeiten besprochen. Im festen Zustand tritt dabei nichts prinzipiell Neues auf. Falls eine Mischungslücke existiert, entstehen im allgemeinen zwei Phasen mit verschiedener Konzentration und mit verschiedenen Eigenschaften. Zwei Beispiele zeigt Abbildung 14-38. Im festen Zustand kann es jedoch wegen der Inkompatibilität der Kristallstrukturen schon beim Vorhandensein von nur zwei Komponenten viele verschiedene Phasen geben, wenn sich stöchiometrische Verbindungen zwischen den Komponenten bilden (siehe Abb. 12-28). Bei Mischungen aus mehr als zwei Komponenten werden die Verhältnisse noch viel unübersichtlicher. Obwohl der Vorgang der Entmischung und die unterschiedlichen Eigenschaften der entstehenden Phase eine große technische Bedeutung haben, können wir hier nicht näher darauf eingehen. Das würde den Rahmen unserer Darstellung sprengen. Wir beschränken uns auch in den folgenden Kapiteln im wesentlichen auf reine Stoffe und betrachten Mehrkomponentensysteme nur gelegentlich in Anwendungsbeispielen.

Eine besondere Gruppe mehrkomponentiger Festkörper sind die „Interkalate“ (lateinisch: intercalare einschieben, Abb. 14-39). Man kann sie künstlich erzeugen, und zwar durch vorsichtige, langsame Diffusion von Einlagerungsmolekülen, zum Beispiel Fe und Cl, in das Wirtsgitter, zum

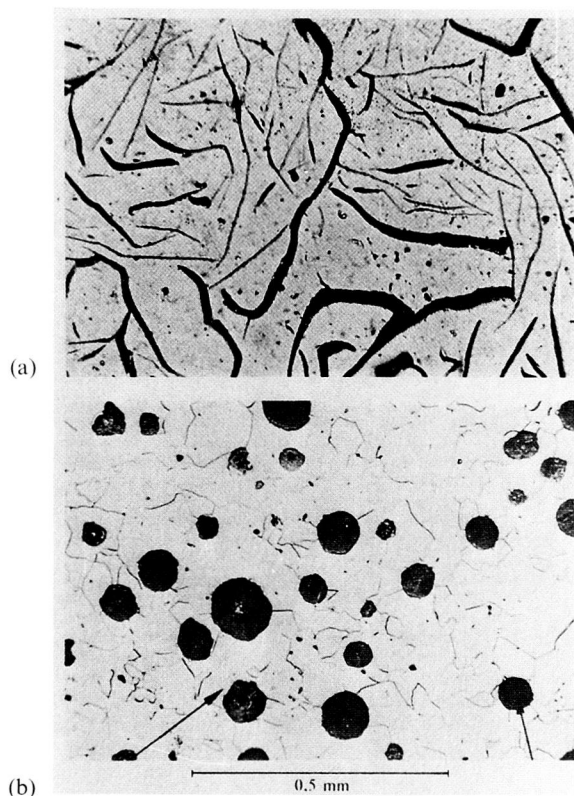


Abb. 14-38. Entmischung im festen Zustand. (a) Eisen-Kohlenstoff-Legierung. Die hellen Bereiche bestehen aus Ferrit (krz Eisen mit 0,02% C), die schwarzen aus Graphit (fast reiner Kohlenstoff) (aus Guinier 1980). (b) Fe-C-1% Mg-Legierung. Die Graphit-Ausscheidungen sind hier annähernd kugelförmig (aus Guinier 1980).

Beispiel Graphit oder Kaolin. Es entstehen dann geordnete einkristalline Schichtstrukturen mit gezielt wählbaren äquidistanten Abständen zwischen den eingelagerten Fremdmolekülschichten. Die Interkalate sind technisch sehr interessant. Ihre Eigenschaften sind extrem anisotrop und können parallel zur Einlagerungsschicht um mehr als eine Größenordnung verschieden sein von denjenigen senkrecht dazu. Beispiele sind die Scherfestigkeit, die elektrische Leitfähigkeit und die magnetische Suszeptibilität.

Schließlich gibt es auch im festen Zustand mehrphasige Strukturen mit makroskopischer Ausdehnung der homogenen Bereiche, ähnlich den Mizellen und Kolloiden bei den Flüssigkeiten. Solche Festkörper bezeichnet man als Verbundwerkstoffe. Sie können einkristallin oder polykristallin aufgebaut sein. Heute werden sie in der Technik häufig wegen ihrer hervorragenden mechanischen Eigenschaften verwendet. Sie sind fest und leicht, lichtdurchlässig und leicht oder fest und hoch magnetisierbar zugleich usw. Die Kombinationsmöglichkeiten ihrer Eigenschaften übertreffen noch bei weitem diejenigen der amorphen Festkörper (siehe Abschn. 13.1). Die bekanntesten natürlich vorkommenden Verbundwerkstoffe sind Holz (Abb. 14-40), Knochen und Chitin. Künstliche Verbundwerkstoffe sind zum Beispiel Keramik, Zement, faserverstärkte Kunstharze bzw. Metalle. Einige Beispiele zeigt Abbildung 14-41.

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel die wichtigsten Tatsachen über den atomaren Aufbau der Kristalle kennengelernt. Ihre regelmäßige Struktur aus einfachen Atomgruppen, den Einheitszellen mit einer Basis, hat anisotropes Verhalten fast aller makroskopischen Eigenschaften zur Folge. Diese Richtungsabhängigkeit ist geradezu ein Kennzeichen von Kristallen und sie wird uns in den folgenden Kapiteln immer wieder begegnen. Es gibt, wie

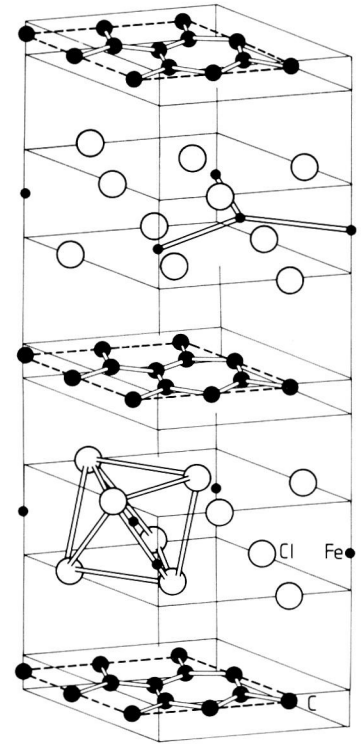
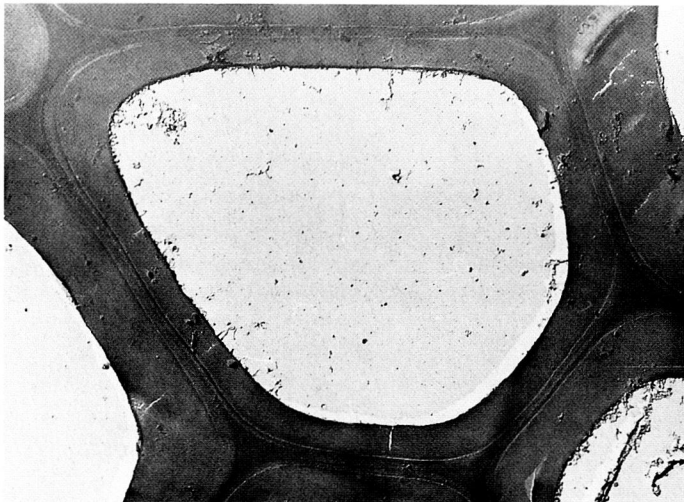
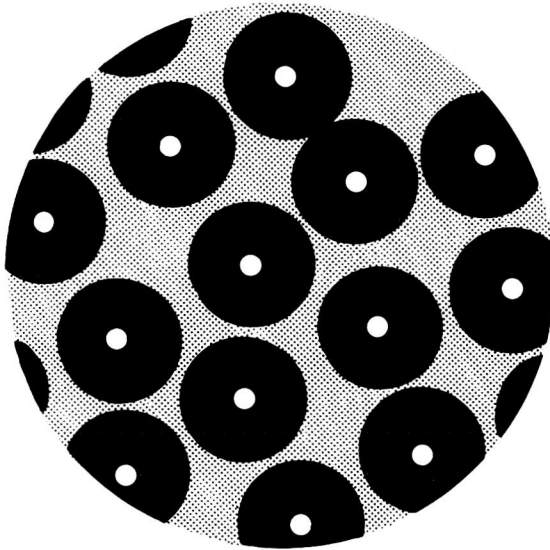
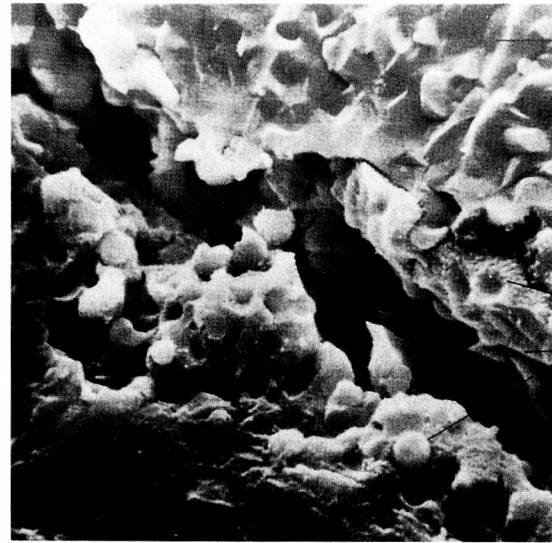


Abb. 14-39. Struktur von $C_{6,6}$ - $FeCl_3$ -Interkalat. Die gestrichelt verbundenen ebenen Schichten bestehen aus Graphit. In den interkalierten Fremdstoffschichten sind die Eisenatome mit kleinen schwarzen und die Chloratome mit größeren weißen Kreisen bezeichnet. Die Abstände dieser Schichten voneinander kann man durch Wahl der Herstellungsbedingungen (Temperatur, Druck, Konzentration der Fremdstoffe) in weiten Grenzen verändern (nach Dresselhaus 1984).

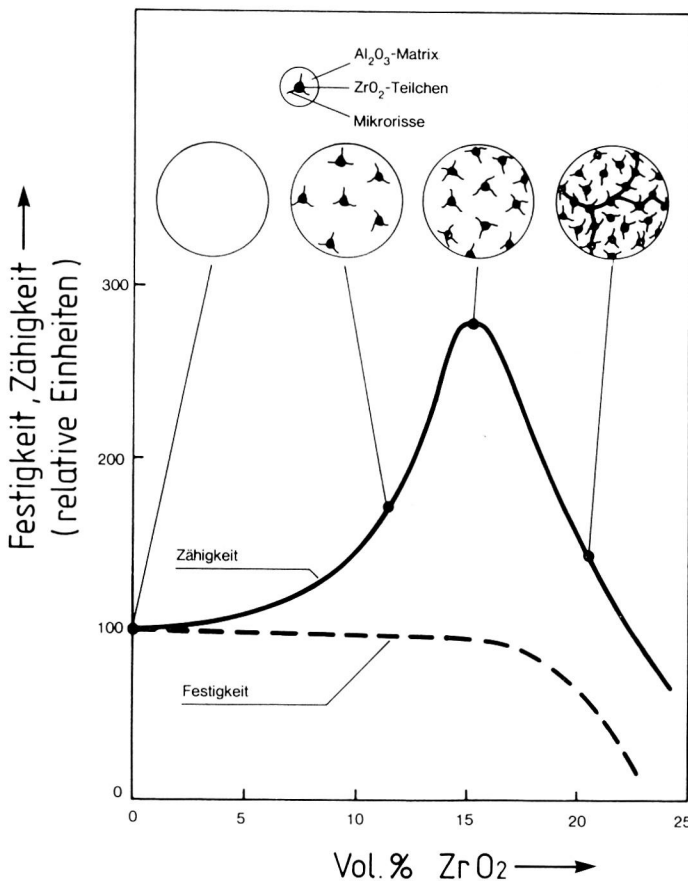
Abb. 14-40. Schnitt durch eine Holzfaser (Esche). Holz besteht aus Zellulosefasern (dunkle Bereiche) in einem Gerüst aus Lignin (schmale Strukturen in der Mitte der dunklen Bereiche). Lignin ist eine komplexe Mischung vieler hochmolekularer Substanzen. Die hellen Bereiche sind Hohlräume. Vergrößerung etwa 11 000fach (aus Kelly 1967).



(a)



(b)



(c)

Abb. 14-41. Künstlich hergestellte Verbundwerkstoffe. (a) Bor-Fasern (dunkel) in einer Aluminium-Matrix im Querschnitt; Vergrößerung etwa 100fach. Die hellen Kerne in den Borfasern sind die zu deren Herstellung verwendeten Wolframdrähte (nach Kelly 1967). (b) Grenzfläche zwischen natürlicher Knochensubstanz und künstlicher Glaskeramik; Vergrößerung etwa 5000fach (aus Lux u.a. 1975; mit freundlicher Genehmigung von Batelle Europe, Genf). (c) Zirkondioxid-Teilchen (Durchmesser etwa $10\ \mu m$) in einer Al_2O_3 -Matrix. Es sind mechanische Eigenschaften (siehe Kap. 15) in Abhängigkeit von der Konzentration der ZrO_2 -Teilchen dargestellt (nach Claussen 1976).

wir gesehen haben, nur sieben fundamentale Kristallklassen („Kristallsysteme“), in die man alle vorkommenden Atomgruppierungen mit Translationssymmetrie einordnen kann. Ein Kristall ist im Grunde nichts anderes als ein großes polymeres Molekül, dessen Gitterstruktur und dessen Existenzbedingungen man zwar nicht allgemein voraussagen kann, dessen sonstige Eigenschaften sich aber in weitem Maße aus einfachen Modellen ableiten lassen. Dies verursacht wegen der periodischen Struktur des Kristallgitters keine so großen mathematischen Schwierigkeiten wie im Fall der realen Gase, der Flüssigkeiten und der amorphen Festkörper.

Wir kennen heute eine Fülle von Methoden zur Bestimmung der Kristallstruktur. Sie sind fast alle technisch hoch entwickelt und zum Teil ziemlich aufwendig. Seit einigen Jahren ist es auch möglich, einzelne Atome direkt abzubilden und den atomistischen Aufbau von Kristallen so im Detail zu untersuchen.

Von großem Einfluß auf die makroskopischen Eigenschaften sind neben der Kristallstruktur die Fehlstellen im Gitter. Wir haben die vier wichtigsten Arten von Fehlern kurz besprochen, die Wärmebewegung, die Punktfehler, die Versetzungen und die Stapelfehler. Punktfehler beeinflussen vor allem die elektrischen Eigenschaften der Festkörper, Versetzungen ihre mechanischen und magnetischen Eigenschaften, wie wir später sehen werden. Schließlich haben wir noch einen Blick auf feste Mehrkomponentensysteme und Verbundwerkstoffe geworfen, die von allergrößter technischer Bedeutung sind, die wir aber hier aus Platzgründen nur ganz kurz besprechen konnten.

Obwohl dieses Kapitel fast keine Formeln enthält, bildet es die Grundlage der gesamten Festkörperphysik und ist somit besonders wichtig für alles Folgende. Insbesondere sollten Sie sich mit der Bezeichnung der Atomlagen, sowie der Richtungen und Ebenen im Gitter vertraut machen, die in den Abbildungen 14-27 bis 14-29 erläutert sind. Statt mit formalen Beziehungen haben wir uns in diesem Kapitel die Grundtatsachen der Kristallstruktur vor allem durch Abbildungen anschaulich gemacht, denn den Aufbau eines Kristalls muß man sich gut räumlich vorstellen können, wenn man Festkörperphysik betreibt. Bis heute ist es erst in wenigen Fällen gelungen, den Gittertyp eines Kristalls aus den Grundgesetzen und aus der Art der beteiligten Atome vorherzusagen.

15 Mechanische Eigenschaften der Festkörper

15.1 Mechanische Eigenschaften

In diesem Kapitel werden wir die mechanischen, im nächsten die thermischen Eigenschaften von Kristallen besprechen. Diese beiden Eigenschaftsgruppen hängen physikalisch eng zusammen. In beiden Fällen werden durch die Bewegung der Atome als Ganzes, also der Kerne zusammen mit ihren Elektronen, die makroskopischen Eigenschaften im wesentlichen bestimmt. Dagegen beruhen die elektrischen und magnetischen Eigenschaften der kondensierten Materie vor allem auf Bewegungen der Elektronen allein, während die Atomkerne ihre Lage kaum verändern.

Das Gebiet der mechanischen Eigenschaften von Festkörpern ist schon deshalb sehr umfangreich, weil es als Grundlage verschiedener Ingenieurwissenschaften ständig zu erweiterten Problemstellungen sowie theoretischen und experimentellen Ergebnissen herausforderte. Wir besitzen für die mechanische Härte oder Weichheit eine unmittelbare Sinnesempfindung, die schon seit Beginn der Naturwissenschaft zu intensivem Fragen angeregt hat. Es handelt sich also um ein sehr altes Forschungsgebiet; aber erst seit etwa 50 Jahren verstehen wir die atomistischen Vorgänge bei der mechanischen Verformung.

Wir werden in diesem Kapitel vor allem die Elastizität und Plastizität der Kristalle besprechen, also ihre mechanische Suszeptibilität. Auf einen makroskopischen Massetransport wie bei der Strömung in Flüssigkeiten und Gasen müssen wir nicht eingehen, weil es diesen im Festkörper praktisch nicht gibt.

15.1 Die mechanische Suszeptibilität idealer Kristalle

Wir beginnen mit einer fundamentalen Feststellung: Alle mechanischen Erscheinungen sind im Grunde elektromagnetischer oder elektrostatischer

Die Natur mechanischer Phänomene

Natur. Es sind nämlich die elektrischen Ladungen in den Atomen, die Kräfte aufeinander ausüben, wenn wir einen Kristall mechanisch deformieren. Die Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen und das Pauli-Prinzip bestimmen letzten Endes die mechanische Verformung und die dazu notwendigen Kräfte. Dies gilt natürlich nicht mehr im Inneren von Atomkernen und in Neutronensternen. Dort ist die starke Wechselwirkung für mechanische Deformationen maßgebend. Aber wir wollen uns hier mit der normalen uns umgebenden Materie beschäftigen.

Die Wechselwirkung zwischen zwei Atomen läßt sich, wie wir in Kapitel 8 gesehen haben, nur in wenigen einfachen Fällen aus den Grundgesetzen berechnen. Wir werden daher als Basis unserer Diskussion der mechanischen Eigenschaften die experimentell bestimmte Abstandsabhängigkeit des Potentials $U(R)$ verwenden (siehe Gl. (8-4) und (8-5), sowie Abb. 8-13 bis 8-15):

$$U(R) = 4\varepsilon' \left[\left(\frac{\sigma'}{R} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma'}{R} \right)^6 \right] \quad (15-1 a)$$

oder

$$U(R) = \lambda' e^{-R/\varrho'} - \left(\frac{\sigma''}{R} \right)^6. \quad (15-1 b)$$

Ein solches Potential ist in Abbildung 15-1 skizziert, zusammen mit seiner ersten und zweiten Ortsableitung, die proportional zur wirkenden Kraft F bzw. zum Elastizitätsmodul \hat{E} sind.

Das Potential (15-1) hängt nur vom Betrag des Abstands R zwischen den Atomen ab, nicht von ihrer relativen Orientierung und ist daher isotrop. Um es für Kristalle verwenden zu können, müssen wir im Prinzip die darin vorkommenden Konstanten als anisotrop ansehen. Die Größen ε' , σ' , λ' , ϱ' und σ'' sind dann Funktionen eines polaren und eines azimutalen Winkels. Wir werden allerdings im Rahmen unserer Darstellung hiervon keinen Gebrauch machen, sondern uns mit der isotropen Näherung begnügen.

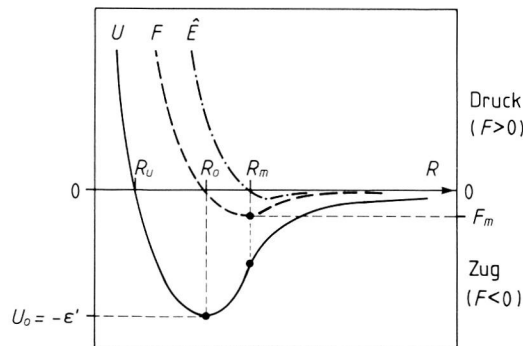


Abb. 15-1. Potential, Kraft und Elastizitätsmodul zweier Atome. Das Potential $U(R)$ ist durch Gl. (15-1) gegeben. Die Kraftkurve $F(R) = -\partial U/\partial R$ (---) hat einen Nulldurchgang beim Gleichgewichtsabstand R_0 des Potentials $U(R)$; ihr Minimum liegt beim Maximalabstand R_m an der Stelle der stärksten positiven Steigung von $U(R)$. Für das Lennard-Jones-Potential (Gl. 15-1 a) ergibt sich $F = 4\varepsilon' \left[\frac{12\sigma'^{12}}{R^{13}} - \frac{6\sigma'^6}{R^7} \right]$, $R_u = \sigma'$, $R_0 = \sqrt[6]{2}\sigma'$, $R_m = \sqrt[6]{156/42}\sigma'$, $F_m = -1,24\varepsilon'/\sigma'$. Der Elastizitätsmodul $\hat{E}(R)$ (---) ist proportional zur zweiten Ableitung $\partial^2 U/\partial R^2$ (siehe Gl. 15-3 a).

Elastische Eigenschaften

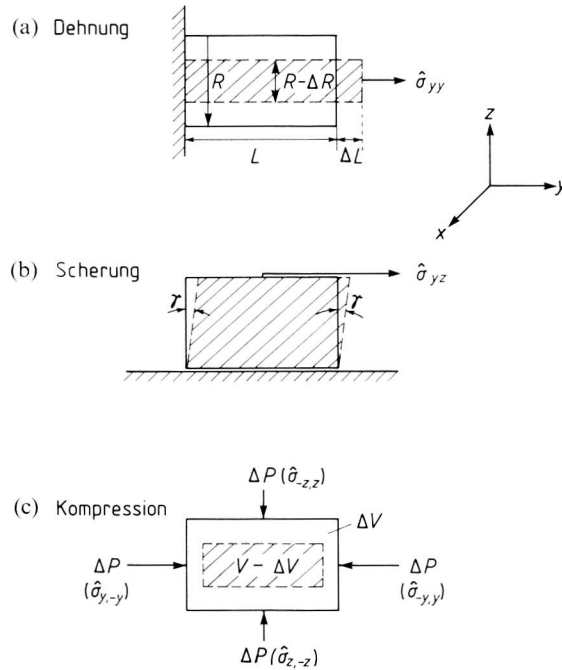


Abb. 15-2. Die drei elastischen Grundexperimente und die Definition der gewöhnlichen elastischen-Konstanten.

(a) Elastizitätsmodul (Dimension N/m^2) aus Dehnungsexperiment:

$$\hat{E}_{yy} \equiv \frac{\hat{\sigma}_{yy}}{\hat{\epsilon}_{yy}} = \frac{\hat{\sigma}_{yy}}{\Delta L/L}.$$

Entgegen dem Gebrauch der Umgangssprache hat ein „elastischer“ Stoff, zum Beispiel Gummi, einen kleinen Elastizitätsmodul, ein „unelastischer“, zum Beispiel Glas, einen hohen!

(b) Schubmodul (Dimension N/m^2) aus Scherexperiment:

$$\hat{G}_{yz} \equiv \frac{\hat{\sigma}_{yz}}{\hat{\epsilon}_{yz}} = \frac{\hat{\sigma}_{yz}}{\gamma} \quad \text{für } \tan \gamma \ll 1.$$

(c) Kompressibilität (Dimension m^2/N) aus Druckexperiment:

$$\kappa \equiv -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}.$$

In der Zeichnung denke man sich noch die Spannungskomponenten $\hat{\sigma}_{xx}$ in positiver und negativer x -Richtung hinzu.

Man definiert für isotrope Festkörper außerdem noch die Querkontraktion $\delta \equiv \Delta R/R$ beim Dehnungsversuch mit einem zylindrischen Probekörper, bzw. die Poissonzahl $\nu \equiv \delta/\hat{\epsilon}_{yy} = (\Delta R/R)(\Delta L/L)$. Sie läßt sich durch die anderen drei Elastizitätskonstanten in folgender Weise ausdrücken:

$$\hat{E} = 2 \hat{G} (1 + \nu) \quad \text{und} \quad \kappa = 3(1 - 2\nu)/\hat{E} \quad \text{bzw.} \quad \nu = (\hat{E}/2 \hat{G}) - 1 = (1/2) - (\kappa \hat{E}/6).$$

Nun müssen wir zunächst die sogenannten „gewöhnlichen“ elastischen Konstanten definieren. Die Elastizitätskoeffizienten \hat{s}_{ijkl} bzw. \hat{C}_{mn} hatten wir bereits im Abschnitt 10.3 kennengelernt. Die Legende zur dortigen Abbildung 10-7 erläutert den Zusammenhang zwischen Spannung $\hat{\sigma}_{kl}$ und Verformung $\hat{\epsilon}_{ij}$, $\hat{\epsilon}_{ij} = \hat{s}_{ijkl} \hat{\sigma}_{kl}$ bzw. $\hat{\sigma}_{kl} = \hat{C}_{mn} \hat{\epsilon}_{ij}$. Es ist schwierig, alle 36 Komponenten der elastischen Tensoren \mathbf{s} und \mathbf{C} im Experiment zu bestimmen. Man kommt jedoch in der Praxis in vielen Fällen mit nur drei

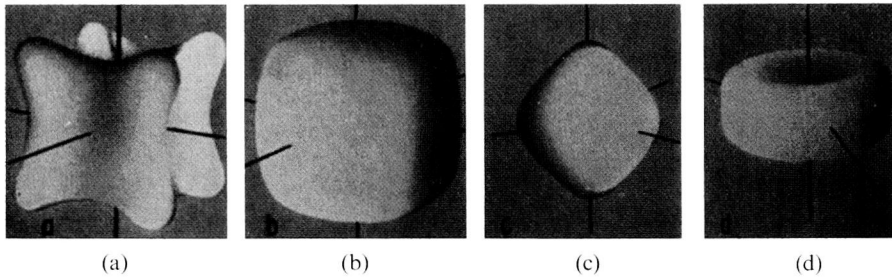


Abb. 15-3. Elastizitätsmodul-Körper. Hier ist der Elastizitätsmodul \hat{E} als Vektor radial vom Ursprung aus aufgetragen, und seine Endpunkte sind durch eine glatte Fläche verbunden (aus Kleber 1971). a: Au (fcc), b: Al (fcc), c: Mg (hcp), d: Zn (hcp).

Größen aus, dem gewöhnlichen Elastizitätsmodul \hat{E} (englisch Young's modulus), dem Schubmodul \hat{G} (shear modulus oder rigidity) und der Kompressibilität κ ($1/\kappa$: bulk modulus). Diese drei Größen sind in Abbildung 15-2 erläutert. Das Adjektiv „gewöhnlich“ bei solchen elastischen Konstanten lassen wir in Zukunft weg.

Der Zusammenhang zwischen den so definierten Konstanten \hat{E} , \hat{G} und κ einerseits sowie den Elastizitätskoeffizienten \hat{s}_{ijkl} bzw. den Elastizitätsmoduln \hat{C}_{mn} andererseits hängt von der Kristallsymmetrie ab. Diese bestimmt auch die Anzahl der nicht verschwindenden Elemente der Tensoren \mathbf{s} und \mathbf{C} . So sind zum Beispiel in kubischen Kristallen nur drei dieser Elemente ungleich Null, nämlich $\hat{C}_{11} = \hat{C}_{22} = \hat{C}_{33}$, $\hat{C}_{12} = \hat{C}_{13} = \hat{C}_{23} = \hat{C}_{21} = \hat{C}_{31} = \hat{C}_{32}$ und $\hat{C}_{44} = \hat{C}_{55} = \hat{C}_{66}$. In hexagonalen Kristallen hat man 5 unabhängige \hat{C}_{mn} , in tetragonalen und trigonalen 7, in rhombischen 9, in monoklinen 13 und in triklinen 21. Dies folgt allein aus Symmetriebetrachtungen.

Der Zusammenhang zwischen \hat{E} , \hat{G} , κ und den \hat{C}_{mn} kann durch Vergleich zwischen der tensoriellen Beziehung von Abbildung 10-7 und der Versuchsgeometrie in Abbildung 15-2 gewonnen werden. Wir führen diese Berechnung hier nicht durch, da sie zwar elementar aber langwierig ist. Nur das Ergebnis für die am häufigsten vorkommenden kubischen Kristalle wollen wir festhalten:

$$\hat{E}_{yy} = \frac{(\hat{C}_{11} + 2\hat{C}_{12})(\hat{C}_{11} - \hat{C}_{12})}{\hat{C}_{11} + \hat{C}_{12}} \quad \text{für } \hat{\sigma} \parallel [010], \quad (15-2a)$$

$$\hat{G}_{yz} = \hat{C}_{44} \quad \text{für } \hat{\sigma} \text{ in der } (001)\text{-Ebene } \parallel [010], \quad (15-2b)$$

$$\kappa = 3/(\hat{C}_{11} + 2\hat{C}_{12}). \quad (15-2c)$$

Bei den anderen Kristallklassen sehen diese Beziehungen wegen der größeren Zahl nicht verschwindender Elastizitätskoeffizienten entsprechend komplizierter aus. Die Größen \hat{E} und \hat{G} sind natürlich definitionsgemäß anisotrop (Abb. 15-3).

Nachdem wir die mechanische Suszeptibilität durch ihre Tensorkomponenten beschrieben und durch leichter meßbare Größen ausgedrückt haben, wollen wir nun versuchen, sie zu verstehen. Das heißt, wir werden sie auf die Eigenschaften der wechselwirkenden Atome zurückführen. Dazu benutzen wir ein primitives eindimensionales Modell wie in Abbildung 15-4. Zwei Atome mit dem durch eine Feder dargestellten Potential

Physikalische und „gewöhnliche“ Moduln

Hooke-Gesetz

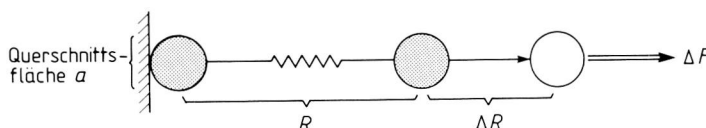


Abb. 15-4. Zweiatomiges Modell zur Berechnung elastischer Konstanten.

aus Gleichung (15-1) werden auseinandergezogen oder zusammenge-drückt. Hieraus läßt sich der Elastizitätsmodul \hat{E} berechnen. Es gilt mit der Kraft $F \equiv -\Delta U/\Delta R$ (siehe Abb. 15-1):

$$\hat{E}(R) \equiv \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\epsilon}} = -\frac{\Delta F(R)/a}{\Delta R/R} = \frac{R}{a} \frac{\Delta^2 U}{\Delta R^2} \quad (15-3 a)$$

bzw. für infinitesimale Änderungen $\hat{E}(R) = (R/a)(\partial^2 U/\partial R^2)$, mit der Querschnittsfläche a eines Atoms. Das negative Vorzeichen in Gleichung (15-3 a) rührt davon her, daß wir in Abbildung 15-1 dem Zug ($\Delta R > 0$) das negative Vorzeichen von F zugeordnet hatten, und dem Druck ($\Delta R < 0$) das positive, im Gegensatz zu Abbildung 15-4. Die Funktionen $F(R)$ und $\hat{E}(R)$ sind in Abbildung 15-1 mit eingezeichnet. Die zweite Ableitung $\partial^2 U(R)/\partial R^2$ erhalten wir aus den Gleichungen (15-1), und es gibt sich zum Beispiel mit (15-1 a):

$$\hat{E}(R) = \frac{4\epsilon' R}{a} \left[\frac{156 \sigma'^{12}}{R^{14}} - \frac{42 \sigma'^6}{R^8} \right]. \quad (15-3 b)$$

Setzen wir hier ungefähre Zahlenwerte ein ($\epsilon' = 10^{-20}$ J, $a = 9 \cdot 10^{-20}$ m², $R = \sigma' \approx R_0 = 3 \cdot 10^{-10}$ m) so erhalten wir $\hat{E}(R_0) \approx 10^{11}$ N/m². Das ist die an fast idealen Kristallen, sogenannten Whiskern, beobachtete Größenordnung. Whisker sind aus der Gasphase kondensierte nadelförmige Kristalle, die fast keine Fehlstellen enthalten (Abb. 15-5 und 15-6). Wir haben somit die makroskopische Größe \hat{E} auf die im Prinzip aus den Grundgesetzen berechenbare Energie $U(R)$ zwischen zwei Atomen zurückgeführt. In ähnlicher Weise kann man die anderen elastischen Konstanten \hat{G} , κ und die \hat{C}_{mn} verstehen, was wir hier aber nicht weiter durchführen wollen. Unsere Funktion $\hat{E}(R)$ ist eine Verallgemeinerung des aus der Mechanik bekannten Hooke-Gesetzes. Dieses besagt, daß in der Nähe des Gleichgewichtsabstands R_0 die Dehnung proportional zur Spannung bzw. zur wirksamen Kraft ist, was ja für kleine Dehnungen auch zutrifft: In Abbildung 15-1 kann man $F(R)$ in der Nähe von R_0 dann durch seine Tangente ersetzen. „Kleine“ Dehnung heißt dabei: $\Delta R \ll R_0$.

Die Beziehung (15-3) enthält jedoch mehr Information als nur das Hooke-Gesetz. Insbesondere liefert sie für $R = R_m$ (siehe Abb. 15-1) den Wert $\hat{E} = 0$. Hier wächst bei endlicher Kraft die Dehnung beliebig stark an: der

Zerreißgrenze



Abb. 15-5. Whisker-Einkristalle aus Eisen. Vergrößerung etwa 10fach (aus Lenk und Gellert 1974).

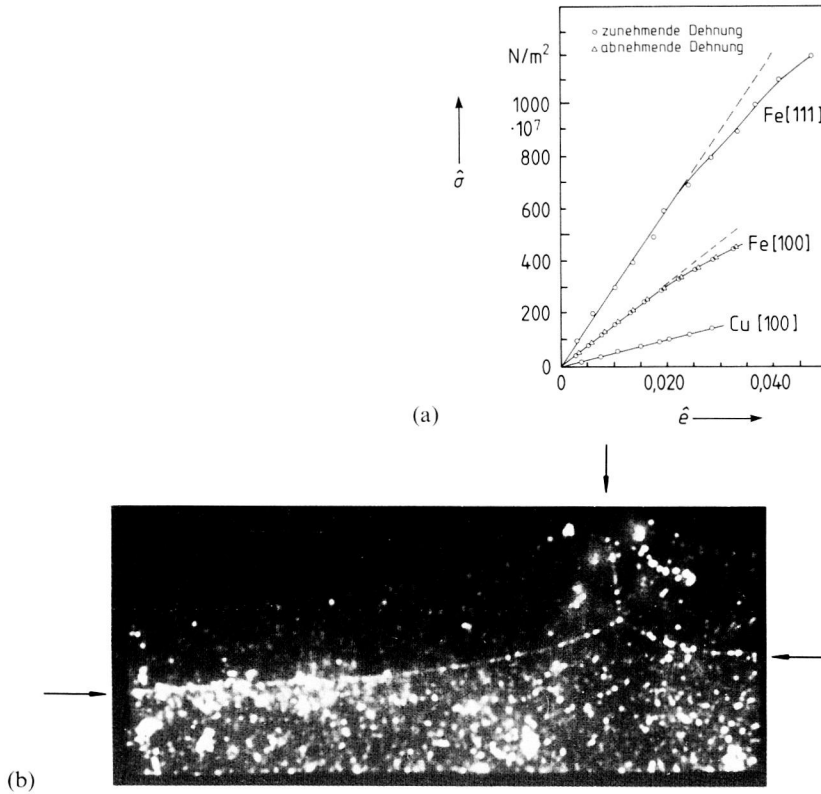


Abb. 15-6. Elastische Eigenschaften von Whisker-Einkristallen. (a) Spannungs-Dehnungs-Kurven verschiedener Whisker (nach Paufler und Schulze 1978). (b) Drei Versetzungslinien (Pfeile) in einem NaCl-Whisker; Vergrößerung etwa 1000fach (aus Amelinckx 1964). Die Versetzungen wurden durch Eindiffundieren von Gold sichtbar gemacht. Goldatome wandern bevorzugt in die Näher der Versetzungskerne und scheiden sich dort als sichtbare Konglomerate aus.

Kristall zerreißt. Die relative Dehnung $(R_m - R_0)/R_0$ nennt man daher Zerreißgrenze $\hat{\epsilon}_z$; die dazu notwendige Zugspannung $\hat{\sigma}_z$ heißt Zerreißfestigkeit oder Zugfestigkeit. Für den Bereich $R \geq R_m$ hat unsere Definition von \hat{E} keinen Sinn mehr, da \hat{E} dann negativ wird. Die theoretische Zerreißgrenze ergibt sich mit $\partial F/\partial R = 0$ für das Lennard-Jones-Potential (15-1 a) zu $R_m = \sqrt[3]{156/42} \sigma' \approx 1,11 R_0$, bzw. $\hat{\epsilon}_z = 0,11$.

Was sagt nun die Erfahrung? Leider kann man die theoretische Zerreißgrenze im Experiment nicht erreichen. Der Grund dafür ist die Anwesenheit von Fehlstellen, vor allem Versetzungen, in jedem realen Kristall. Wir werden im nächsten Abschnitt sehen, wie drastisch sie das mechanische Verhalten beeinflussen. Hier betrachten wir in Abbildung 15-6 a die Spannungs-Dehnungs-Kurven von fast idealen Whiskern und stellen fest, daß ihr Elastizitätsmodul etwa 10^{11} N/m^2 beträgt. Das ist die oben aus Gleichung (15-3) berechnete Größenordnung. Die theoretische Zerreißgrenze von $\hat{\epsilon}_z = 0,11$ wird jedoch bei weitem nicht erreicht. Bei weniger als der Hälfte dieser Dehnung zerreißen die Kristalle aufgrund von Versetzungsbewegungen oder von schon vorhandenen kleinen Rissen (Abb. 15-6 b). Die in Abbildung 15-1 sichtbare Abnahme des Elastizitätsmoduls mit zunehmender Dehnung oberhalb R_0 ist in Abbildung 15-6 a ebenfalls gut zu erkennen.

Die elastischen Eigenschaften eines Festkörpers hängen wie alle übrigen Materialkonstanten von den Feldgrößen P , T , E und B ab. Besonders wichtig für die Praxis ist hier die Temperaturabhängigkeit (Abb. 15-7 a). Die Abnahme von \hat{C}_{mn} mit steigender Temperatur kann man leicht mit Hilfe des interatomaren Potentials verstehen. Je höher die Temperatur, desto größer ist die thermische Energie der Atome. Stellt man sich vor, daß die

Temperaturabhängigkeit

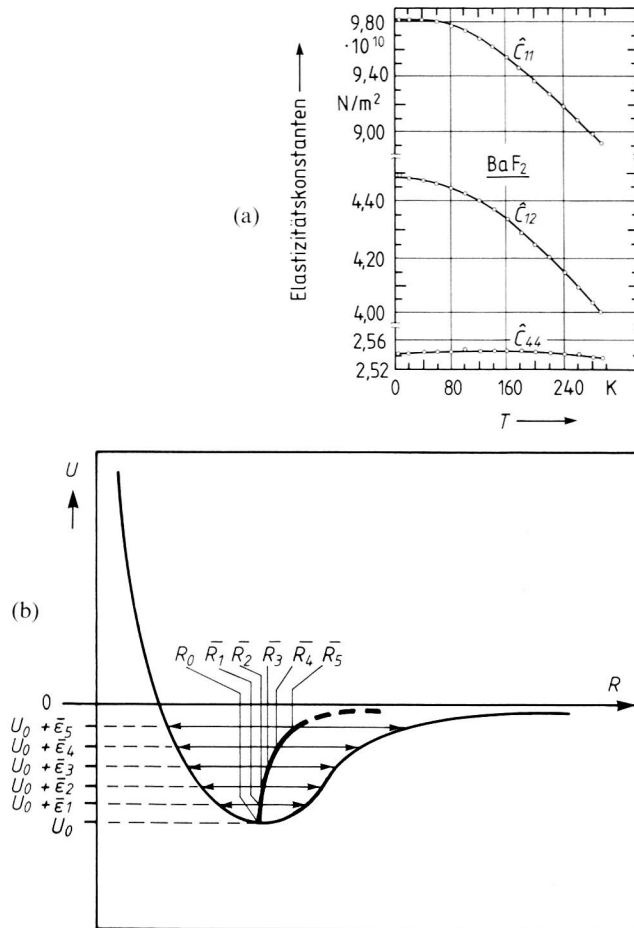


Abb. 15-7. Temperaturabhängigkeit der elastischen Konstanten. (a) Meßwerte für Bariumfluorid (nach Kittel 1971). (b) Interatomares Potential und mittlere thermische Energie $\bar{\epsilon}_i$ von Atomen. Diese schwingen in der durch Pfeile angedeuteten Weise in der Potentialmulde hin und her. Ihr mittlerer Abstand \bar{R} vom Nullpunkt wächst dabei mit zunehmendem $\bar{\epsilon}_i$ bzw. mit der Temperatur an (dick gezeichnete Kurve).

Atome in der Potentialmulde um die Gleichgewichtslage R_0 herum schwingen (Abb. 15-7b), so wächst ihr mittlerer Abstand \bar{R} entsprechend der möglichen Schwingungsauslenkung mit steigender Temperatur wegen der Unsymmetrie von $U(R)$. Die Krümmung des Potentials nimmt jedoch von R_0 aus nach rechts mit wachsendem R zunächst ab, wie wir schon in Abbildung 15-1 gesehen hatten. Dementsprechend sinkt der Elastizitätsmodul, der ja proportional zu $\partial^2 U / \partial R^2$ ist, mit wachsendem T . Damit haben wir im Prinzip verstanden, warum Festkörper mit zunehmender Temperatur immer weicher werden.

Zum Schluß wollen wir noch kurz besprechen, wie man die elastischen Konstanten von Festkörpern messen kann. Am direktesten ist die Dehnungsmessung mittels Interferometer oder Dehnungsmeßstreifen bei bekannter Spannung. Will man genaue Ergebnisse, so ist die praktische Durchführung dieser Methoden jedoch sehr anspruchsvoll. Wesentlich einfacher und auch erheblich genauer kann man die Schallgeschwindigkeit messen und aus ihr dann die elastischen Konstanten berechnen. Das Prinzip eines solchen Experiments ist in Abbildung 15-8 dargestellt.

Den Zusammenhang zwischen der Schallgeschwindigkeit und den elastischen Konstanten erhält man aus der Lösung der Wellengleichung für mechanische Wellen im Kristall,

$$\varrho \ddot{\mathbf{r}} = \nabla \hat{\sigma} + \text{Dämpfungsterm}, \quad (15-4)$$

Messung elastischer Konstanten

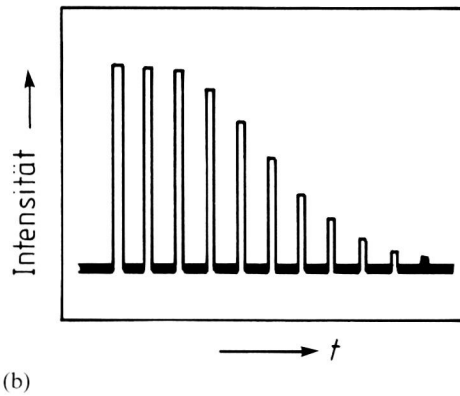
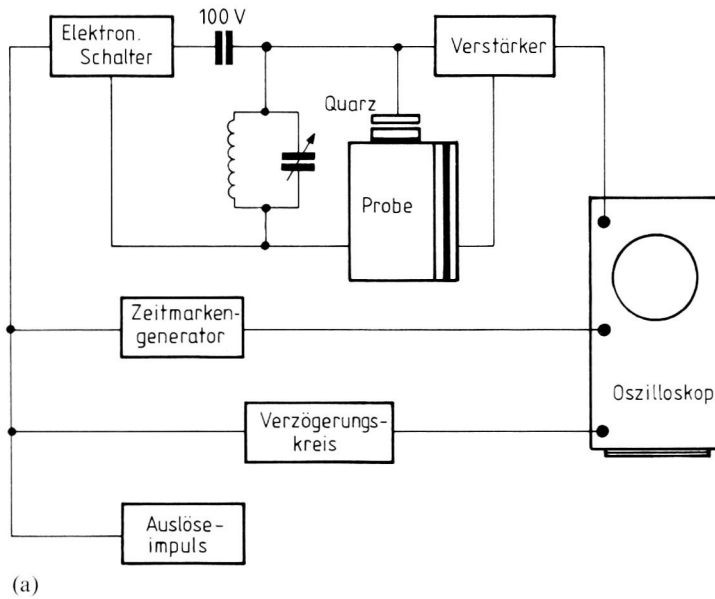


Abb. 15-8. Schallgeschwindigkeitsmessung in Kristallen (nach Kittel 1971). (a) Blockschaltbild zur Bestimmung der Geschwindigkeit und Dämpfung von Ultraschallwellen in Kristallen. Die Schallwellenlänge muß klein gegen die Kristallabmessungen sein. Beim Schließen des Schalters entsteht eine piezoelektrische Kontraktion im Quarz. Diese wandert als Schallimpuls durch den Kristall und wird an seinen Grenzflächen mehrfach reflektiert. (b) Aufzeichnung des zeitlichen Abklingens der Ultraschallechos, die in einem Kristall mehrfach hin- und herlaufen.

wobei ϱ die Massendichte, \mathbf{r} der Ortsvektor eines Volumenelements und $\hat{\sigma}$ die Spannung ist. Löst man diese Gleichung mit Ansätzen für ebene Wellen, so erhält man je nach Ausbreitungsvektor \mathbf{k} der Welle und Schwingungsrichtung \mathbf{s} der Atome Beziehungen zwischen der betreffenden Schallgeschwindigkeit $v(\mathbf{k}, \mathbf{s})$ und den \hat{C}_{mn} . Die Berechnung ist elementar, aber langwierig. So ergibt sich zum Beispiel für kubische Kristalle $v([100], [100]) = \sqrt{\hat{C}_{11}/\varrho}$, $v([100], [010]) = v([100], [001]) = \sqrt{\hat{C}_{44}/\varrho}$, $v([110], [110]) = \sqrt{(\hat{C}_{11} + \hat{C}_{12} + 2\hat{C}_{44})/2\varrho}$ usw. Mit dieser akustischen Methode kann man die Abhängigkeit der elastischen Konstanten von den Feldgrößen, insbesondere von der Temperatur, sehr bequem bestimmen. Dabei darf man jedoch nicht das Dämpfungsglied in Gleichung (15-4) vergessen. Dieses enthält unter anderem die Beweglichkeit von Punktfehlern und erlaubt daher Rückschlüsse auf deren Art und Anzahl. Die Dämpfung kommt nämlich vor allem durch die Diffusion von Punktfehlern im Kristallgitter unter dem Einfluß des Spannungsfeldes der Schallwelle zustande.

15.2 Die mechanischen Eigenschaften gestörter Kristalle

Wir wissen aus dem vorigen Kapitel, daß kein Kristall perfekt ist, sondern daß er Punktfehler, Versetzungen und eventuell Stapelfehler enthält. Diese Fehlstellen haben wir in unserer bisherigen Erörterung der mechanischen Eigenschaften nicht beachtet. Sie haben aber einen ganz entscheidenden Einfluß auf das elastische Verhalten eines Festkörpers. Außerdem geben sie Anlaß zu einer neuen Eigenschaft, der Plastizität. Hierunter versteht man eine bleibende Verformung, nachdem eine mechanische Spannung wieder entfernt wurde (Abb. 15-9).

Der Vorgang der plastischen Dehnung ist irreversibel und mit einem Energieverlust ΔE verbunden, der pro Volumeneinheit gleich den umrandeten Flächen im Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist. Das heißt, der

Spannungs-Dehnungs-Beziehung

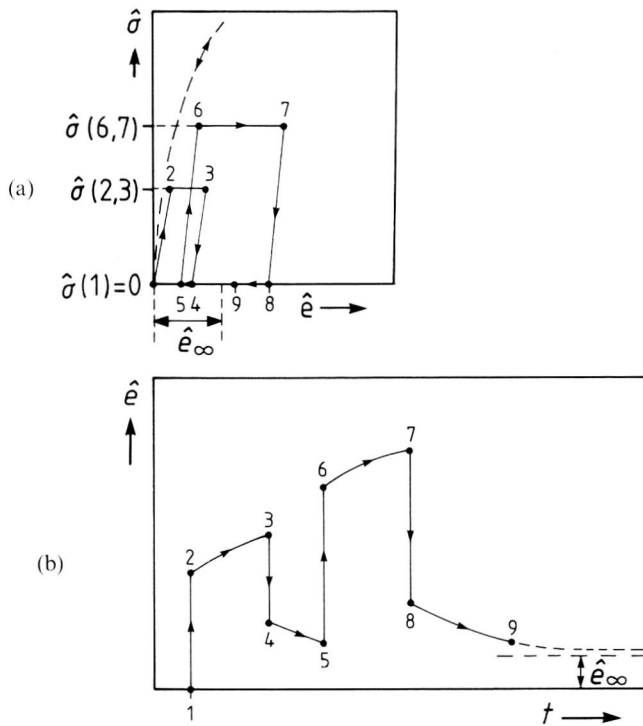


Abb. 15-9. Erscheinung der Anelastizität (Nachwirkung und Hysterese) und der Plastizität (bleibende Verformung). Es werden sukzessive immer größere Spannungen ($\hat{\sigma}(2,3)$, $\hat{\sigma}(6,7)$, ...) an den Kristall gelegt und wieder entfernt. Bei konstant gehaltener Spannung dehnt er sich langsam weiter (Kriechen, Nachwirkung). Nach Entfernen der Spannung schrumpft er nicht mehr auf die ursprüngliche Länge zurück (Hysterese). (a) Ausschnitt aus dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines realen Kristalls; gestrichelt Idealkristall (siehe Abb. 15-6 a). Die Meßpunkte werden in der zeitlichen Reihenfolge von 1 bis 9 durchlaufen, und zwar die geneigten Strecken adiabatisch, das heißt schnell, die horizontalen isotherm und langsam bei konstanter Spannung. Beim Idealkristall ist die Kurve völlig reversibel. (b) Dehnungs-Zeit-Diagramm zu Teilbild a. Die (isothermen) Änderungen $2 \rightarrow 3$, $4 \rightarrow 5$, $6 \rightarrow 7$ und $8 \rightarrow 9$ bezeichnet man als elastische Nachwirkungen. (Ihre Geschwindigkeit $d\hat{e}/dt$ steigt mit wachsender Temperatur.) Nach Ablauf des Prozesses resultiert eine bleibende (plastische) Dehnung \hat{e}_∞ , die hauptsächlich von der maximalen Zugspannung $\hat{\sigma}(6,7)$ abhängt.

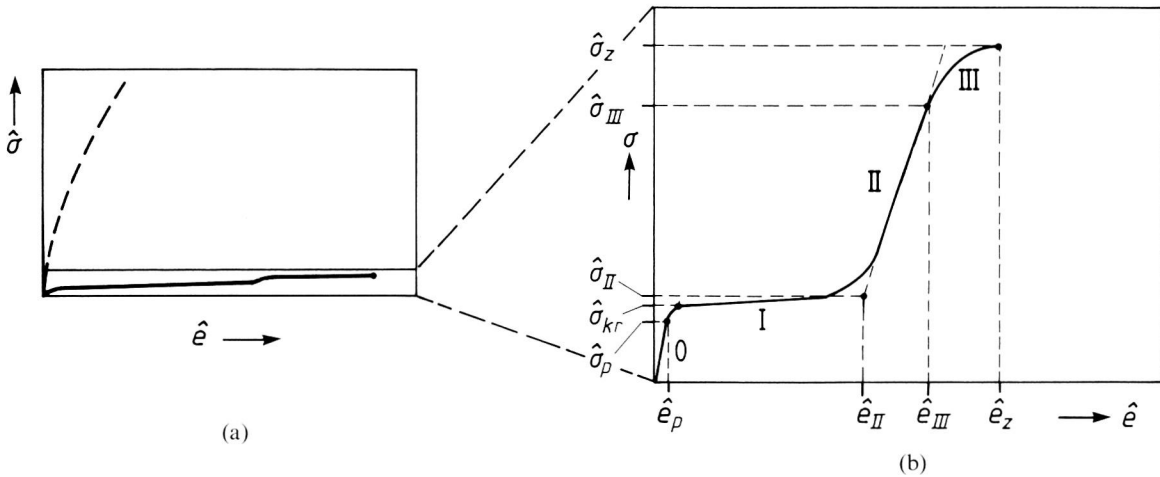


Abb. 15-10. Spannungs-Dehnungs-Kurve von realen Kristallen. (a) Spannungs-Dehnungs-Kurve eines idealen (---) und eines realen (—) Kristalls. (b) Vergrößertes Bild der $\hat{\sigma}$ - \hat{e} -Kurve eines Realkristalls. Man unterscheidet einen elastischen Bereich (0) und drei plastische Bereiche (I–III). $\hat{\sigma}_p$ heißt Proportionalitätsgrenze, $\hat{\sigma}_{kr}$ kritische Zugspannung, $\hat{\sigma}_z$ Zugspannung, \hat{e}_p Elastizitäts- (Streck- bzw. Fließ-) -Grenze, \hat{e}_z Zugspannungsgrenze; die Differenz $(\hat{e}_z - \hat{e}_p)$ bezeichnet man als Duktilität, \hat{e}_{II} , \hat{e}_{III} , $\hat{\sigma}_{II}$ und $\hat{\sigma}_{III}$ haben keine besonderen Namen. Der Bereich 0 wird als elastischer Bereich im engeren Sinne bezeichnet, I als Leichtgleitbereich, II als (linearer) Verfestigungsbereich, III als Fließbereich.

Kristall kann am Ende des Prozesses (im Zustand 9 der Abb. 15-9) nicht mehr genau so strukturiert sein wie zu Beginn (Zustand 1). Experimentelle Ergebnisse, die wir gleich besprechen werden, zeigen, daß während der plastischen Verformung Fehlstellen im Gitter erzeugt und verschoben werden. Hierfür wird die Energie ΔE benötigt; ein Teil davon wird in Wärme umgewandelt. Bevor wir näher eingehen, wollen wir noch einen anderen wichtigen Unterschied zwischen Real- und Idealkristall betrachten (Abb. 15-10). Gegenüber diesem besitzt jener eine Spannungs-Dehnungs-Kurve mit einer ausgeprägten Stufe und mit einer hundertmal kleineren Steigung (Bereich I). Die Zugspannung ist um einen Faktor 10 bis 1000 kleiner als im idealen Kristall.

Die bisher und im folgenden behandelten Spannungs-Dehnungs-Kurven beziehen sich alle auf uniaxiale Zugspannung ($\hat{\sigma} \equiv \hat{\sigma}_{xx}$, $\hat{e} \equiv \hat{e}_{xx}$). Bei Scherung und bei Kompression beobachtet man ein im großen und ganzen analoges Verhalten, das aber im Detail doch recht verschieden sein kann. Oft sind die vier Bereiche unterschiedlicher Steigung der Spannungs-Dehnungs-Kurve nicht so deutlich voneinander getrennt, wie es die schematische Abbildung 15-10b zeigt. Man beobachtet dann einen Verlauf, bei dem die Stufen der Kurve weitgehend ausgebügelt sind, besonders bei polykristallinen und amorphen Festkörpern. In der technischen Literatur findet man außerdem häufig Spannungs-Dehnungs-Kurven der in Abbildung 15-11 dargestellten Art. Sie unterscheiden sich jedoch nur durch die abweichende Definition der Spannung $\hat{\sigma}$ von denjenigen in Abbildung 15-10 (siehe Legende zu Abb. 15-11).

Wir kommen nun zur mikroskopischen, also zur atomistischen Erklärung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens realer Kristalle. Wie schon früher bemerkt, wird es wesentlich durch die Erzeugung und Bewegung von Versetzungen bestimmt. In den vier Bereichen 0 bis III der Abbildung 15-10b laufen jeweils ganz verschiedene Prozesse ab. Wir besprechen diese Bereiche daher der Reihe nach.

Mikroskopische Vorgänge bei der Verformung

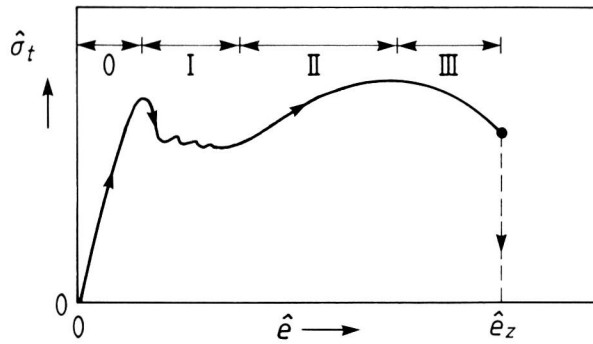
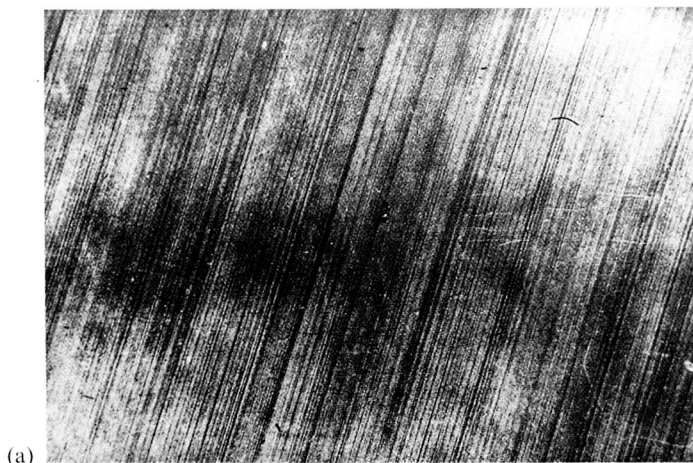


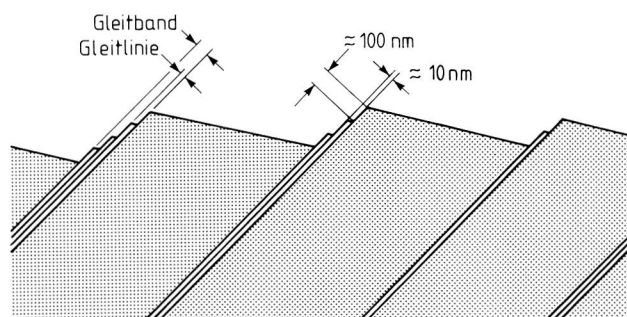
Abb. 15-11. „Technische“ Spannungs-Dehnungs-Kurve. Hier ist die Zugspannung $\hat{\sigma}_t$ nicht auf den zur jeweiligen Dehnung gehörenden Querschnitt $A(\hat{e})$ bezogen, sondern immer auf den Anfangsquerschnitt $A(0)$ bei der Dehnung $\hat{e} = 0$; es gilt $\hat{\sigma}_t = \hat{\sigma} [A(\hat{e})/A(0)]$. Durch die im Lauf der Verformung wechselnde Querkontraktion δ (Abb. 15-2a) kommt dann der merkwürdige Kurvenverlauf zustande: Wenn δ wächst, nimmt $\hat{\sigma}_t$ bei festgehaltener anliegender Spannung $\hat{\sigma}$ ab.

Bereich 0: Hier gibt es nur eine rein elastische und streng reversible Verformung (Dehnung und Querkontraktion). Die im Kristall vorhandenen Versetzungen bewegen sich nicht. Ihre Zahl und Dichte bleibt konstant. Der Bereich 0 erstreckt sich in guten Kristallen etwa bis zu $\hat{\sigma}_p = 0,1 \sigma_z$ und $\hat{e}_p = 0,01 \cdot \hat{e}_z$ ($\hat{\sigma}_p$ Proportionalitätsgrenze, \hat{e}_p Elastizitätsgrenze, siehe Abb. 15-10). Oft ist er noch wesentlich kleiner und nur mit Mühe zu beobachten. Bei Kristallen mit durchschnittlicher primärer Versetzungsdichte ist er meist gar nicht vorhanden, weil dann die Versetzungen schon bei der kleinsten angelegten Spannung in Bewegung geraten.

Bereich I (Leichtgleitbereich): Hier zeigt sich bei genauer Beobachtung der Kristalloberfläche eine treppenförmige Struktur auf derselben (Abb. 15-12 u. 15-13). Die einzelnen Stufen nennt man Gleitlinien; kom-



(a)



(b)

Abb. 15-12. Treppenstruktur der Kristalloberfläche bei Verformung im Bereich I. (a) Elektronenmikroskopische Aufnahme eines um 20% gedehnten Aluminium-Einkristalls; Vergrößerung etwa 12 500fach (aus Weertman 1983; mit freundlicher Genehmigung von H. G. van Bueren). (b) Gleitlinien und Gleitbänder, schematisch (nach Hayden u.a. 1965).

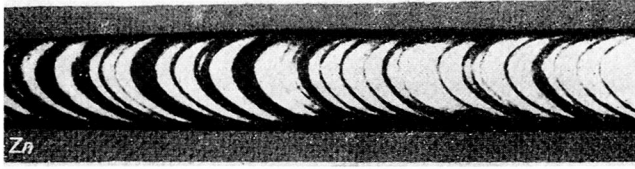


Abb. 15-13. Starke Abgleitung eines zugverformten Zinkeinkristalls. Die Zugspannung ist horizontal gerichtet (aus Kleber 1971).

pakete Gruppen von ihnen bezeichnet man als Gleitbänder. Die Stufen kommen durch die Wanderung von im Inneren des Kristalls vorhandenen Versetzungen an die Oberfläche zustande. Dieses „Abgleiten“ ist in Abbildung 15-14 skizziert. Die Versetzungen bewegen sich unter dem Einfluß einer äußeren Spannung aufgrund ihres Eigenspannungsfeldes (vgl. Abb. 14-35 und 15-17). Die Berechnung der dazu notwendigen Kräfteverteilung ist kompliziert und kann hier nicht durchgeführt werden. Jede der in Abbildung 15-12 b gezeichneten Gleitbänder ist durch das Abgleiten von etwa 300 Versetzungen zustande gekommen.

Neben der Abgleitung von primär vorhandenen Versetzungen werden im Bereich I der Spannungs-Dehnungs-Kurve auch neue Versetzungen

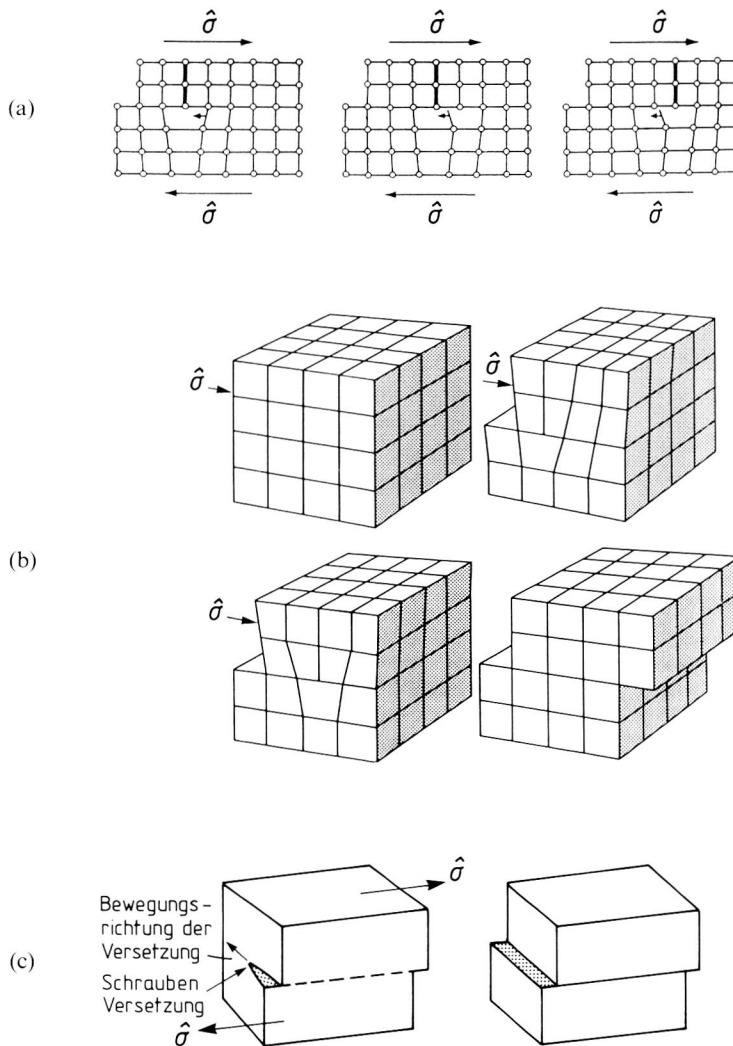


Abb. 15-14. Wanderung von Versetzungen in der Gleitebene. (a) Wanderung einer Stufenversetzung unter dem Einfluß einer Schubspannung $\hat{\sigma}$ (nach Weißmantel und Hamann 1979). (b) Entstehung von Oberflächenstufen (Gleitlinien) durch Erzeugung und Wanderung einer Stufenversetzung (nach Flowers und Mendoza 1970). (c) Dasselbe bei einer Schraubenversetzung (nach Hayden u. a. 1965).

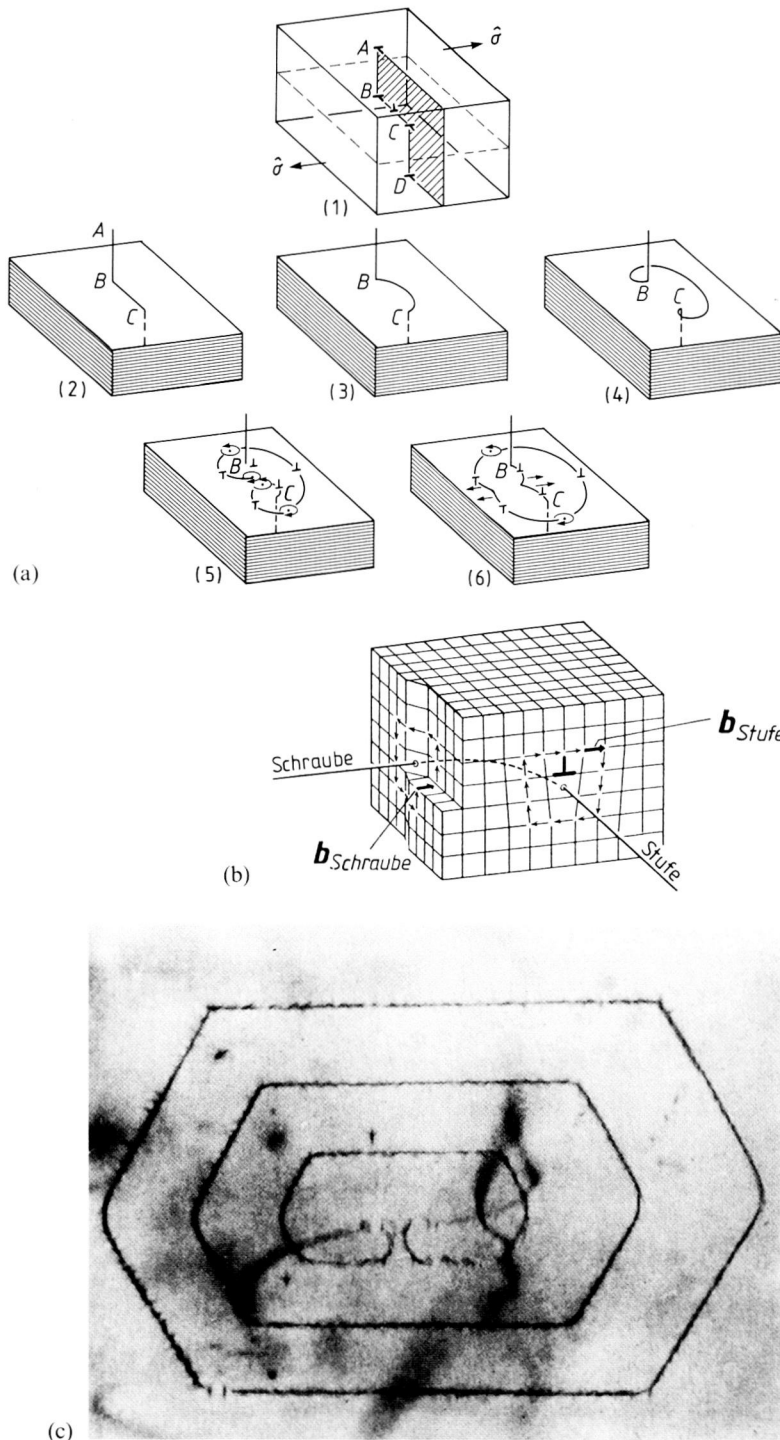
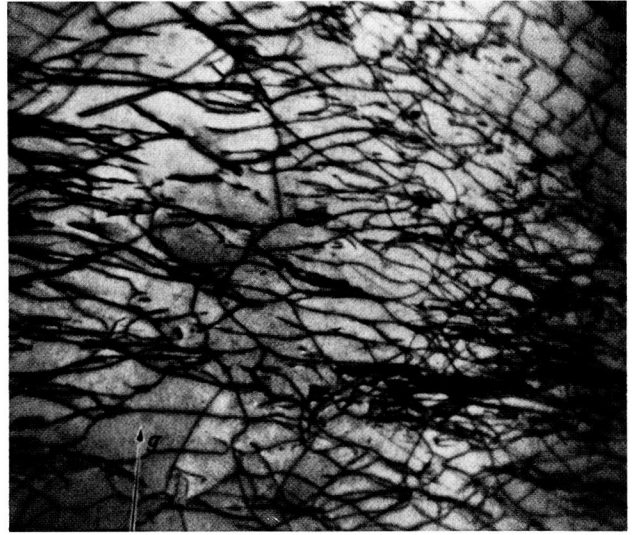


Abb. 15-15. Der Frank-Read-Mechanismus. (a) Die eingeschobene Netzebene ist in (1) schraffiert. Unter dem Einfluß einer Schubspannung $\hat{\sigma}$ kann das Segment \overline{BC} der Stufenversetzung in der horizontalen Ebene gleiten (Teilbilder 2 bis 6). Die vertikalen Versetzungsstücke sind unter dem Einfluß von $\hat{\sigma}$ unbeweglich. Durch Gleiten von \overline{BC} entsteht ein Versetzungsring, der konzentrisch nach außen wandert (\perp Stufenanteile, \curvearrowright Schraubenanteile in diesem Ring, siehe Teilbild b). Der Vorgang kann sich beliebig oft wiederholen, sobald sich die Versetzung \overline{BC} wieder geschlossen hat (Teilbild 6) (nach Hayden u. a. 1965). (b) Kristallgitter mit einem Versetzungsring, bestehend aus Stufen- und Schraubenanteilen. Es ist nur ein Quadrant des Ringes dargestellt (nach Hayden u. a. 1965). (c) Frank-Read-Ringe in der (111)-Ebene von Silizium, sichtbar gemacht durch Anlage von Cu-Atomen an den Versetzungskernen. Vergrößerung etwa 1000fach. Die Ringe zeigen die hexagonale Symmetrie des Kristalls in der (111)-Ebene (aus Amelinckx 1964).

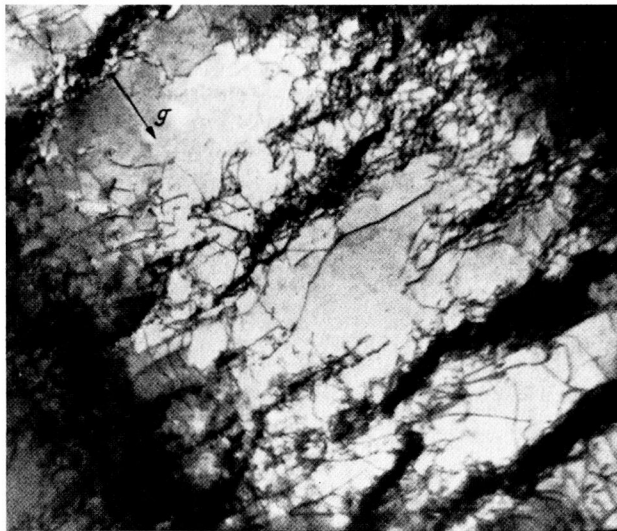
erzeugt. Den wichtigsten Mechanismus hierfür bilden die sogenannten Frank-Read-Quellen, die in Abbildung 15-15 erläutert sind. Dabei steigt die Versetzungsdichte während der Verformung in den Bereichen I und II ständig an, von etwa 10^6 cm^{-2} bis auf 10^{11} cm^{-2} (Abb. 15-16). Dieser Anstieg ist in erster Näherung zum Quadrat der angelegten Spannung proportional.



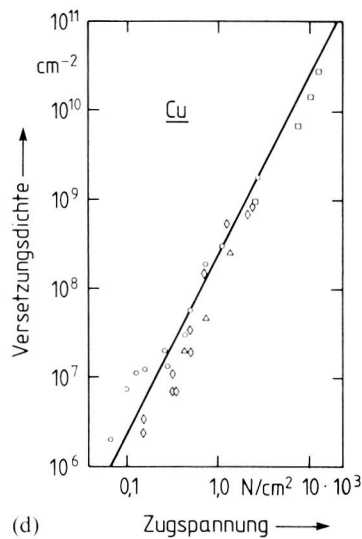
(a)



(b)



(c)



(d)

Abb. 15-16. Zunahme der Versetzungsdichte während der Verformung. (a) Versetzungen im Bereich I eines plastisch gedehnten Ni-40%Co-Einkristalls. $\epsilon \approx 0,21$, g Gleitrichtung; Vergrößerung etwa 14 500fach (aus Mader 1965). (b) Dasselbe im Bereich II bei einer Abgleitung von $\epsilon \approx 0,70$ (aus Mader 1965). (c) Dasselbe am Beginn von Bereich III bei einer Abgleitung von $\epsilon \approx 0,83$; Vergrößerung etwa 13 000fach (aus Mader 1965). (d) Versetzungsdichte von Kupfer in Abhängigkeit von der Spannung. Die verschiedenen Punktsymbole beziehen sich auf Spannungen in verschiedenen Kristallrichtungen; (\square) Polykristall. Als Versetzungsdichte (Dimension cm^{-2}) definiert man die Anzahl der ein Flächenelement im Kristall durchstoßenden Versetzungslinien (nach Hayden u.a. 1965).

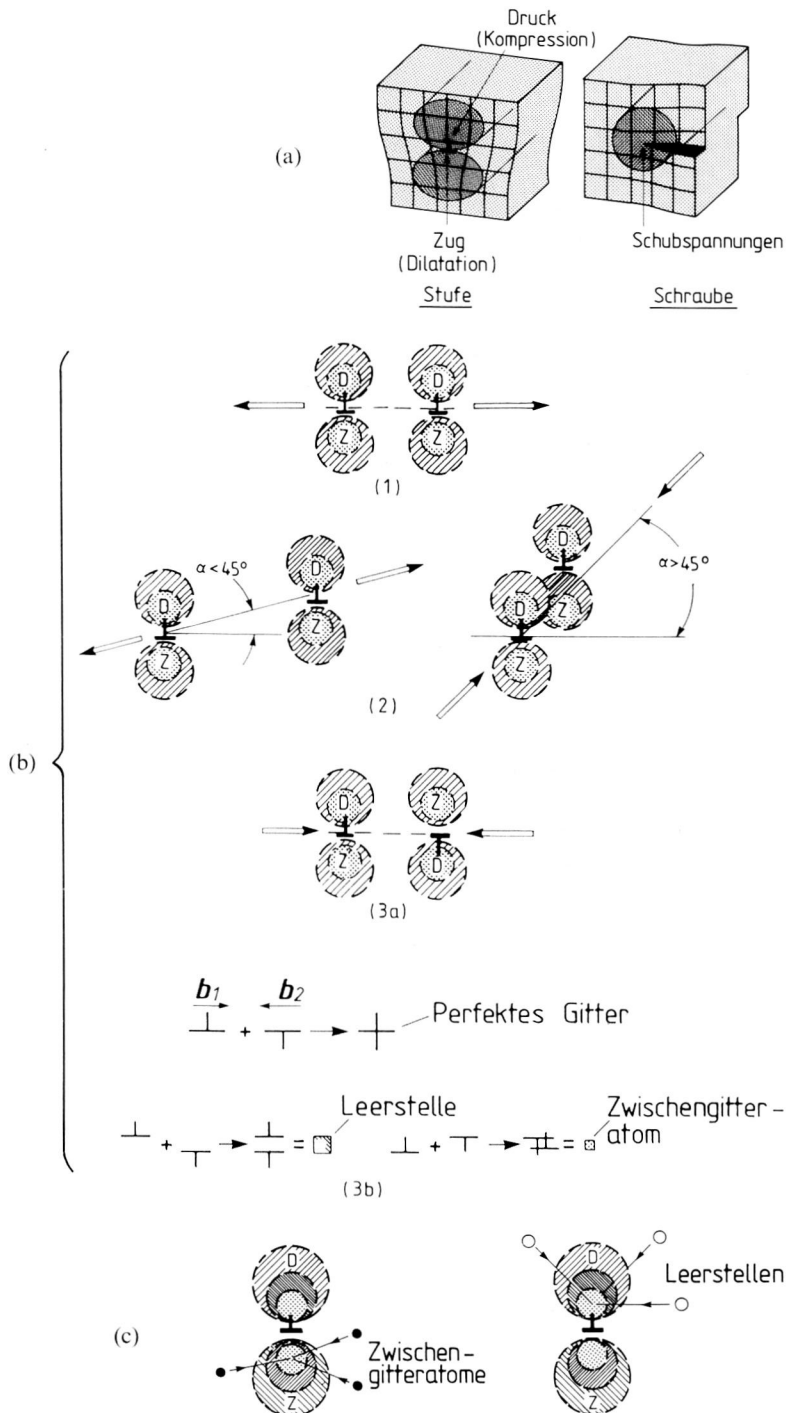


Abb. 15-17. Elastische Wechselwirkungen von Versetzungen untereinander und mit Punktfehlern (nach Hayden u. a. 1965).

(a) Spannungsfelder von Stufen- und Schraubenversetzung, schematisch (vergl. Abb. 14-35).

(b) Wechselwirkungen von Versetzungen untereinander (es bedeuten D Druckspannungsbereiche, Z Zugspannungsbereiche);

(1) Zwei gleich orientierte Stufenversetzungen in derselben Ebene stoßen sich ab (die Doppelpfeile symbolisieren die Kräfte); (2) sind sie in verschiedenen Netzebenen angeordnet, so hängt es vom Orientierungswinkel α ab, ob sie sich anziehen oder abstoßen;

(3 a) zwei antiparallele Stufenversetzungen (Dipol) mit Burgers-Vektoren $b_1 = -b_2$ ziehen sich an, wenn sie in derselben Ebene liegen;

(3 b) zwei Stufenversetzungen mit antiparallelen Burgers-Vektoren in derselben Gleitebene annullieren sich, es entsteht ein fehlerfreies Gitter; gleiten sie in benachbarten Ebenen, so entsteht eine Leerstelle oder ein Zwischengitteratom.

(c) Wechselwirkung von Stufenversetzungen mit Punktfehlern. Zwischengitteratome werden von Zugspannungsbereichen angezogen und von Druckspannungsbereichen abgestoßen, bei Leerstellen ist es umgekehrt.

Bereich II (Verfestigungsbereich): Er ist durch einen gegenüber dem Bereich I etwa zehnmal höheren Elastizitätsmodul gekennzeichnet. Die hohe Beweglichkeit der im Bereich I abgleitenden Versetzungen ist hier stark eingeschränkt, weil die Frank-Read-Quellen so viele neue Versetzungen erzeugt haben, daß diese sich gegenseitig behindern. Versetzungen von verschiedener Struktur oder in verschiedenen Gleitebenen sind sich im

Wege, denn sie wechselwirken aufgrund ihrer elastischen Spannungsfelder (Abb. 15-17). Um einander zu durchdringen benötigen Versetzungen Energie. Das geht aus Abbildung 15-18 hervor. Die aufgewendete Energie steckt zum Teil in den Spannungsfeldern der entstehenden Sprünge (englisch jogs) der Versetzungslinien und in den erzeugten Leerstellen; zum Teil wird sie in Wärme verwandelt. Die gegenseitige Behinderung des Gleitens von Versetzungen führt dazu, daß sie sich an bestimmten Stellen im Kristall aufstauen, wie es deutlich in Abbildung 15-16c zu erkennen ist. Dieses Netzwerk verschieden orientierter Versetzungen leistet einer Verformung viel größeren Widerstand als die relativ frei gleitfähigen und annähernd parallelen Versetzungslinien in Abbildung 15-16a.

Die atomare Struktur eines Kristalls in der Nähe benachbarten Versetzungen können wir hier leider nicht genauer besprechen. Sie ist nicht nur topologisch interessant, sondern auch von großer Bedeutung für die Einzelheiten der plastischen Verformung. Es ist eine nette und nützliche Beschäftigung, sich die Verhältnisse beim Schneiden von Versetzungen an Hand dreidimensionaler Gittermodelle oder perspektivischer Zeichnungen deutlich zu machen. Man gewinnt dabei tiefe Einblicke in den Kristallbau und in die Spannungsfelder realer Kristalle.

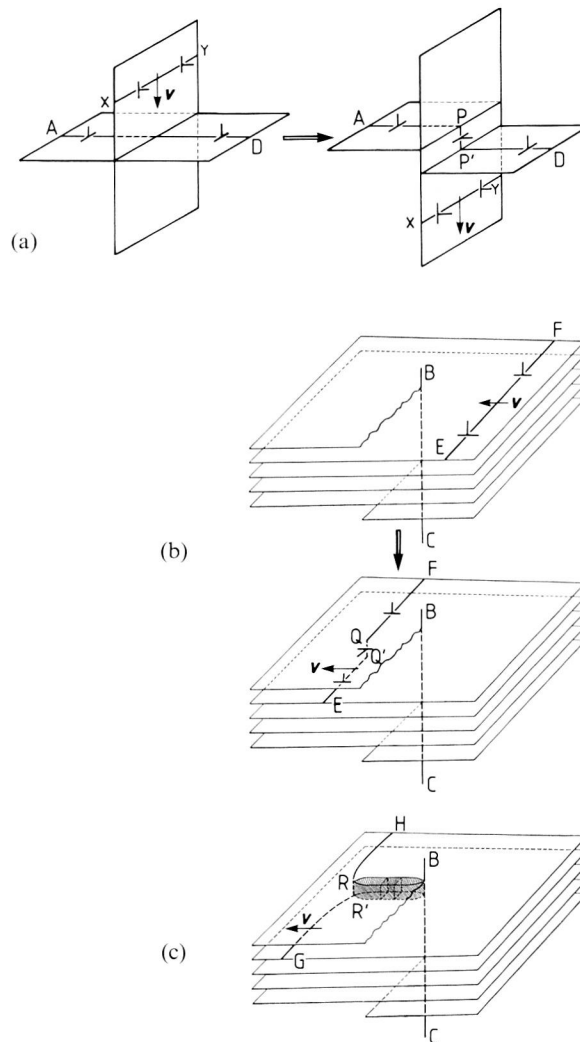


Abb. 15-18. Gegenseitiges Durchdringen („Schneiden“) von Versetzungen (nach Read 1953). Die Bewegungsrichtungen der gleitfähigen Versetzungen sind mit v bezeichnet. (a) Beim Schneiden zweier Stufenversetzungen \overline{XY} und \overline{AD} entsteht ein Sprung („jog“) $\overline{PP'}$. (b) Beim Schneiden einer festen Schraubenversetzung \overline{BC} und einer beweglichen Stufenversetzung \overline{EF} entsteht ein Sprung $\overline{QQ'}$. (c) Beim Schneiden zweier Schraubenversetzungen \overline{BC} und \overline{GH} entstehen ein Sprung $\overline{RR'}$ und eine Reihe von Leerstellen (im schraffierten Bereich).

Bereich III (Fließbereich): Er unterscheidet sich vom Bereich II dadurch, daß der Elastizitätsmodul bzw. die Steigung der Spannungs-Dehnungs-Kurve mit zunehmender Spannung wieder kleiner wird. Dies läßt sich nur dadurch erklären, daß die aufgestauten Versetzungen (Abb. 15-16 c) in irgendeiner Weise wieder in Bewegung geraten. Das geschieht, wenn Versetzungen „um die Ecke gleiten“, wie es in Abbildung 15-19 dargestellt ist. Damit kann ein Hindernis, zum Beispiel eine andere unbewegliche Versetzungslinie, umgangen werden. Diese „Quergleitung“ erfordert zusätzliche Spannungsenergie, die in den Spannungsfeldern der Knickstellen der Versetzungen steckt. Die Quergleitung kann daher erst bei höheren Zugspannungen, im Bereich III, einsetzen.

Je mehr Versetzungen sich anhäufen und schneiden, um so mehr Leerstellen entstehen im Kristallgitter (siehe zum Beispiel Abb. 15-18 c). Schließlich lagern sich diese Leerstellen an besonders verspannten Orten zu Mikrolöchern (englisch: voids) zusammen, die zu kleinen Rissen führen (Abb. 15-20 a). Diese Mikrorisse wachsen bei weiter zunehmender Spannung schnell zu einem durchgehenden großen Riß zusammen und führen so zum Bruch des Kristalls.

Zerreißen und Bruch

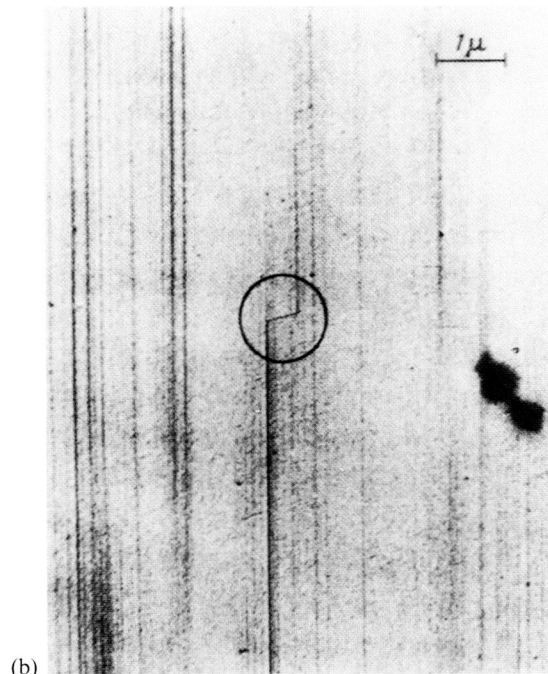
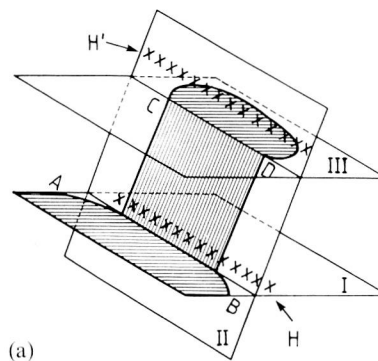


Abb. 15-19. Doppelte Quergleitung von Schraubenversetzungen. (a) Eine Schraubenversetzung \overline{AB} in der Ebene I stößt bei ihrer Abgleitung auf ein Hindernis H in I, zum Beispiel eine andere unbewegliche Versetzung. Die erste Versetzung weicht dann durch „Quergleitung“ in einer anderen Ebene II aus. Bei einem weiteren Hindernis H' in II weicht sie nochmals in die zu I parallele Ebene III aus (nach Berner und Kronmüller 1965). (b) Elektronenmikroskopische Aufnahme der Quergleitung einer Schraubenversetzung in Kupfer; Vergrößerung etwa 10 000fach (aus Berner und Kronmüller 1965; mit freundlicher Genehmigung von S. Mader).

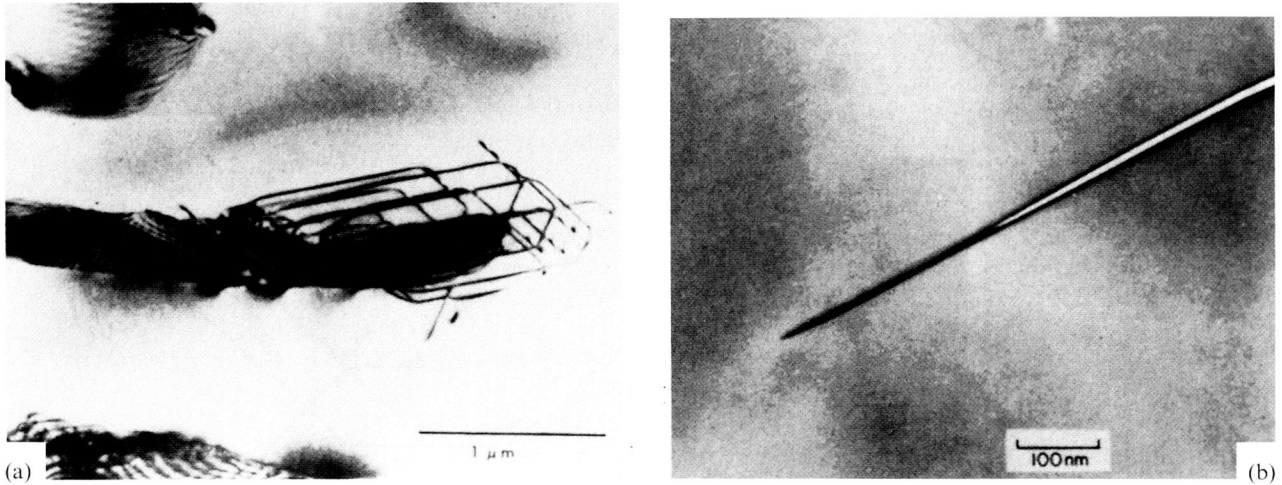


Abb. 15-20. Mikrorisse in Silizium (aus Thomson 1983). (a) Man erkennt drei Anhäufungen von Versetzungen und in der Mitte einen entstehenden duktilen Riß; Vergrößerung etwa 30 000fach. (b) Spröder Riß; Vergrößerung etwa 100 000fach.

Man unterscheidet einen spröden (brittle) und einen zähen (ductile) Bruch, je nachdem ob die Probe vorher nur elastisch oder auch plastisch verformt wurde (Abb. 15-20). Die plastische Dehnung D bis zum Bruch ($D = \hat{e}_z - \hat{e}_p$, siehe Abb. (15-10 b) nennt man Duktilität. Die bis dahin zugeführte Energie $Z = \int_0^{\hat{e}_z} \hat{\sigma}(\hat{e}) d\hat{e}$ bezeichnet man als Zähigkeit, nicht zu verwechseln mit der Viskosität η , die manchmal auch „Zähigkeit“ genannt wird. Im allgemeinen sind Kristalle mit geringer Elektronenbeweglichkeit spröde, weil sich die an einem Riß entstehenden Spannungen (Abb. 15-21) nicht durch Verschiebung von Elektronen und Atomen abbauen können. In Kristallen mit hoher Elektronenbeweglichkeit, wie zum Beispiel in Metallen, ist das jedoch sehr leicht möglich. Solche Substanzen besitzen hohe Zähigkeit und Duktilität. In Abbildung 15-22 sind einige Werkstoffe bezüglich ihrer drei wichtigsten mechanischen Eigenschaften – Zähigkeit, Zerreißfestigkeit und Elastizität – miteinander verglichen. Die meisten

Duktilität, Zähigkeit und Härte

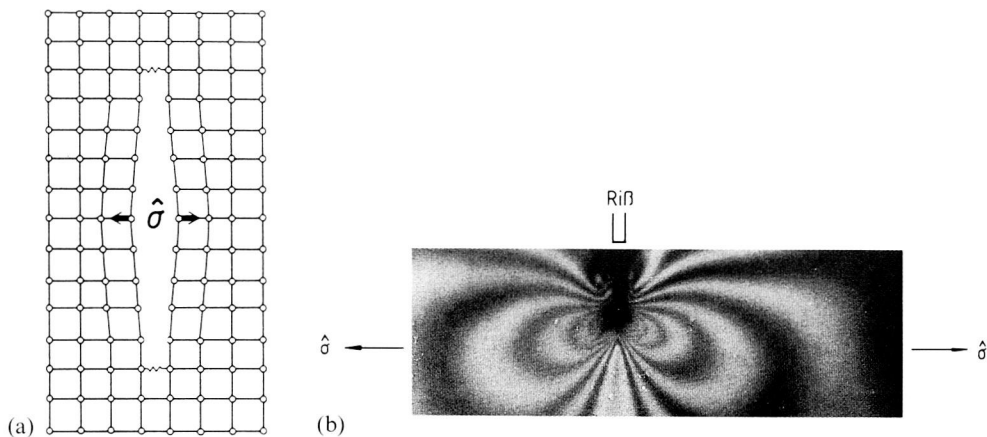


Abb. 15-21. Spannungsverteilung an einem Riß. (a) Gitterstruktur in der Nähe eines Mikrorisses (nach Thomson 1983). (b) Mit polarisiertem Licht gemessene Spannungsverteilung um einen makroskopischen Riß in Plexiglas; Vergrößerung etwa zehnfach (aus Flowers und Mendoza 1970).

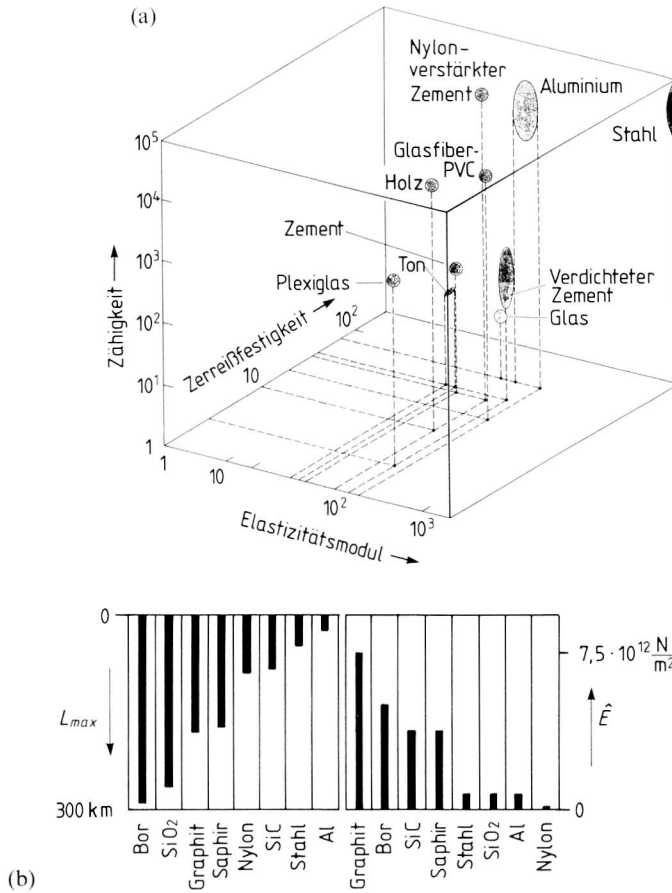


Abb. 15-22. Mechanische Kenngrößen verschiedener Stoffe. (a) Zähigkeit Z , Elastizitätsmodul \hat{E} und Reißfestigkeit $\hat{\sigma}_z$ sind logarithmisch in relativen Einheiten angegeben (nach Birchdall und Kelly 1983). (b) Reißfestigkeit ($\hat{\sigma}_z$) und Elastizitätsmodul (\hat{E}) verschiedener Stoffe. Die Reißfestigkeit ist durch die größte Länge L_{\max} ausgedrückt, die frei hängen kann ohne zu reißen (nach Kelly 1967).

Metalle liegen zwischen den Werten für Aluminium und Stahl, die meisten Nichtmetalle zwischen denen für Glas und Ton.

In der technischen und kristallographischen Literatur findet man oft den Begriff „Härte“, der etwa unserer Alltagsvorstellung entspricht. Man hat dafür eine Reihe verschiedener Definitionen und Meßverfahren entwickelt, die alle eine etwas andere „Härte“ liefern: Ritzen, Schleifen, Pressen, Schlagen, usw. Alle diese Härtemaße hängen jedoch in relativ komplizierter Weise mit den physikalischen Bestimmungsgrößen der Spannungs-Dehnungs-Kurve zusammen. Die gemessene Härte entspricht ungefähr der doppelten Reißspannung.

Selbstverständlich hängen alle Kenngrößen der Spannungs-Dehnungs-Kurve von der Temperatur ab, jedoch in sehr verschiedener Weise. Für die Anfangssteigung \hat{E}_{ideal} hatten wir das schon in Abbildung 15-7 gesehen. Hier war die Temperaturabhängigkeit eine Folge der Wärmebewegung der Kristallatome auf ihren Gitterplätzen. Bei den übrigen, auf Versetzungsbewegungen beruhenden Bestimmungsgrößen $\hat{\sigma}_{kr}$, $\hat{\sigma}_z$, $\hat{\epsilon}_{II}$ usw. (siehe Abb. 15-10) ist die Diffusion von Atomen und Leerstellen für die Temperaturabhängigkeit verantwortlich. Infolge der weitreichenden Spannungsfelder von Versetzungen werden Punktfehler von diesen angezogen oder abgestoßen (Abb. 15-17c). Die Wanderung von Punktfehlern ist ein Diffusionsprozeß, dessen Geschwindigkeit wie die Diffusionskonstante selbst meist exponentiell von der Temperatur abhängt (siehe Gl. 12-10).

Nachwirkung

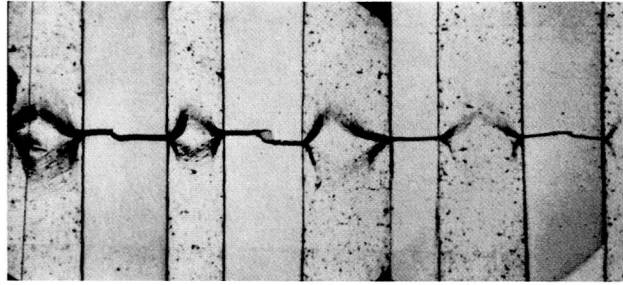


Abb. 15-23. Rißbildung in einem Verbundwerkstoff. Das Material besteht aus Wolframfasern (hell) in einer Kupfermatrix (dunkel). Es wurde durch eine vertikal angelegte Zugspannung bis zum Riß der Wolframfasern verformt. Man sieht, wie die Spannungsfelder an den Enden der Risse in der Kupfermatrix aufgefangen und unschädlich gemacht werden, ohne daß diese selbst ganz durchreißt (aus Kelly 1967).

Die Diffusion von Punktfehlern ist auch für die in Abbildung 15-9 erläuterten Nachwirkungs- und Hysteres-Erscheinungen verantwortlich, denn Diffusion braucht Zeit. Aus dem Verlauf der Nachwirkung (Abb. 15-9 b) und ihrer Temperaturabhängigkeit läßt sich auf die Art und Zahl der diffundierenden Punktfehler zurückschließen.

Am Schluß des vorigen Kapitels hatten wir kurz über Verbundwerkstoffe gesprochen. Sie werden heute vor allem wegen ihrer mechanischen Eigenschaften verwendet. Am wichtigsten ist dabei ihre hohe Zähigkeit und Zerreißfestigkeit (Abb. 15-22 a). Ein aus harten und weichen Bestandteilen zusammengesetzter Werkstoff bricht erst bei größerer Last als die harte Komponente allein, weil die weiche Komponente die in der harten entstehenden spröden Brüche „auffängt“ (Abb. 15-23). Die starken Spannungsfelder an den Enden der Risse in der harten Komponente werden in der weichen durch Verformung abgebaut. Auch kann die weiche Komponente an den Grenzflächen zur harten teilweise abgleiten, so daß durchgehende Risse vermieden werden. Aus der Kenntnis der Spannungs-Dehnungs-Kurven beider Komponenten und aus ihrer geometrischen Anordnung kann man das plastische Verhalten des Verbundmaterials weitgehend vorhersagen und so eine für verschiedene Verwendungszwecke optimale Kombination finden.

Verbundwerkstoffe

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel die wichtigste mechanische Eigenschaft der Festkörper, die Spannungs-Dehnungs-Beziehung besprochen. In fast idealen Kristallen, in Whiskern, verläuft sie mit nahezu konstanter Steigung, also relativ „uninteressant“. Der Kristall wird elastisch bis zum Bruch verformt. Der Bruch entsteht meist aufgrund eines zufällig vorhandenen Fehlers (Mikroriß). Die so beobachteten dehnungsabhängigen elastischen Konstanten kann man im Prinzip aus dem interatomaren Potential berechnen.

In realen Kristallen bestimmen die Versetzungen den komplizierten Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurve. Die Diffusion von Punktfehlern führt zu den Erscheinungen der Anelastizität, Nachwirkung und Hysteres. Im Bereich I der σ - ϵ -Kurve wandern die schon vorhandenen Versetzungen zur Oberfläche des Kristalls; diesen Vorgang nennt man Abgleitung. Im Bereich II behindern sich die in verschiedenen Gleitebenen beweglichen Versetzungen gegenseitig und werden aneinander aufgestaut. Im Bereich III

können die aufgestauten Versetzungen umeinander herumlaufen, was wieder zu einer verstärkten Dehnung führt. Der Kristall bricht schließlich durch das Zusammenwachsen von Mikrorissen. Diese entstehen durch Anhäufung von Leerstellen oder sind schon von Anfang an vorhanden. Die Leerstellen ihrerseits entstehen bei bestimmten Gleit- und Schneidprozessen von Versetzungen.

Da es im idealen Kristall keine Viskosität gibt, brauchen wir uns nicht mit mechanischen Transportvorgängen zu beschäftigen. Die Viskosität stark gestörter Kristalle und amorpher Festkörper ist zwar meßbar, aber sehr groß, $\eta > 10^{13,6} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Sie beruht auf der Diffusion von Punktfehlern in den Spannungsbereichen der Versetzungen und auf der Wanderung von Versetzungen im äußeren Spannungsfeld. Man kann solche komplizierten Vorgänge nur in grober Näherung aus dem interatomaren Potential berechnen und ist im wesentlichen auf experimentelle Befunde angewiesen (siehe Abb. 13-2 und 13-3). Bekannte Beispiele für die Viskosität von Festkörpern sind das Fließen von Gletschern und von Blei bei Verwendung als Baumaterial für Dächer und Glasfenster.

16 Thermische Eigenschaften der Festkörper

Wir behandeln in diesem Kapitel die Wärmekapazität, die Wärmeausdehnung, die Wärmeleitfähigkeit und die Diffusion. Während wir bei den mechanischen Eigenschaften weitgehend die Atome als kleinste Einheiten ansehen konnten, ist das bei den thermischen Stoffkonstanten nicht mehr ganz zulässig. In Substanzen mit freien Elektronen, in Halbleitern und Metallen, liefern die Elektronen einen separaten Beitrag zu den thermischen Eigenschaften. „Frei“ heißen diejenigen Elektronen, welche auch die metallische Bindung bewirken (siehe Abb. 8-12). Man kann die freien Elektronen und die zugehörigen Atomrümpfe bezüglich der thermischen Eigenschaften weitgehend unabhängig voneinander behandeln und ihre Beiträge am Schluß addieren. Das geht deshalb gut, weil die Atomrümpfe sich infolge ihrer größeren Masse unter dem Einfluß von Kräften viel langsamer bewegen als die Elektronen. Wenn man ein Atom etwas verschiebt, nehmen die Elektronen immer sehr schnell wieder ihre Gleichgewichtskonfiguration ein. Die Nachbaratome kommen dann erst viel langsamer nach. Die Zeitkonstanten der Bewegungen von Atomen und Elektronen unterscheiden sich um einen Faktor 100 bis 1000. Daher kann man die Bewegungsgleichungen für beide Teilchensysteme unabhängig voneinander lösen und kommt so oft zu einer quantitativ richtigen Beschreibung thermischer Stoffeigenschaften. Dieses Verfahren hat den Namen Born-Oppenheimer-Näherung.

Wir werden im folgenden wieder versuchen, die makroskopischen Materialkonstanten auf die Eigenschaften der Atome und Elektronen sowie auf die zwischen ihnen wirkenden Kräfte zurückzuführen. Dabei können wir die Rechnungen allerdings nicht vollständig durchführen. Wir werden hier jedoch zwei fundamentale neue Größen kennenlernen: die Dispersionsbeziehung und die Zustandsdichte. Diese beiden Größen benötigt man nicht nur zur Beschreibung fast aller thermischen Stoffeigenschaften, sondern auch der elektrischen, magnetischen und optischen. Wenn wir uns noch an die Thermodynamik erinnern, so wissen wir schon, was eine Zustandsdichte ist, und wofür man sie verwenden kann (siehe z. B. Abb. 10-1).

Von den thermischen Eigenschaften ist die Wärmekapazität heute wegen ihrer fundamentalen Bedeutung für die ganze Physik recht gut untersucht, und dank der Arbeiten von Einstein, Debye und Born für viele Kristalle auch im Detail berechenbar, insbesondere ihre Abhängigkeit von

der Temperatur und den anderen Feldgrößen. Dagegen wissen wir über die Transportprozesse wie Wärmeleitfähigkeit und Diffusion noch relativ wenig, weil wir hier nicht mit den erprobten Methoden der Gleichgewichtsthermodynamik arbeiten können. Andererseits hat die Wärmeleitfähigkeit große technische Bedeutung bei der Energieumwandlung. Es ist daher zu erwarten, daß beim Verständnis der Transportprozesse in nächster Zeit Fortschritte erzielt werden.

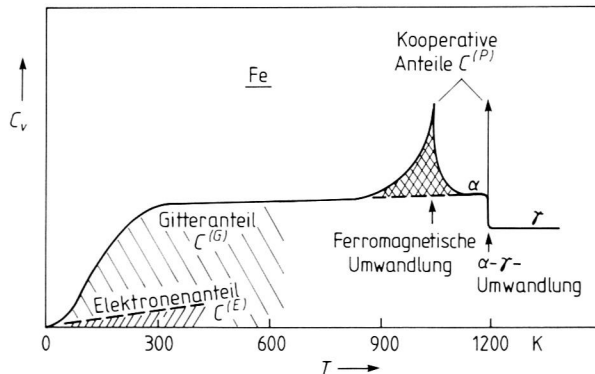
16.1 Die Wärmekapazität

Wir erinnern uns zunächst an die Definition der Wärmekapazität, nämlich $C_X \equiv (dQ/dT)_X$, wobei X eine konstant gehaltene Mengen- oder Feldgröße charakterisiert. Für konstantes Volumen ($X = V$) erhält man wegen des ersten Hauptsatzes, $dE = dQ - P dV$, die Beziehung $C_V = (dE/dT)_V$. Theoretisch am einfachsten zu behandeln ist C_V , die Wärmekapazität bei konstantem Volumen, während im Experiment meistens diejenige bei konstantem Druck, C_P bestimmt wird. Mit Hilfe der Thermodynamik kann man aber beide Größen ineinander umrechnen, es gilt $C_P = C_V + 9 \alpha_P^2 VT / \kappa_T$. Man braucht dazu allerdings die Werte der linearen isobaren Wärmeausdehnung α_P und der isothermen Kompressibilität κ_T .

Die innere Energie eines Festkörpers kann man sich aus drei Anteilen zusammengesetzt denken, aus der Schwingungsenergie der Atomrümpfe oder des Gitters $E^{(G)}$, aus der kinetischen Energie der freien Elektronen $E^{(E)}$ und aus der kooperativen Wechselwirkungs-Energie $E^{(P)}$ zwischen Atomrümpfen und Elektronen, wechselseitig oder untereinander. Entsprechend läßt sich die Wärmekapazität in drei Anteile zerlegen:

$$C^{\text{ges}} = C^{(G)} + C^{(E)} + C^{(P)} = \left(\frac{\partial E^{(G)}}{\partial T} \right) + \left(\frac{\partial E^{(E)}}{\partial T} \right) + \left(\frac{\partial E^{(P)}}{\partial T} \right). \quad (16-1)$$

Bei einer Temperaturerhöhung wächst die Schwingungsenergie der Atome im Kristallgitter, und auch die kinetische Energie der freien Elektronen nimmt zu. In Abbildung 16-1 sind diese drei Anteile am Temperaturverlauf der Wärmekapazität von Eisen erläutert.



Beiträge zur Wärmekapazität

Abb. 16-1. Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität von Eisen im festen Zustand (schematisch). Der Elektronenanteil entspricht der gestrichelten Gerade bei tiefer Temperatur, der magnetische Wechselwirkungsanteil dem kreuzweise schraffierten Bereich zwischen etwa 700 und 1100 K (Curiepunkt bei 1043 K). Bei 1179 K wandelt sich der kubisch-raumzentrierte Kristall (α -Phase) in einen kubisch flächenzentrierten um (γ -Phase). Die Wärmekapazität geht hier gegen Unendlich, weil sich die Energie des Kristalls bei einer festen Temperatur sprunghaft ändert.

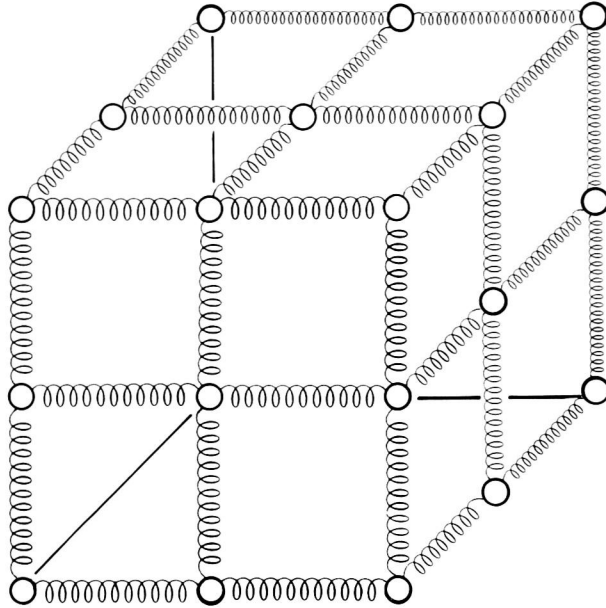


Abb. 16-2. Federmodell eines Kristallgitters.

Der Gitteranteil ist der wichtigste, erstens weil er im Gegensatz zu dem der Elektronen und zum Wechselwirkungsanteil in allen Festkörpern vorhanden ist, zweitens weil er meistens der größte ist. Betrachten wir ein einfaches Gittermodell (Abb. 16-2), in dem die Kräfte zwischen den Atomen durch Federn dargestellt sind. Die thermische Energie steckt in den Schwingungen der Atome um ihre Gleichgewichtslagen, und zwar in der kinetischen Energie der schwingenden Massen und in der potentiellen Energie der gespannten Federn. Wir stehen vor der Aufgabe, die Temperaturabhängigkeit dieser Energien zu berechnen. Das erscheint zunächst als ein ganz unlösbares Problem, denn die Atome können ja in jeder beliebigen Richtung und mit jeder beliebigen Amplitude schwingen – so meint man. Es war das Verdienst von Einstein, Debye und Born erkannt zu haben, daß dem nicht so ist; und sie haben das Problem tatsächlich gelöst.

Die Gesamtenergie eines Systems der in Abbildung 16-2 dargestellten Art ergibt sich durch Addition der Energien aller angeregten Schwingungen, und man kann sie folgendermaßen schreiben:

$$E^{(G)} = \sum_{\varepsilon=0}^{\varepsilon_{\max}} \varepsilon \cdot f(\varepsilon, T) \cdot g(\varepsilon) d\varepsilon \approx \int_0^{\varepsilon_{\max}} \varepsilon \cdot f(\varepsilon, T) \cdot g(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (16-2)$$

Hierbei ist ε die Energie einer einzelnen Schwingung (Mode) mit fester Frequenz, ε_{\max} der größtmögliche Wert derselben, $g(\varepsilon)d\varepsilon$ die Zahl der möglichen Schwingungszustände mit einer Energie zwischen ε und $\varepsilon + d\varepsilon$, und $f(\varepsilon, T)$ die thermische Besetzungswahrscheinlichkeit derselben (Abb. 16-3). Die Größe $g(\varepsilon)$, die Zahl der Zustände pro Energieintervall $d\varepsilon$ wird Zustandsdichte genannt; sie hat die Dimension J^{-1} (vergl. Abb. 10-1).

Zur Berechnung von $E^{(G)}$ nach Gleichung (16-2) hat Einstein das Quantenpostulat $\varepsilon = \hbar \omega$ eingeführt mit der Planck-Konstante $\hbar = h/2\pi$ und der Kreisfrequenz ω . Es besagt, daß die Energie der Gitterschwingungen quantelt und proportional zu ihrer Frequenz ist, wie beim harmonischen Oszillator oder beim Licht. Für $f(\varepsilon, T)$ nimmt man die aus der Thermodynamik bekannte Verteilungsfunktion, die Bose-Verteilung für Teilchen mit

Gitteranteil

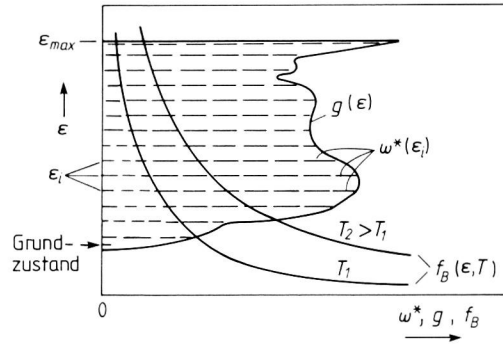


Abb. 16-3. Energieniveauschema, Zustandsdichte und Verteilungsfunktion für Gitterschwingungen (schematisch). Die horizontalen Striche symbolisieren die nach den Gesetzen der Quantenphysik erlaubten Energiezustände. Die Größe $\omega^*(\epsilon_i)$ ist die Zahl der Zustände bei einer bestimmten Energie ϵ_i ; $g(\epsilon) d\epsilon = (1/d\epsilon) \int_{\epsilon}^{\epsilon+d\epsilon} \omega^*(\epsilon') d\epsilon'$ ist eine Summe über $\omega^*(\epsilon)$, nämlich die Zahl der Zustände zwischen ϵ und $\epsilon + d\epsilon$; $g(\epsilon)$ wird Zustandsdichte genannt. $f_B(\epsilon, T)$ ist die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands, für Gitterschwingungen, die aus der Thermodynamik bekannte Bose-Verteilung $f_B = 1/(e^{\epsilon/kT} - 1)$. Sie geht für $f_B \ll 1$ bzw. für $\epsilon \gg kT$ in die klassische Boltzmann-Verteilung $f = e^{-\epsilon/kT}$ über. Die obere Grenzenergie ϵ_{\max} wird durch die Kristallstruktur bestimmt. Bei ϵ_{\max} ist die Wellenlänge der Schwingung gleich dem Doppelten der Gitterkonstante.

ganzzahligem Spin $f_B(\epsilon, T) = 1/(e^{\epsilon/kT} - 1)$. Sie tritt immer dann an die Stelle der Boltzmann-Verteilung, wenn man quantenphysikalisch rechnen muß, zum Beispiel bei Energien, die vergleichbar mit kT sind.

Debye hat die Zustandsdichte $g(\epsilon)$ für ein Kontinuum näherungsweise berechnet, und Born hat dies für einen Kristall exakt getan. Es würde uns zu weit führen, diese Rechnung hier nachzuvollziehen. Das ist ein ähnliches Problem, wie wir es aus der Wärmelehre von der Berechnung der Energiezustände in einem idealen Gas kennen (siehe Abb. 10-1). Man muß zu diesem Zweck die nach den Regeln der Quantenmechanik in einem Kristall möglichen Schwingungsmoden abzählen. Sein Schwerpunkt und die Atome an der Oberfläche müssen in Ruhe bleiben; der Kristall darf sich nicht drehen. Dabei ist zu beachten, daß es eine obere Grenzenergie $\epsilon_{\max} = \hbar \omega_{\max}$ gibt, bei der jeweils benachbarte Atome gegensinnig schwingen. Alle anderen Schwingungsformen haben niedrigere Energie, weil dann die relativen Auslenkungen benachbarter Atome kleiner sind.

Das Ergebnis einer solchen Rechnung zeigt die Abbildung 16-4. Hier ist statt $g(\epsilon)$ die Funktion $g(\omega)$ dargestellt. Zur Berechnung benötigt man die Schwingungsenergie $\epsilon = \hbar \omega$, die zu einer bestimmten Wellenlänge λ bzw. zu einem bestimmten Wellenvektor $|\mathbf{K}| = 2\pi/\lambda$ *) gehört, der in den Kristall unter Berücksichtigung der genannten Abzählbedingungen „hineinpaßt“. Diesen Zusammenhang liefert die sogenannte Dispersionsrelation $\omega = f_1(|\mathbf{K}|)$ bzw. $|\mathbf{K}| = f_2(\omega)$. Die Zustandszahl berechnet sich dann durch Integration derselben über einen Frequenzbereich $d\omega$, wobei V das Kristallvolumen ist:

$$g(\omega) d\omega = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{\omega}^{\omega+d\omega} d^3 \mathbf{K}(\omega'). \quad (16-3)$$

*) Den Wellenvektor der Gitterschwingungen bezeichnen wir mit \mathbf{K} , um ihn von demjenigen (\mathbf{k}) der an ihnen gestreuten Teilchen zu unterscheiden (siehe Abb. 16-7).

Zustandsdichte

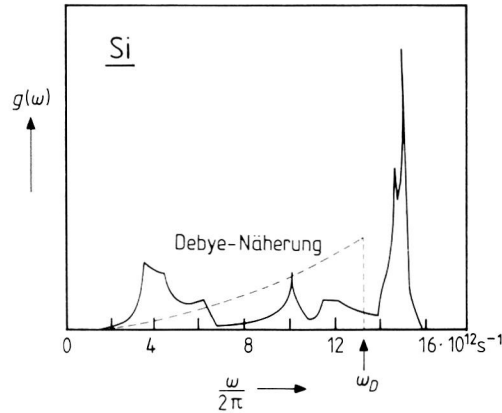


Abb. 16-4. Zustandsdichte der Gitterschwingungen in Silizium. Die durchgezogene Kurve wurde mittels Gittertheorie berechnet, die gestrichelte ist die Debye-Näherung $g_D(\omega) = V \omega^2 / 2 \pi^2 v_s^3$ (Dimension s), v_s Schallgeschwindigkeit, $\omega_D = \sqrt[3]{6 \pi^2 v_s^3 N/V}$ Debye-Grenzfrequenz, V Kristallvolumen, N Anzahl der Elementarzellen des Kristalls. Die Debye-Näherung wird so bestimmt, daß die Fläche unter der gestrichelten Kurve gleich derjenigen unter der durchgezogenen ist. Sie ist eine Kontinuums-Approximation für Wellenlängen, die groß sind gegen die Gitterkonstante; dann gilt $\lambda \cdot v = v_s$ bzw. $|\mathbf{K}| = \omega/v_s$. Setzt man dies in Gleichung (16-3) für $g(\omega)$ ein, so erhält man den oben genannten Ausdruck für $g_D(\omega)$ (nach Ibach und Lüth 1981).

Wir können diese Gleichung hier leider nicht herleiten. Die Dispersionsbeziehung $\omega(|\mathbf{K}|)$ lautet zum Beispiel für ein eindimensionales Gitter mit Wechselwirkungen nur zwischen nächsten Nachbarn $\omega = \sqrt{4\zeta/m} \sin(|\mathbf{K}|a/2)$; $\zeta = (\partial^2 U / \partial R^2)_{R_0}$, m Atommasse, a Gitterkonstante, U interatomares Potential, R_0 Gleichgewichtsabstand (siehe Abb. 15-1).

Fassen wir nun zusammen: Aus dem interatomaren Potential $U(R)$ kann man die Dispersionsbeziehung $\omega(\mathbf{K})$ berechnen, aus dieser die Zustandsdichte $g(\omega)$, aus dieser wiederum die Schwingungsenergie $E^{(G)}$ des Gitters (Gl. 16-2), und aus dieser schließlich durch Differenzieren nach der Temperatur $C_V^{(G)}$. Wir haben die Wärmekapazität damit auf das interatomare Potential zurückgeführt, das sich ja in ganz einfachen Fällen aus den Grundgesetzen berechnen läßt (siehe Kap. 8). Das Ergebnis der Berechnung kann man nicht in geschlossener Form angeben wegen der komplizierten Gestalt der $g(\omega)$ -Kurve (Abb. 16-4). Wir betrachten daher die sogenannte Debye-Näherung aus dieser Abbildung und erhalten nach einiger Rechnung:

$$C_V^{(G)}(T) = \frac{3 V \hbar^2}{2 \pi^2 v_s^3 k T^2} \int_0^{\omega_D} \frac{\omega^4 e^{\hbar\omega/kT}}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2} d\omega, \quad (16-4)$$

mit der Debye-Frequenz $\omega_D = \sqrt[3]{6 \pi^2 v_s^3 N/V}$ (N Anzahl der primitiven Elementarzellen des Gitters, v_s Schallgeschwindigkeit). Das Integral in dieser Gleichung läßt sich nur bei tiefen und hohen Temperaturen in

geschlossener Form auswerten und liefert für $T \ll \Theta \equiv \frac{\hbar v_s}{k} \sqrt[3]{6 \pi^2 N/V}$ die Beziehung $C_V = AT^3$ mit einer in erster Näherung temperaturunabhängigen Konstanten A . Für $T \gg \Theta$ ergibt sich $C_V = 3 N k$, der bekannte Wert von $3 R$ pro Mol für $N = N_A$. Die Größe Θ heißt Debye-Temperatur. Das Einmünden in $C_V = 3 R$ pro Mol für $T \gg \Theta$ ist die Regel von Dulong und Petit. Die Güte aller bisher vorgenommenen Näherungen zeigt Abbildung 16-5. Man kann die hier formal eingeführte Größe Θ in der Weise deuten, daß bei $T = \Theta$ alle erlaubten Schwingungszustände in der Probe gleichmäßig angeregt sind.

Die einzelnen Schwingungsmoden eines Kristallgitters nennt man auch Phononen (vom griechischen φωνή: Ton). Man kann ihnen einen Teilchencharakter zuschreiben, denn sie transportieren Energie und Impuls. Phononen spielen in der gesamten Festkörperphysik eine wichtige Rolle, zum Beispiel sind sie für einen Teil des elektrischen Widerstands verantwortlich,

Phononen

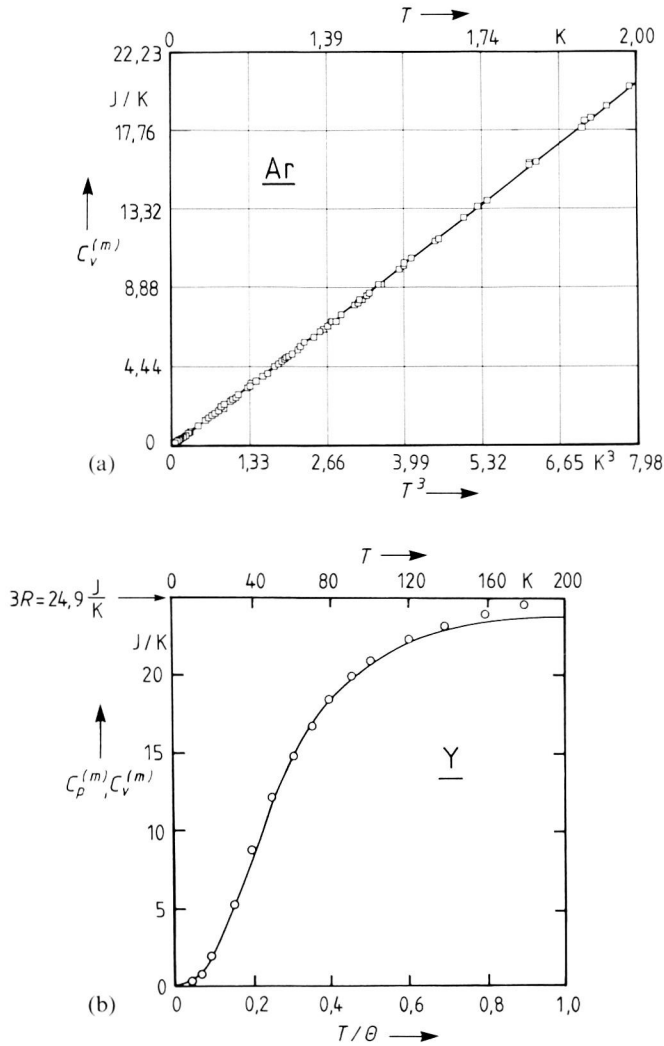


Abb. 16-5. Temperaturverlauf des Gitteranteils der Wärmekapazität. (a) Spezifische Molwärme $C_V^{(m)} \equiv C_V/\tilde{v}$ (\tilde{v} Molzahl) von festem Argon. Die Gerade ist die Debye-Näherung für $T \ll \Theta = 92$ K, $C_V \sim T^3$ (nach Kittel 1971). (b) Spezifische Molwärme von Yttrium; $\Theta = 200$ K. Die Meßpunkte für $C_p^{(m)}$ und die durchgezogene Kurve, die Debye-Näherung (16-4) für $C_V^{(m)}$, weichen bei hohen Temperaturen wegen der endlichen Wärmeausdehnung etwas voneinander ab (nach Blakemore 1974).

für die optischen Eigenschaften von Ionenkristallen, für die Zerstörung der magnetischen Ordnung mit wachsender Temperatur, und für den Übergang von der Supraleitung zur Normalleitung. Zwei Arten von Phononen sind in Abbildung 16-6 schematisch dargestellt. Es erfordert sicher einige Phantasie solche Gebilde als Teilchen anzusehen, denn sie sind nicht Übermäßig gut lokalisiert. Die typischen Energien der Phononen liegen bei Raumtemperatur im Bereich von 10^{-22} bis 10^{-21} J (10^{-3} bis 10^{-2} eV), die Frequenzen zwischen 10^{12} und 10^{13} s⁻¹, die Wellenvektoren zwischen 10^6 und 10^8 cm⁻¹ bzw. die Wellenlängen zwischen 10^{-8} und 10^{-6} cm.

Die Dispersionsbeziehung $\omega(\mathbf{K})$ der Phononen kann man durch unelastische Streuung von Teilchen oder Lichtquanten an den schwingenden Atomen des Gitters messen. Bei diesem Vorgang wird ein Kristallatom angestoßen und schwingt dann unter dem Einfluß der Kräfte seiner Nachbarn weiter. Die Schwingungsbewegung greift auf die Nachbaratome über und pflanzt sich so im Gitter fort (Abb. 16-7). Die Richtung von \mathbf{K} läßt sich durch Messung der Einfalls- und Ausfalls-Richtung (\mathbf{k}_0 bzw. \mathbf{k}) des gestreuten Teilchens bestimmen; die Beträge von \mathbf{K} und ω durch Messung der Wellenlängen- bzw. Energiedifferenz zwischen einfallendem und aus-

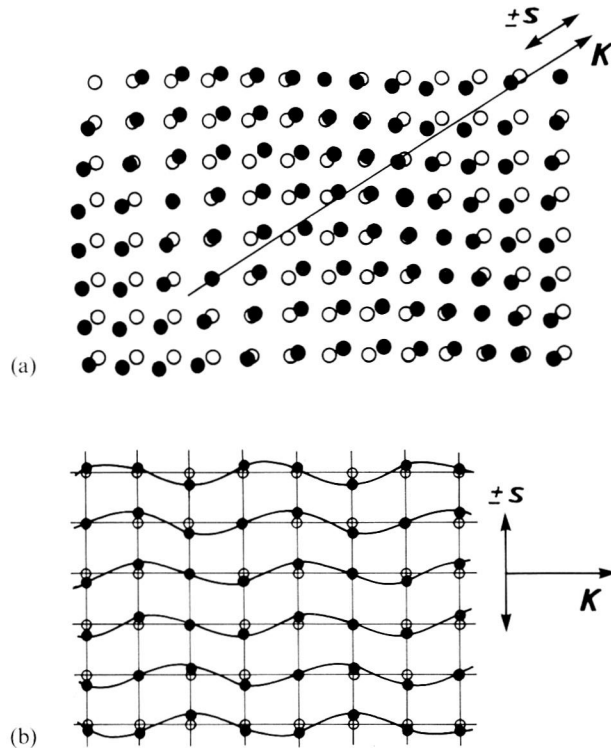


Abb. 16-6. Phononen. Offene Kreise: Gitterplätze der ruhenden Atome; gefüllte Kreise: Momentaufnahme der schwingenden Atome (nach Ziman 1967). (a) Ein longitudinales Phonon. Der Schwingungsvektor \mathbf{s} der Atome liegt parallel zur Ausbreitungsrichtung \mathbf{K} der Welle. (b) Ein transversales Phonon; \mathbf{s} steht senkrecht auf \mathbf{K} .

fallendem Teilchen (siehe Abb. 5-14). Am besten eignen sich für solche Experimente Röntgenquanten oder Neutronen (Abb. 16-8).

Vor Kurzem ist es sogar gelungen, Phononen direkt zu „sehen“. Abbildung 16-9 zeigt ein solches Bild. Ein würfelförmiger Germanium-Einkristall wurde an seiner Rückseite durch Laserblitze kurzzeitig erhitzt. Dann breiten sich von dort her Phononen in bestimmten kristallographischen Richtungen bevorzugt aus, nämlich in solchen, wo die Krümmung der $\omega(\mathbf{K})$ -Fläche besonders klein ist. Die Ankunftsstellen dieser gebündelten Phononen auf den übrigen Kristallflächen werden mittels eines supraleitenden Bolometers punktweise registriert, und die Phononenintensität wird in Helligkeitswerte umgewandelt.

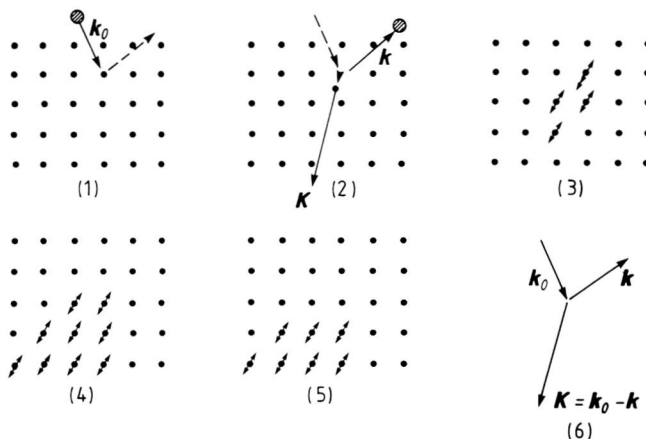


Abb. 16-7. Anregung von Phononen bei einem Streuprozess. Die Teilbilder (1) bis (5) sind aufeinanderfolgende Momentaufnahmen des Gitters; (6) ist ein Vektordiagramm des Streuvorgangs. Der schraffierte Kreis bezeichnet das gestreute Teilchen.

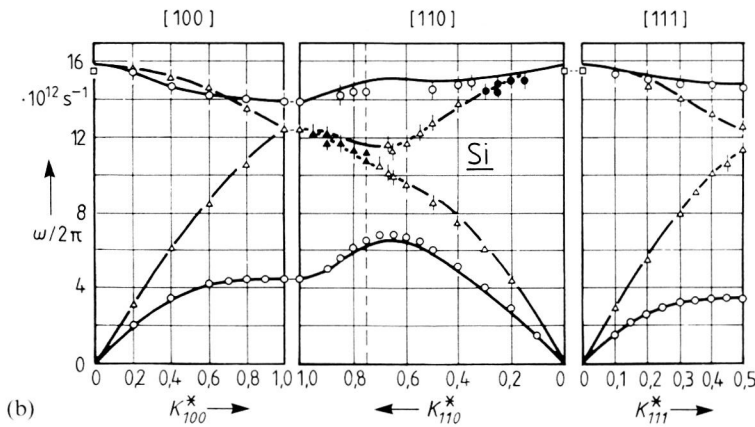
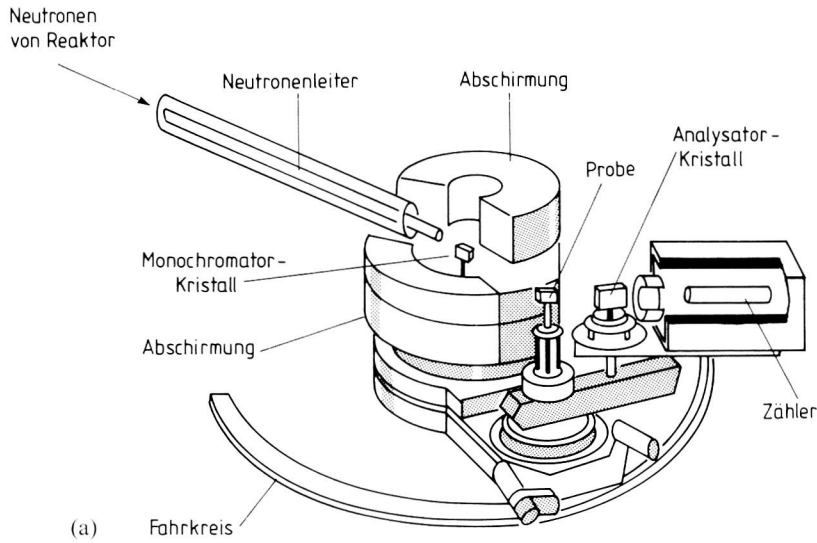


Abb. 16-8. Neutronendiffraktometrie zur Untersuchung von Kristallen. (a) Schnittbild eines Dreiachsens-Spektrometers am Forschungsreaktor in Chalk River (Canada). Die drei vertikalen Drehachsen befinden sich am Ort von Monochromatorkristall, Probe und Analysatorkristall (nach Kittel 1971). (b) Dispersionskurven $\omega(\mathbf{K})$ für die drei Hauptrichtungen in Silizium, gemessen mittels inelastischer Neutronenstreuung. Die durchgezogenen Kurven sind mit einem Gittermodell berechnet. Bei den durch den Nullpunkt gehenden Dispersionskurven schwingen benachbarte Atome gleichphasig (akustische Phononen), bei den anderen Dispersionskurven gegenphasig (optische Phononen). Die Schwingungsrichtung der Atome relativ zu \mathbf{K} ist longitudinal (Δ) oder transversal (\circ). \mathbf{K} ist in Einheiten der Basisvektoren des Gitters angegeben ($K_{hkl}^* \equiv K_{hkl} (2\pi/a_{hkl})$; a_{hkl} Gitterkonstante in Richtung $[h, k, l]$) (nach Cochran 1973).

Ein besonders interessanter Streuprozess am Kristallgitter ist der Mößbauer-Effekt. Dabei werden γ -Quanten von Atomkernen emittiert oder absorbiert, ohne daß die einzelnen Kerne dabei einen Rückstoß erfahren. Wie ist das möglich? Der Impuls eines γ -Quants mit der Energie E_γ beträgt $p_\gamma = E_\gamma/c$. Bei der Emission eines solchen Quants aus einem Atomkern (siehe Kap. 6) muß dieser aus Impulserhaltungsgründen einen entgegengesetzten Impuls vom Betrag $p_k = p_\gamma$ bekommen. Das entspricht einer Rückstoßenergie $E_r = p_k^2/2m_k = E_\gamma^2/2m_k c^2$ (m_k Kernmasse). Für eine γ -Energie von 10^{-14} J (≈ 100 keV) und einen Atomkern der Masse 10^{-25} kg ergibt das $E_r \approx 5 \cdot 10^{-21}$ J ($\approx 3 \cdot 10^{-2}$ eV). Wenn nun das Energieniveauschema der Phononen keine entsprechenden Anregungen erlaubt, das heißt, wenn die passende Energiedifferenz $\Delta E = E_r$ im Niveauschema (siehe Abb. 16-3) nicht vorkommt, kann der betreffende Atomkern den Rückstoß nicht aufnehmen. Als Folge davon wird das γ -Quant rückstoßfrei emittiert, das heißt, es besitzt die gesamte Energiedifferenz E_z des Zerfalls vom Mutter- zum Tochterkern (Abb. 16-10 a). Im Gegensatz dazu haben „normale“ γ -Quanten, die von Atomkernen in Gasen, Flüssigkeiten oder Fest-

Mößbauer-Effekt

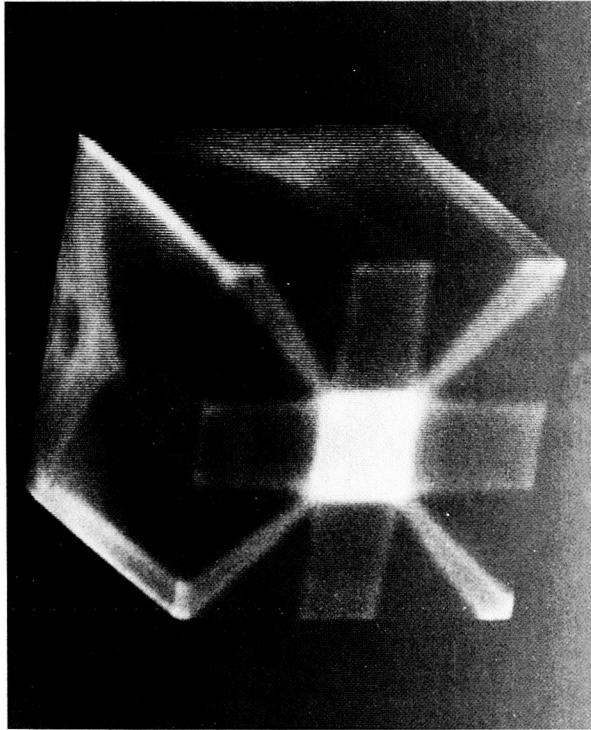


Abb. 16-9. Sichtbarmachung von Phononen. Ein Germanium-Einkristall von 1 cm^3 Größe wird bei $T = 1,9\text{ K}$ von links hinten mit Laser-Impulsen von 200 ns Dauer auf einer Fläche von $100 \cdot 100\text{ }\mu\text{m}$ bestrahlt. Die momentane Temperaturerhöhung beträgt dort 10 bis 20 K . Die Intensität der auf den anderen Kristallflächen ankommenden Phononen mit Frequenzen $\omega \lesssim 2 \cdot 10^{12}\text{ s}^{-1}$ wird mittels eines supraleitenden Bolometers von $200 \cdot 200\text{ }\mu\text{m}$ Fläche registriert und in Helligkeitsunterschiede umgewandelt (aus Wolfe 1980).

körpern mit entsprechenden Anregungsmöglichkeiten emittiert werden, eine um den Rückstoß verminderte Energie $E'_\gamma = E_z - E_r$.

Es scheint so, als hätten wir bei unserer Überlegung den Impulssatz verletzt, denn wo ist der fehlende Impuls bei der rückstoßfreien Emission geblieben? Er ist selbstverständlich vorhanden. Er wird nur nicht von einem einzelnen Atomkern, sondern vom ganzen Kristall (Masse M), eventuell von der ganzen Erde aufgenommen. Die Rückstoßenergie E_r ist aber in diesem Fall viel, viel kleiner, nämlich gleich $E_\gamma^2/2Mc^2$, das heißt für $M = 1\text{ g}$ etwa $5 \cdot 10^{-43}\text{ J}$. Das ist aber gegenüber E_z mit der Größenordnung 10^{-14} J sicher vernachlässigbar, also gilt $E_\gamma \approx E_z$. In diesem Sinne spricht man von „rückstoßfreier“ Emission.

Der von R. Mößbauer 1956 entdeckte Effekt (Nobelpreis 1961) kann dazu verwendet werden, um sehr geringe Energiedifferenzen von der relativen Größe $\Delta E/E \approx 10^{-15}$ zu messen. Man läßt zu diesem Zweck das rückstoßfrei emittierte γ -Quant auf einen in einem anderen Kristall gebundenen Kern K^* treffen, um ihn anzuregen. Das γ -Quant kann aber von diesem nur absorbiert werden, wenn K^* exakt die gleichen Energieniveaus hat wie der Kern K , der das Quant emittiert hat. Man spricht dann von Resonanzabsorption. Sitzt der Kern K^* in einer etwas anderen Umgebung als K , oder bewegt er sich auch nur ganz langsam, so kann keine Absorption mehr stattfinden, weil E_γ dann nicht mehr in das Energieniveauschema von K^* paßt (Abb. 16-10b). Das Ausbleiben der Absorption läßt sich relativ leicht messen. Da die γ -Linien außerordentlich scharf sind, kann man die Resonanzabsorption zwischen emittierendem und absorbierenden Kern schon durch geringste Energiedifferenzen verhindern. (Die natürliche Linienbreite $\delta E \approx \hbar/\tau$ ist für eine Lebensdauer τ des angeregten Zustands von 100 Tagen in der Größenordnung 10^{-40} J .) Zum Beispiel erzeugt die Bewegung eines der beiden Kerne mit einer Geschwindig-

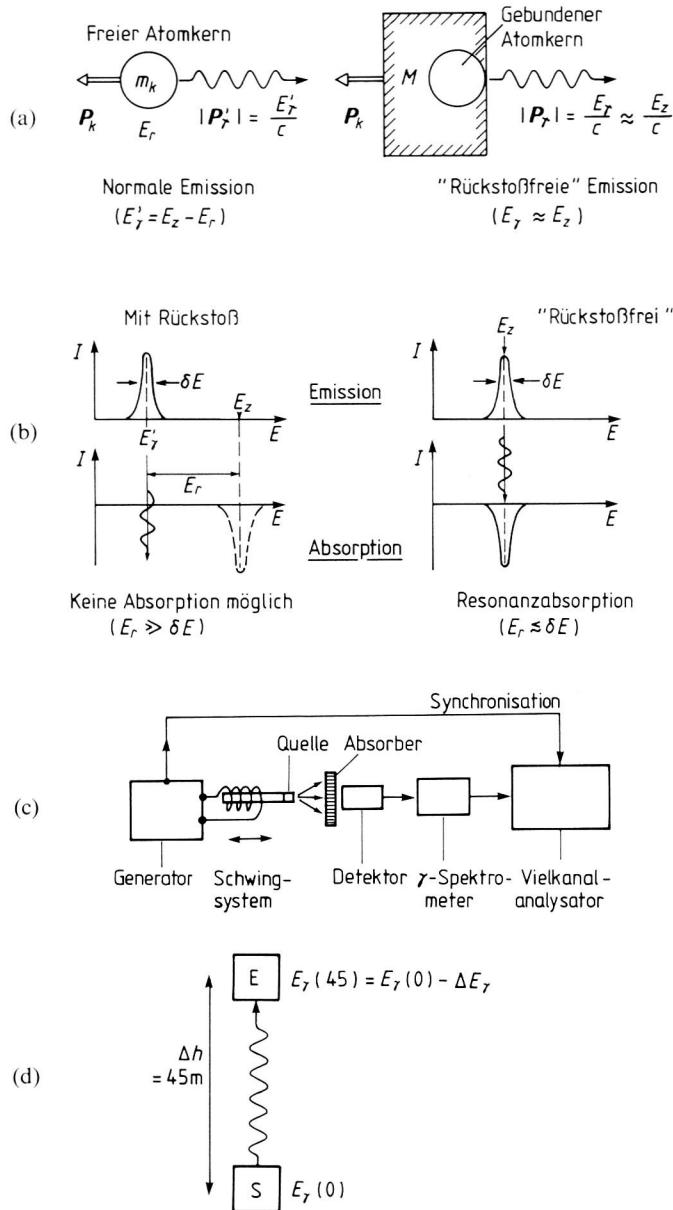


Abb. 16-10. Der Mößbauer-Effekt. (a) Normale und rückstoßfreie γ -Emission (Bezeichnungen siehe Text). (b) Intensitätsverteilung $I(E)$ bei der normalen Emission bzw. Absorption und bei der rückstoßfreien Resonanzabsorption. E_r ist die Rückstoßenergie des emittierenden Atomkerns, δE die natürliche Linienbreite. (c) Apparatur für Mößbauer-Untersuchungen mit bewegter Quelle (nach Lenk und Gellert 1974). (d) Experiment von Pound und Rebka (1960) zur Bestimmung der Gravitationsrotverschiebung von γ -Quanten im Schwerfeld der Erde. Sender S und Empfänger E haben eine Höhendifferenz von 45 m. Die Arbeit ΔE_γ , die geleistet werden muß um die relativistische Masse $m_\gamma = E_\gamma/c^2$ des Quants um die Höhe Δh zu heben, beträgt $m_\gamma g \Delta h$ (g Erdbeschleunigung). Für $\Delta h = 45 \text{ m}$ und $E_\gamma = 10^{-14} \text{ J}$ erhält man $\Delta E_\gamma/E_\gamma = 4,9 \cdot 10^{-15}$. Diese geringe Energiedifferenz ist mit Hilfe des Mößbauer-Effekts auf etwa 0,01 Prozent genau meßbar und entspricht der berechneten Größe. Bei dem Experiment handelt es sich um die genaueste bisher bekannte Bestätigung einer Aussage der allgemeinen Relativitätstheorie.

keit von 1 cm/s eine Differenz ihrer kinetischen Energie ΔE_k von $m_k v^2/2 \approx 5 \cdot 10^{-30} \text{ J}$ bzw. eine relative Energiedifferenz $\Delta E_k/E_\gamma \approx 5 \cdot 10^{-16}$. Eine solche Energiedifferenz ist bereits ausreichend um die Resonanzabsorption zu verhindern. Auf diese Weise (Abb. 16-10c) sind in den letzten Jahren eine große Zahl sehr genauer Energiemessungen in Festkörpern durchgeführt worden; Beispiele sind die magnetische Hyperfeinstruktur, die Quadrupolaufspaltung, die Isomerieverschiebung, die Lebensdauer angeregter Kerne, usw. Wohl das sensationellste Mößbauer-Experiment war jedoch die Messung der Gravitationsrotverschiebung im Schwerfeld der Erde (Abb. 16-10d), die 1960 von R. V. Pound und G. A. Rebka zum ersten Mal durchgeführt wurde.

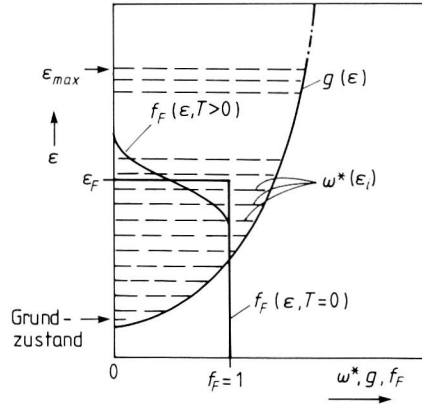


Abb. 16-11. Energieniveaus, Zustandsdichte und Fermi-Verteilung für freie Elektronen (schematisch). Die horizontalen Striche symbolisieren die quantenphysikalisch zulässigen Energiezustände. Die Zustandsdichte $g(\varepsilon)$ bezeichnet die Zahl $g(\varepsilon)d\varepsilon$ der Zustände im Energieintervall von ε bis $\varepsilon + d\varepsilon$, dividiert durch $d\varepsilon$; die Größe $\omega^*(\varepsilon_i)$ gibt die Zahl der Zustände bei einer bestimmten Energie ε_i an (vgl. Abb. 16-3). Die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands ist im Fall freier Elektronen die Fermi-Verteilungsfunktion $f_F = 1/(e^{(\varepsilon - \mu)/kT} + 1)$. Die Fermi-

Energie ε_F beträgt $\frac{h^2}{2m_e} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{2/3} \equiv \frac{m_e}{2} v_F^2$; v_F ist die Fermigeschwindigkeit, etwa 10^6 m/s,

und μ ist das chemische Potential, das für $T = 0$ mit ε_F übereinstimmt; N ist die Anzahl der freien Elektronen im Volumen V des Kristalls. Die Fermi-Verteilung geht wie die Bose-Verteilung von Abbildung 16-3 für den Grenzfall $f_F \ll 1$ bzw. $\varepsilon \gg kT$ in die klassische Boltzmann-Verteilung $f = e^{-\varepsilon/kT}$ über. Die obere Grenzenergie ε_{\max} ist hier nicht durch die Struktur des Kristalls bestimmt, sondern ist gleich der Bindungsenergie der Elektronen im Kristall.

Nach diesem Ausflug in das Gebiet der Phononen kehren wir zur Wärmekapazität zurück. Den Betrag der Elektronen zur Wärmekapazität kann man, ähnlich wie den der Phononen, aus Gleichung (16-2) erhalten, indem man dort die entsprechenden Ausdrücke für die Elektronen einsetzt und nach der Temperatur differenziert, also

Elektronenanteil

$$C_V^{(E)} = \left(\frac{dE^{(E)}}{dT} \right)_V = \frac{d}{dT} \left(\sum_{\varepsilon=0}^{\varepsilon_{\max}} \varepsilon \cdot f(\varepsilon, T) \cdot g(\varepsilon) d\varepsilon \right)_V \quad \text{bzw.} \quad (16-5)$$

$$\approx \frac{d}{dT} \left(\int_0^{\varepsilon_{\max}} \varepsilon \cdot f(\varepsilon, T) \cdot g(\varepsilon) d\varepsilon \right)_V.$$

Für die Verteilungsfunktion ist jetzt die Fermi-Verteilung $f_F(\varepsilon, T) = (e^{(\varepsilon - \mu)/kT} + 1)^{-1}$ einzusetzen (Abb. 16-11), weil Elektronen Spin-1/2-Teilchen sind. *) Die Zustandsdichte für freie Elektronen kann man ebenfalls durch Abzählen der möglichen Zustände in einem Energiebereich von ε bis $\varepsilon + d\varepsilon$ erhalten mit dem Ergebnis

$$g(\varepsilon) = \frac{V}{2\pi^2 \hbar^3} (2m_e)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} \quad (16-6)$$

(m_e Elektronenmasse, V Kristallvolumen). Wir können diese Abzählung hier genau so wenig im Detail durchführen wie bei den Phononen. Sie ist

*) Die Größe μ , das sogenannte chemische Potential, ist die Energie, die man aufwenden muß oder gewinnt, wenn man einem System bei konstantem Volumen und bei konstanter Entropie ein Teilchen hinzufügt. Dabei bringt dieses Teilchen selbst keine Energie mit.

elementar, aber etwas langwierig und wird in der Wärmelehre oder in der Quantenphysik behandelt.

Setzt man die Ausdrücke für $f_F(\varepsilon, T)$ und $g(\varepsilon)$ in Gleichung (16-5) ein, so erhält man ein Integral, das sich für tiefe Temperaturen $T \ll T_F$ auswerten läßt. T_F ist die Fermi-Temperatur, die der Fermi-Energie $\varepsilon_F = k T_F$ entspricht, bei welcher die Fermi-Verteilung $f_F(\varepsilon, T)$ (Abb. 16-11) ihren Wendepunkt besitzt. Man erhält so $T_F = (\hbar^2/2 k m_e)(3 \pi^2 N/V)^{2/3}$ (N Anzahl der freien Elektronen im Kristallvolumen V). T_F beträgt für die meisten Metalle einige 10^4 K; das entspricht einer Elektronenenergie ε_F von einigen 10^{-19} J (einigen eV). Man setzt außerdem noch $\mu = k T_F$, was für $T \ll T_F$ erlaubt ist, und erhält schließlich

$$C_V^{(E)} = \frac{\pi^2}{2} N k \frac{T}{T_F} = \frac{k^2 m_e}{\hbar^2} \left(\frac{\pi V \sqrt{N}}{3} \right)^{2/3} T \equiv \gamma T. \quad (16-7)$$

Diese lineare Temperaturabhängigkeit der elektronischen Wärmekapazität von Metallen und Halbleitern für tiefe Temperaturen ist experimentell sehr gut bestätigt (Abb. 16-12). Damit haben wir auch den Anteil der Elektronen an der Wärmekapazität auf Eigenschaften der Teilchen und ihrer Wechselwirkungen zurückgeführt.

Wir müssen nun noch den dritten Beitrag in Gleichung (16-1) besprechen, den kooperativen Anteil $C^{(p)}$ der Wärmekapazität. Er tritt immer dann auf, wenn sich die Wechselwirkung zwischen den Bestandteilen des Kristalls, also den Atomrümpfen und den Elektronen, mit der Temperatur plötzlich ändert. Das kann auf sehr verschiedene Arten geschehen: Es kann sich die Anordnung der Atome im Gitter verändern (Gitterumwandlung), es können sich elektrische oder magnetische Momente ordnen (Ferroelektrika, Ferromagnetika), es können sich die Impulse der Elektronen oder der Atome ordnen (Supraleitfähigkeit, Supraflüssigkeit) usw. In allen diesen Fällen, die als Phasenübergänge bezeichnet werden, führt die mit einer Temperaturveränderung verbundene Variation oder Wechselwirkungsenergie zu einem extra Beitrag zur Wärmekapazität (siehe Abb. 16-1).

Diesen Beitrag und seine Abhängigkeit von der Temperatur sowie von den anderen Feldgrößen kann man nur dann berechnen, wenn die Energie der Wechselwirkung als Funktion der Feldgrößen genau bekannt ist. Das

Kooperativer Anteil

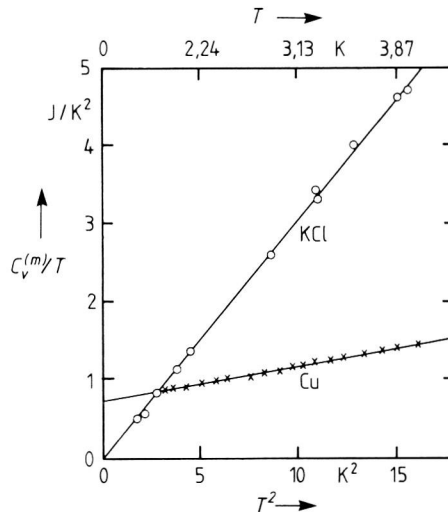


Abb. 16-12. Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität freier Elektronen. Vergleich zwischen Metall (Cu) und Nichtmetall (KCl). Die Summe aus elektronischem Anteil und Gitteranteil lautet bei tiefen Temperaturen $C_V^{(E+G)} = \gamma T + AT^3$ mit durch die Gleichungen (16-4) und (16-7) gegebenen Konstanten γ und A . Trägt man C_V/T gegen T^2 auf, so erhält man eine Gerade mit dem Achsenabschnitt γ und Steigung A . Für Nichtleiter muß γ gleich Null sein, wie hier beim KCl. Aus dem Meßwert für γ kann man nach Gleichung (16-7) die Zahl N der freien Elektronen bestimmen. Für Kupfer ergibt sich $8,45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ (nach Blakemore 1974).

ist für die verschiedenen Arten der Wechselwirkung in sehr unterschiedlicher Weise der Fall. Wir können daher keine so allgemeingültige Beziehung für $C^{(p)}(T)$ angeben wie für den elektronischen und den Gitteranteil. Nur das qualitative Verhalten von $C^{(p)}$ wollen wir besprechen. Bei einer sprunghaften Gitterumwandlung, die bei einer bestimmten festen Temperatur T_u eintritt, geht die Wärmekapazität bei T_u im Idealfall gegen unendlich, weil die Entropie des Kristalls hier einen Sprung ΔS macht. Dieser entsteht, weil eine andere Form der Anordnung zwischen den Atomen und Elektronen im allgemeinen auch einen anderen Wert von S besitzt. Ein unendlich großes $C^{(p)}$ bedeutet eine latente Umwandlungswärme $\Delta Q_u = T_u \cdot \Delta S$, wie wir sie vom Schmelzen und Verdampfen her kennen. Man bezeichnet diese Art von Umwandlungen als diskontinuierlich (Abb. 16-13, siehe Kap. 21). Natürlich kann man in der Praxis stets nur einen endlichen Wert der Wärmekapazität messen, weil man keine unendlich kleinen Temperaturänderungen vornehmen kann.

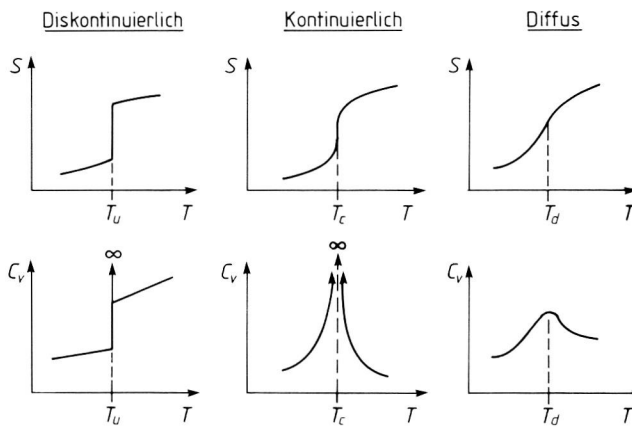


Abb. 16-13. Verlauf von Entropie und Wärmekapazität bei Phasenumwandlungen. Bei diskontinuierlichen Umwandlungen hat $S(T)$ einen Sprung bei T_u , und

$$C_V(T) \equiv T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V$$

wird dort im Idealfall unendlich groß. Bei kontinuierlichen Umwandlungen hat $S(T)$ eine vertikale Tangente bei T_c , und $C_V(T)$ divergiert dort stetig. Bei diffusen Umwandlungen hat $C_V(T)$ ein endliches Maximum an der Stelle T_d stärkster Steigung von $S(T)$.

Etwas anders verlaufen die kontinuierlichen Umwandlungen. Hier ändert sich die Ordnung nicht sprunghaft sondern stetig (Abb. 16-13). Die Funktion $S(T)$ hat bei einer kritischen Temperatur T_c eine vertikale Tangente. Die Wärmekapazität strebt demnach stetig mit $|T - T_c|$ gegen unendlich. Beispiele hierfür sind die oben genannten Ordnungssphänomene wie Ferroelektrizität, Ferromagnetismus, Supraleitfähigkeit, die wir in den folgenden Kapiteln noch genauer besprechen werden. Als Beispiel betrachten wir die Wärmekapazität von Helium-4 in der Nähe seines λ -Übergangs vom normalflüssigen zum supraflüssigen Zustand (Abb. 16-14; siehe Kap. 20). Obwohl dieser Phasenübergang nicht im festen Zustand stattfindet, haben wir ihn hier als Beispiel gewählt, weil die Spitze von C_p in diesem Fall besonders genau gemessen werden kann. Ganz ähnlich verhält sich jedoch die Wärmekapazität bei Phasenübergängen im Festkörper. Die Theorie sagt eine logarithmische Divergenz am kritischen Punkt von der Form $C_V \sim \ln(|T - T_c|/T_c)$ voraus. Man kann das heute sehr genau messen und findet eine gute Bestätigung dieser Beziehung über mehrere Zehnerpotenzen der reduzierten Temperatur $|T - T_c|/T_c$ (siehe Kap. 21).

Schließlich gibt es noch Ordnungssphänomene, bei denen die Entropie nach Art einer flachen S-Kurve mit der Temperatur ansteigt (Abb. 16-13). Solche Erscheinungen bezeichnet man nicht als Phasenübergänge, sondern als diffuse Umwandlungen. Die Wärmekapazität hat dann bei der

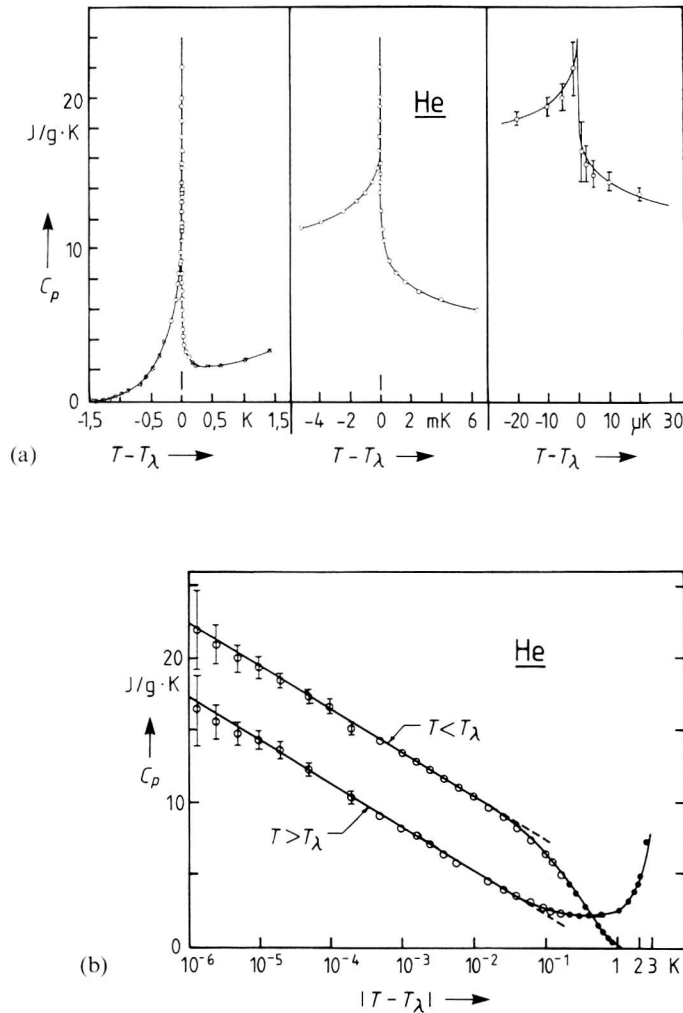


Abb. 16-14. Wärmekapazität von Helium-4 bei tiefen Temperaturen (nach Buckingham und Fairbank 1961). (a) Spezifische Wärmekapazität am λ -Übergang (normalflüssig-supraflüssig) in drei um einen Faktor von etwa 1000 verschiedenen Temperaturmaßstäben. Die durchgezogenen Kurven sind für logarithmische Divergenz berechnet. $T_\lambda = 2,17$ K ist die Umwandlungstemperatur. (b) Halblogarithmische Darstellung der Meßwerte aus Teilbild a. Die durchgezogenen Kurven unterhalb $|T - T_\lambda| \lesssim 10^{-2}$ K sind für eine logarithmische Divergenz berechnet.

Temperatur des steilsten Anstiegs von $S(T)$ ein endliches Maximum. Beispiele hierfür sind das Erstarren von konzentrierten Lösungen oder Gitterumwandlungen in Kristallen mit vielen Fehlstellen.

Für technische Anwendungen ist es oft wichtig, Stoffe mit besonders kleiner oder besonders großer spezifischer Wärmekapazität $c = C/M = C/\rho V$ zu finden. Besonders kleine Werte kann man nach unserer heutigen Kenntnis nur bei tiefen Temperaturen erreichen. Große Wärmekapazitäten hat man in der Nähe kontinuierlicher Phasenübergänge. Je dichter man an T_c herangeht, umso größer wird C . Die experimentellen Verfahren zur Realisierung besonders großer oder besonders kleiner (spezifischer) Wärmekapazitäten sind also aufwendig und teuer. Man versucht daher in der Praxis, die Extremwerte durch Stoffe möglichst kleiner oder großer Dichte zu erhalten.

Damit beenden wir unseren Überblick über die Wärmekapazität der kondensierten Stoffe. Wir haben sie hier etwas ausführlicher besprochen, weil die Wärmekapazität die wichtigste makroskopische Kenngröße ist, die Aufschlüsse über Ordnungsphänomene und Phasenübergänge liefert.

16.2 Die thermische Ausdehnung

Die Ursache der Wärmeausdehnung hatten wir schon in Abbildung 15-7 b kennengelernt: die Asymmetrie des interatomaren Potentials in der Nähe seines Minimums. Wir wollen nun sehen, wie man die Wärmeausdehnung für ein einfaches lineares Gittermodell (zum Beispiel das der Abb. 15-4) mit dem Lennard-Jones-Potential von Gleichung (15-1 a) berechnen kann. Dieses Modell ist noch einmal in Abbildung 16-15 skizziert. Wenn das Atom 2 dieser Abbildung bei festgehaltenem Atom 1 aufgrund der thermischen Energie ε in der Potentialmulde hin- und herschwingt, so wandert sein Schwingungsmittelpunkt \bar{R} mit wachsender Temperatur bzw. zunehmendem ε nach rechts zu größeren Abständen \bar{R} vom Atom 1.

Gitteranteil

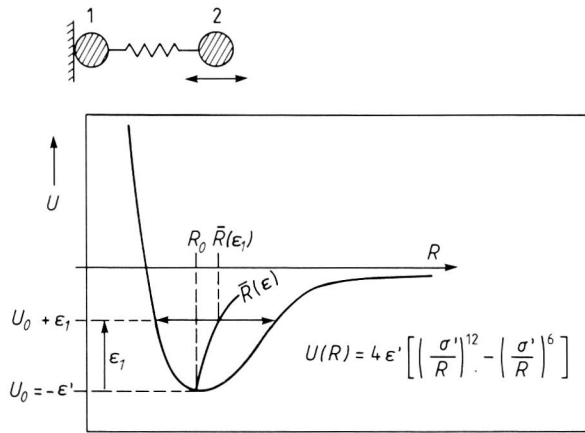


Abb. 16-15. Interatomares Potential und thermische Ausdehnung. $U(R)$ ist hier das Lennard-Jones-Potential. Die Kurve $\bar{R}(\varepsilon)$ gibt die Abhängigkeit des mittleren Atomabstands \bar{R} von der Temperatur ε/k bzw. der Energie ε an.

Man kann $\bar{R}(\varepsilon)$ in unserem einfachen Modell leicht ausrechnen. Der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient bei konstantem Druck ist $\alpha \equiv (1/R)(\partial R/\partial T)$. Approximiert man $U(R)$ nach Gleichung (15-1 a) in der Nähe des Minimums durch eine Taylor-Reihe und bricht nach dem Glied dritter Ordnung in $\Delta \bar{R} = \bar{R} - R_0$ ab, so erhält man nach einer einfachen aber etwas langwierigen Rechnung (ε' ist die Bindungsenergie):

$$\bar{R} = R_0 \left[1 - \frac{7}{72 \varepsilon'} (U_0 + \varepsilon) \right], \quad \text{und mit } \varepsilon = kT$$

$$\alpha = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\bar{R} - R_0}{R_0} \right) = \frac{7}{72} \frac{k}{\varepsilon'}. \quad (16-8)$$

Das liefert uns die richtige Größenordnung der Wärmeausdehnung, nämlich für $\varepsilon' \approx 10^{-20} \text{ J}$ ein α von 10^{-4} K^{-1} . Die Meßwerte der meisten Substanzen liegen zwischen 10^{-6} und 10^{-4} K^{-1} . Das ist eine erstaunlich gute Übereinstimmung, weil wir ja nur ein lineares Modell betrachtet haben, das die Wirkung der seitlichen Nachbarn der Atome nicht berücksichtigt. Wir haben somit eine weitere thermische Response-Eigenschaft der Kristalle auf eine mikroskopische Grundlage zurückgeführt, das heißt „verstanden“.

Ein paar wichtige Details wollen wir noch kurz besprechen: Die lineare Wärmeausdehnung ist in den meisten Kristallen anisotrop, weil ja auch

Anisotropie der Wärmeausdehnung

das Potential $U(R)$ anisotrop ist (siehe Abschn. 15.1). Die Unterschiede zwischen verschiedenen Kristallrichtungen können bis zu zwei Größenordnungen betragen. Ein markantes Beispiel ist das monokline Selen mit $\alpha^I = -1,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\alpha^{II} = 84,7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\alpha^{III} = 63,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ in den drei kristallographischen Hauptrichtungen (I, II, III). In manchen Richtungen zieht sich ein Kristall beim Erwärmen also zusammen, doch ist sein Volumen-Ausdehnungskoeffizient $\beta \approx \sum_{i=1}^3 \alpha_i$ fast immer positiv. Davon gibt es nur wenige Ausnahmen, zum Beispiel in engen Temperaturbereichen bei bestimmten Legierungen und bei Wasser zwischen 0 und 4 °C.

Nach Gleichung (16-8) ist $R - R_0$ proportional zur Energie $U = U_0 + \varepsilon$. Andererseits ist die Wärmekapazität C_V gleich $(\partial E / \partial T)_V$ (E Gesamtenergie). Es muß also ein einfacher Zusammenhang zwischen C_V und α bestehen. Eine genauere Rechnung liefert die nach ihrem Entdecker benannte Grüneisen-Beziehung (mit der isothermen Kompressibilität κ):

$$\beta = \gamma_G \frac{C_V \kappa}{V}. \quad (16-9)$$

Die Grüneisen-„Konstante“ γ_G ist nur schwach temperaturabhängig. Ihre Zahlenwerte liegen für die meisten Stoffe zwischen 1 und 3. Da auch die Kompressibilität vieler Kristalle bei nicht zu hoher Temperatur nur relativ wenig von T abhängt, ist nach Gleichung (16-9) $\beta(T)$ und damit auch $\alpha(T)$ näherungsweise proportional zu $C_V(T)$ (Abb. 16-16), verläuft also ähnlich wie in der schematischen Abbildung 16-1. Die Wärmeausdehnung hat, ebenso wie die Wärmekapazität, auch einen Gitteranteil, einen elektronischen und einen Wechselwirkungs-Anteil, die sich jeweils ganz ähnlich verhalten wie diejenigen von C_V .

Da die Wärmeausdehnung bei vielen technischen Anwendungen eine große Rolle spielt (Eisenbahnschienen, Hochbau, Brücken), benötigt man oft Materialien mit möglichst kleinem Ausdehnungskoeffizienten. Das bekannteste Beispiel dafür sind die sogenannten Invar-Legierungen, bestehend aus Fe und Ni mit etwas Pt, Cr, Co usw. Bei ihnen macht man sich das Verschwinden der magnetischen Ordnung am Curie-Punkt zunutze (siehe Kap. 18). In seiner Nähe wird für bestimmte Legierungen der magnetische Anteil von β negativ, weil sich infolge der Spin-Bahn-Wechsel-

Grüneisen-Beziehung

Extremwerte der Wärmeausdehnung

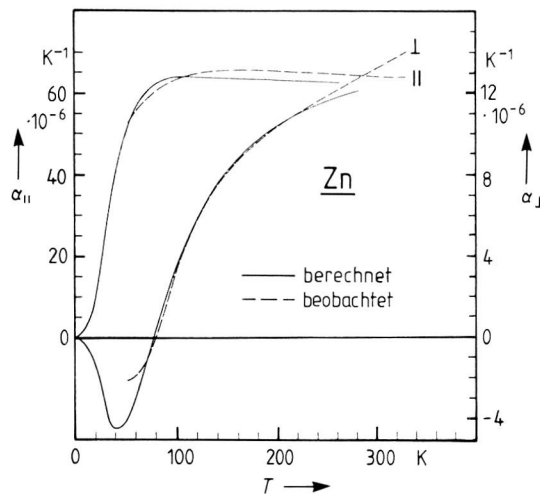


Abb. 16-16. Proportionalität zwischen Wärmekapazität und Ausdehnungskoeffizient. Vergleich zwischen Messungen und nach Gleichung (16-9) berechneten Werten für einen Zinkeinkristall parallel und senkrecht zur hexagonalen Achse. Die Berechnung wurde mit konstantem γ_G aus den Meßwerten für C_V und κ durchgeführt (nach Grüneisen 1926).

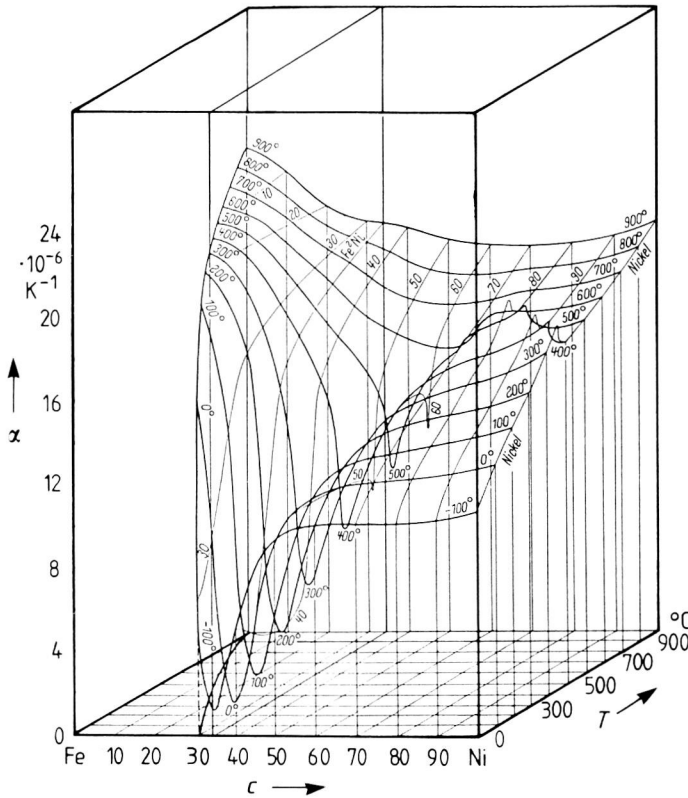


Abb. 16-17. Abhängigkeit der Wärmeausdehnung von der Zusammensetzung und der Temperatur: Linearer Ausdehnungskoeffizient α von Eisen-Nickel-Legierungen bei konstanter magnetischer Feldstärke H . Auf der nickelreichen Seite erkennt man die Maxima am Curiepunkt in den Isokonzentrationskurven (nach Kneller 1962).

wirkung (siehe Abschn. 7.2) das Kristallgitter beim Verschwinden der Spinausrichtung zusammenzieht. Ein solcher negativer Anteil von β kann den positiven Gitteranteil in einem bestimmten Temperaturbereich weitgehend kompensieren, so daß dann β_{ges} kleiner als 10^{-7} K^{-1} wird (Abb. 16-17). Auch das Gegenteil, ein möglichst großer Ausdehnungskoeffizient, ist manchmal technisch erwünscht, zum Beispiel bei Bimetallkontakten. Die höchsten Werte bei Raumtemperatur haben die Alkalimetalle (zum Beispiel Cs: $\alpha = 97 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), gefolgt von Plutonium, Selen und Blei. Damit wollen wir unsere Besprechung der thermischen Response-Eigenschaften beschließen und zu den Transportkoeffizienten übergehen.

16.3 Die Wärmeleitung

In Abbildung 11-8 hatten wir eine Beziehung für die Wärmeleitungsfähigkeit λ eines idealen Gases hergeleitet, nämlich

$$\lambda = \frac{1}{3} \frac{N}{V} c_{v,m} \bar{v} \bar{l} = \frac{1}{3} \frac{C_v}{V} \bar{v} \bar{l}. \quad (16-10)$$

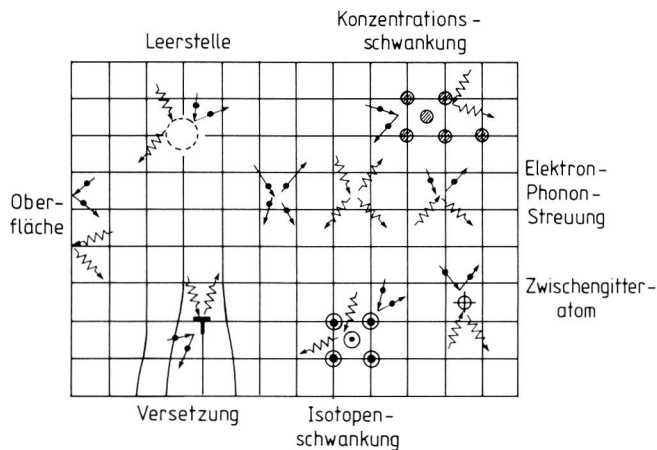
Hierbei war N/V die Teilchendichte, $c_{v,m}$ die Wärmekapazität pro Molekül, \bar{v} seine mittlere Geschwindigkeit und \bar{l} seine mittlere freie Weglänge. Diese Beziehung gilt grundsätzlich auch für Flüssigkeiten und Festkörper.

Kinetische Betrachtung

Nur findet der Energietransport in diesen nicht durch frei herumfliegende Moleküle statt, sondern durch die Driftbewegung von Elektronen und Phononen. Wir müssen also für die in Gleichung (16-10) vorkommenden Größen die entsprechenden Werte für Elektronen und Phononen einsetzen. Da C_V , \bar{v} und \bar{l} für verschiedene Stoffe in sehr verschiedener Weise von der Temperatur abhängen, bekommt man für $\lambda(T)$ ein recht vielseitiges Verhalten. Das wollen wir etwas genauer besprechen.

Die Temperaturabhängigkeit von C_V kennen wir schon (Abb. 16-1). Die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} der Elektronen ist gleich ihrer Fermi-Geschwindigkeit v_F (siehe Legende zu Abb. 16-11) und hat die Größenordnung 10^6 m/s. Für Phononen entspricht \bar{v} etwa der mittleren Schallgeschwindigkeit v_s . Diese hängt wie $\sqrt{\bar{C}_{mn}/\rho}$ von der Temperatur ab (Abb. 15-7 a). Die freie Weglänge ist eine Größe mit ziemlich komplizierter Temperaturabhängigkeit, denn sie wird durch eine ganze Reihe verschiedener Prozesse bestimmt (Abb. 16-18):

- Streuung an Grenz- und Oberflächen,
- Streuung an Gitterfehlern,
- Streuung an Konzentrationsschwankungen in Legierungen,
- Streuung an Schwankungen der Isotopenzusammensetzung,
- Streuung von Elektronen und Phononen untereinander.



Freie Weglänge

Abb. 16-18. Streuung von Elektronen (schwarze Punkte) und Phononen (Wellenlinien) an verschiedenen Störstellen eines Kristalls und untereinander.

Alle diese Prozesse führen zu einer Begrenzung der freien Weglänge. Den Hauptbeitrag zu ihrer Temperaturabhängigkeit liefert jedoch der zuletzt genannte Vorgang, die Streuung von Elektronen und Phononen an anderen Elektronen oder Phononen. Die zur Beschreibung von $\bar{l}(T)$ entwickelten Modelle sind kompliziert. Weil die Zahl der Phononen mit wachsender Temperatur steigt, führen sie im allgemeinen zu einer Beziehung der Art $\bar{l} \sim \exp(\text{const}/T)$ für mittlere bzw. $\bar{l} \sim 1/T$ für hohe Temperaturen. Die Grenze zwischen beiden liegt etwa bei der Debye-Temperatur (siehe Abschn. 16.1). Der Beitrag der freien Weglänge zur Wärmeleitfähigkeit liefert also stets eine Abnahme von λ mit wachsender Temperatur.

Die Meßwerte für $\lambda(T)$ zeigen aber im allgemeinen ein Maximum in der Gegend zwischen 10 und 100 K, mit Ausnahme der amorphen Festkörper (Abb. 16-19). Die Abnahme rechts vom Maximum haben wir bereits auf die soeben erwähnte Temperaturabhängigkeit der freien Weglänge zurückgeführt, denn die Phonondichte und damit die Streuwahrscheinlichkeit

Temperaturverlauf

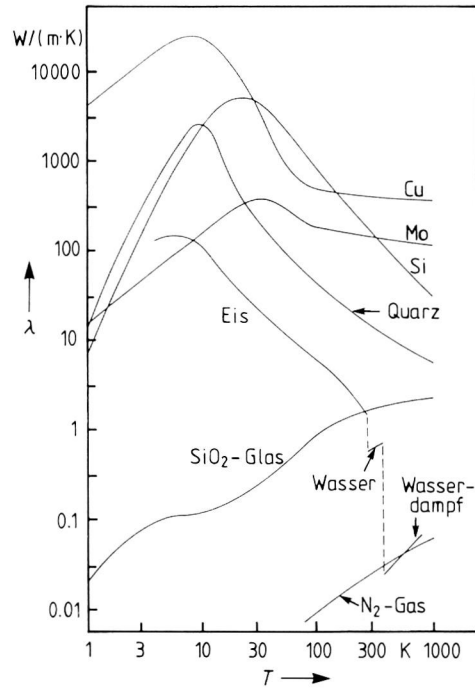


Abb. 16-19. Wärmeleitfähigkeit verschiedener Substanzen (nach Allen 1983).

wächst mit zunehmender Temperatur. Unterhalb von etwa 20 K ist die Phonondichte jedoch so klein, daß Elektronen und Phononen fast nur noch an stationären Fehlstellen und an den Probengrenzflächen gestreut werden. Deren Dichte ist aber temperaturunabhängig. Die Abnahme von λ links vom Maximum, nach tiefen Temperaturen hin, muß also vor allem auf den Einfluß von $C_V(T)$ in Gleichung (16-10) zurückzuführen sein. Man erkennt die entsprechende Proportionalität mit T^3 in den doppellogarithmischen Darstellungen der Abbildungen 16-19 und 16-20.

In amorphen Festkörpern sind die Abstände der Gitterfehler von der Größenordnung der Atomabstände selbst und diese sind nur schwach temperaturabhängig. Die Wärmeleitfähigkeit hat in diesen Substanzen also gar keine Gelegenheit, mit zunehmender Temperatur aufgrund wachsender Phonondichte abzunehmen. Es bleibt im wesentlichen nur der Einfluß der Wärmekapazität und der Phononengeschwindigkeit übrig, und es gibt kein Maximum in $\lambda(T)$. Wenn der amorphe Festkörper kristallisiert, bildet sich das Maximum langsam heraus (Abb. 16-19, SiO_2 -Glas, Quarz).

In Abbildung 16-20 sind die Einflüsse der verschiedenen oben genannten Streumechanismen an Hand von Meßergebnissen erläutert. Qualitativ erhält man gute Übereinstimmung mit den bisher entwickelten Modellen. Die höchste bekannte Wärmeleitfähigkeit bei Raumtemperatur, nämlich $2000 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ hat Diamant. Daher fühlt sich ein echter Diamant im Gegensatz zu SiO_2 -Glas kühl an und wird in der Gangstersprache „Eis“ genannt.

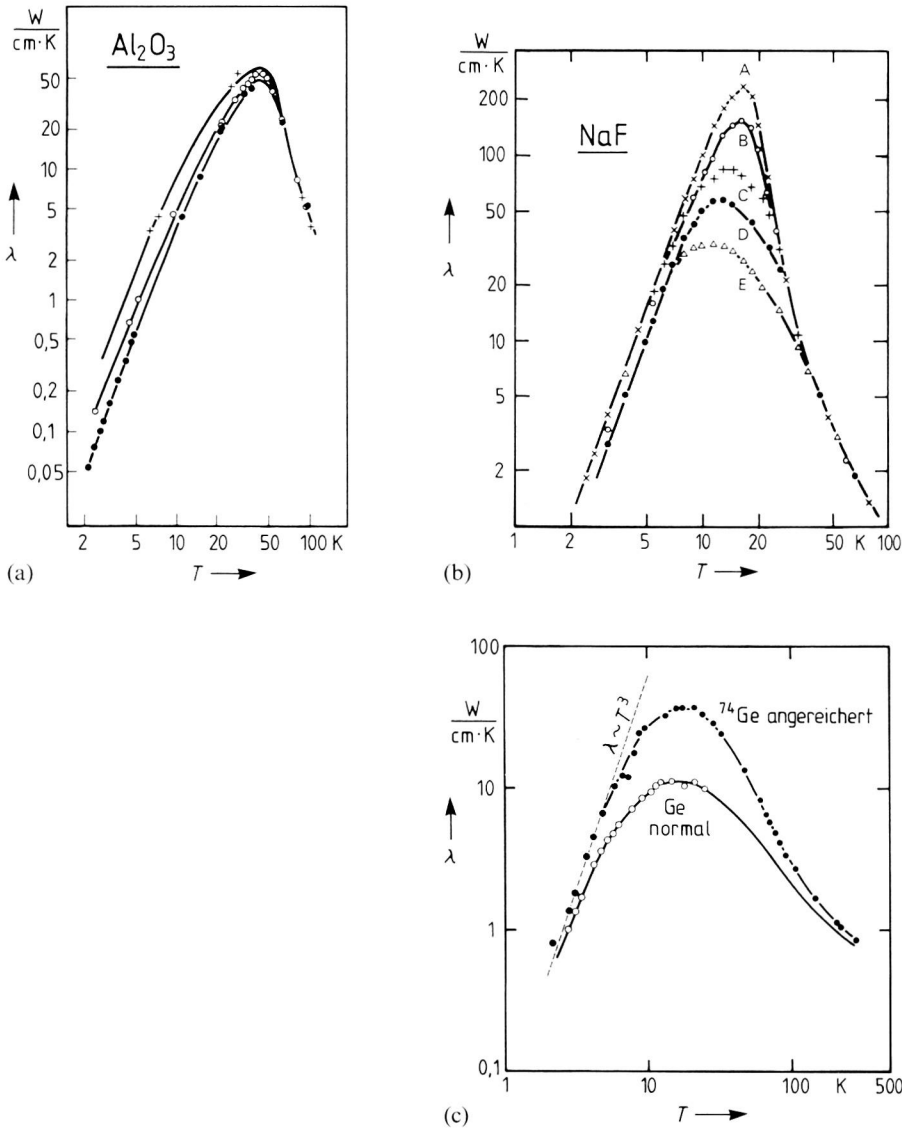


Abb. 16-20. Begrenzungs- und Störstelleneinflüsse auf die Wärmeleitfähigkeit (nach Cochran 1973). (a) Zylindrische Al_2O_3 -Proben mit verschiedenen Durchmessern: (●) 1,02 mm, (○) 1,55 mm, (+) 2,8 mm. (b) NaF mit verschiedener Konzentration von Verunreinigungen. Die Güte der Kristalle nimmt von A nach E ab. (c) Germanium mit natürlicher Isotopenzusammensetzung (○) und angereichertes Germanium-74 (●).

16.4 Diffusionsvorgänge

Das Diffusionsgesetz ($j_N = -D \cdot \nabla c$; j_N Teilchenstromdichte, c Konzentration) und die Diffusionskonstante D haben wir bereits bei den Gasen und Flüssigkeiten besprochen (siehe Tab. 10-4, Tab. 11-2, Gl. 12-10). Die mikroskopische Beschreibung der Diffusionskonstante D_f im Festkörper ähnelt prinzipiell derjenigen in einem Gas $D_g = \bar{v} \cdot \bar{l}/3$ (\bar{v} mittlere Geschwindigkeit, \bar{l} mittlere freie Weglänge der Moleküle). Im Festkörper drückt man die Geschwindigkeit \bar{v} ähnlich wie bei Flüssigkeiten durch die Platzwechselfrequenz $\bar{\nu}$ aus, $\bar{v} = \bar{\nu} \cdot \bar{l}$ und erhält, bis auf einen Zahlenfaktor der

Diffusionskinetik

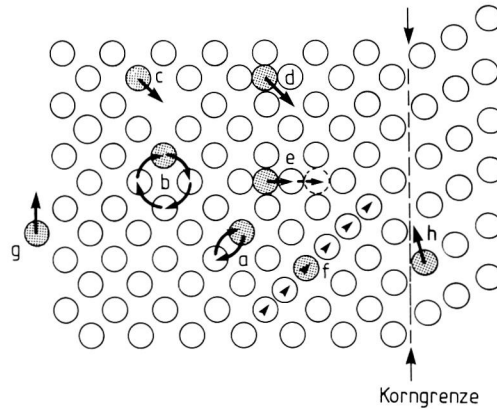


Abb. 16-21. Die verschiedenen in einem Kristall möglichen Diffusionsprozesse. Die dunkel markierten diffundierenden Atome können Eigenatome des Kristalls oder Fremdatome sein (nach Bocquet u.a. 1983). a – Direkter Platzwechsel, b – Zyklischer Platzwechsel, c – Leerstellendiffusion, d – Direkte Zwischengitterdiffusion, e – Indirekte Zwischengitterdiffusion, f – „Crowd-Ionen“-Mechanismus (so bezeichnet man ein eingeschobenes Atom in einer Stoßkette im Gitter), g – Oberflächendiffusion, h – Korngrenzendiffusion.

Größenordnung Eins, $D_f \approx \bar{v} \bar{l}^2 = v_0 e^{-\Delta\epsilon/kT} \bar{l}^2$ (v_0 Schwingungsfrequenz der Moleküle, etwa 10^{13} s^{-1} ; $\Delta\epsilon$ mittlere Energiebarriere beim Platzwechsel, etwa 10^{-19} J bzw. 1 eV). Mit $\bar{l} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ergibt sich die Größenordnung von D_f bei Raumtemperatur zu $10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}$. Das wird auch ungefähr beobachtet. In der Festkörperphysik ist es üblich, D in der Form

$$D = D_\infty e^{-Q/kT} \quad (16-11)$$

zu schreiben und Q die Aktivierungsenergie der Diffusion zu nennen; $D_\infty \equiv v_0 \bar{l}^2$ ist dann der Wert von D für $T \rightarrow \infty$ bzw. für $Q (= \Delta\epsilon) \rightarrow 0$.

Im Prinzip haben wir die Diffusionskonstante damit auf die mikroskopischen Größen \bar{v} und \bar{l} zurückgeführt. Will man sie jedoch genauer verstehen, so muß man die Platzwechselvorgänge in einem Kristall im Detail untersuchen. Die wichtigsten davon sind in Abbildung 16-21 veranschaulicht. Für jeden dieser Prozesse kann man \bar{v} , \bar{l} , bzw. D_∞ und Q aus dem interatomaren Potential $U(R)$ angenähert berechnen und erhält so eine relativ gute Beschreibung der Meßwerte. Wir wollen das hier jedoch nicht im einzelnen ausführen. Als Beispiele betrachten wir in Abbildung 16-22 Temperaturabhängigkeiten von D , die sehr gut durch Gleichung (16-11) beschrieben werden. Die Steigungen der Geraden in Abbildung 16-22 sind proportional zur Aktivierungsenergie Q bzw. zu $\Delta\epsilon$. Man sieht in Abbildung 16-22b, daß die Diffusion an Oberflächen und Korngrenzen um mehrere Größenordnungen schneller geht als im Volumen. Das ist auch verständlich, denn im Inneren eines Kristalls ist die Aktivierungsenergie sehr viel größer, weil die diffundierenden Atome sich zwischen ihren Nachbarn hindurchzwängen müssen. An Oberflächen und Korngrenzen müssen sie das nicht oder nur teilweise.

Von den in Abbildung 16-21 gezeigten Diffusionsprozessen a bis f im Volumen ist in vielen Stoffen die der Leerstellen (c) der wichtigste. Solche Leerstellen entstehen durch thermisch aktivierte Verlagerung von Atomen aus dem Kristallinnern an die Oberfläche. Für die Leerstellenkonzentration c_l gilt dann eine Boltzmann-Verteilung $c_l = c_b \cdot e^{-\epsilon_l/kT}$ mit der Konzentration c_b ($\gg c_l$) der besetzten Gitterplätze und der Bildungsenergie ϵ_l einer Leerstelle. Für $\epsilon_l = 10^{-19} \text{ J}$ erhält man bei $T = 293 \text{ K}$ $c_l/c_b = 10^{-11}$, für $T = 1000 \text{ K}$ jedoch schon 10^{-5} . Bei dieser Temperatur ist also bereits jedes 100 000te Atom aus dem Kristallinnern an die Oberfläche gewandert. Das führt zu einer merklichen Volumenvergrößerung, die der normalen Wärmeausdehnung des Gitters überlagert ist (Abb. 16-23). Einen di-

Platzwechsel im Gitter

Leerstellendiffusion

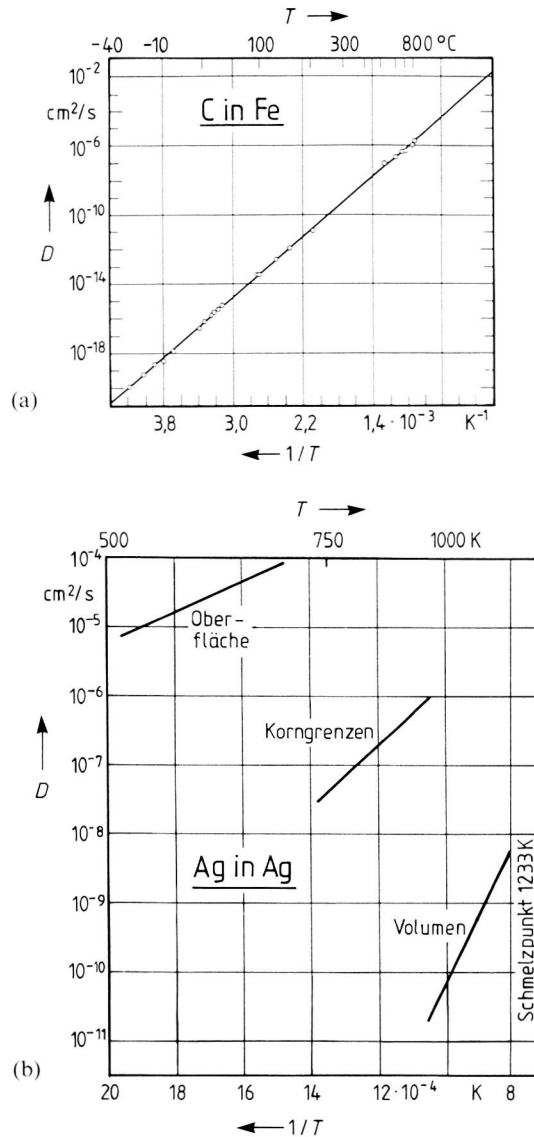


Abb. 16-22. Temperaturabhängigkeit der Diffusion in Festkörpern. (a) Diffusionskoeffizient für Kohlenstoff in Eisen (nach Kittel 1971). (b) Selbstdiffusionskoeffizient von Silber (nach Brophy u. a. 1964).

rekten Beweis dafür, daß die Diffusion über Leerstellen abläuft, liefert der Kirkendall-Effekt (Abb. 16-24). Wenn zwei aneinandergrenzende Metalle verschieden schnell ineinander diffundieren, entstehen in demjenigen mit der größeren Diffusionskonstante Anhäufungen (englisch voids) von Leerstellen, die man im Elektronenmikroskop sehen kann.

Nun noch kurz einige Worte zu den nichtdiagonalen Transportprozessen aus Tabelle 10-3. Die Thermodiffusion (Ludwig-Soret-Effekt) und die Diffusionswärme (Dufour-Effekt) sind in Abbildung 16-25 schematisch dargestellt. Die mikroskopische Theorie dieser Vorgänge ist noch nicht sehr weit entwickelt; experimentelle Ergebnisse verschiedener Autoren weichen oft stark voneinander ab. Etwas besser sieht es mit den thermoelektrischen Effekten aus. Die wichtigsten vier davon sind in Abbildung 16-26 erläutert. Man unterscheidet die Effekte noch zusätzlich danach, ob die beteiligten Substanzen elektrische Leiter oder Halbleiter sind, doch sind die Übergänge da fließend.

Nichtdiagonale Transportprozesse

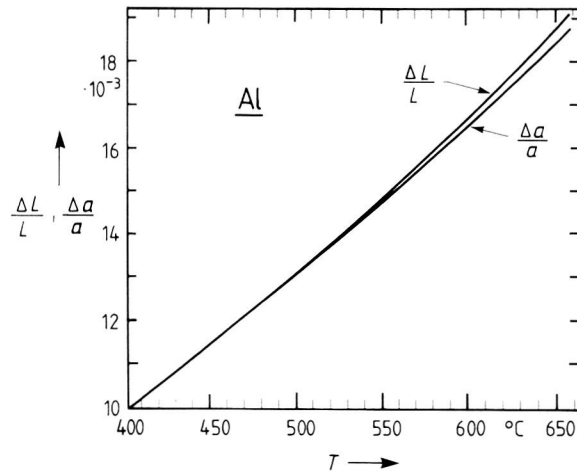


Abb. 16-23. Volumenvergrößerung durch thermisch entstandene Leerstellen. Das Experiment von R. O. Simmons und R. W. Balluffi vergleicht die aus Röntgenbeugung gemessene Gitterkonstantenänderung $\Delta a/a$ mit der makroskopischen Längenänderung $\Delta L/L$ eines Aluminiumkristalls. Der Unterschied zwischen beiden Größen beruht darauf, daß viele Atome aus dem Volumen an die Oberfläche wandern. Die entstehenden Leerstellen beeinflussen den gemessenen Mittelwert der Gitterkonstante nur wenig, jedoch tragen sie voll zur Volumenvergrößerung bei. Die Ordinatenwerte sind bei 20 °C auf Null normiert. Aus der Differenz bei hohen Temperaturen kann man näherungsweise die Leerstellenkonzentration c_l berechnen:

$$c_l \equiv \frac{N_l}{V} \approx 3 \frac{N}{V} \left(\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta a}{a} \right);$$

N/V Atomzahldichte (nach Kittel 1971).

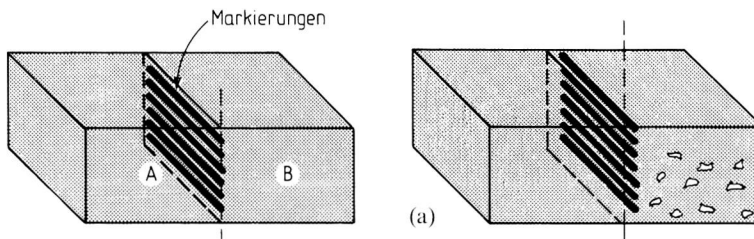


Abb. 16-24. Der Kirkendall-Effekt. (a) Die Grenze zweier Metalle A und B mit Diffusionskonstanten $D_A < D_B$ verschiebt sich im Verlauf der Diffusion in Richtung des Metalls B (Beispiel: A Kupfer, B Messing). Dabei können in B Voids (Leerstellen-Agglomerate) entstehen (nach Brophy u.a. 1964). (b) Voids in Beryllium, entstanden durch Diffusion von Be in Co. Vergrößerung etwa 1000fach (aus Exner und Arzt 1983; mit freundlicher Genehmigung von F. Aldinger).

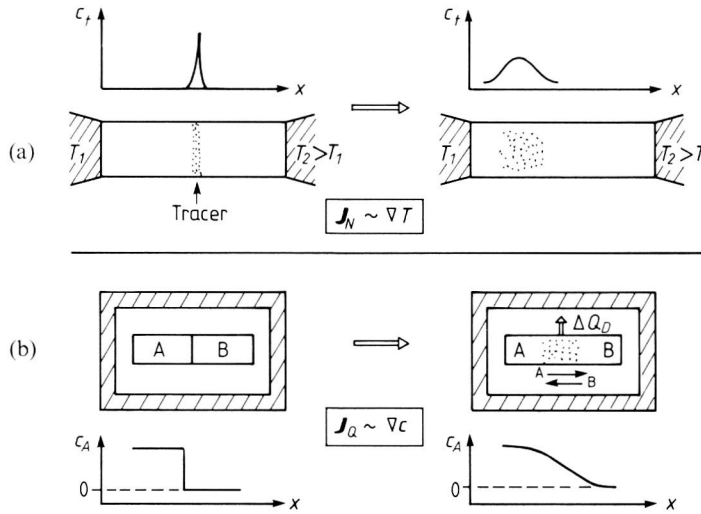


Abb. 16-25. Thermodiffusive Effekte (siehe Tabelle 10-3). (a) Ludwig-Soret-Effekt (Thermodiffusion). Eine in den Kristall eingebrachte Spurenschubstanz (Tracer), zum Beispiel radioaktiv markierte Atome oder Fremdatome, diffundiert unter dem Einfluß eines Temperaturgradienten bevorzugt in eine bestimmte Richtung, hier zum kälteren Ende (T_1) hin; c_i ist die Konzentration des Tracers. (b) Dufour-Effekt (Diffusionswärme). Während der Diffusion von A und B ineinander wird die Dufour-Wärme ΔQ_D frei (Größenordnung 10^{-21} bis 10^{-19} J pro diffundiertem Atom); c_A ist die Konzentration des Stoffes A. Bei den eingerahmten Proportionalgleichungen steht rechts die Ursache, links die Wirkung.

Die Basis zum Verständnis aller thermoelektrischen Transporteffekte sind räumliche Variationen der Energieverteilung der Elektronen und der Phononen. Die Energieverteilung der Elektronen wird vor allem durch das elektrische Feld verändert, aber auch durch die Temperaturverteilung, diejenige der Phononen fast nur durch den Temperaturgradienten in der Probe. Die mikroskopische Theorie dieser Effekte steckt noch in den Anfängen. Man kann die Werte der Transportkoeffizienten nicht allgemein voraussagen, ja nicht einmal ihr Vorzeichen. Technisch werden die thermoelektrischen Effekte jedoch sehr intensiv genutzt, zur Temperaturmessung (Thermoelement) und zur Kühlung (Peltier-Element). Die höchste Thermokraft gegenüber dem als Normalsubstanz gewählten Blei besitzt bei Raumtemperatur das Selen mit $+994 \mu\text{V/K}$, die niedrigste Wismut mit $-76 \mu\text{V/K}$.

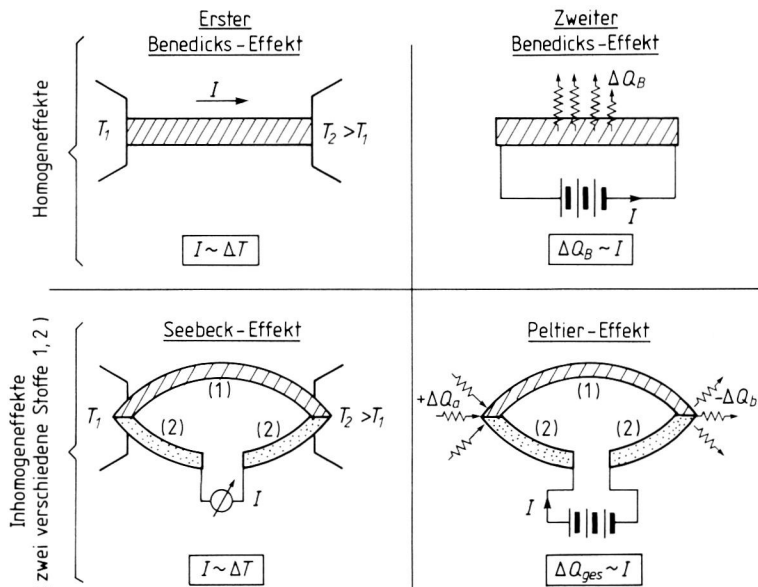


Abb. 16-26. Thermoelektrische Effekte (siehe Tabelle 10-3). Die Proportionalitätskonstanten der bei den einzelnen Effekten angegebenen Beziehungen werden als Benedicks-, Seebeck- und Peltier-Koeffizient bezeichnet. Es bedeuten: I elektrische Stromstärke, ΔT Temperaturdifferenz, ΔQ Wärmeenergie. Bei den eingerahmten Proportionalgleichungen steht rechts die Ursache, links die Wirkung. Den zweiten Benedicks-Effekt darf man nicht mit der Joule'schen Stromwärme verwechseln. Er ist um viele Größenordnungen kleiner und wurde bis heute noch nicht zweifelsfrei nachgewiesen. Er beruht, wie alle hier skizzierten Effekte auf der Ungleichheit der Fermi-Verteilungen der Elektronen und der Bose-Verteilungen der Phononen an den beiden Enden des Leiters aufgrund der bestehenden Differenzen der Temperatur oder des elektrischen Potentials.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir die thermischen Stoffeigenschaften besprochen: Die Wärmekapazität C , die Wärmeausdehnung α , die Wärmeleitfähigkeit λ und Diffusionsvorgänge. Während man die Response-Eigenschaften C und α noch relativ direkt auf die Eigenschaften der Atome und die zwischen ihnen wirkenden Kräfte zurückführen kann, ist das bei den Transportkoeffizienten bisher kaum möglich. Wollte man sie an Hand von Modellen quantitativ behandeln, so hätte man die Boltzmann-Stoßgleichung (10-12) für das betreffende Problem zu lösen.

Wir haben gesehen, daß die thermischen Response- und Transportgrößen jeweils Anteile von Phononen und von Elektronen enthalten. In Nichtleitern sind die elektronischen Beiträge jedoch relativ klein. Zum Verständnis der thermischen Eigenschaften muß man daher die Verteilungsfunktionen und die Zustandsdichten der Elektronen und Phononen kennen. Die Temperaturabhängigkeit der thermischen Materialkonstanten ist auf Grund der Beteiligung von Phononen- und Elektronen-Beiträgen relativ komplex. Wir konnten hierauf aus Platzgründen nur relativ flüchtig eingehen und müssen für die Details auf die Vorlesungen über Thermodynamik und Quantenphysik verweisen, sowie auf die Lehrbücher der Festkörperphysik. Die nichtdiagonalen, thermodiffusiven und thermoelektrischen Transportvorgänge aus der Tabelle 10-3 konnten wir nur sehr kurz streifen.

17 Elektrische Eigenschaften der Festkörper

Die elektrischen Eigenschaften der Festkörper sind neben den mechanischen ohne Zweifel die wichtigsten für unsere moderne Technik. Sie verdienen eigentlich einen viel breiteren Raum, als wir ihn hier zur Verfügung haben. Wir müssen die elektrischen Eigenschaften in einem einzigen Kapitel besprechen und uns dabei relativ kurz fassen. Es gibt jedoch eine große Zahl vorzüglicher und moderner Darstellungen der elektrischen Stoffeigenschaften für denjenigen, der sich näher mit ihnen beschäftigen will (siehe die Literaturhinweise zu diesem Kapitel am Ende des Buches).

Zunächst wollen wir die elektrischen Response-Eigenschaften besprechen, das dielektrische und ferroelektrisch Verhalten sowie die elektrostriktiven Effekte. Dann behandeln wir die elektrische Leitfähigkeit. Dabei werden wir ein wichtiges neues Konzept kennenlernen: die Energiebänder von Elektronen in Kristallen. Das Bandmodell basiert auf der Wellennatur der Elektronen und ermöglicht eine bequeme Behandlung vieler elektrischer, magnetischer und optischer Erscheinungen. Nur muß man sich zuvor mit dem Modell genügend gut vertraut machen, denn es verlangt einige Abstraktion. Leider können wir auch das Bandmodell nur relativ kurz besprechen, um den Rahmen unserer Darstellung nicht zu sprengen. Es folgen dann die Halbleiter-Eigenschaften, deren Untersuchung sich heute bereits zu einer eigenen wissenschaftlich-technischen Disziplin entwickelt hat.

Das Phänomen der Supraleitfähigkeit besprechen wir im Kapitel 20, weil es ebenso wie die Supraflüssigkeit eine Eigenschaft ist, die auf räumlicher Ordnung von Teilchenimpulsen bei tiefer Temperatur beruht. Dabei manifestiert sich die Quantennatur der Materie in makroskopischem Maßstab. Die Supraleitfähigkeit hat auch mit der normalen Leitfähigkeit, die wir in diesem Kapitel behandeln, nur relativ wenig Gemeinsamkeiten.

17.1 Die elektrische Suszeptibilität

Wir beginnen mit der wichtigsten elektrischen Response-Eigenschaft, der Suszeptibilität χ_e . Sie ist definiert durch die Beziehung

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}. \quad (17-1)$$

Definitionen

Die elektrische Suszeptibilität ist ein Tensor zweiter Stufe mit neun Komponenten $\hat{\chi}_{ik}$. Dabei ist die elektrische Polarisation $\mathbf{P} \equiv \mathbf{m}_e/V$ die durch ein Feld \mathbf{E} erzeugte Dichte des elektrischen Dipolmoments \mathbf{m}_e und ε_0 die Influenzkonstante. Durch die Einführung der elektrischen Verschiebung \mathbf{D} hat man noch eine zweite, eigentlich überflüssige, aber für die Praxis bequeme Response-Größe definiert, die (relative) Dielektrizitätskonstante ε_r : $\mathbf{D} \equiv \epsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$. Hieraus folgt mit Gleichung (17-1) die Identität $\hat{\varepsilon}_r \equiv 1 + \hat{\chi}_e$ für die Komponenten des Dielektrizitätstensors. Wir können daher wahlweise ε_r oder χ_e als fundamentale elektrische Responsegröße ansehen.

Da wir bestrebt sind die makroskopischen Materialkonstanten zu verstehen, das heißt auf die Eigenschaften der Atome und ihrer Wechselwirkungen zurückzuführen, müssen wir Anknüpfungspunkte in der Atomphysik finden. Das ist einmal die in Abschnitt 7.4 besprochene Polarisierbarkeit α_e der Atome im elektrischen Feld. Sie ist die Ursache der „induzierten Polarisation“. Zum anderen sind es die in Abschnitt 8.6 besprochenen permanenten Dipolmomente der Moleküle, die zur „Orientierungspolarisation“ Anlaß geben. Die Polarisierbarkeit hatten wir in Abschnitt 7.4 definiert als das pro Feldstärkeeinheit im Atom induzierte Dipolmoment μ_e : $\mu_e = \alpha_e \mathbf{E}$. Man kann μ_e bzw. α_e im Prinzip durch Lösung der Schrödinger-Gleichung im elektrischen Feld erhalten. Dies ist aber, wie wir gesehen hatten, schon beim Wasserstoffatom nur noch numerisch möglich. Daher werden wir jetzt die atomare Polarisierbarkeit α_e als prinzipiell berechenbare Grundgröße betrachten und den Zusammenhang zwischen χ_e und χ_e bzw. ε_r suchen.

Für N wechselwirkungsfreie Atome im Volumen V bzw. für verdünnte Gase ergibt sich die gesuchte Beziehung einfach aus den Definitionen $\mathbf{P} \equiv N |\mu_e|/V = N \alpha_e |\mathbf{E}|/V \equiv \varepsilon_0 \chi_e |\mathbf{E}|$ zu (χ_e und α_e sind hier isotrop)

Clausius-Mossotti-Beziehung

$$\chi_e \equiv (\varepsilon_r - 1) = \frac{N}{\varepsilon_0 V} \alpha_e. \quad (17-2)$$

Dagegen ist in kondensierter Materie für die Polarisation eines Atoms nicht nur das äußere elektrische Feld maßgebend, sondern auch die von den übrigen polarisierten Atomen ausgehenden „inneren“ Felder (Abb. 17-1). Ihre Berechnung ist im allgemeinen ziemlich kompliziert. Doch gibt es zwei einfache Sonderfälle: einen kubischen Kristall und ein völlig ungeordnetes System (Gas, Flüssigkeit, amorpher Festkörper). Man kann durch eine einfache, aber etwas langwierige Rechnung zeigen, daß sich in diesen Fällen das effektive lokale Feld \mathbf{E}_l am Ort eines Atoms folgendermaßen schreiben läßt:

$$\mathbf{E}_l = \mathbf{E}_a + \mathbf{E}_d + \mathbf{P}/a \varepsilon_0. \quad (17-3)$$

Dabei ist \mathbf{E}_a das äußere Feld und \mathbf{E}_d das sogenannte entelektrisierende Feld, das von den Ladungen auf der Oberfläche der Probe herrührt

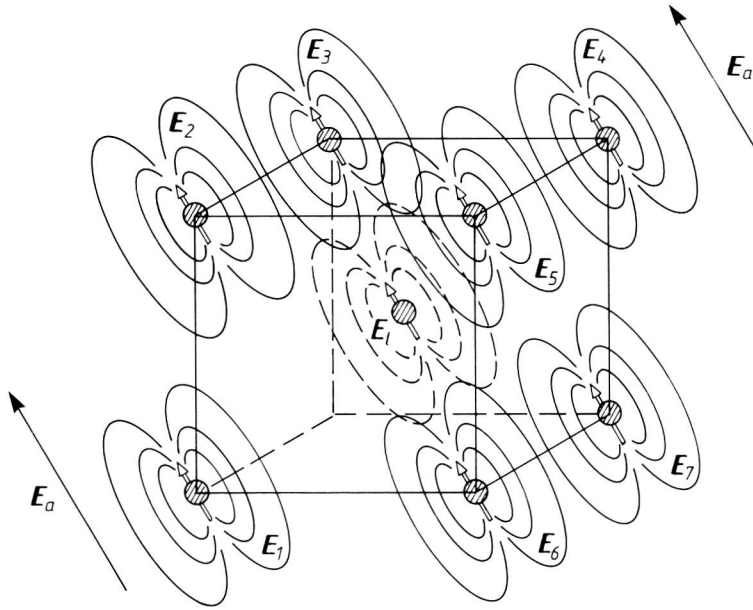


Abb. 17-1. Das innere elektrische Feld eines Kristalls. Am Ort eines Atoms, zum Beispiel in der Würfelmitte, wirken außer dem äußeren Feld E_a die inneren Felder E_i aller benachbarten Atome. Sie sind hier als Dipolfelder skizziert. Das resultierende lokale Feld beträgt $E_l = E_a + \sum E_i$ ($i = 1$ bis 7).

(Abb. 17-2), die durch E_a induziert werden. Der Beitrag $P/a\epsilon_0$ berücksichtigt die inneren Felder aller übrigen Atome. Der Zahlenfaktor a bei P hängt von der Kristallstruktur der Probe ab; für kubische Symmetrie ist $a = 3$. Mit dem Ausdruck (17-3) für E_l , mit $\xi_e = P/\epsilon_0 |E_a + E_d|$ und mit $P = N\alpha_e |E_l|/V$ ergibt sich für kondensierte Materie die zu Gleichung (17-2) analoge Beziehung (Clausius-Mossotti):

$$\chi_e = \frac{\frac{1}{\epsilon_0 V} \sum N_i \alpha_{ei}}{1 - \frac{1}{3\epsilon_0 V} \sum N_i \alpha_{ei}}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0 V} \sum N_i \alpha_{ei}. \quad (17-4)$$

Die Summe erstreckt sich über alle i Atome der Probe. Die Formel gilt jedoch nur für kubische Kristalle oder amorphe Substanzen. In anderen Fällen ist der Zusammenhang zwischen χ_e und α_e wesentlich komplizierter. Die Beziehung (17-4) stellt die gesuchte Verbindung zwischen der makroskopischen Responsegröße χ_e bzw. ϵ_r und der atomaren Eigenschaft α_e dar.

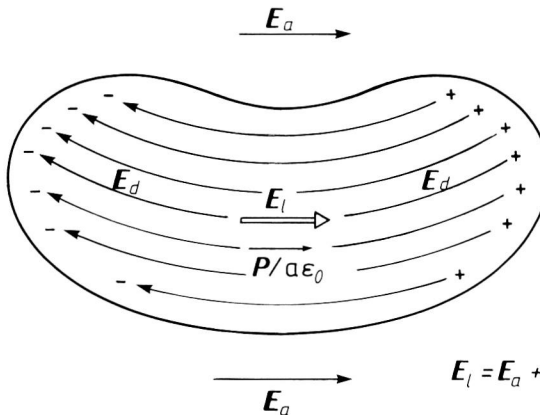
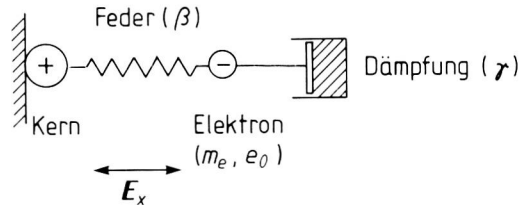


Abb. 17-2. Das lokale elektrische Feld E_l . E_a ist das äußere Feld, E_d das Feld der durch E_a induzierten Oberflächenladungen, und $P/a\epsilon_0$ das resultierende Feld aller übrigen Atome in der Probe (Abb. 17-1). E_d hängt von der Gestalt der Probe ab und beträgt zum Beispiel für eine Kugel $-P/3\epsilon_0$, für eine dünne Platte (E_\perp zur Oberfläche) $-P/\epsilon_0$ und für einen langen Stab (E_\parallel zur Achse) Null.

Uns interessieren im folgenden besonders die Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der Suszeptibilität, weil sie für technische Anwendungen am wichtigsten sind. Aus unserer bisherigen Überlegungen kann noch keine dieser beiden Abhängigkeiten entnommen werden. Für die in Atomen oder Molekülen induzierte Polarisation läßt sich jedoch $\epsilon_r(\tau, \omega)$ aus einem einfachen Polarisierbarkeitsmodell gewinnen (Abb. 17-3). Mit der



Frequenz- und Temperaturabhängigkeit

Abb. 17-3. Modell zur Polarisierbarkeit von Atomen. Das System stellt einen gedämpften harmonischen Oszillator dar, der im Feld $E_x = E_{x0} e^{i\omega t}$ erzwungene Schwingungen ausführt. Die Schwingungsgleichung lautet $m_e \ddot{x} + m_e \gamma \dot{x} + \beta x = -e_0 E_x$ (m_e Elektronenmasse, γ Dämpfungskonstante, β Kraftkonstante). Ihre Lösung kennen wir aus der Wellenlehre:

$\tilde{x} = e_0 E_x / [m_e (\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)]$ mit der Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\beta/m_e}$. Der Realteil von \tilde{x} ist mit E_x in Phase, der Imaginärteil ist um eine viertel Periode dagegen verschoben.

dort definierten komplexen Verschiebung \tilde{x} eines Elektrons mit der Ladung e_0 erhält man das komplexe Dipolmoment $\tilde{\mu}_e = e_0 \tilde{x}$ und hieraus die komplexe Dielektrizitätskonstante $\tilde{\epsilon}_r = 1 + (N_e \tilde{\mu}_e / \epsilon_0 V |E_x|)$. Es ergibt sich dann mit den Beziehungen aus der Legende zu Abbildung 17-3 und mit Gleichung (17-3):

$$\tilde{\epsilon}_r \equiv \epsilon'_r + i\epsilon''_r = 1 + \frac{e_0^2 (N_e/V)}{\epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega) - (e_0^2 N_e/3V)}. \quad (17-5)$$

Hier ist m_e die Masse des Elektrons, N_e/V die Elektronendichte, $\omega_0 = \sqrt{\beta/m_e}$ (β eine atomare Kraftkonstante) und γ die Dämpfungskonstante des Modells. Die so berechnete Frequenzabhängigkeit kennen wir aus der Wellenlehre als diejenige eines gedämpften harmonischen Oszillators, der erzwungene Schwingungen ausführt. Die Dämpfungskonstante γ kann man aus dem Strahlungsverlust eines schwingenden Elektrons näherungsweise berechnen. Sie hängt wegen der Dämpfung durch Zusammenstöße mit Phononen selbst noch schwach von ω ab und auch von der Temperatur.

Die Frequenzabhängigkeit des Real- und Imaginärteils von $\tilde{\epsilon}_r = \epsilon'_r + i\epsilon''_r$ zeigt schematisch die Abbildung 17-4a. Die $\tilde{\epsilon}_r(\omega)$ -Kurven haben im allgemeinen drei Bereiche mit typischem Relaxations- bzw. Resonanzverhalten: einen niederfrequenten, bei dem die Drehung der permanenten Dipole durch das lokale Feld relaxiert (Abb. 17-4b); einen hochfrequenten, bei dem die Polarisation der Atomelektronen ein- bzw. aussetzt. Dazwischen liegt noch eine dritte Resonanzstelle, bei der Molekülonen durch das lokale Feld polarisiert werden. Es handelt sich dabei um die Verschiebung der positiven und negativen Ionenrümpfe innerhalb eines Moleküls oder Kristalls gegeneinander. Wegen der größeren Masse dieser Rümpfe im Vergleich zu den Elektronen verläuft dieser Vorgang viel langsamer, das heißt er relaxiert bei kleineren Frequenzen als die Atompolarisation. Selbstverständlich beobachtet man nicht in jedem Stoff alle drei der genannten Polarisationsphänomene. Lediglich die Atompolarisation ist eine grundlegende Eigenschaft aller Materie.

Die Temperaturabhängigkeit der Polarisation permanenter molekularer Dipole, die „Orientierungspolarisation“, hatten wir schon in Gleichung (11-6) beim idealen Gas kennengelernt. Diese Beziehung, $\chi_e \equiv \epsilon_r - 1 = N \mu_c^2 / 3 \epsilon_0 V k T$, gilt in erster Näherung auch für Flüssigkeiten und Festkörper; nämlich dann, wenn die molekularen Dipole nur schwach mitein-

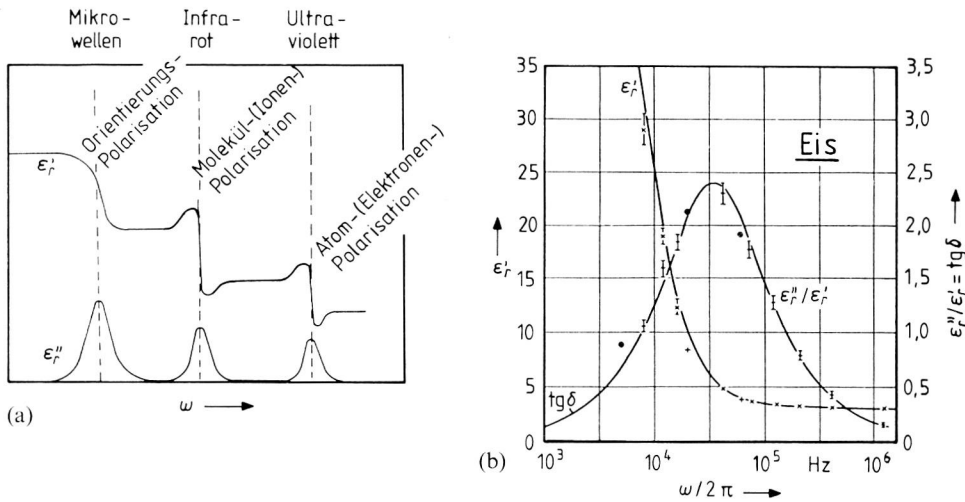


Abb. 17-4. Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante. (a) Schematisches Bild mit den drei im Text beschriebenen Relaxations- bzw. Resonanzbereichen (nach Blakemore 1974). (b) Frequenzabhängigkeit von Real- (ϵ'_r) und normierten Imaginärteil (ϵ''_r/ϵ'_r) der Dielektrizitätskonstante von Eis im Bereich der Orientierungspolarisation (nach Gast 1959).

ander wechselwirken. Abbildung 17-5 zeigt ein Beispiel für die Temperaturabhängigkeit des Realteils ϵ'_r . Man erkennt deutlich das erwartete $1/T$ -Verhalten der Orientierungspolarisation. Bei tiefen Temperaturen wird es oft durch Gitterumwandlungen oder die ferroelektrische Ordnung modifiziert, die wir im nächsten Abschnitt besprechen.

Damit beschließen wir unseren Überblick über die elektrische Suszeptibilität bzw. die Dielektrizitätskonstante. Ihr Verhalten ist relativ komplex, da oft mehrere Vorgänge gleichzeitig ablaufen, nämlich Atompolarisation, Ionenpolarisation und Orientierungspolarisation, die alle in verschiedener Weise von der Temperatur, vom Druck und von der Frequenz des elektrischen Feldes abhängen. Eine mikroskopische Deutung gelingt am leichtesten für die Orientierungspolarisation. Bei der Ionenpolarisation wirkt das ganze Kristallgitter mit, daher ist ihre Beschreibung durch atomare Kenngrößen recht kompliziert.

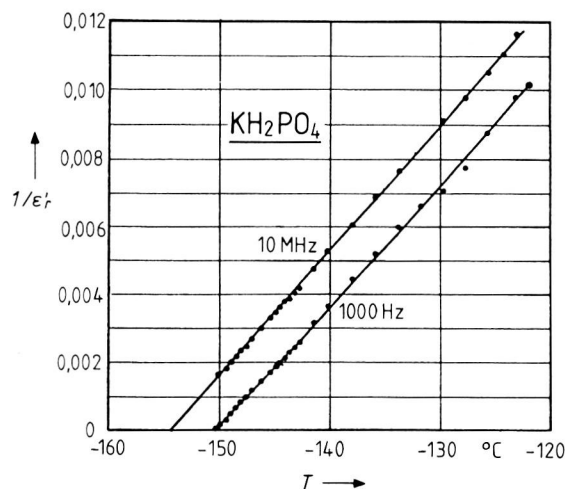


Abb. 17-5. Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante ϵ'_r . Messungen für KH_2PO_4 bei zwei verschiedenen Frequenzen (nach Gast 1959).

17.2 Ferroelektrika

Moleküle, die ein permanentes elektrisches Dipolmoment besitzen (Abb. 8-22), können miteinander wechselwirken und sich so orientieren, daß ihre Dipolmomente in bestimmter Weise ausgerichtet sind. Das kann auf verschiedene Arten geschehen (Abb. 17-6). Man unterscheidet ferro-, anti-ferro- und ferrielektrische Ordnung. Diese Bezeichnungen wurden analog zu den entsprechenden magnetischen Ordnungszuständen geprägt (siehe Kap. 18), obwohl bei der Ausrichtung elektrischer Dipole gar kein Eisen (ferrum) beteiligt ist. Zusammenfassend bezeichnen wir alle elektrischen Ordnungszustände bisweilen kurz als Ferroelektrika; den ungeordneten Zustand nennt man par(a)elektrisch. Das durch die Wechselwirkung entstehende resultierende elektrische Dipolmoment pro Volumeneinheit ist die spontane Polarisation P_s .

Definition

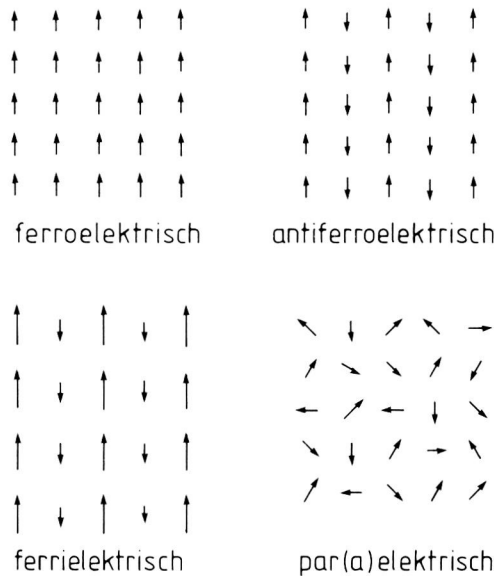


Abb. 17-6. Verschiedene Ordnungszustände elektrischer Dipole.

Nicht alle Stoffe mit permanentem elektrischen Dipolmomenten bilden eine solche spontane Ordnung aus. Sie führt nämlich zu einer Erhöhung der Gesamtenergie des Systems, weil das makroskopische elektrische Feld der ausgerichteten Dipole Feldenergie besitzt. Nur wenn dieser Beitrag zur freien Enthalpie durch eine entsprechende Erniedrigung der übrigen Energie des Kristallgitters kompensiert wird, kann die Ordnung zustande kommen. Die Gitterenergie kann sich zum Beispiel durch eine Veränderung der Atomabstände bei der Entstehung des ferroelektrischen Zustands verkleinern. Bis heute läßt sich nicht allgemein voraussagen, in welchen Stoffen und unter welchen Bedingungen (Druck, Temperatur usw.) Ferroelektrizität oder Antiferroelektrizität auftritt. Art und Grad der Ordnung hängen in charakteristischer Weise von der Temperatur ab, denn die thermische Energie der Atome spielt eine wichtige Rolle: Sie wirkt der Tendenz zur Ausrichtung entgegen.

Wir betrachten zunächst einige Beispiele (Abb. 17-7 und 17-8). Das Dipolmoment von 10^{29} einwertigen Ionenpaaren in einem Kubikmeter mit je 0,025 nm Abstand liefert eine Polarisation von $0,4 \text{ A s/m}^2$. Diese

Beispiele

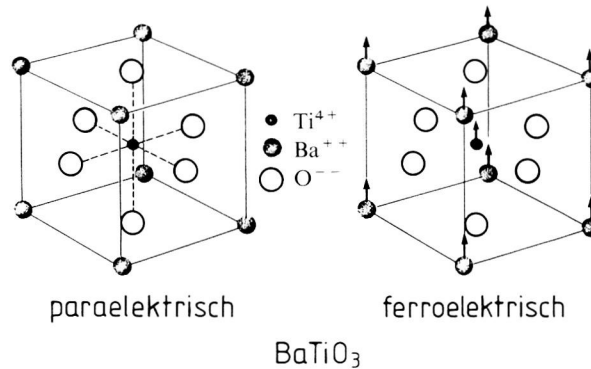


Abb. 17-7. Ferroelektrische Struktur. Bei Bariumtitanat sind im ferroelektrischen Zustand (rechts) die Ba- und die Ti-Ionen gegenüber dem Sauerstoffgitter um etwa eine zehntel Gitterkonstante gegenüber dem paraelektrischen (links) verschoben (nach Kittel 1971).

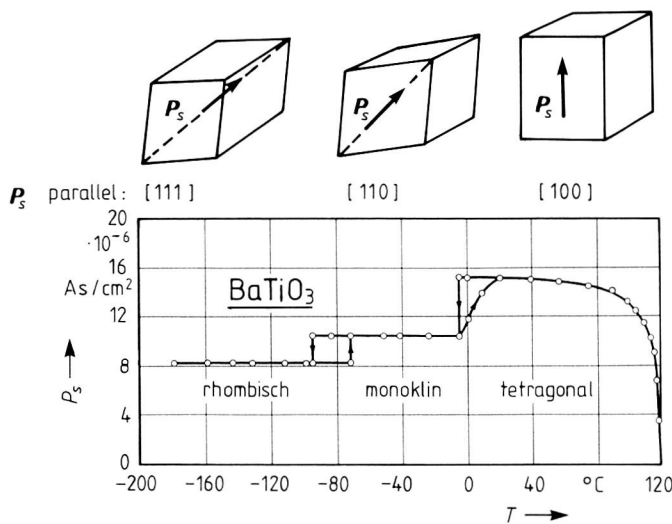


Abb. 17-8. Temperaturabhängigkeit der spontanen elektrischen Polarisation P_s . Ferroelektrische Phasenübergänge im Bariumtitanat. Bei etwa -80°C und bei etwa 0°C gibt es Änderungen der Kristallstruktur, die mit sprunghaften Änderungen der Größe und der Richtung der spontanen Polarisation verbunden sind (diskontinuierliche Phasenübergänge). Bei 120°C findet ein kontinuierlicher Phasenübergang in den paraelektrischen Zustand statt (nach Kittel 1971).

Polarisation kann man entweder direkt mit dem Elektrometer messen oder indirekt über Streuung bzw. Polarisation von Licht oder Elektronen durch die geordneten Dipole. Die Temperaturabhängigkeit der spontanen Polarisation P_s kann ganz verschieden aussehen, je nachdem ob der Phasenübergang vom ferroelektrischen zum paraelektrischen Zustand diskontinuierlich oder kontinuierlich verläuft (siehe Abb. 16-13). Es gibt auch Fälle, in denen die Kristallstruktur und damit die spontane Polarisation sich mehrfach ändert (Abb. 17-8).

Die Temperatur, bei der die ferroelektrische Ordnung verschwindet, nennt man in Analogie zum magnetischen Fall Curie-Punkt T_c . In dessen Nähe gibt es starke spontane Fluktuationen der Polarisation und damit verbunden eine besonders hohe Dielektrizitätskonstante. In Antiferroelektrika kann man natürlich kein makroskopisches elektrisches Dipolmoment messen, jedoch verhält sich die Dielektrizitätskonstante an ihrem Umwandlungspunkt (Néel-Punkt T_N) ähnlich wie bei den Ferroelektrika (Abb. 17-9).

Auch in ferroelektrischen Kristallen ist unterhalb ihres Curie-Punkts oft keine makroskopische permanente Polarisation nachweisbar. Die Ursache hierfür liegt in der Ausbildung von „Domänen“ unterschiedlicher Polarisationsrichtung in verschiedenen Bereichen des Kristalls. Kühlt man näm-

Domänen

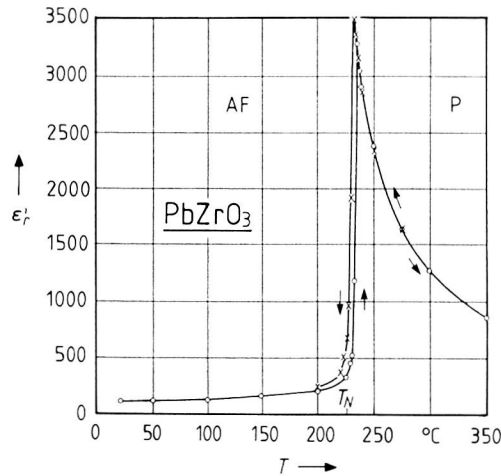


Abb. 17-9. Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante beim antiferroelektrischen Phasenübergang in Bleizirkonat. AF antiferroelektrische, P paraelektrische Phase, T_N Néel-Punkt (nach Hellwege 1976).

lich einen Kristall von oberhalb des Curie-Punkts her kommend ab, so entstehen bei T_c an mehreren Orten gleichzeitig spontan polarisierte Bereiche, aber im allgemeinen zeigen ihre Dipolmomente in verschiedene kristallographisch gleichwertige Richtungen (Abb. 17-10). Dieser Vorgang verläuft ganz analog zur Ausscheidung von Kristalliten aus der Schmelze am Erstarrungspunkt einer Flüssigkeit, dabei entsteht meistens auch kein Einkristall (siehe Abb. 14-6).

Man kann die Polarisation der Domänen jedoch durch ein äußeres Feld in eine bestimmte Richtung drehen. In Abbildung 17-11 ist zu erkennen, daß die Domänenkonfiguration nicht eindeutig vom Feld abhängt; die Zustände a und c sind nicht gleich, b und d nicht invers zueinander. Diese Erscheinung nennt man elektrische Hysterese (Abb. 17-12). Ihre Ursache liegt in der Anisotropie der Kristalle bezüglich der Richtung der spontanen Polarisation. Es gibt Richtungen kleinerer und größerer Gesamtenergie des Kristalls. Zum Drehen der Polarisation aus den Minimalrichtungen heraus ist elektrische Feldenergie erforderlich, die zum Teil im Kristall dissipiert wird. Dieser Teil entspricht der Fläche der Hystereseschleife $P(E)$. In kubischen Kristallen sind alle $\langle 100 \rangle$ -Richtungen bzw. alle $\langle 111 \rangle$ -bzw. alle $\langle 110 \rangle$ -Richtungen energetisch gleichberechtigt. Die gleiche Gesamtpolarisation kann daher auf viele verschiedene Arten auf die Domänen in diesen äquivalenten Richtungen verteilt sein, entsprechend der vorangegangenen Änderung der elektrischen Feldstärke.

Hysterese

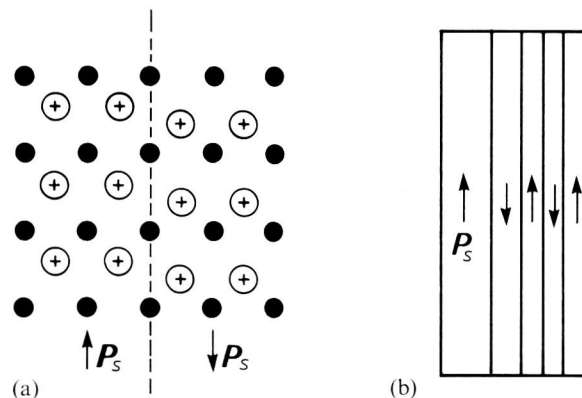


Abb. 17-10. Ferroelektrische Domänen, schematisch (nach Kittel 1971). (a) Atomverschiebungen und spontane Polarisation P_s auf beiden Seiten einer Domänenwand. (b) Domänenstruktur mit 180° -Wänden zwischen benachbarten Bereichen. Die Wanddicke beträgt nur wenige Gitterkonstanten.

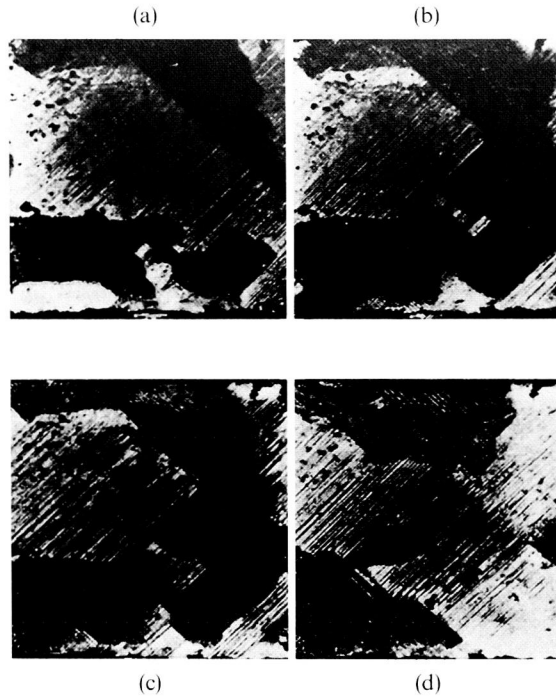


Abb. 17-11. Ferroelektrische Domänen von BaTiO_3 im elektrischen Feld. (a) Ohne elektrisches Feld, (b) Feld + 2000 V/cm, (c) Feld abgeschaltet, (d) Feld - 2000 V/cm (aus Matthias und v. Hippel 1948). Der Kontrast zwischen in verschiedenen Richtungen elektrisierten Bereichen kommt durch elektrostriktive Verzerrung des Kristalls zustande. Infolgedessen wird er doppelbrechend, und man kann die Bereiche voneinander unterscheiden. Die dunklen Streifen in den hellen Bereichen sind Gleitbänder (siehe Abb. 15-12). Das elektrische Feld lag bei diesen Aufnahmen horizontal in der Bildebene.

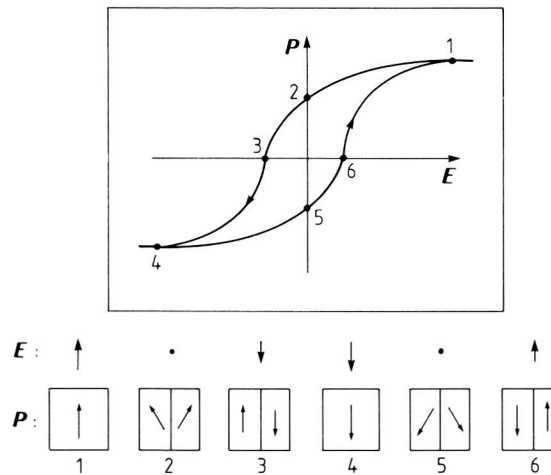


Abb. 17-12. Die ferroelektrische Hysterese. Hysteresekurve und vereinfachte Darstellung einer Domänenstruktur in sechs verschiedenen Punkten der Kurve.

Ferroelektrika finden vielfältige technische Anwendung, vor allem wegen ihrer nahe T_c sehr großen Dielektrizitätskonstante, die Werte bis zu 100 000 annehmen kann (siehe Abb. 17-9). Sie werden daher als besonders effiziente Dielektrika in Kondensatoren verwendet. Wegen des nicht-linearen Zusammenhangs zwischen \mathbf{P} und \mathbf{E} (Abb. 17-12) kann man mit Ferroelektrika auch Verstärker- und Frequenzwandler-Elemente bauen. Schließlich sind alle ferroelektrischen Stoffe piezoelektrisch, worüber wir im nächsten Abschnitt sprechen, und eignen sich daher zur Erzeugung von Ultraschall und zur Positionssteuerung in elektromechanischen Wandlern.

Anwendungen

17.3 Piezo- und Pyroelektrizität

Wir behandeln nun kurz die übrigen Response-Eigenschaften der elektrischen Polarisation. Die vier „nichtdiagonalen“ Effekte aus Tabelle 10-2 sind in Abbildung 17-13 schematisch zusammengestellt. Quantitative mikroskopische Theorien gibt es für sie kaum. Die bis heute entwickelten Modelle liefern höchstens das Vorzeichen oder die richtige Größenordnung der Suszeptibilitäten. Zahlenwerte sind für die piezoelektrische Konstante $\partial|\mathbf{P}|/\partial\hat{\sigma}$ 10^{-9} bis 10^{-12} m/V, und für die pyroelektrische $\partial|\mathbf{P}|/\partial T$ 10^{-3} bis 10^{-6} A s K $^{-1}$ m $^{-2}$. Die elektrostriktive bzw. elektrokalarische Suszeptibilität ergibt sich daraus durch entsprechende Umrechnung und Normierung. Zum Beispiel erhält man für die lineare Elektrostriktion $\partial(\Delta L/L)/\partial|\mathbf{E}|$ 10^{-13} bis 10^{-7} m/V und für den elektrokalarischen Effekt $\partial T/\partial|\mathbf{E}|$ 10^{-9} bis 10^{-6} K/(V/m).

Der bekannteste piezoelektrische Kristall ist Quarz, der zur elektrischen Erzeugung mechanischer Schwingungen, zum Beispiel in Uhren, breite Verwendung findet (Abb. 17-14), aber auch umgekehrt zur Umwandlung

Übersicht

Anwendungen

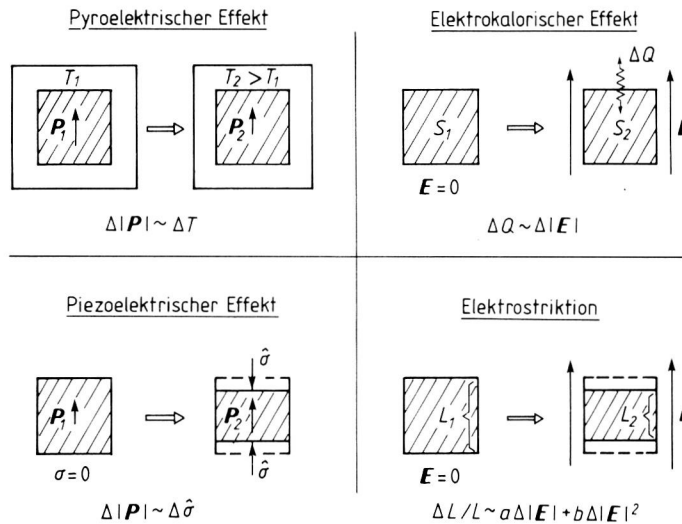


Abb. 17-13. Pyro- und piezoelektrische Effekte. In den Proportionalgleichungen steht rechts die Ursache, links die Wirkung. Die Proportionalitätskonstanten der angegebenen Beziehungen entsprechen den Suszeptibilitäten von Tabelle 10-2. Aus historischen Gründen wird der lineare Anteil der Elektrostriktion ($\sim \Delta|\mathbf{E}|$) oft als inverser piezoelektrischer Effekt bezeichnet, und der quadratische als Elektrostriktion im engeren Sinn. (Die entsprechenden magnetischen Effekte zeigt Abbildung 18-24.)

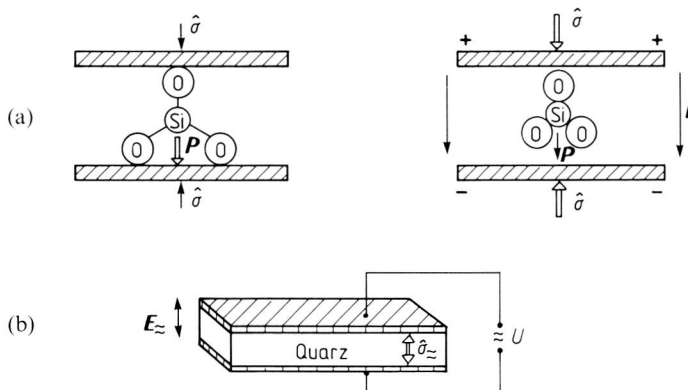


Abb. 17-14. Piezoelektrizität von Quarz. (a) Schematische Darstellung der piezoelektrischen Response; einfache Pfeile: Ursachen, Doppelpfeile: Wirkungen. (b) Elektrische Anregung von Schwingungen in Quarz; die aufgedampften Elektroden sind schraffiert dargestellt.

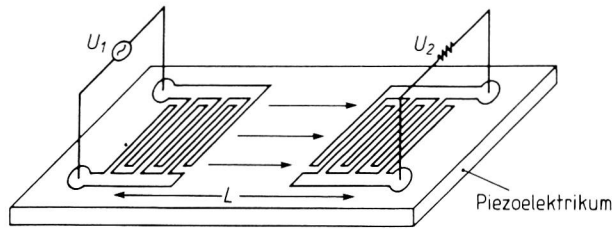


Abb. 17-15. Piezoelektrischer Modul für Oberflächenwellen. Durch die Wechselspannung U_1 wird die Kristalloberfläche unter dem linken Kontaktgitter periodisch mechanisch deformiert. Eine Oberflächenwelle läuft zum rechten Gitter und erzeugt hier periodische Ladungswechsel, die zur Wechselspannung U_2 Anlaß geben. Die Abmessungen eines solchen Bauteils betragen meist nur einige Millimeter, die Laufzeiten der Oberflächenwellen etwa 10^{-6} s (nach Solymar und Walsh 1984).

mechanischer Schwingungen in elektrische. Eine weitere neue Anwendung piezoelektrischer Kristalle ergibt sich bei der Erzeugung mechanischer Oberflächenwellen (Abb. 17-15). Man verwendet solche Bauteile als Steuer- und Verzögerungsglieder in elektrischen Schaltungen und kann damit billig größere Verzögerungen erreichen als mit rein elektromagnetischen Bauelementen. Die Geschwindigkeit mechanischer Wellen in Festkörpern ist nämlich rund 10^5 mal kleiner als diejenige von elektrischen. Schließlich kann man mit piezoelektrischen Kristallen mechanische Verschiebungen bis zu 10^{-11} m herab gezielt und reproduzierbar durchführen, wie zum Beispiel bei der Tunnel-Raster-Mikroskopie (siehe Abb. 14-16).

Den pyroelektrischen Effekt verwendet man hauptsächlich zum Nachweis von Infrarotstrahlung und zum Bau von Mikrokalorimetern. Die pyroelektrische Suszeptibilität ferroelektrischer Kristalle ist nichts anderes als der Temperaturkoeffizient der spontanen Polarisierung. Dieser wird nahe am Curie-Punkt besonders groß (siehe Abb. 17-8). Dort sind solche Werkstoffe daher besonders effektiv.

17.4 Die elektrische Leitfähigkeit der Metalle

Der Mechanismus der Elektrizitätsleitung in Kristallen war lange Zeit eines der zentralen Themen der Festkörperphysik. Der Leitfähigkeitstensor σ beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Stromdichte \mathbf{j} (Dimension A/m^2) und der elektrischen Feldstärke \mathbf{E}

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (17-6)$$

Die Leitfähigkeit umfaßt einen Bereich von $10^6 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ bei Metallen bis zu $10^{-20} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ bei Isolatoren. Dazwischen liegen die Halbleiter mit 10^3 bis $10^{-9} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ (Abb. 17-16). Aus zahlreichen Beobachtungen weiß man, daß in den meisten Festkörpern nur Elektronen den Strom leiten, während die Atomrümpfe praktisch an ihre Plätze im Gitter gebunden bleiben. Es ergibt dann keinen Transport von Atomen oder Ionen. Ausnahmen sind Gläser und heteropolare Kristalle, zum Beispiel die Alkalihalogenide, in denen bei höherer Temperatur unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes Ionen beiderlei Vorzeichens wandern können. Doch ist die Leitfähigkeit in diesen Stoffen im allgemeinen relativ gering. Ein einfaches Modell der Elektronenleitung zeigt Abbildung 17-17.

Größenordnungen

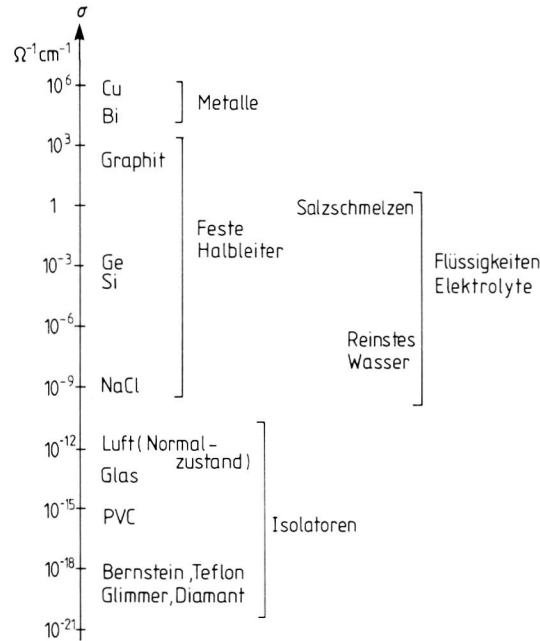


Abb. 17-16. Elektrische Leitfähigkeit verschiedener Stoffe bei Raumtemperatur.

Die Kraft F auf ein nichtrelativistisches Elektron im elektrischen Feld ist

$$F \equiv m_e \frac{dv}{dt} = -e_0 E. \quad (17-7)$$

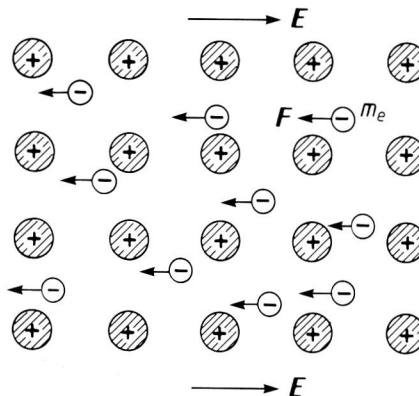
Hieraus erhält man die Geschwindigkeitsänderung $dv = -e_0 E dt/m_e$. Aus dem mit der Fermi-Geschwindigkeit v_F (siehe Abb. 16-11) in der Zeit Δt zurückgelegten Weg $\bar{l} = v_F \Delta t$ folgt $\Delta v = -e_0 E \bar{l}/(m_e v_F)$. Die elektrische Stromdichte j ist definitionsgemäß gleich $-e_0 (N/V) \Delta v$ (N/V Dichte der Leitungselektronen). Setzt man das in Gleichung (17-6) ein, so ergibt sich für $j \parallel E$:

$$\sigma = \frac{N}{V} \frac{e_0^2 \bar{l}}{m_e v_F}. \quad (17-8)$$

Zum Vergleich mit dem Experiment muß man die Dichte der Leitungselektronen N/V , die freie Weglänge \bar{l} und die Fermi-Geschwindigkeit v_F kennen. Die letztere läßt sich berechnen (siehe Legende zu Abb. 16-11). Die

Ein einfaches Modell

Abb. 17-17. Modell zur Elektronenleitung. Die Elektronen, welche die metallische Bindung vermitteln, sind meist auch die Träger des elektrischen Stroms. Die Atomrümpfe mit den Valenzelektronen nehmen oft nur einen relativ kleinen Teil des Gesamtvolumens ein, beim Lithium nur etwa 10%. In anderen Metallen, zum Beispiel in Kupfer, sind es fast 80%. Dabei ist angenommen, daß jedes Atom genau ein Elektron zur Bindung beiträgt. Die Pfeile symbolisieren nicht die Geschwindigkeit der Elektronen, sondern die vom elektrischen Feld auf sie ausgeübten Kräfte bzw. ihre sogenannte Driftgeschwindigkeit Δv . Die wahren Geschwindigkeitsvektoren der Elektronen weisen dagegen regellos in alle Richtungen und sind hier nicht eingezeichnet. Aufgrund der Fermi-Energie sind sie sehr viel größer als die Driftgeschwindigkeit ($v_F \approx 10^5 \Delta v$).



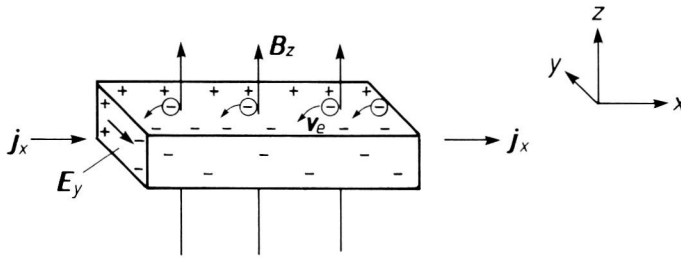


Abb. 17-18. Der Hall-Effekt (von E. H. Hall 1879 entdeckt). Ein positiver Strom in x -Richtung (Stromdichte j_x) bewirkt bei Anwesenheit eines Magnetfeldes in z -Richtung aufgrund der Lorentz-Kraft eine Ablenkung der bewegten Elektronen (Geschwindigkeit v_e) in die negative y -Richtung. Die entstehenden Oberflächenladungen (+, -) erzeugen ein elektrisches Hall-Feld E_y . Die Hall-Konstante ist definiert als $R_H = E_y / j_x B_z$ und ergibt sich für ein Modell mit freien Elektronen zu $R_H = -(e_0 N/V)^{-1}$ (N/V Elektronendichte). „Hall-Sonden“ werden heute vor allem zur Messung von Magnetfeldern verwendet.

Größe N/V kann man zum Beispiel aus Messungen der Hall-Konstante erhalten (Abb. 17-18). Für \bar{l} gibt es jedoch keine einfache direkte Meßmethode.

Wir gehen daher umgekehrt vor und bestimmen aus den Meßwerten von Elektronendichte und Leitfähigkeit die freie Weglänge. Dies liefert für Kupfer bei Raumtemperatur $\bar{l} = (\sigma m_e v_F) / (e_0^2 N/V) = (5,9 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}) / [(1,6 \cdot 10^{-19})^2 (\text{A s})^2 \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}] = 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}$, also rund 200 Atomabstände. Das erscheint reichlich viel. Bei Heliumtemperatur ergibt sich für \bar{l} wegen der dann viel größeren Leitfähigkeit sogar 0,4 cm! Man kann sich kaum vorstellen, daß ein Elektron in diesem Fall rund $2 \cdot 10^7$ Atomabstände in einem dicht gepackten Gitter zurücklegt, ohne einmal irgendwo anzustoßen. Gelegenheiten dafür gibt es nämlich viele (siehe Abb. 17-25). So unglaublich aber unser Ergebnis auch aussieht, es ist richtig. Der Grund dafür liegt in der Wellennatur der Elektronen in Verbindung mit dem Pauli-Prinzip, wie wir gleich sehen werden. Vorher wollen wir jedoch noch kurz die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit betrachten.

Ähnlich wie bei der im Kapitel 16 behandelten Wärmeleitfähigkeit ist der entscheidende temperaturabhängige Faktor auch bei der elektrischen Leitfähigkeit die freie Weglänge, hier die der Elektronen. Sie wird zum einen Teil durch die Dichte der Phononen bestimmt, zum anderen durch die Dichte der Gitterfehler, denn an diesen beiden Arten von Störstellen werden die Elektronen bevorzugt gestreut (siehe Abb. 17-25). Abbildung 17-19 zeigt den spezifischen elektrischen Widerstand als Funktion der Temperatur. Man kann zwei Bereiche unterscheiden. Einen Tieftemperaturbereich mit annähernd konstantem spezifischen Widerstand $\varrho \equiv 1/\sigma$. Er rührt von der Begrenzung der freien Weglänge durch ortsfeste Fehlstellen im Gitter her, deren Dichte temperaturabhängig ist. Man nennt diesen Anteil den Restwiderstand. Daran schließt sich der Hochtemperaturbereich an, in dem ϱ erst mit T^5 und später mit T anwächst. Das ist eine Folge der mit zunehmender Temperatur steigenden Phononendichte, wie man durch relativ komplizierte Rechnungen nachweisen kann. Die beiden Anteile von ϱ , Restwiderstand und Phononenwiderstand, sind in erster Näherung additiv.

Freie Weglänge

Temperaturabhängigkeit

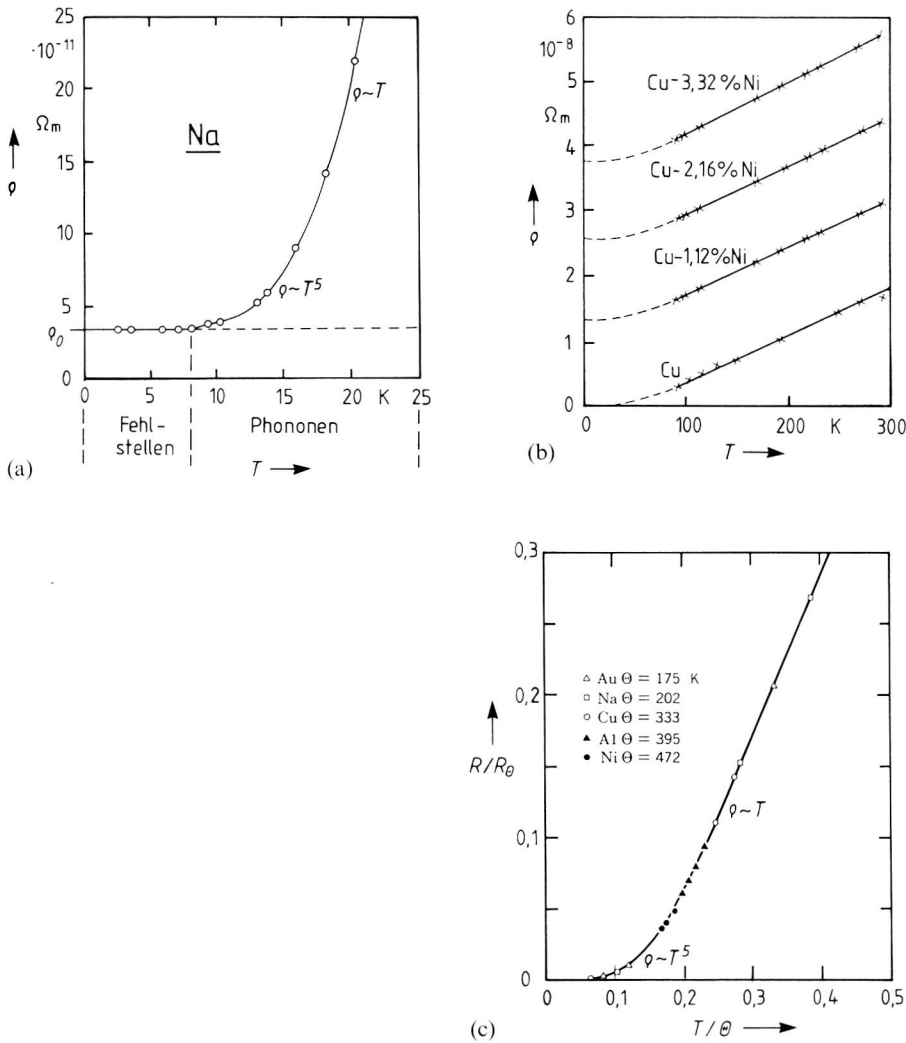


Abb. 17-19. Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstands. (a) Widerstand von reinem Natrium. Oberhalb von etwa 40 K wird der Anstieg in guter Näherung linear wie in Teilbild c (nach Blakemore 1974). (b) Widerstand verschiedener Cu-Ni-Legierungen. Je größer die Fremdatomdichte (hier Ni) ist, desto höher wird der Restwiderstand für $T \rightarrow 0$ (nach Rose u. a. 1966). (c) Reduzierte Darstellung des Widerstands verschiedener Metalle (nach Kittel 1971). R_θ ist der Widerstand bei der Debye-Temperatur θ (siehe Abschn. 16.1).

Wir kommen nun auf das Problem der unglaublich großen freien Weglänge der Elektronen zurück. Man würde vermuten, daß sie in der Größenordnung von etwa einer Gitterkonstante liegt, denn die den Strom tragenden Elektronen sollten häufig mit ihresgleichen sowie mit Valenzelektronen und mit Atomkernen „zusammenstoßen“, das heißt aufgrund der Coulomb-Kraft abgelenkt werden. Dann müßte die Leitfähigkeit von Metallen aber mindestens hundertmal kleiner sein als die gemessenen Werte. Daß die freie Weglänge jedoch in Wirklichkeit sehr viel größer ist als nach dieser naiven Vorstellung, hat zwei Gründe. Zum einen sorgt das Pauli-Prinzip dafür, daß sich nur je zwei Elektronen in jedem erlaubten Energiezustand befinden. Zum anderen spielt die Welleneigenschaft der Elektronen eine Rolle.

Wie wir aus Abbildung 16-11 wissen, sind alle Zustände unterhalb der Fermi-Verteilungsfunktion mit Elektronen besetzt. Gewinnt nun ein Elektron durch Beschleunigung im elektrischen Feld die Energie $\delta\epsilon$, so muß es in einen unbesetzten Zustand oberhalb $f_F(\epsilon, T)$ gehen (Abb. 17-20), denn unterhalb $f_F(\epsilon, T)$ ist kein Platz mehr frei. Das Elektron kann also nur aus einer Schicht der Dicke $\delta\epsilon$ unterhalb der Fermi-Kurve f_F kommen. Durch

Pauli-Prinzip

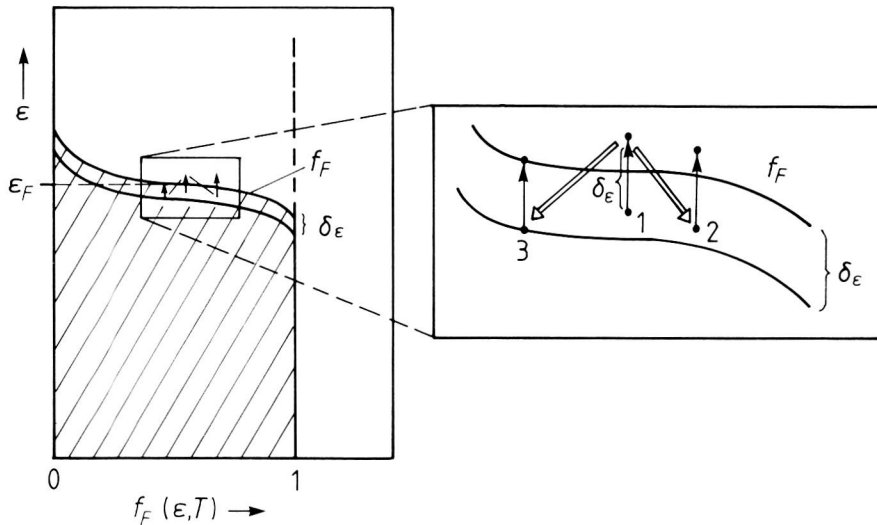


Abb. 17-20. Fermi-Verteilung und Elektronenstöße. Ein Elektron (1) nimmt nur dann die Energie $\delta\epsilon$ auf, wenn es dabei in einen unbesetzten Zustand oberhalb $f_F(\epsilon, T)$ gelangen kann. Es kann diese Energie durch Zusammenstöße auch nur an Elektronen (2, 3) aus dem Streifen der Breite $\delta\epsilon$ unterhalb von $f_F(\epsilon, T)$ wieder abgeben, denn diese Elektronen müssen dabei ihrerseits in einen unbesetzten Zustand kommen können.

Zusammenstoß mit einem anderen Elektron kann es diesem seine Energie auch nur dann übertragen, wenn sich das zweite Elektron ebenfalls in einem Streifen der Breite $\delta\epsilon$ unterhalb $f_F(\epsilon, T)$ befindet. Dieser Streifen enthält aber nur einen ganz kleinen Bruchteil aller Elektronen, nämlich etwa $\delta\epsilon/\epsilon_F \approx e_0 |E| \bar{l}/\epsilon_F$. Für $|E| = 1000 \text{ V/m}$ ergibt sich mit der Fermi-Energie $\epsilon_F \approx 10^{-18} \text{ J}$ (siehe Abschn. 16.1) $\delta\epsilon/\epsilon_F$ zu $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s} \cdot 10^3 \text{ V/m} \cdot 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}/10^{-18} \text{ J} \approx 5 \cdot 10^{-6}$. Nur mit jedem 200 000sten Leitungselektron kann also nach diesem vereinfachten Bild ein Zusammenstoß stattfinden. Das entspricht einer freien Weglänge \bar{l} von 10^{-6} bis 10^{-5} m , etwa dem Wert für Kupfer bei 100 K. Das Pauli-Prinzip und die aus ihm abgeleitete Fermi-Verteilung erklären also, warum Elektronen so selten mit ihresgleichen zusammenstoßen, aber man erhält nur ungefähr die Größenordnung der freien Weglänge. Elektron-Phonon-Stöße sind dabei noch nicht berücksichtigt. Ihre Häufigkeit läßt sich nur mit Hilfe der Welleneigenschaften der Elektronen verstehen.

Wir müssen uns nun vom Teilchenbild der Leitfähigkeitselektronen trennen und bedenken, daß jedem bewegten freien Elektron eine ebene Welle $\psi_k^{(f)}(\mathbf{r}) = A e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ mit dem Wellenvektor \mathbf{k} zugeordnet werden kann, deren Betrag $\psi^* \psi$ zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons proportional ist (siehe Abb. 1-3). Die Wellenfunktion eines Elektrons in einem Kristallgitter sieht jedoch viel komplizierter aus als diejenige eines freien Elektrons. Sie ist eine Lösung der Schrödinger-Gleichung, wenn man dort für $U(\mathbf{r})$ das Potential des Elektrons im Kristallgitter einsetzt (Abb. 17-21 a). Solche Lösungen sind für realistische Gitterpotentiale nur numerisch zu erhalten. Es gibt jedoch verschiedene, mehr oder weniger stark vereinfachte Modelle, die wir hier leider nicht im einzelnen besprechen können, und mit denen sich Näherungslösungen erhalten lassen. Sie werden in den Lehrbüchern der Festkörperphysik behandelt und führen kurz gesagt zu folgendem Ergebnis:

Die Wellenfunktion eines Leitungselektrons im Kristall setzt sich zusammen aus derjenigen eines freien Elektrons $\psi_k^{(f)}$ und einem Faktor u_k , der die Periodizität des Kristallgitters enthält, zum Beispiel $u_k(x) \sim \sin(2\pi x/a)$

Elektronenwellen

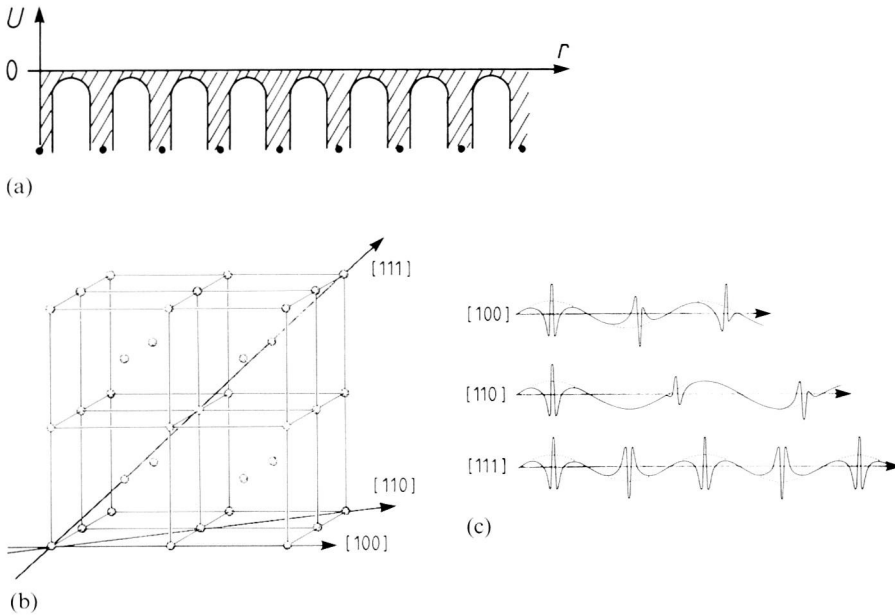


Abb. 17-21. Potential und Wellenfunktionen von Elektronen im Kristallgitter. (a) Periodisches Kristallpotential U in einer Dimension. Die Orte der positiv geladenen Atomrümpfe sind mit schwarzen Punkten bezeichnet. (b) Kubisch-raumzentriertes Gitter mit drei markierten Richtungen (nach Ehrenreich 1967). (c) Bloch-Funktionen in den drei ausgezeichneten Richtungen von Teilbild b; $\psi_k^{(f)}$ punktiert, $\psi_k = \psi_k^{(f)} \cdot u_k$ durchgezogen (nach Ehrenreich 1967).

mit der Gitterkonstanten a ,

$$\psi_k(\mathbf{r}) = \psi_k^{(f)}(\mathbf{r}) u_k(\mathbf{r}) = A e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_k(\mathbf{r}). \quad (17-9)$$

Diese Aussage heißt Bloch-Theorem; $\psi_k(\mathbf{r})$ sind die „Bloch-Funktionen“. Sie gehen mit wachsendem Abstand der Gitteratome allmählich in die Atomwellenfunktionen der freien Atome über (siehe Kap. 7). Eine schematische Darstellung der $\psi_k(\mathbf{r})$ zeigt Abb. 17-21 c. Dort ist der Anteil $\psi_k^{(f)}$ auch getrennt skizziert.

Eine besondere Situation entsteht im Kristall, wenn die Wellenlänge von $\psi_k^{(f)}$ gleich dem doppelten Atomabstand a wird. Dann können die Wellen an den Gitteratomen teilweise reflektiert werden und konstruktiv oder destruktiv interferieren, je nach dem Betrag ihrer Phasenverschiebung bei der Reflexion. Das führt zu stehenden Wellen der Wellenlänge $2a$ (Abb. 17-22a). Es ist hierbei nicht gleichgültig, ob die Minima oder die Maxima der Elektronendichte $\psi^* \psi$ an den Orten der Atome liegen (Abb. 17-22b, c). Im ersteren Fall (ψ^+) hält sich das Elektron bevorzugt in der Mitte zwischen den Atomrümpfen auf, im zweiten Fall (ψ^-) bevorzugt an denselben Orten wie die Atomrümpfe. Da diese positiv geladen sind, ist die Coulomb-Energie des Zustands mit ψ^+ größer als diejenige des Zustands mit ψ^- . Für stehende Wellen in einem Kristall gibt es also zur selben Wellenlänge $2a$ zwei verschiedene Energien. Die Größenordnung dieser Energiedifferenz ΔE ist die Coulomb-Energie zweier Elementarladungen im Abstand $a/2$, $(2e_0^2/a)/(4\pi\epsilon_0) \approx 10^{-18} \text{ J}$ ($\approx 6 \text{ eV}$) für $a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Derselbe Effekt tritt bei allen Wellenlängen ein, die gleich $2a/n$ sind ($n = 1, 2, 3, \dots$), wovon man sich leicht durch eine Zeichnung analog zu Abbildung 17-22 überzeugen kann. Bei allen anderen Wellenlängen bilden sich keine stehenden Wellen im Kristallgitter aus (siehe Abb. 17-21 c), und daher gibt es auch keine Energiedifferenz ΔE zwischen Wellen gleicher Wellenlänge aber verschiedener Phase. Für laufende Wellen gilt nämlich immer $\psi^* \psi = A e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \cdot A e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} = A^2$, also eine ortsunabhängige Elektronendichte.

Energielücke

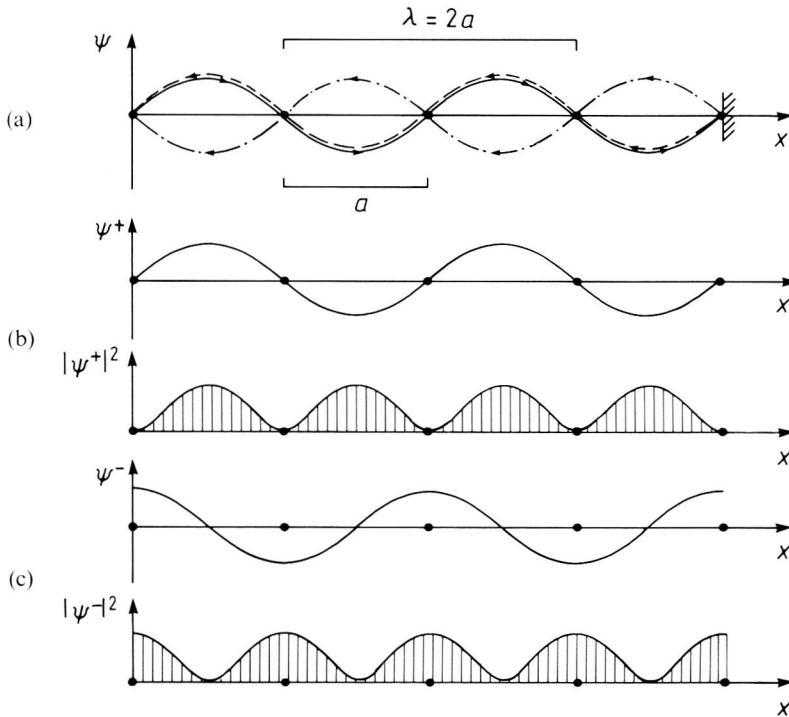


Abb. 17-22. Interferenz von Elektronenwellen im eindimensionalen Gitter. (a) Konstruktive (-----) und destruktive (- · - · -) Interferenz einer von links kommenden und einer am ganz rechten Atom reflektierten Welle; mit (-----) bzw. ohne (- · - · -) Phasensprung von $\pi/2$ bei der Reflexion. (b) Wellenfunktion und Aufenthaltswahrscheinlichkeit der stehenden Welle $\psi^{(+)} \sim \sin(\pi x/a)$. (c) Dasselbe für $\psi^{(-)} \sim \cos(\pi x/a)$.

Für viele Anwendungen ist es notwendig, die kinetische Energie der Elektronen als Funktion ihres Wellenvektors \mathbf{k} , die sogenannte Dispersionskurve $E(\mathbf{k})$, zu betrachten (Abb. 17-23): Weit weg von den „Resonanzstellen“ $\lambda = 2a/n$ bzw. $|\mathbf{k}| = n\pi/a$ verläuft $E(\mathbf{k})$ ähnlich wie bei freien Elektronen. Dort gilt $E = p^2/2m_e = \hbar^2 k^2/2m_e$. Die Funktion $E(\mathbf{k})$ ist also eine Parabel. In der Nähe der Resonanzstellen hängt die Form von $E(\mathbf{k})$ jedoch von der Gestalt des Atompotentials $U(\mathbf{r})$ ab. Eine Energielücke ΔE existiert an allen Stellen $k = n\pi/a$, an denen die Wellenlänge das $(2/n)$ -fache der Gitterkonstante ist. Die Bereiche zwischen diesen Stellen nennt man erlaubte Zonen oder Energiebänder. Das Elektron bewegt sich dort fast so, als wäre es frei und das Gitter gar nicht vorhanden. Die Energiebereiche ΔE_i in Abbildung 17-23 heißen „verbotene Zonen“ oder Bandlücken. Elektronen mit solchen Energien können sich im Gitter nicht weit bewegen, ihre Wellen werden von den Atomrümpfen ständig reflektiert.

Energiebänder

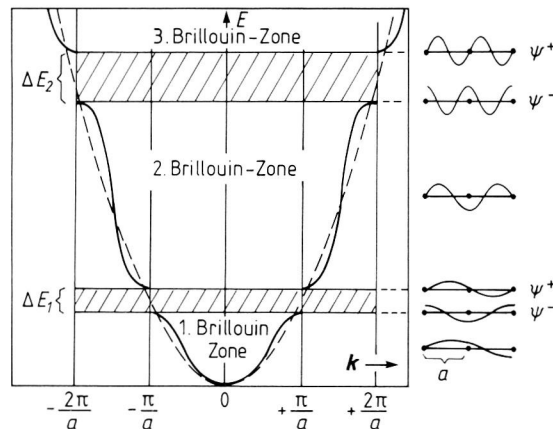


Abb. 17-23. Dispersionskurve und Energiebänder für ein eindimensionales Modell. Durchgezogene Kurve: $E(\mathbf{k})$ für ein einfaches Kristallgitter mit der Gitterkonstante a . Gestrichelt: Dispersionskurve für freie Elektronen ($E \sim k^2$). Schraffiert: im Kristall verbotene Energiebereiche ΔE_i für Leitungselektronen. Die genaue Form der Kurve in der Nähe der „Resonanzstellen“ $|\mathbf{k}| = n\pi/a$ hängt von der Gestalt des Atompotentials $U(\mathbf{r})$ ab. Die erlaubten k -Bereiche zwischen den Resonanzstellen nennt man Brillouin-Zonen. Rechts sind die Wellenfunktionen für einige charakteristische Energiewerte skizziert.

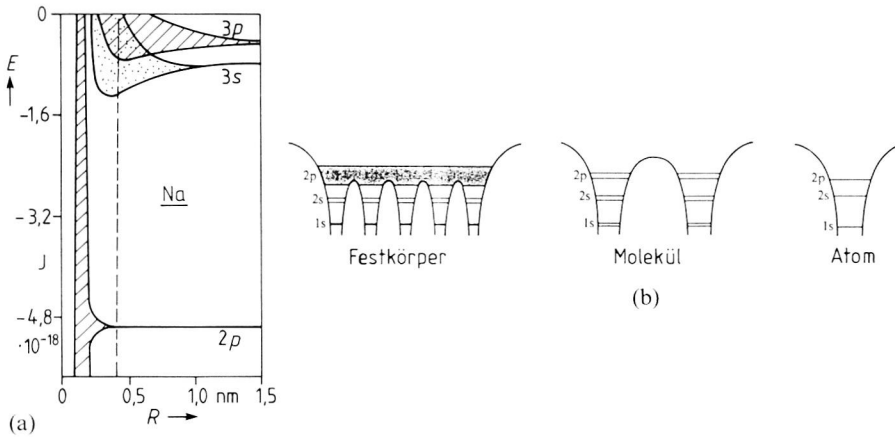


Abb. 17-24. Bandstruktur als Funktion des Atomabstands R von Natrium. (a) Das $2s$ -Band liegt bei $-10,1 \cdot 10^{-18}$ J, das $1s$ -Band bei $-166,6 \cdot 10^{-18}$ J. Beide Bänder sind im Bereich des Gleichgewichts-Kernabstandes (----) so schmal, daß man sie von den Niveaus der ungestörten Atome in diesem Maßstab nicht unterscheiden kann (nach Slater 1934). (b) Entwicklung von diskreten Energieniveaus zum Energieband beim Übergang vom freien Atom zum Festkörper (nach Omar 1975).

Bisher haben wir immer eindimensionale Modelle betrachtet. In drei Dimensionen kann man die $E(\mathbf{k})$ -Funktion nicht mehr vollständig darstellen, weil man dazu vier Koordinaten benötigen würde. Es ist jedoch wichtig zu wissen, daß die $E(\mathbf{k})$ -Fläche anisotrop ist, weil a und $U(\mathbf{r})$ in verschiedenen Richtungen unterschiedlich groß sind.

Das Bändermodell läßt sich nicht nur auf Leitungselektronen anwenden, sondern auch auf die an den Atomrümpfen gebundenen Valenzelektronen. Man spricht in diesem Fall von Valenzbändern, dagegen bei Leitungselektronen von Leitungsbandern. Da alle Elektronen dem Pauli-Prinzip unterliegen, verteilen sie sich in ganz bestimmter Weise auf die zur Verfügung stehenden Bänder. Das energetisch niedrigste Band wird zuerst von unten her aufgefüllt, usw. Insgesamt haben in jedem Band $2N$ Elektronen Platz, wenn N die Anzahl der primitiven Elementarzellen im Kristall ist; der Faktor 2 berücksichtigt die beiden möglichen Spinrichtungen. In Abbildung 17-24 ist die Bandstruktur als Funktion des Atomkernabstands dargestellt. Bei sehr weit voneinander entfernten Kernen existieren praktisch nur die Energieniveaus der isolierten Atome (siehe Kap. 7). Je näher sie einander kommen, desto mehr überlappen sich die Atompotentiale, und desto leichter können die Elektronen durch interne Ionisation oder Tunneleffekt von einem Atom zum anderen überwechseln. Um so kleiner sind auch die verbotenen Zonen und umso breiter werden daher die Energiebänder.

Die Form der Bänder bzw. die $E(\mathbf{k})$ -Funktion läßt sich messen, indem man Photonen oder Elektronen mit bekanntem Energie- und Impulsübertrag an den Elektronen eines Bandes streut. Die Energiebänder, ihre Form und ihre Lücken, sind ein wichtiges Hilfsmittel zum Verständnis vieler elektrischer, magnetischer und optischer Eigenschaften. Wir werden noch oft davon Gebrauch machen. Man kann natürlich alle elektrischen Eigenschaften auch im Ortsraum statt im Impulsraum diskutieren. Dann muß man statt $E(\mathbf{k})$ die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ der Elektronen betrachten. Das Bandmodell ist jedoch einfacher und übersichtlicher, sofern man sich erst einmal daran gewöhnt hat.

Wir haben nun gesehen, wie sich Elektronenwellen in einem Kristallgitter fortpflanzen. Von Zusammenstößen des Elektrons mit den Atomrümpfen des Gitters war dabei noch kaum die Rede. Sie finden in einem idealen Kristall auch gar nicht statt. Die Wellenfunktion paßt sich hier dem Gitter stets so an, daß möglichst kein Energieaustausch zwischen diesem und den Leitungselektronen stattfindet (siehe Abb. 17-21 c). Nur an Fehlstellen ist

Besetzungsdichte der Bänder

Elektronen-Gitter-Stöße

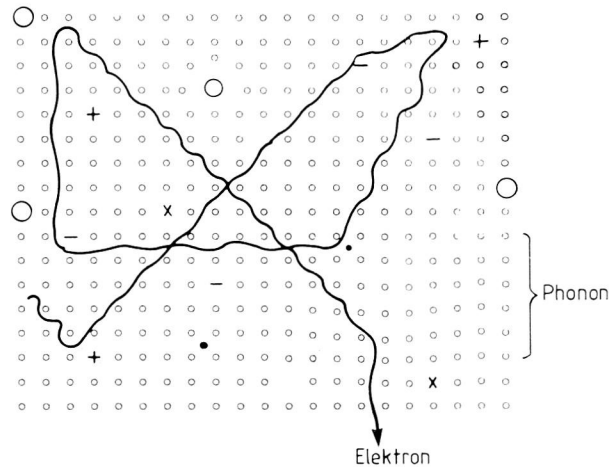


Abb. 17-25. Bewegung eines Elektrons in einem zweidimensionalen Kristallgitter. In ungestörten Gitterbereichen wird das Elektron nicht gestreut. An Fremdatomen (+, -, x), Leerstellen (o), Zwischengitteratomen (•), Versetzungen und Oberflächen, sowie an Phononen finden jedoch Streuprozesse statt. Die Phononenstreuung ist rechts unten angedeutet. Das Phonon erkennt man am besten, wenn man das Bild schräg von rechts her betrachtet (nach Fraser 1986).

die Periodizität des Gitters und seines Potentials gestört. Dort paßt die Wellenfunktion nicht mehr ins Gitter. Das Elektron wird gestreut und ändert dabei seine Energie sowie den Betrag und die Richtung seines Wellenvektors. Dies ist in Abbildung 17-25 schematisch dargestellt. Die Berechnung der freien Weglänge eines Elektrons aufgrund seiner Zusammenstöße mit Phononen ist besonders schwierig. Sie liefert näherungsweise die in Abbildung 17-19 dargestellte Abhängigkeit $\varrho \sim T^5$ bzw. $\varrho \sim T$ bei niedrigen bzw. hohen Temperaturen. Die Größe des konstanten Restwiderstands oder die Restleitfähigkeit für $T \rightarrow 0$ K ist mit den aus der bekannten Fehlstellenkonzentration eines Kristalls ermittelten Werten in sehr guter Übereinstimmung.

17.5 Die elektrische Leitfähigkeit der Halbleiter

Die Leitfähigkeit von Halbleitern liegt zwischen derjenigen von Metallen ($\sigma > 10^6 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$) und der von Isolatoren ($\sigma < 10^{-9} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$), umfaßt also 15 Größenordnungen (siehe Abb. 17-16). Sie besitzt eine sehr charakteristische Temperaturabhängigkeit, die sich von derjenigen der Metalle drastisch unterscheidet. Die Leitfähigkeit von Halbleitern steigt nämlich mit wachsender Temperatur an, während die von Metallen sinkt (Abb. 17-26). Typische Halbleiter sind Graphit, Selen, Silizium und Germanium; ferner Verbindungen von Elementen aus der 3. mit solchen aus der 5. Gruppe des Periodensystems, und von Elementen aus der 2. mit jenen aus der 6., GaAs, InSb, Cu_3O , usw. Abbildung 17-27 zeigt $\sigma(T)$ für Germanium. Man kann hier zwei Bereiche unterscheiden: einen Tieftemperaturbereich (in der Abbildung rechts) mit nahezu temperaturunabhängiger Leitfähigkeit, die etwa proportional zur Fehlstellenkonzentration ist (Stör-

Temperaturabhängigkeit

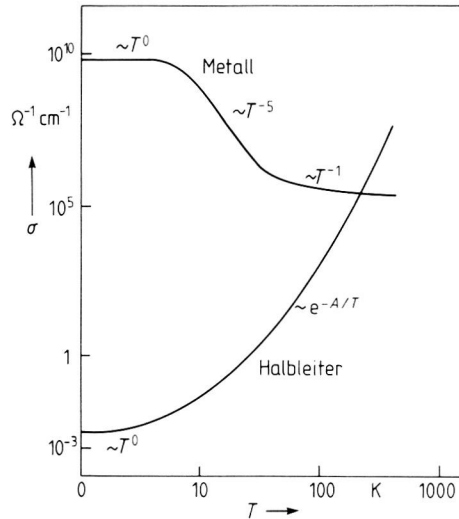


Abb. 17-26. Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit von Metallen und Halbleitern (schematisch).

stellenleitfähigkeit); und einen Hochtemperaturbereich, in dem σ proportional zu $e^{-A/T}$ ansteigt (Eigenleitfähigkeit), mit einer nahezu temperaturunabhängigen Konstanten A .

Der exponentielle Anstieg von σ mit T im Hochtemperaturbereich deutet auf eine thermische Aktivierung von Ladungsträgern hin. Selbstverständlich gilt auch für Halbleiter unsere Beziehung (17-8), $\sigma = e_0^2 \bar{T} N/V m_e v_F$. Die einzige für eine thermische Aktivierung der beobachteten Größenordnung in Frage kommende Variable ist hier die Elektronenkonzentration N/V , denn die freie Weglänge verhält sich nicht wesentlich anders als in Metallen. Sie kann mit wachsender Temperatur höchstens abnehmen, aber

Eigenleitfähigkeit

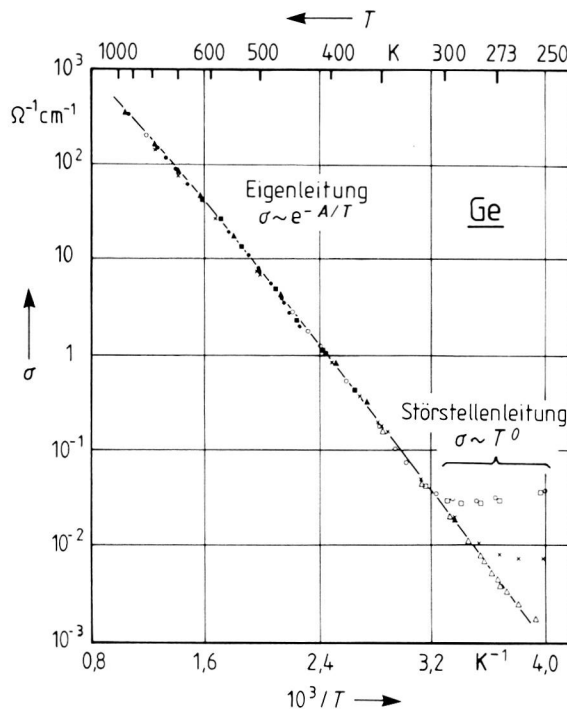


Abb. 17-27. Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit von Germanium. Die verschiedenen Symbole gehören zu Germaniumkristallen mit verschiedenen Anteilen von Bor und Arsen (nach Kittel 1971).

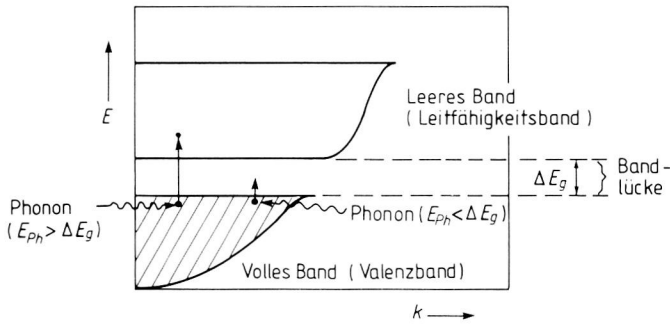


Abb. 17-28. Thermische Aktivierung von Elektronen über die Bandlücke hinweg. Ein Phonon der Energie E_{ph} kann durch Stoß ein Elektron vom voll besetzten Valenzband in das leere Leitungsband heben, wenn E_{ph} größer als die Bandlücke ΔE_g ist (linker Prozeß). Hierbei muß natürlich auch der Impulssatz erfüllt sein $k_{ph} + k_{el}(VB) = k_{el}(LB)$. Der rechte Prozeß mit $E_{ph} < \Delta E_g$ ist nicht möglich, weil es innerhalb der Bandlücke keine besetzbaren Zustände gibt.

keinesfalls ansteigen. Man deutet daher den Hochtemperaturverlauf von σ im Bändermodell als thermische Aktivierung von Elektronen (Abb. 17-28), und zwar über die Bandlücke hinweg. In einem mit $2N$ Elektronen ganz gefüllten Band gibt es bei $T = 0$ K keine Leitfähigkeit, weil ja alle verfügbaren Zustände besetzt sind (vgl. Abb. 17-20). Die Elektronen können dann im elektrischen Feld gar keine Energie aufnehmen. Sie müssen zu diesem Zweck erst über die Bandlücke hinweg in ein anderes leeres Band befördert werden. Dazu müssen sie mindestens die Energie ΔE_g aufnehmen, was durch thermische Energie des Gitters bzw. der Phononen oder durch Absorption von Photonen geschehen kann. Da die mittlere Energie der Phononen mit wachsender Temperatur gemäß einer Bose-Verteilung ansteigt (siehe Abb. 16-3), können bei Temperaturerhöhung immer mehr Elektronen in das Leitungsband gehoben werden. Dort tragen sie zur Leitfähigkeit bei, denn dort gibt es noch freie, vom Pauli-Prinzip nicht verbotene Energiezustände.

Nur die Zahl der Elektronen im Leitungsband, nicht ihre Energie, geht in unsere Formel (17-8) für σ ein. Eine Näherungsrechnung mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes und der Zustandsdichte im Leitungsband ergibt

$$\frac{N}{V} = 2 \left(\frac{kT m_e}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\Delta E_g / 2kT}. \quad (17-10)$$

Setzt man dies in Gleichung (17-8) ein, so läßt sich aus der Steigung der $\sigma(T)$ -Kurve (Abb. 17-27) im Hochtemperaturbereich, bei bekannter Temperaturabhängigkeit von \bar{l} die Größe ΔE_g der Bandlücke berechnen. Die Meßwerte liegen zwischen Null (Sn) und $8,6 \cdot 10^{-19}$ J (Diamant); Silizium hat $1,9 \cdot 10^{-19}$ J, Germanium $1,2 \cdot 10^{-19}$ J jeweils bei 0 K. Bei Raumtemperatur ($kT = 4,04 \cdot 10^{-21}$ J) ist die mittlere Phononenenergie nach Gleichung (17-10) ausreichend, um in Silizium etwa bei jedem 10^{12} ten Atom ein Elektron aus dem Valenzband ins Leitungsband zu heben; bei 1000 K bereits bei jedem 200 000sten.

Wir kommen jetzt zum Tieftemperaturbereich, in dem die Leitfähigkeit temperaturunabhängig und proportional zur Störstellenkonzentration ist. Legiert man zum Beispiel reines Silizium mit kleinen Mengen von fünfwertigem Phosphor, so besetzt dieser normale Gitterplätze des Silizium-Kristalls, hat jedoch ein Elektron mehr, als für die Bindung benötigt wird (Abb. 17-29a). Dieses Überschusselektron ist in einem s-ähnlichen, das heißt kugelförmigen Orbital (siehe Abb. 7-5) an das ins Gitter eingebaute P^+ -Ion gebunden (Abb. 17-30). Seine Ionisierungsenergie E_d beträgt nach Gleichung (7-3) $m_e e_0^4 / [32 \pi^2 (\epsilon_r \epsilon_0)^2 \hbar^2]$ sein Bahnradius r_d nach Gleichung (7-2) $4 \pi \epsilon_r \epsilon_0 \hbar^2 / m_e e_0^2$. Dabei haben wir ϵ_0 durch das Produkt $\epsilon_r \cdot \epsilon_0$

Störstellenleitfähigkeit

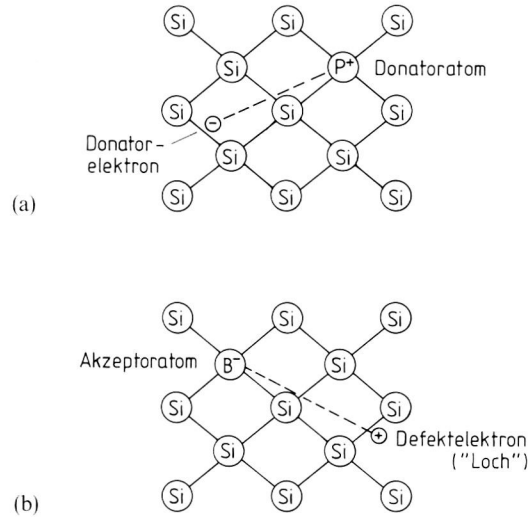


Abb. 17-29. Donatoren und Akzeptoren im Siliziumgitter. (a) Phosphor als Donator. (b) Bor als Akzeptor.

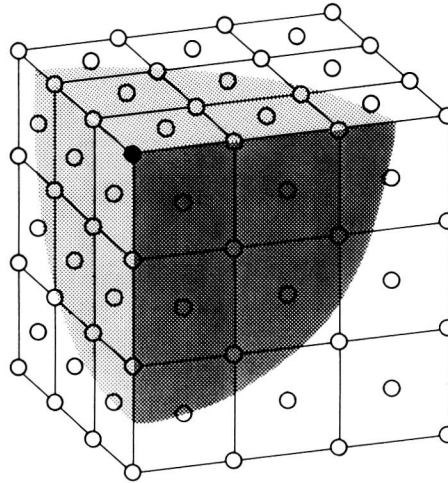


Abb. 17-30. s-Orbital eines Donator-Elektrons in Germanium. Ein Arsenatom sitzt in der linken vorderen oberen Ecke. Der Bahnradius des Elektrons ist aufgrund der hohen Dielektrizitätskonstante des Germaniums etwa 160mal so groß wie im Wasserstoffatom, nämlich rund 8 nm (nach Ehrenreich 1967).

mit der relativen Dielektrizitätskonstante ϵ_r des Siliziums ersetzt; denn die Formeln in Abschnitt 7.1 gelten für den leeren Raum mit $\epsilon_r \equiv 1$. Der Index d steht für Donator (Elektronen-Lieferant). Da ϵ_r von Silizium bei Raumtemperatur 11,7 beträgt, würde r_d rund zwölfmal so groß wie im Wasserstoffatom, nämlich $6,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, und E_d ist 137mal kleiner, nämlich $1,6 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ (0,1 eV)*). Die Dielektrizitätskonstante ϵ_r beträgt für Ge 16,8, für SeTe sogar 1770. Man kann sich leicht vorstellen, daß sich die Donatororbitale (Abb. 17-30) schon bei kleinen Konzentrationen überlappen und so zur Leitfähigkeit beitragen. Die Donatorniveaus der Elektronen liegen im Bandmodell ganz dicht unter der Unterkante des Leitfähigkeitsbandes (etwa Strichstärke in Abb. 17-28). Daher können die Donatorelektronen sehr leicht durch thermische Energie in dieses Band angehoben werden.

*) In Wirklichkeit muß man hier noch eine weitere Korrektur einführen: In den Beziehungen (7-2) und (7-3) hat man eine „effektive“ Elektronenmasse einzusetzen. Diese beträgt für Silizium nur etwa $0,2 m_e$. Das ist eine Folge der Bandstruktur, auf die wir hier nicht näher eingehen können. Damit wird $r_d \approx 3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ und $E_d \approx 3,2 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ (0,02 eV).

Einen entsprechenden Effekt gibt es beim Einbau von Atomen mit weniger als vier Bindungselektronen, sogenannten Akzeptoren (Abb. 17-29b) in vierwertige Elemente. Hier muß ein fehlendes Bindungselektron aus der Umgebung beschafft werden, so daß zum Beispiel dreiwertiges Bor auf einem Silizium-Gitterplatz eine negative Ladung trägt. Das in der Umgebung fehlende Elektron kann eines der thermisch aktivierten Elektronen sein, welche die Eigenleitfähigkeit des Grundgitters erzeugen. Man bezeichnet die Stelle des dort fehlenden Elektrons dann als Defektelektron oder als „Loch“. Die entsprechende Umverteilung der Elektronendichte im Kristall führt nämlich dazu, daß irgendwo ein früher vorhandenes Elektron fehlt. Dieses positiv geladene „Loch“ ist an das Akzeptoratom gebunden, das ja eine negative Ladung trägt. Ebenso wie die Donatorelektronen haben auch solche Defektelektronen sehr niedrige Ionisierungsenergien, nämlich von der Größenordnung 10^{-21} J. Man bezeichnet mit Donatoren dotierte Halbleiter als n-leitend (n von normal oder negativ), mit Akzeptoren dotierte als p-leitend (p vom positiv geladenen Loch).

Insgesamt führen Fremdatome mit anderer Wertigkeit als das Grundgitter in Halbleitern zu einer Erhöhung der Zahl der beweglichen Ladungsträger und damit der Leitfähigkeit. Der Umstand, daß gleichzeitig die freie Weglänge mit wachsender Zahl der Fremdatome abnimmt, bewirkt zwar eine leichte Verringerung von σ . Dieser Einfluß wird jedoch durch die Erhöhung der Zahl der Ladungsträger überkompensiert. Durch Dotieren kann man daher die Halbleitereigenschaften eines Stoffes in weiten Grenzen verändern.

Die Herstellung und Anwendung von Halbleiterbauelementen sind heute eine Wissenschaft für sich. Wir wollen hier nur ein Beispiel herausgreifen, den Transistor als Spannungsverstärker, der 1947 von J. Bardeen, W. H. Brattain und W. Shockley erfunden wurde. Der Transistor hat unsere moderne Elektronik revolutioniert; ohne ihn wären Computer und Datenverarbeitung im heutigen Umfang undenkbar. Der Transistor gehört daher zu den wichtigsten Erfindungen des technischen Zeitalters, ebenso wie die Dampfmaschine, Dynamo und Elektromotor, das Telefon, das Flugzeug und der Laser. Heute werden schätzungsweise 10^{13} Transistoren pro Jahr hergestellt, also für jeden Erdenbewohner pro Tag etwa fünf Stück. Ein Transistorverstärker besteht aus drei verschiedenen dotierten Halbleitermaterialien, die nach der in Abb. 17-31 dargestellten Weise zusammengefügt und beschaltet sind. Unter dem Einfluß der angelegten Gleichspannungen U_{eb} und U_{bk} fließen Elektronen von links nach rechts durch das Material. Dabei ist der Basisstrom I_b sehr klein im Verhältnis zum Emitterstrom I_e und zum Kollektorstrom I_k , das heißt: $I_e \approx I_k$. Dies ist eine Folge der geringen Dicke der Basisschicht. Sie wird von den vom Emitter kommenden Elektronen so schnell durchquert, daß in der Basis fast keine Wechselwirkung mit den Akzeptorionen stattfindet. Der Hauptstrom fließt demzufolge über den Kollektor zur Spannungsquelle; nur ein kleiner Bruchteil über die Basis. Für den Mechanismus der Spannungsverstärkung ist es nun wichtig, daß die beiden Raumladungsschichten E/B und B/K an den n-p-Grenzflächen verschieden dick sind (siehe Legende zu Abb. 17-31). E/B ist relativ dünn, weil der linke np-Übergang in Durchlaßrichtung gepolt ist. Die Elektronen bauen dort die beim Zusammenfügen von E und B entstandene Raumladung teilweise ab. Der rechte pn-Übergang ist jedoch in Sperrichtung gepolt; die Raumladungsschicht wird dort verbreitert. Demzufolge hat der np-Übergang (E/B) einen viel kleineren Widerstand als der pn-Übergang (B/K). Man kann also eine

Der Transistor

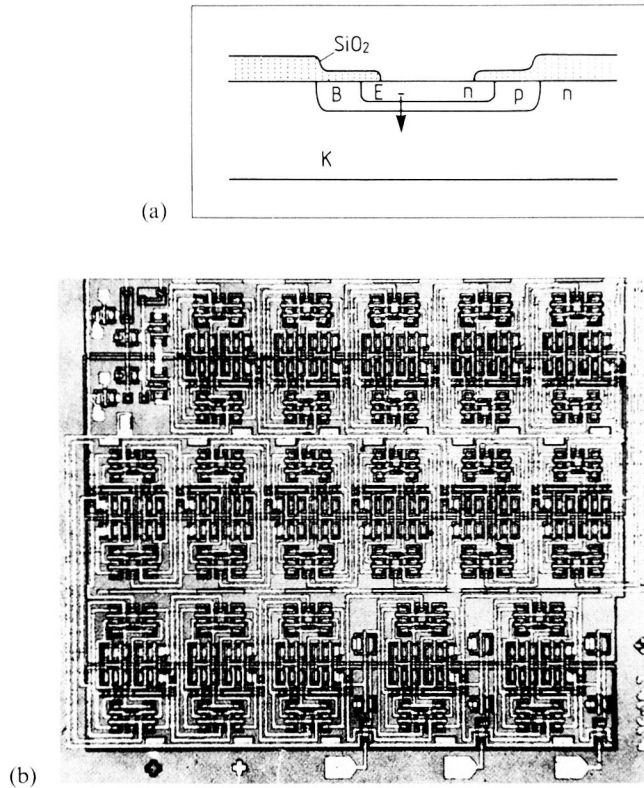


Abb. 17-32. Herstellungsformen von Transistoren. (a) Durch Aufdampfen und fraktioniertes Ätzen hergestellter Planar-Transistor. Die ebenfalls aufgedampften Kontakte sind hier weggelassen. Der Emitter ist einige μm dick und 10 bis 100 μm breit (nach Queisser 1973). (b) Integrierter Schaltkreis auf Siliziumbasis. Dieser 16-stufige Frequenzteiler für Uhren ist nur wenige mm^2 groß. Er enthält mehrere hundert Transistoren (aus Queisser 1973).

Zusammenfassung

Dieses Kapitel ist vielleicht das für die Anwendung wichtigste des ganzen Buches, denn auf der Elektrotechnik und der Elektronik beruht der heutige Stand unserer technischen Zivilisation. Wir haben unsere Betrachtungen trotzdem relativ kurz gehalten, denn vom Erkenntniswert her – „wie kann man Vielteilchensysteme physikalisch verstehen“ – sind die elektrischen Eigenschaften nicht bedeutender als beispielsweise die mechanischen, oder als die Atomphysik.

Wir haben zunächst die elektrischen Response-Eigenschaften besprochen, vor allem das dielektrische Verhalten und die Ferroelektrika. Hier sind wir einem neuen Ordnungsphänomen begegnet, der gegenseitigen Ausrichtung elektrischer Dipole. Das führt zu einer neuen Systemeigenschaft, der spontanen elektrischen Polarisierung. Ferroelektrika sind technisch sehr interessante Werkstoffe mit vielen noch zukunftssträchtigen Anwendungen. Die pyro- und piezoelektrischen Suszeptibilitäten haben wir nur kurz behandelt, weil sie wegen der komplizierten Wechselwirkung zwischen elektrischem Dipolmoment und Kristallgitter noch kaum quantitativ verstanden sind.

Sodann haben wir die elektrischen Leitungsphänomene in Metallen und Halbleitern besprochen und dabei ein wichtiges neues Konzept kennengelernt: die Energiebänder der Elektronen. Sie beschreiben deren Energie als

Funktion ihres Wellenvektors \mathbf{k} . Sie tragen unter anderem zur Erklärung der erstaunlich großen freien Weglänge der Leitungselektronen in Kristallen bei, sowie zum Verständnis der Leitfähigkeit von Halbleitern. Aufgrund des Pauli-Prinzips stoßen Leitungselektronen nur sehr selten miteinander zusammen. Ihre Wellenfunktion paßt sich dem Kristallgitter so an, daß möglichst kein Energieaustausch mit diesem stattfindet (Bloch-Theorem). Nur in der Nähe von Phononen und Gitterfehlern ist die Periodizität gestört und damit die Anpassungsfähigkeit der Elektronenwellen behindert. Auf die Leitfähigkeitseigenschaften der Isolatoren sind wir gar nicht eingegangen, denn ein idealer Isolator hat bei $T = 0\text{ K}$ keine Leitfähigkeit. Isolatoren werden erst bei relativ hohen Temperaturen oder beim elektrischen Durchschlag leitfähig; und dann sind es keine „Isolatoren“ mehr. Die Durchschlagsfestigkeit ist eine wichtige technische Eigenschaft, die jedoch noch kaum mikroskopisch verstanden ist.

18 Magnetische Eigenschaften der Festkörper

Den Magnetismus untersucht man schon seit etwa 2000 Jahren, während die Elektrizität erst seit rund 300 Jahren Gegenstand wissenschaftlichen Interesses ist. Trotzdem sind die magnetischen Eigenschaften der Stoffe erst viel später als die elektrischen richtig verstanden worden. Einer der Gründe dafür ist, daß es zwei verschiedene Arten von magnetischen Momenten gibt: die unveränderlichen Momente der Elementarteilchen und die veränderlichen Momente bewegter elektrischer Ladungen. Auch ist bis heute noch unklar, ob magnetische Monopole existieren, und ob die magnetischen Momente der Elementarteilchen letzten Endes auf bewegten elektrischen Ladungen beruhen oder nicht.

Wir werden diesen grundsätzlichen Fragen hier aber nicht weiter nachgehen, sondern die magnetischen Momente μ der Elementarteilchen, die „Spinmomente“, als gegebene Größen betrachten. Wir wollen sehen, wie sich auf dieser Basis, und unter Berücksichtigung der Bahnbewegung elektrisch geladener Teilchen in Atomkernen, Atomen und Molekülen die magnetischen Eigenschaften der kondensierten Materie, insbesondere der Festkörper, verstehen lassen. Zu diesem Zweck teilen wir das Gebiet in drei Teile ein (Abb. 18-1):

- Diamagnetismus bezeichnet die Änderung der Bahnmomente elektrisch geladener Teilchen aufgrund der Lorentz-Kraft in einem Magnetfeld.
- Paramagnetismus bezeichnet die Ausrichtung wechselwirkungsfreier magnetischer Momente durch ein Magnetfeld.
- Magnetische Ordnung (Ferromagnetismus, usw.) entsteht infolge der Wechselwirkung solcher Momente untereinander, wobei sie sich gegenseitig ausrichten.

Offensichtlich haben diese drei Gruppe von Phänomenen ganz verschiedene Ursachen.

Magnetische Werkstoffe sind aus der Elektrotechnik nicht wegzudenken: Transformatoren, Spulenkern, Speicherelemente, usw. Das Eisen ist neben Kupfer und Silizium in diesem Bereich das am meisten verwendete Material. Außer dem Eisen kennt man heute noch über 2000 andere magnetisch geordnete Elemente und Verbindungen. Entsprechend groß sind die Zahl und die Anwendungsbereiche der magnetischen Werkstoffe.

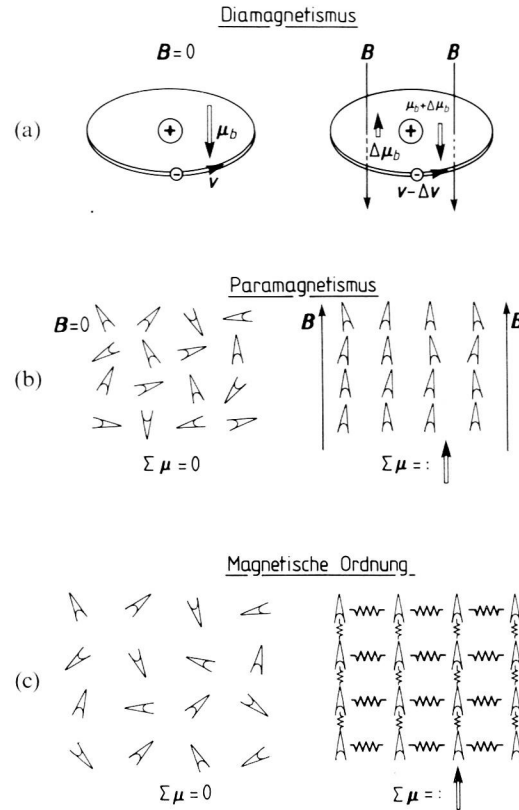


Abb. 18-1. Schematische Darstellung der magnetischen Erscheinungen. (a) Klassisches Bild der Elektronenbahn im Atom; μ_b Bahnmoment, v Geschwindigkeit des Elektrons, B Magnetfeld. (b) Ausrichtung bereits vorhandener magnetischer Momente durch ein Feld gegen die desorientierende Temperaturbewegung. (c) Spontane Ausrichtung der Momente untereinander. Die Wechselwirkungen sind durch Federn symbolisiert.

Der magnetische Suszeptibilitätstensor χ_m wird durch die Beziehung zwischen Magnetisierung $M \equiv m/V$ (magnetisches Moment m pro Volumen V) und magnetischer Feldstärke B bzw. H definiert (μ_0 Influenzkonstante):

$$M \equiv \chi_m \frac{B}{\mu_0} \equiv \chi_m H. \quad (18-1)$$

Die magnetische Permeabilität μ_r für $B \parallel H$ folgt aus der Beziehung $B = \mu_r \mu_0 H = \mu_0 (H + M)$. Daraus folgt für die Komponenten χ_m von χ_m : $\mu_r = 1 + \chi_m$. In der Literatur wird μ_r oft als relative und das Produkt $\mu_0 \mu_r$ als absolute Permeabilität bezeichnet.

18.1 Diamagnetismus

Die diamagnetische Suszeptibilität χ_{md} eines Atoms kann man klassisch durch die Wirkung der Lorentz-Kraft auf ein in einer Kreisbahn um den Kern laufendes Elektron beschreiben (Abb. 18-1 a). Diese Ableitung ist jedoch im Grunde falsch, weil der Diamagnetismus ein rein quantenphysikalisches Phänomen ist. Da jedoch die klassische Beschreibung zum selben

Ergebnis führt wie die quantenmechanische, wollen wir sie hier trotzdem skizzieren. Wie wir in der Elektrizitätslehre gelernt haben, führt die Lorentz-Kraft für $\mathbf{B} \perp \mathbf{v}$ zu einer Änderung der Umlauffrequenz ω des Elektrons um $\Delta\omega \equiv \omega_L = \pm e_0 B/2m_e$ (siehe Gleichung 7-24). Dies ist bei Z -Elektronen gleichbedeutend mit einem elektrischen Zusatzstrom $\Delta I = (-Ze_0)(\Delta\omega/2\pi) = -Ze_0^2 B/4\pi m_e$, und einem dadurch erzeugten magnetischen Zusatzmoment $\Delta\mu = \Delta I \cdot \pi \overline{R'^2} = -Ze_0^2 B \overline{R'^2}/4m_e$. Dabei ist $\overline{R'^2}$ ein geeigneter Mittelwert der Radien der als eben angenommenen Elektronenbahnen für das ganze Atom. Das negative Vorzeichen besagt, daß $\Delta\mu$ und \mathbf{B} entgegengesetzt gerichtet sind; das Bahnmoment in Richtung von \mathbf{B} wird durch die Lorentz-Kraft stets verkleinert (Abb. 18-1a, Lenz-Regel). Mit $\overline{R'^2} = \frac{2}{3} \overline{R^2}$ *) für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung vom Radius R erhält man schließlich mit Gleichung (18-1) für N Atome

$$\chi_{\text{md}} \equiv \mu_0 \frac{\partial M}{\partial B} = \frac{\mu_0 N \Delta\mu}{B V} = -\frac{\mu_0 N Z e_0^2}{6 m_e V} \overline{R^2}. \quad (18-2)$$

Das gilt für so schwache Magnetfelder ($\ll 5 \cdot 10^5 \text{ T}$), daß die Lorentz-Kraft im Atom noch klein gegen die Coulomb-Kraft ist. Andernfalls schrumpft auch der Bahnradius der Elektronen (siehe Abschn. 7.5). Die quantenphysikalische Rechnung liefert in der Näherung kleiner Magnetfelder genau dasselbe Ergebnis (18-2). Setzt man Zahlen ein ($Z = 20$, $N/V = 3 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$, $\sqrt{\overline{R^2}} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$), so ergibt sich $\chi_{\text{md}} = -9 \cdot 10^{-6}$. Dies ist etwa die beobachtete Größenordnung (siehe Abb. 18-3). Also erzeugt nach Gleichung (18-1) ein Magnetfeld von 1 Tesla eine diamagnetische Magnetisierung $M_d = \chi_{\text{md}} B/\mu_0 \approx -7 \text{ A/m}$.

Die diamagnetische Suszeptibilität ist eine generelle Eigenschaft aller Atome, das heißt auch aller kondensierten Materie. Sie beschreibt die Größe des durch ein Magnetfeld induzierten magnetischen Moments und ist in erster Näherung unabhängig von der Temperatur. In Metallen kommt noch ein separater Beitrag der Leitungselektronen hinzu (Landau-Diamagnetismus), der sich jedoch nicht so einfach klassisch berechnen läßt wie derjenige der Valenzelektronen. Er hat die Größe

$$\chi_{\text{md}}^{(\text{L})} = \frac{-\mu_0 m_e \mu_B^2}{\pi^2 \hbar^2} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} \left(\frac{N_e}{V}\right)^{1/3}.$$

Das ergibt etwa $-3 \cdot 10^{-6}$ für eine Leitungselektronendichte N_e/V von $3 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

Einen besonderen Fall von Diamagnetismus beobachtet man bei den Supraleitern (siehe Kap. 20). Hier erzeugt ein induzierter Strom eine Magnetisierung \mathbf{M}_d , die zum Magnetfeld \mathbf{H} entgegengesetzt gerichtet und genau gleichgroß ist wie dieses; dann gilt $\mathbf{M}_d = -\mathbf{H}$ (Meissner-Ochsenfeld-Effekt). Daraus resultiert eine diamagnetische Suszeptibilität von -1 . Demgegenüber besitzt das am stärksten diamagnetische normalleitende Element, das Wismut, nur ein χ_{md} von etwa -10^{-3} .

*) Dies folgt aus $\overline{R'^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2}$, $\overline{R^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2} + \overline{z^2}$ und $\overline{x^2} = \overline{y^2} = \overline{z^2}$.

18.2 Paramagnetismus

Die paramagnetische Suszeptibilität eines Stoffes beruht nach Abbildung 18-1 auf der Ausrichtung bereits vorhandener magnetischer Momente μ der Atome und Elektronen durch ein äußeres Magnetfeld gegen die unordnende Tendenz der Temperaturbewegung. Die Momente können vom Spin oder von der Bahnbewegung herrühren. Die Suszeptibilität einer großen Zahl solcher Momente läßt sich klassisch mit Hilfe eines Boltzmann-Ansatzes berechnen, wie wir bereits im Abschnitt 11.1 (Gleichung 11-3) gesehen hatten. Das Ergebnis war die Langevin-Funktion $L(\mu B/kT) \equiv \langle \cos \vartheta \rangle = \coth(\mu B/kT) - kT/\mu B$, wobei ϑ den Winkel zwischen μ und B bezeichnet. Die Magnetisierung von N Atomen im Volumen V ist dann $M = (N/V) \mu \langle \cos \vartheta \rangle = (N/V) \mu [\coth(\mu B/kT) - kT/\mu B]$. Die paramagnetische Suszeptibilität $\chi_{\text{mp}} = \mu_0 \partial M / \partial B$ ergibt sich daraus für den Grenzfall $\mu B \ll kT$ durch Entwicklung von $L(x)$ für kleine x zu

$$\chi_{\text{mp}} = + \frac{\mu_0 N \mu^2}{3 V k T}. \quad (18-3)$$

Den Verlauf der Langevin-Funktion zeigt Abbildung 18-2. Bei Raumtemperatur T_r und $B = 1$ Tesla ist für $\mu = \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$ (Bohr-Magneton) $\mu B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J} \ll k T_r = 4,04 \cdot 10^{-21} \text{ J}$. Wir befinden uns also praktisch im Nullpunkt des Koordinatensystems der Abbildung 18-2a. Erst bei $B = 436$ Tesla würde $\mu B/k T_r = 1$; für $T = 0,7 \text{ K}$ ist dies jedoch schon bei $B = 1$ Tesla der Fall. Die Näherung (18-3) für die Steigung der Langevin-Funktion ist also für atomare magnetische Momente bei Raumtemperatur meistens sehr gut. Erst bei sehr tiefen Temperaturen oder sehr hohen Feldstärken kommt man in die Sättigung, $L(x) \rightarrow 1$ bzw. $\chi_{\text{mp}} \rightarrow 0$. Die Rechnung mit richtungsgequantelten magnetischen Momenten vom Gesamspin J liefert statt $L(x)$ einen etwas anderen Ausdruck für $M(B, T)$,

Atome

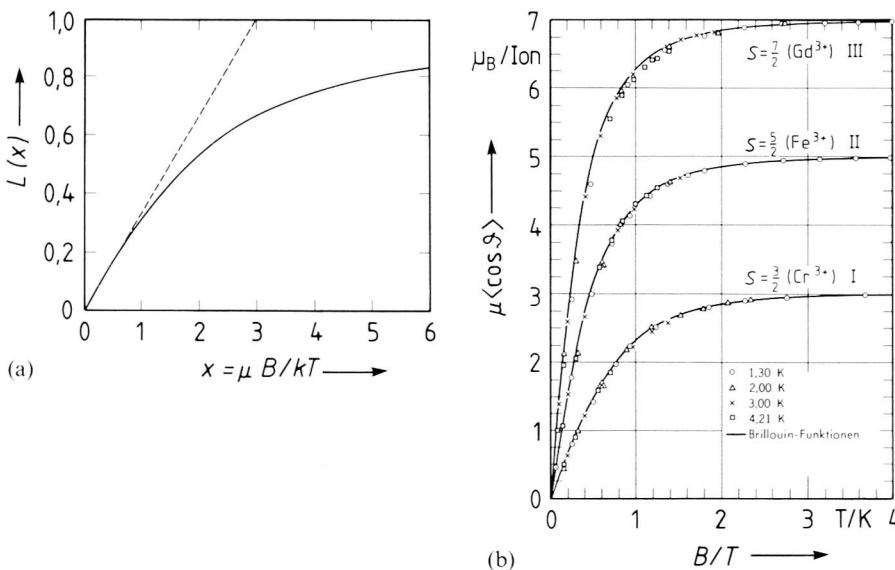


Abb. 18-2. Die Langevin-Funktion $L(x)$. (a) Langevin-Funktion in reduzierten Einheiten. Die Anfangssteigung (-----) entspricht der Gleichung (18-3) (nach Kittel 1971). (b) Meßwerte für das mittlere magnetische Moment pro Ion, $\mu \langle \cos \vartheta \rangle$ als Funktion von B/T für verschiedene paramagnetische Salze. I Kalium-Chrom-Alaun $\text{KCr}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$, II Eisen-3-Alaun $\text{NH}_4\text{Fe}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$, III Gadolinium-Sulfat-Oktahydrat $\text{Gd}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$. S ist der Spin des dreiwertigen Metallions, sein magnetisches Moment beträgt dann nach Gleichung (5-4 und 5-5) mit $g = 2$, $\mu = 2S \mu_B$ (nach Kittel 1971).

nämlich die Brillouin-Funktion

$$\hat{B}_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}x\right) - \frac{1}{2J} \coth\frac{x}{2J},$$

die aber mit $J = 1/2$ in der Näherung $x \equiv \mu B \ll kT$ wieder zum Ergebnis (18-3) führt. Der Zahlenwert der paramagnetischen Suszeptibilität ist nach Gleichung (18-3) mit $N/V = 3 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ und $\mu = \mu_B$ bei Raumtemperatur $\chi_{\text{mp}} \approx +3 \cdot 10^{-4}$, also dem Betrage nach rund 30mal größer als diejenige von χ_{md} . Natürlich hängt χ_{mp} entscheidend von der Größe des Moments μ der Atome ab. Dieses kann im Grundzustand bis zu $10 \mu_B$ bzw. 10^{-22} A m^2 betragen. Im Gegensatz zur diamagnetischen Suszeptibilität hängt die paramagnetische empfindlich von der Temperatur ab.

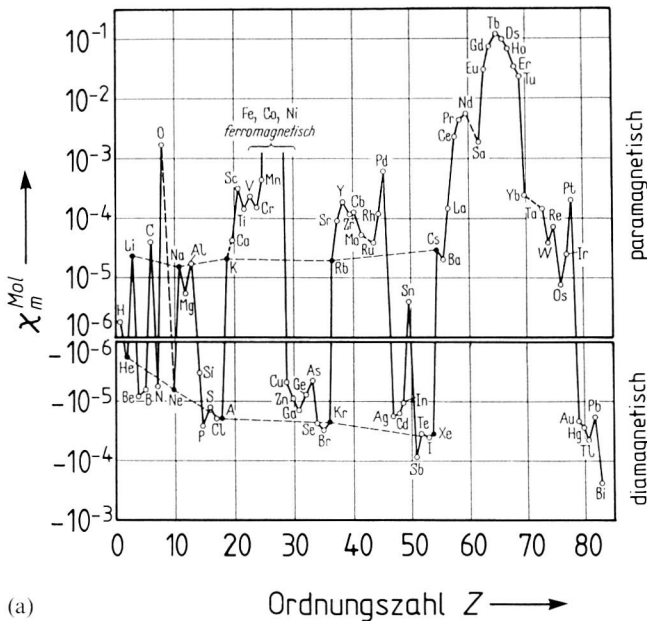
Ebenso wie beim Diamagnetismus gibt es in Metallen auch einen paramagnetischen Beitrag der Leitungselektronen (Pauli-Paramagnetismus)

$$\text{mit einer Suszeptibilität } \chi_{\text{mp}}^{(\text{P})} = \frac{+3 \mu_0 m_e \mu_B^2}{\pi^2 \hbar^2} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} \left(\frac{N_e}{V}\right)^{1/3} \approx +9 \cdot 10^{-6}$$

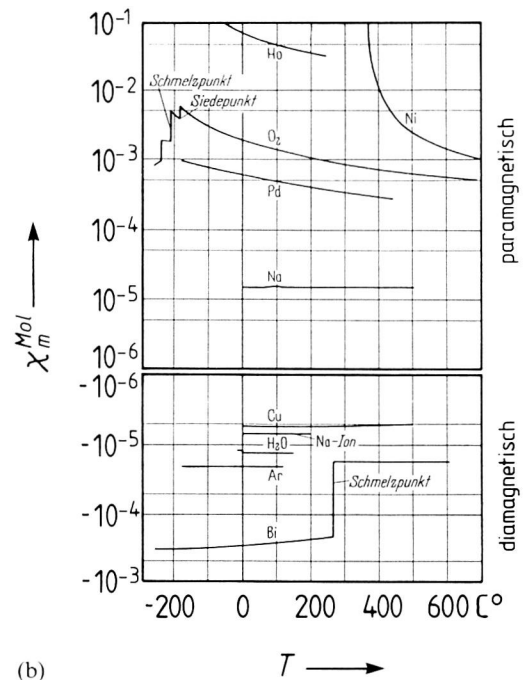
für $N_e/V = 3 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Dieser Beitrag ist temperaturunabhängig und gegenüber demjenigen der Valenzelektronen im allgemeinen zu vernachlässigen. Er ist dem Betrage nach genau dreimal so groß wie die diamagnetische Suszeptibilität der Leitungselektronen.

Neben dem Paramagnetismus der Atomhüllen beobachtet man bei sehr tiefen Temperaturen noch einen Anteil, der von den magnetischen Momenten der Atomkerne herrührt. Hierfür gelten ganz entsprechende Überlegungen wie oben, nur daß die Suszeptibilität nach Gleichung (18-3) etwa im Verhältnis $(\mu_k/\mu_B)^2 \approx (1/2000)^2 = 2,5 \cdot 10^{-7}$ kleiner ist als bei den

Kernmagnetismus



(a)



(b)

Abb. 18-3. Suszeptibilität einiger dia- und paramagnetischer Substanzen. Für die Umrechnung der molaren Suszeptibilität χ_m^{Mol} (Dimension cm^3/mol) in die dimensionlose („Volumen-“)Suszeptibilität χ_m gilt: $\chi_m = \rho \chi_m^{\text{Mol}}/M_m$; ρ Massendichte, M_m Molmasse (nach Kneller 1962). (a) Abhängigkeit der Suszeptibilität der Elemente bei Raumtemperatur von der Ordnungszahl. (b) Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität einiger ausgewählter Substanzen.

Atomhüllen (μ_k Kernmagneton). Man muß daher zu sehr tiefen Temperaturen von der Größenordnung $1\ \mu\text{K}$ gehen, damit χ_{mp} überhaupt meßbar wird. Außerdem ist der Kernparamagnetismus natürlich immer von dem rund 10^5 mal größeren Diamagnetismus der Atomhülle überlagert. Die Suszeptibilität der Elemente ist in Abbildung 18-3a dargestellt; ihre Temperaturabhängigkeit zeigt Abbildung 18-3b für einige dia- und paramagnetische Stoffe.

18.3 Magnetische Ordnung

Besonders vielfältig und besonders wichtig für technische Anwendungen sind die zahlreichen Formen der magnetischen Ordnung. Sie hat vieles mit der ferroelektrischen Ordnung gemeinsam, die wir im Abschnitt 17.2 kennenlernten. Insbesondere gibt es ferro-, antiferro- und ferrimagnetische Strukturen, außerdem noch spiralförmige (Abb. 18-4). Wie bei den Ferroelektrika findet man auch hier eine Anisotropie, Domänen und Hysterese. Es können die magnetischen Spin- oder Bahnmomente von Atomkernen, von ganzen Atomen oder von einzelnen Elektronen sein, die sich auf diese Weise gegenseitig ausrichten. Dabei bestehen natürlich aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung und des Pauli-Prinzips jeweils feste Beziehungen zwischen den Spinnmomenten und den Bahnmomenten innerhalb eines Korns oder Atoms. Diese inneratomaren Bindungen sind im allgemeinen viel stärker als die Wechselwirkung mit den magnetischen Momenten benachbarter Kerne oder Atome.

Als Ursache der spontanen Ordnung der magnetischen Momente kommt zum einen ihre direkte *magnetostatische* Kopplung in Betracht. Zum anderen existiert eine indirekte *elektrostatische* Kopplung der Spins

Arten der Ordnung

Dipol-Dipol-Kopplung

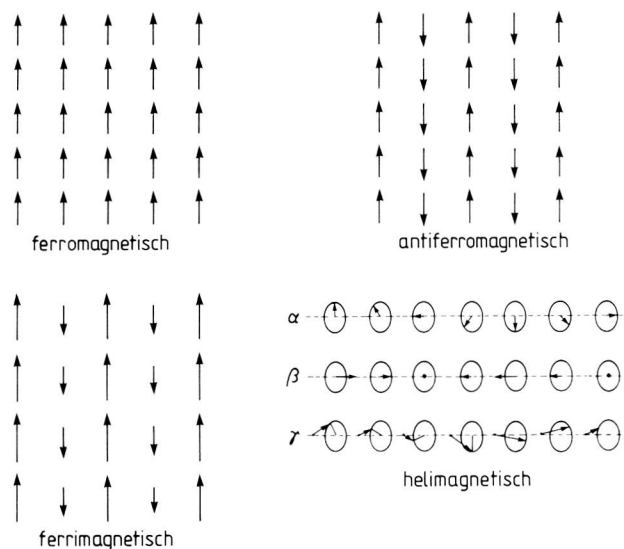


Abb. 18-4. Magnetisch geordnete Zustände (schematisch). Die ferromagnetische, ferrimagnetische und γ -helimagnetische Phase besitzen ein resultierendes magnetisches Moment. Bei der antiferromagnetischen und der α - bzw. β -helimagnetischen Phase wird es durch die Art der Spinanordnung zu Null kompensiert.

infolge des Pauli-Prinzips, wie sie uns schon im einzelnen Atom begegnet ist (Hund-Regeln, siehe Abschn. 7.3). Wir besprechen zunächst die magnetostatische Kopplung zweier Dipole mit dem Abstand r voneinander. Ihre potentielle Energie beträgt, wie man aus der Elektrizitätslehre weiß,

$$U_{\text{mst}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}_2}{r^3} - \frac{3}{r^5} (\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{r}) \right]. \quad (18-4)$$

Setzen wir hier Zahlen ein, so ergibt sich für parallele Momente zweier im Abstand von $2 \cdot 10^{-10}$ m befindlicher Atomkerne ($\mu_k = 5,05 \cdot 10^{-27}$ A m²) bzw. Atome ($\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$ A m²): $U_{\text{mst}}(\text{Kern-Kern}) \approx -7 \cdot 10^{-31}$ J bzw. $U_{\text{mst}}(\text{Atom-Atom}) \approx -2 \cdot 10^{-24}$ J. Das bedeutet, die thermische Energie ist für Kernmomente schon bei 50 nK in der Lage, ihre gegenseitige Orientierung zu stören, für Atommomente bei 100 mK. Die bei Raumtemperatur beobachtete magnetische Ordnung in vielen Elementen und Verbindungen kann also nicht durch eine solche direkte magnetostatische Dipolkopplung erklärt werden. Nur der im Temperaturbereich von Mikrokkelvin existierende Kernferro- bzw. Kern-Antiferromagnetismus, zum Beispiel in Cu, LiH, CaF₂ beruht auf der Dipolkopplung der Kernmomente. Magnetostatische Kopplung von Atommomenten beobachtet man außerdem in einer Anzahl relativ kompliziert gebauter Metallsalze wie Ce₂Mg₃(NO₃)₁₂ · 24H₂O, Cu(NH₄)₂Br₄ · 2H₂O, Cu₃La₂(NO₃)₁₂ · 24H₂O usw.

Bei den meisten magnetisch geordneten Stoffen ist eine andere, indirekte Art der Spin-Spin-Kopplung wirksam, und zwar aufgrund des Pauli-Prinzips und infolge der Coulomb-Energie der Elektronen. Wie innerhalb eines einzelnen Atoms, so weichen sich die Elektronen auch in einem Festkörper soweit wie möglich aus, da dann ihre Coulomb-Energie am kleinsten wird (Abb. 18-5a). Das betrifft sowohl die Valenzelektronen benachbarter Atome als auch die Leitungselektronen. Die Tendenz einander auszuwei-

Austauschkopplung

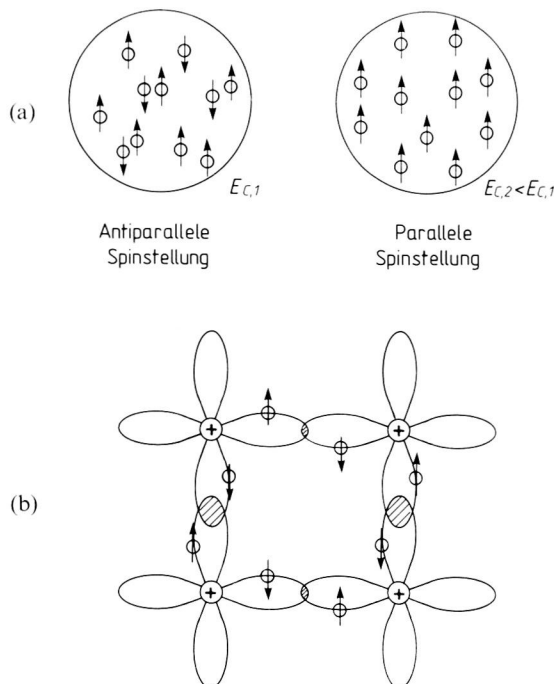


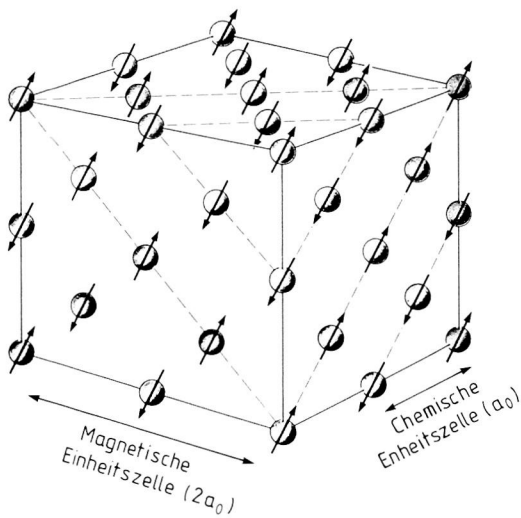
Abb. 18-5. Coulomb-Energie und Pauli-Prinzip bei der Spinkopplung. (a) Im freien Elektronengas ist die Coulomb-Energie E_C bei paralleler Spinstellung ($E_{C,2}$) kleiner als bei teilweise antiparalleler ($E_{C,1}$), weil Elektronen mit parallellem Spin wegen des Pauli-Prinzips einander ausweichen. (b) Bei gebundenen Elektronen (hier d-Orbitale) ist in den schraffierten Überlappungsbereichen der Wellenfunktion die antiparallele Spinstellung günstiger als die parallele. Dies führt zwar zu einer höheren Coulomb-Energie der Elektronen untereinander, die aber durch den Gewinn an Bindungsenergie kompensiert wird. Bei paralleler Spinstellung müßte ein Teil der Elektronen in höherenergetische Orbitale ausweichen.

chen wird begünstigt, wenn die Spins der beiden Elektronen parallel stehen, weil sie sich dann wegen des Pauli-Prinzips sowieso nicht beliebig nahe kommen können. Die Coulomb-Energie ist also bei paralleler Spinstellung im Mittel kleiner als bei antiparalleler; sie begünstigt daher die ferromagnetische Ordnung. Die Energie dieser indirekten Spinkopplung läßt sich nicht so einfach ausrechnen wie bei der magnetischen Dipolkopplung, weil dazu das vollständige Vielelektronenproblem gelöst werden müßte. Doch kann man vermuten, daß sie von der Größenordnung der Coulomb-Energie $U_C = e^2/4\pi\epsilon_0 r$ ist, also für $r = 2 \cdot 10^{-10}$ m ungefähr 10^{-18} J. Das entspricht einer thermischen Energie von etwa 10^5 K und reicht leicht aus, um die Existenz magnetischer Ordnung bis zu Temperaturen von 1500 K, wie zum Beispiel bei Kobalt, zu erklären. Man nennt die elektrostatische Energie der Spinkopplung auch „Austausch-Energie“. Diese Bezeichnung rührt von der quantenphysikalischen Antisymmetrie der Wellenfunktion beim Vertauschen von zwei Elektronen her.

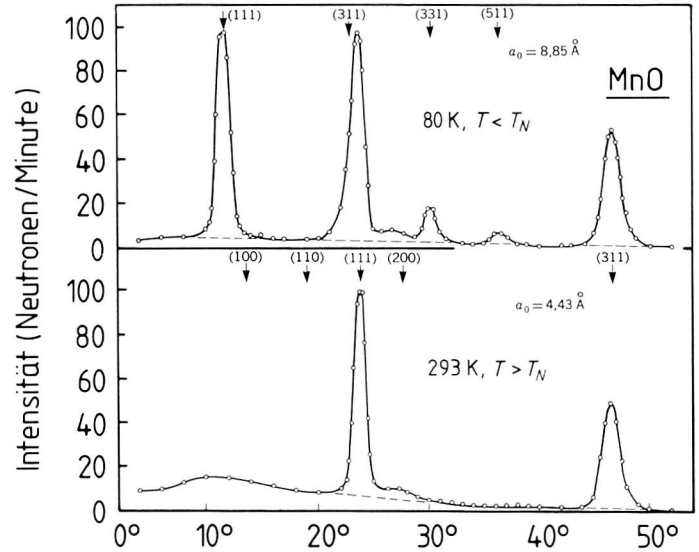
Aufgrund des Pauli-Prinzips ist es also energetisch ungünstig, wenn die Elektronenspins benachbarter Atome antiparallel zueinander stehen. Aber warum gibt es dann überhaupt eine antiferromagnetische Ordnung, zum Beispiel in Cr, Mn, kubisch raumzentriertem Fe? Die Erklärung ist ganz einfach: Wir haben nämlich bei der obigen Betrachtung so getan, als ob die Elektronen völlig frei wären, und haben dabei die Atomrümpfe vergessen, an die sie ja mehr oder weniger fest gebunden sind. Je weiter sich zwei Elektronen voneinander entfernen, desto höher wird ihre potentielle Energie gegenüber ihren Atomkernen, und aus diesem Grund werden sie einander nicht allzuweit ausweichen können. Wenn sie relativ nahe zusammen sind, ist aber wegen des Pauli-Prinzips wieder die antiparallele Spinstellung günstiger (Abb. 18-5 b). Es hängt also letzten Endes vom Verhältnis der Elektron-Elektron- zur Elektron-Kern-Wechselwirkung ab, ob die Elektronenspins bevorzugt parallel oder antiparallel stehen. Wegen der Schwierigkeiten bei der Lösung des Vielelektronenproblems kann man jedoch nicht voraussagen, ob ein bestimmter Stoff ferromagnetisch oder antiferromagnetisch, usw. wird, und unterhalb welcher Temperatur eine solche Ordnung einsetzt. Wir sind hier, ähnlich wie bei den Ferroelektrika, fast ganz auf die Erfahrung angewiesen. Doch wollen wir festhalten, daß die magnetische Ordnung im wesentlichen ein elektrostatisches Phänomen ist.

In Stoffen mit einem resultierenden magnetischen Moment $\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot V$, also in Ferro-, Ferri- und γ -Helimagnetika (siehe Abb. 18-4), läßt sich dieses Moment und damit der Grad der Ordnung leicht mit Hilfe magnetischer Methoden nachweisen, zum Beispiel durch die Kraftwirkung auf \mathbf{m} in einem inhomogenen Magnetfeld, oder durch Induktion eines elektrischen Stromes in einem Leiter durch das von \mathbf{m} ausgehende Magnetfeld. Über die mikroskopische Struktur der Spinordnung erfährt man dabei allerdings nicht viel. In Antiferromagnetika und α - oder β -Helimagnetika, die kein resultierendes Moment haben, versagen diese Methoden sowieso. Das verbreitetste Verfahren zur Untersuchung der Spinstruktur in solchen Substanzen, wie auch in allen anderen Arten magnetisch geordneter Stoffe ist die Streuung von thermischen Neutronen. Diese haben aufgrund ihres eigenen magnetischen Moments $\mu_n = -9,662 \cdot 10^{-27}$ A m² eine starke Wechselwirkung mit den Momenten des zu untersuchenden Festkörpers. Die Winkelverteilung der gestreuten Neutronen ist dann die Fourier-Transformierte der Spinstruktur im Streumedium, wie wir es im fünften Kapitel besprochen haben. Man muß nur in Gleichung (5-6) das ma-

Nachweis der magnetischen Ordnung



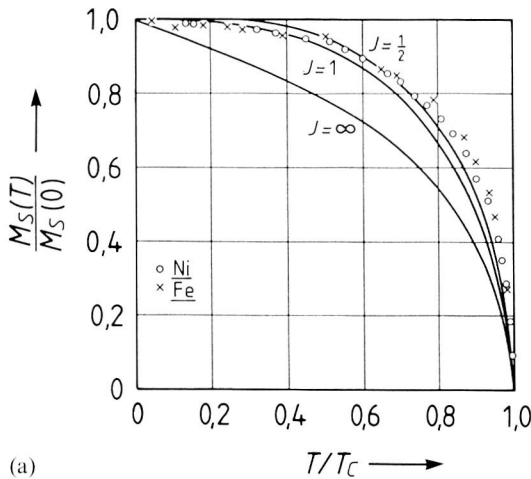
(a)



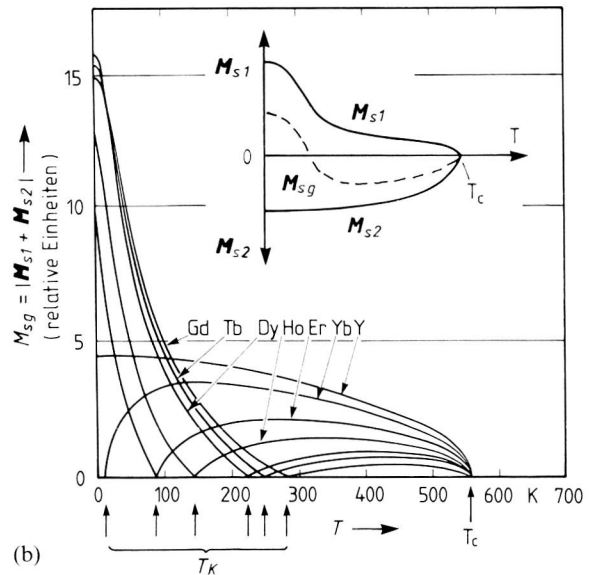
(b)

Streuwinkel

Abb. 18-6. Neutronenbeugung an Manganoxid. (a) Magnetische Struktur von MnO. Es sind nur die Mn-Ionen gezeichnet (nach Kittel 1971). (b) Streuintensität unterhalb und oberhalb der Néel-Temperatur $T_N = 120$ K. Im unteren Teilbild sind die von der magnetischen Ordnung herrührenden Reflexe praktisch verschwunden. Sie entsprechen einer Struktur mit der doppelten Gitterkonstante $2a_0$, weil im Antiferromagnetikum nur jeder zweite Spin in dieselbe Richtung zeigt (siehe Teilbild a), das heißt, sie erscheinen beim halben Streuwinkel ϑ (nach Kittel 1971).



(a)



(b)

Abb. 18-7. Temperaturabhängigkeit der spontanen Magnetisierung. (a) Meßwerte für Eisen und Nickel in reduzierten Einheiten aufgetragen. Die durchgezogenen Kurven sind Modellrechnungen mit der Brillouin-Funktion für verschiedene Werte des Gesamtspins J der Atome (nach Chikazumi 1964). (b) M_s - T -Kurven für einige Granate mit der Bruttoformel $R_3Fe_5O_{12}$. Das dreiwertige Metallion R ist bei den einzelnen Kurven angegeben. Diese Granate besitzen eine ferrimagnetische Ordnung. Die Fe- bzw. R-Ionen sitzen auf jeweils einem Untergitter und haben verschieden große magnetische Momente. Es gibt einen Kompensationspunkt T_K , bei dem die spontanen Magnetisierungen M_1 , M_2 der beiden Untergitter gerade entgegengesetzt gleich groß sind. Sie haben im allgemeinen eine verschiedene Temperaturabhängigkeit. Die resultierende spontane Magnetisierung M_{sg} ist gleich der Vektorsumme der beiden Untergittermagnetisierungen, siehe Nebenfigur (nach Kittel 1971).

agnetische Wechselwirkungspotential einsetzen. Ein Beispiel für die Neutronenbeugung an einem antiferromagnetischen Kristall zeigt Abbildung 18-6 (vgl. auch Abb. 14-21).

Wir fragen nun nach der Abhängigkeit des Ordnungsgrades von der Temperatur. Sie kann sehr verschieden aussehen, je nach Art des Phasenübergangs vom geordneten zum ungeordneten Zustand (Abb. 18-7). Die Temperatur, bei der die magnetische Ordnung entsteht bzw. verschwindet, heißt bei Substanzen mit einem von Null verschiedenen Moment Curie-Punkt T_C , bei solchen mit $\mathbf{m} \equiv 0$ Néel-Punkt T_N . Als spontane Magnetisierung M_s bezeichnet man die Dichte des magnetischen Moments im Feld Null. Bis heute gibt es keine mikroskopische Theorie, welche die M_s - T -Kurven befriedigend beschreibt. Die theoretischen Kurven in Abbildung 18-7a sind mit einem phänomenologischen Modell berechnet, und zwar aus einer Brillouin-Funktion (siehe voriger Abschnitt) mit dem Argument $x = \mu(\mathbf{B} + W\mu_0\mathbf{M})/kT$, wobei W eine aus dem Experiment zu entnehmende Konstante bedeutet (Molekularfeld-Theorie von P. Weiss).

Die auch für Anwendungen wichtigste magnetische Responsegröße, die Suszeptibilität χ_m , kann bei ferro- und ferrimagnetischen Stoffen sehr groß werden im Vergleich zu den χ -Werten von Dia- und Paramagnetika. Das läßt sich qualitativ verstehen wenn man bedenkt, daß die Wechselwirkung der Momente in magnetisch geordneten Substanzen bereits die unordnende Tendenz der thermischen Bewegung weitgehend überwunden hat. Demzufolge ist in Gleichung (18-3) für μ nicht mehr das magnetische Moment eines einzelnen Atoms einzusetzen, sondern das viel größere, $m = n\mu$, eines ganzen Bereichs mit n spontan ausgerichteten Atommomenten. Die Zahl N solcher „Bereichs“-Momente in Gleichung (18-3) wird zwar entsprechend kleiner, aber das Produkt $N\mu^2$ geht über in $(N/n)(n\mu)^2 = Nn\mu^2$, wächst also proportional zu n . Außerdem wächst die magnetische Suszeptibilität, ähnlich wie die Dielektrizitätskonstante (siehe Abb. 17-9), dicht am Curie-Punkt infolge von Spinfluktuationen stark an (siehe Kap. 21). Dies ist für Nickel in Abbildung 18-8 gezeigt. Bezüglich der Frequenzabhängigkeit der Suszeptibilität gelten formal ähnliche Zusammenhänge wie bei der Dielektrizitätskonstante (siehe Abschn. 17.1). Die Ausrichtung der Spins aufgrund ihrer Wechselwirkung relaxiert bei einigen Gigahertz, also im Mikrowellengebiet.

Wie fast alle Festkörpereigenschaften, ist auch die magnetische Suszeptibilität in Einkristallen stark anisotrop. Bei der magnetostatischen Dipolkopplung ist das trivial, denn die Energie zweier paralleler Dipole hängt nach Gleichung (18-4) vom Winkel zwischen ihrer Momentrichtung und ihrer Verbindungslinie ab ($U_{\text{mst}}(\rightarrow\rightarrow) < U_{\text{mst}}(\uparrow\uparrow)$). In dreidimensionaler Anordnung verschwindet speziell diese Anisotropie bei kubischen Kristal-

Temperaturabhängigkeit der Ordnung

Suszeptibilität

Anisotropie

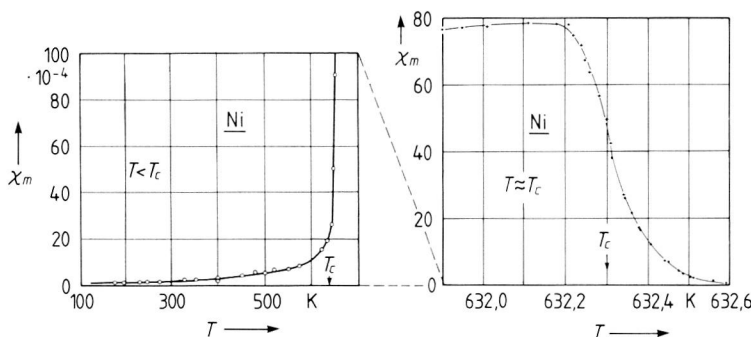


Abb. 18-8. Die Temperaturabhängigkeit der magnetischen Suszeptibilität. Die Anfangssuszeptibilität (siehe Abb. 18-17) von Nickel in der Nähe seines Curie-Punkts. Man beachte die verschiedenen χ_m - und T -Maßstäbe im linken und rechten Teilbild (links: nach Kneller 1962; rechts: nach Herzum und Stierstadt 1972).

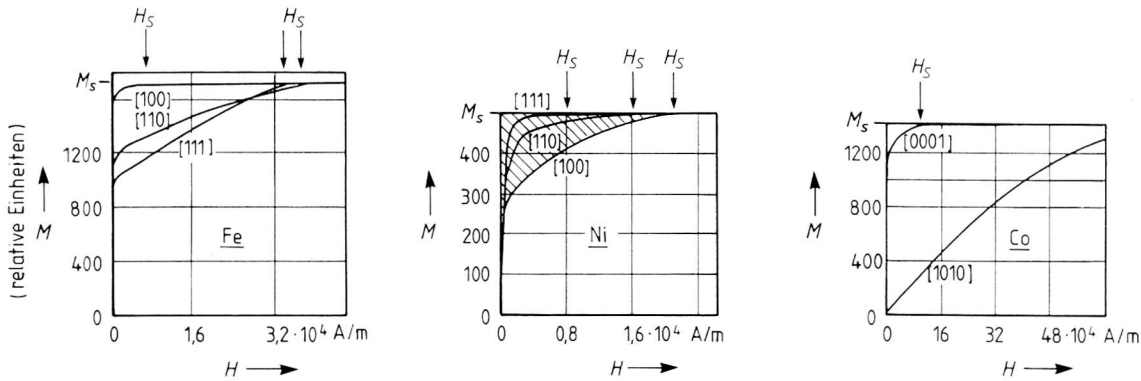


Abb. 18-9. Magnetische Kristallanisotropie. Die Magnetisierungskurven einer Substanz in den verschiedenen Kristallrichtungen unterscheiden sich erheblich voneinander. Die zur Ausrichtung der Magnetisierung \mathbf{M} parallel zu \mathbf{H} erforderliche Feldstärke heißt Sättigungsfeldstärke H_s . Die dazu notwendige Energie beträgt $U_m = V \int_0^{M_s} \mu_0 H dM$ und ist proportional zur Fläche zwischen der M - H -Kurve, der M -Achse und der Geraden $M = M_s$; schraffiert bei Ni [100] (nach Kneller 1962).

len jedoch in erster Näherung. Die hauptsächliche Quelle der magnetischen Anisotropie ist dann die Spin-Bahn-Wechselwirkung (siehe Abb. 7-8). Es erfordert nämlich eine gewisse Energie, das magnetische Spinnmoment μ_s eines Elektrons gegen das in seinem Ruhesystem aus der Bahnbewegung des Kerns resultierende Magnetfeld zu drehen. Wegen der räumlichen Anisotropie aller nicht-s-förmigen Elektronenzustände (siehe Abb. 7-5 und 18-5 b) resultiert eine Bevorzugung bestimmter Richtungen für die Orientierung der Spins in einem Kristall. Man kann jedoch nicht allgemein vorhersagen, welche Richtungen energetisch günstig bzw. ungünstig sind. Bei Eisen ist $\langle 100 \rangle$ günstig, $\langle 111 \rangle$ ungünstig, bei Nickel ist es umgekehrt. Dieser Unterschied ist im wesentlichen durch die Kristallstruktur bedingt (Fe ist kubisch-raumzentriert, Ni kubisch flächenzentriert). Die Anisotropie läßt sich leicht experimentell bestimmen, indem man die zur Ausrichtung der Magnetisierung in verschiedene Kristallrichtungen notwendige Energie U_m mißt (Abb. 18-9). Als Anisotropiekonstante K bezeichnet man die Differenz der magnetischen Energiedichten zwischen der ungünstigsten („schweren“) und der günstigsten („leichten“) Richtung. Die Größe von K liegt zwischen 10^2 und 10^6 J/m^3 . Das entspricht bei $10^{28} \text{ Atomen/m}^3$ einer Energie von etwa 10^{-26} bis 10^{-22} J pro Atom, also der Größenordnung der Spin-Bahn-Energie (10^{-22} J im Grundzustand des Wasserstoffatoms, siehe Abschn. 7.2).

18.4 Magnetische Bereichsstruktur und Hysterese

Aus der Erfahrung ist uns bekannt, daß normales Eisen keine magnetische Kraft auf ein anderes Stück Eisen ausübt. Erst wenn es „magnetisiert“ wird, indem man es vorübergehend in ein starkes Magnetfeld bringt,

Domänen

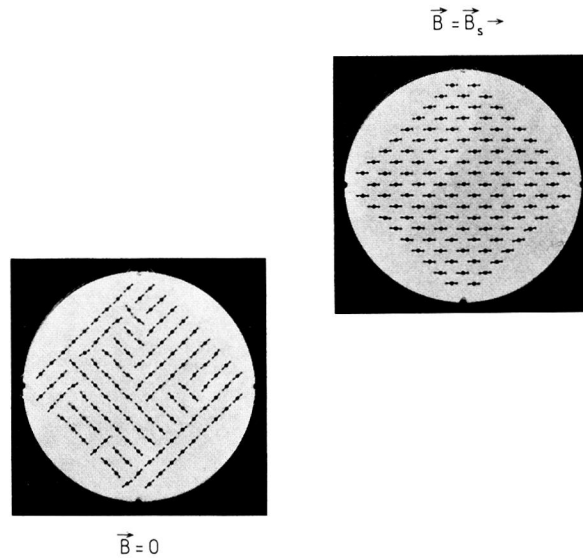


Abb. 18-10. Magnetnadelmodell nach E. A. Ewing. Links: Bereichsstruktur ohne Feld, rechts: magnetische Sättigung im Feld.

kommt die magnetische Kraft zum Vorschein. Es war das Verdienst von J. A. Ewing und P. Weiss, vor rund 100 Jahren für diesen Effekt eine Erklärung gefunden zu haben: Das Material besteht aus vielen kleinen Bereichen („Domänen“ oder „Weiss-Bezirken“) mit unterschiedlicher Richtung der spontanen Magnetisierung. Erst wenn diese Magnetisierungen durch ein Magnetfeld in allen Domänen in dieselbe Richtung gedreht werden, entsteht ein makroskopisches magnetisches Moment (Abb. 18-10 u. 18-11). Diese Erscheinung ist ganz analog zur Rekristallisation eines Polykristalls oder zur Ausrichtung ferroelektrischer Domänen zu sehen (vgl. Abb. 14-6 bzw. 17-11).

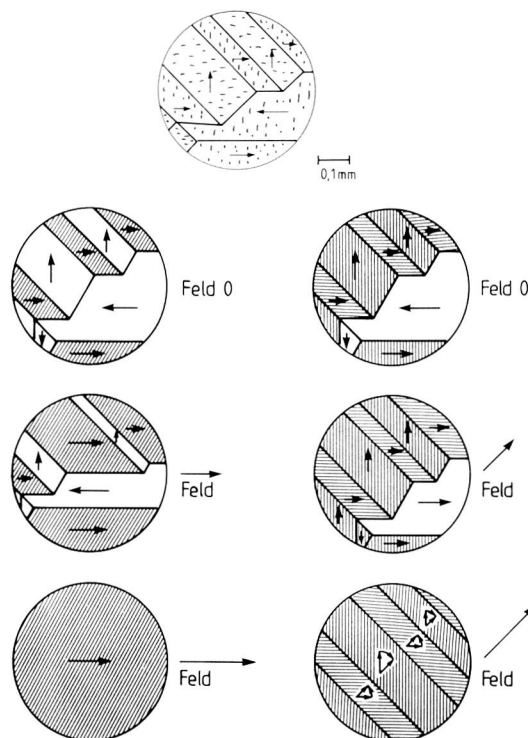


Abb. 18-11. Magnetische Bereichsstruktur auf einer Oberfläche. Oben: Bereiche mit verschiedener Richtung der spontanen Magnetisierung auf einem Fe-3%Si-Einkristall, beobachtet mit der Methode von Abb. 18-13. Darunter: Veränderung dieser Bereichsstruktur bei Änderung des äußeren Magnetfelds (nach Chikazumi 1964).

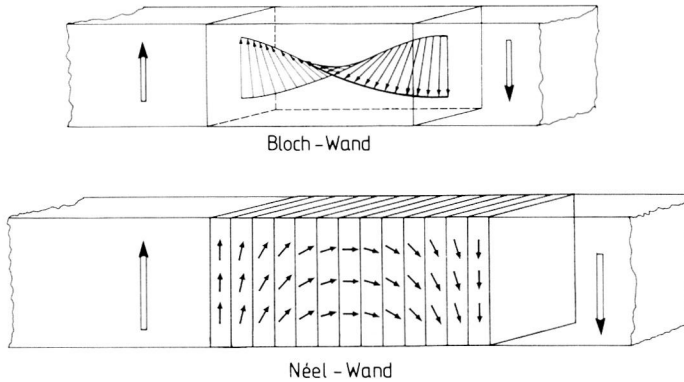


Abb. 18-12. Wände zwischen magnetischen Domänen. Die einfachen Pfeile bezeichnen die Richtungen der magnetischen Momente in der Wand, die Doppelpfeile die Richtungen der spontanen Magnetisierung in den angrenzenden Domänen. Die Bloch-Wand hat vorn und hinten magnetische Pole, die Néel-Wand oben und unten (nach Weißmantel und Hamann 1979). Die Ursache der endlichen Wanddicke ist die Austauschenergie zwischen benachbarten magnetischen Momenten. Sie wächst in erster Näherung quadratisch mit dem Winkel φ zwischen ihnen. Daher ist es energetisch günstiger, wenn sich die Drehung (Winkel ϑ , hier 180°) der Magnetisierung von einer Domäne zur nächsten auf viele (N) Spins verteilt: $N \varphi^2 = N (\vartheta/N)^2 < \vartheta^2$. Dieser Tendenz zu einer möglichst großen Wanddicke wirkt aber die Kristallanisotropie entgegen, die bestimmte diskrete Vorzugsrichtungen für die Spins begünstigt.

Erst etwa 50 Jahre nach Ewings Hypothese, nämlich um 1935, gelang es, magnetische Domänen sichtbar zu machen und ihre Existenz energetisch zu begründen. Die Domänen sind durch etwa 1 bis 100 nm dicke „Wände“ voneinander getrennt. Je nach der Anordnung der Spins in einer solchen Wand unterscheidet man Bloch- und Néel-Wände (Abb. 18-12). Die Domänen lassen sich sichtbar machen, indem man ihr magnetisches Streufeld oder dasjenige der Wände im Außenraum beobachtet (Abb. 18-13).

Die energetische Erklärung für die Unterteilung eines Kristalls in Domänen findet sich in Abbildung 18-14a: Je feiner diese Unterteilung ist,

desto geringer wird die Streufeldenergie $E_s = \frac{\mu_0}{2} \int H^2 dV$, integriert über den ganzen Außenraum; bei der Struktur in der rechten Abbildung verschwindet sie sogar ganz, weil kein Streufeld mehr da ist. Die Entstehung von Wänden ist jedoch ihrerseits mit einem Energieaufwand verbunden, weil die Spins in der Wand nicht mehr alle parallel zueinander stehen wie im Inneren der Domänen. Die Austauschenergie der Spins $E_a \approx -J \sum (s_i s_j)$ (siehe Legende zu Abb. 10-4) ist nämlich proportional zum Kosinus des Winkels zwischen den Spins s_i und s_j , und die „Austauschkonstante“ J hat

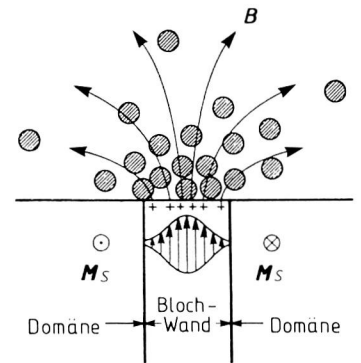


Abb. 18-13. Sichtbarmachung von Domänenwänden. In das inhomogene Streufeld über der Wand bringt man kleine ferromagnetische Teilchen, zum Beispiel einige μm große Eisenteilchen in einer Suspension. Diese werden in Richtung steigender Feldstärke gezogen und sammeln sich über der Wand an (nach Kneller 1962).

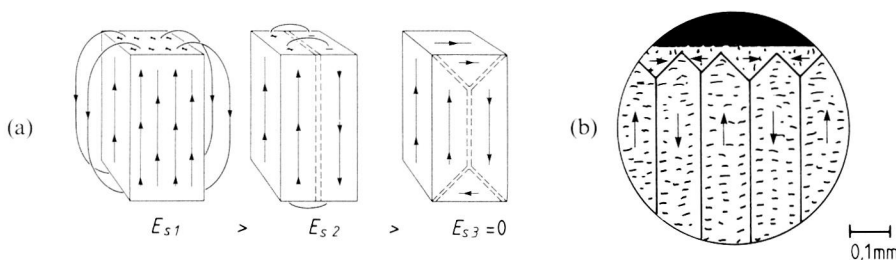


Abb. 18-14. Streufeldenergie und Domänen. (a) Reduzierung der Streufeldenergie E_s durch Domänenbildung (nach Morrish 1965). (b) Beobachtete Bereichsstruktur eines Fe-3%Si-Einkristalls (nach Chikazumi 1964).

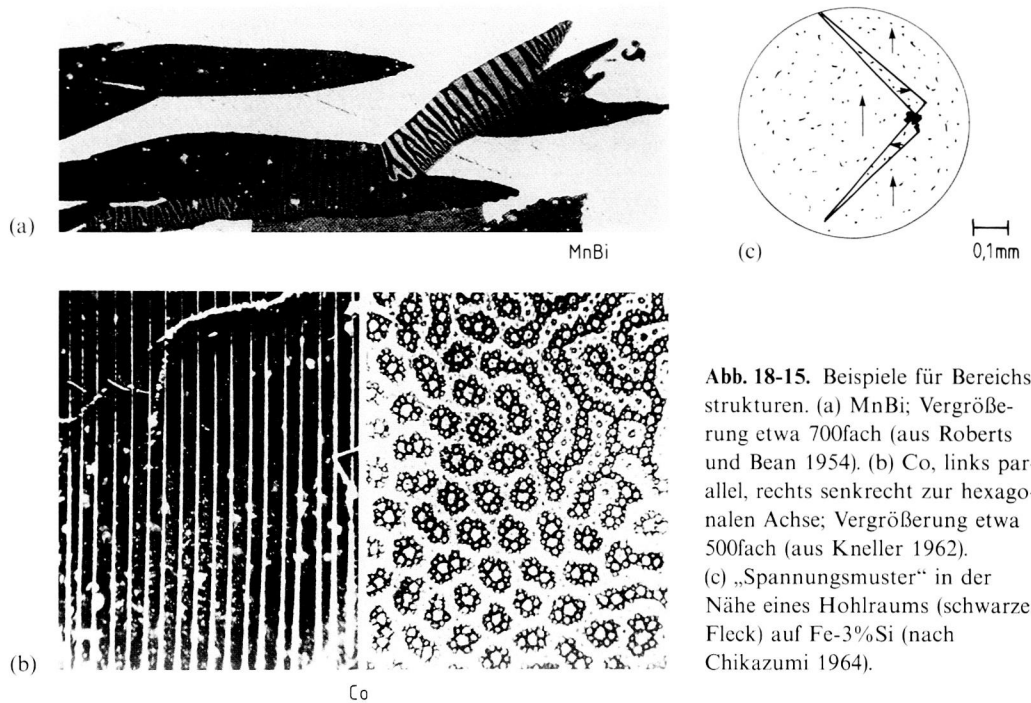


Abb. 18-15. Beispiele für Bereichsstrukturen. (a) MnBi; Vergrößerung etwa 700fach (aus Roberts und Bean 1954). (b) Co, links parallel, rechts senkrecht zur hexagonalen Achse; Vergrößerung etwa 500fach (aus Kneller 1962). (c) „Spannungsmuster“ in der Nähe eines Hohlraums (schwarzer Fleck) auf Fe-3%Si (nach Chikazumi 1964).

die Größenordnung 10^{-21} J pro Spinpaar. Form und Größe der entstehenden Domänen und Wände hängen also vom Verhältnis E_s/E_a ab; außerdem noch von der Kristallanisotropie (siehe Abb. 18-9), von der kristallographischen Orientierung der Oberflächen der Probe und von der Verteilung mechanischer Spannungen im Kristall (Magnetostriktion, siehe Abschn. 18.6). Daher läßt sich die Domänenstruktur im allgemeinen nicht voraussagen. Sie nimmt oft recht bizarre Formen an, die man jedoch heute wenigstens qualitativ interpretieren kann (Abb. 18-15). Die Abmessungen der Domänen hängen wegen des Einflusses mechanischer Spannungen stark von der Kristallgüte ab. In normalem polykristallinem Eisen beträgt ihr Durchmesser einige hundertstel Millimeter. In sehr guten Einkristallen können sie fast so groß werden wie der ganze Kristall.

Auch in Antiferromagnetika gibt es Domänen mit verschiedener Richtung der Spinorientierung. Nur ist die Ursache ihrer Entstehung hier nicht magnetostatischer Natur, da es ja in Antiferromagnetika keine makroskopischen Streufelder gibt. Vielmehr entstehen diese Domänen spontan beim Abkühlen unter die Néel-Temperatur, wie die Kristallite in einem Polykristall beim Abkühlen unter den Schmelzpunkt. Man kann antiferromagnetische Domänen natürlich auch nicht durch ein Magnetfeld ausrichten; und man kann die Domänenwände nicht über ihr Streufeld sichtbar machen, weil sie keines haben. Sie lassen sich jedoch in polarisiertem Licht beobachten, und zwar aufgrund der magnetostriktiven Verzerrungen des Gitters in der jeweiligen Magnetisierungsrichtung und der damit verbundenen Doppelbrechung.

Wie bei den Ferroelektrika besteht auch bei magnetisch geordneten Substanzen ein irreversibler Zusammenhang zwischen Polarisation und Feldstärke, die ferromagnetische Hysterese. Sie beruht auf der Existenz verschiedener energetisch gleichwertiger Richtungen im Kristall und dem Auftreten von Energieverlusten bei der Ummagnetisierung. Dies ist in Abbildung 18-16 erläutert: Eine Domänenwand hat im allgemeinen meh-

Hysterese

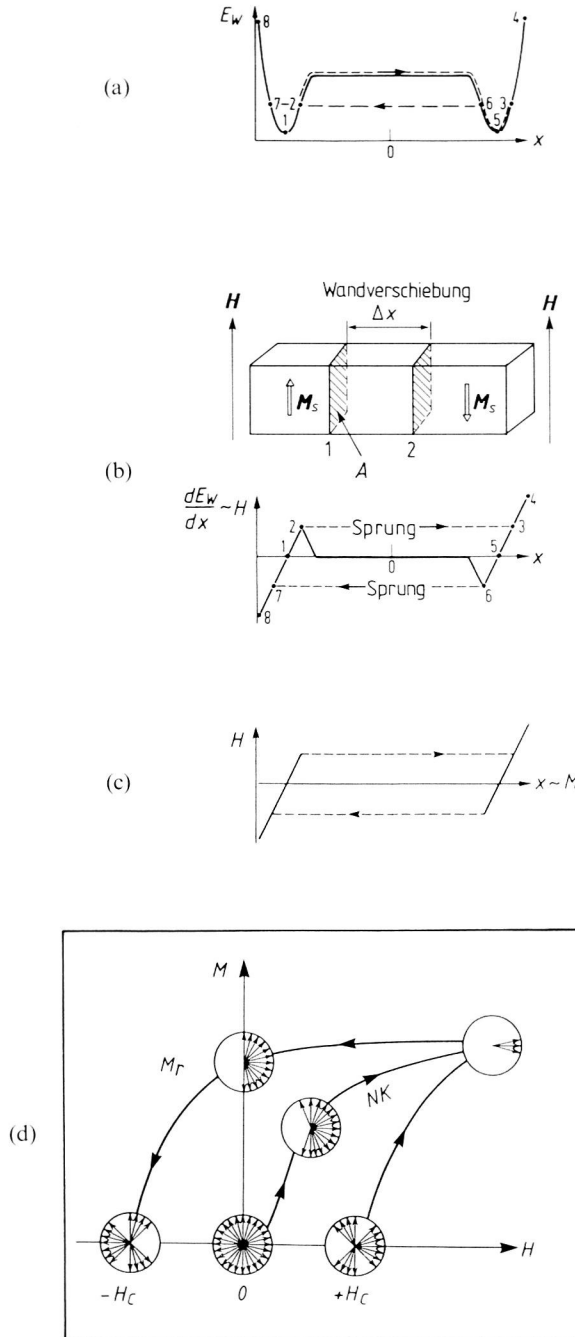


Abb. 18-16. Die magnetische Hysterese. (a) Wandenergie E_w als Funktion der Wandposition x . Wird $\partial^2 E_w / \partial x^2 \leq 0$, wie zum Beispiel zwischen den Positionen 2 und 6, so ist die Lage der Wand instabil (nach Lambeck 1975). (b) Verschiebung einer Wand durch ein äußeres Magnetfeld H zwischen den Positionen 1 und 2 von Teilbild a. Die zum Verschieben einer Wand mit der Fläche A zwischen den angrenzenden Domänen mit um $\Delta\vartheta$ (hier 180°) verschiedener Magnetisierungsrichtung notwendige Energie beträgt

$$\Delta E_w = \mu_0 H \cdot \Delta M \cdot A \cdot \Delta x$$

$$= \mu_0 H M_s A \cdot \Delta x \cdot \Delta(\cos \vartheta).$$

Dann ist die Feldstärke $H(x) = (\partial E_w / \partial x) (\Delta(\cos \vartheta) \mu_0 M_s A)^{-1}$ notwendig, um die Wand an der Stelle x im Gleichgewicht zu halten (nach Lambeck 1975). (c) Die aus Teilbild a bzw. b für eine Wand resultierende Hystereseschleife. Die gestrichelten Abschnitte werden bei konstantem Feld irreversibel durchlaufen. Hier wird die Geschwindigkeit der Wand durch elektrische Wirbelströme und durch Phononenerzeugung gebremst (nach Lambeck 1975). (d) Durch Überlagerung vieler solcher Schleifen (c) von einzelnen Wänden mit verschiedener Orientierung entsteht die hier skizzierte Richtungsverteilung der Domänenmagnetisierungen längs eines halben Zyklus der Hystereseschleife einer makroskopischen Probe. H_c ist die Koerzitivfeldstärke (für $M=0$), M_r die Remanenz (für $H=0$), NK die Neukurve bei Magnetisierung vom Zustand $M=H=0$ aus (nach Chikazumi 1964).

rere metastabile Positionen mit relativen Energieminima. Zwischen diesen kann sie durch ein äußeres Feld hin- und herbewegt werden. Die Sprünge, welche die Wand dabei ausführt, laufen bei fast konstanter Feldstärke ab, und die Wand dissipiert dann Energie. Das geschieht zum einen durch die in ihrer Umgebung induzierten Wirbelströme aufgrund der sich räumlich ändernden Magnetisierungsverteilung; zum andern durch Phononen, die wegen der bei einer Magnetisierungsänderung auftretenden magnetostruktiven Verspannungen (siehe Abschn. 18.6) erzeugt werden.

18.5 Magnetische Werkstoffe

Wir kennen heute etwa 1000 antiferromagnetische, einige 100 helimagnetische und über 1000 ferro- bzw. ferrimagnetische Elemente und Verbindungen; hinzu kommt eine noch viel größere Zahl von Mischungen und Legierungen. Ferro- bzw. ferrimagnetische Stoffe finden vor allem als Transformatoren- und Spulenkerne, als Dauermagnete und als Datenspeicherelemente Verwendung. Die Antiferromagnetika werden bisher technisch überhaupt nicht genutzt.

Grundlage aller Anwendungsmöglichkeiten bildet die ferromagnetische Hysteresekurve (Abb. 18-17). Ihre Bestimmungsstücke können je nach Material um viele Größenordnungen differierende Werte annehmen (Abb. 18-18). Die Maximalsuszeptibilität χ_{\max} kann bis zum 1000fachen der Anfangsuszeptibilität χ_a betragen, die Sättigungsfeldstärke bis zum 50fachen der Koerzitivfeldstärke. Die Sättigungsmagnetisierung liegt im allgemeinen nur wenige Promille oberhalb der spontanen Magnetisierung M_s , die je nach Material bei Raumtemperatur zwischen etwa 10^4 und $3 \cdot 10^6$ A/m beträgt. Die Remanenz kann entsprechend der magnetischen Vorgeschichte fast jeden Wert zwischen Null und M_s annehmen. Das maximale Energieprodukt $\mu_0 (MH)_{\max}$ ist ein ungefähres Maß für die Fläche der Hystereseschleife und damit für die Ummagnetisierungsverluste. Es liegt zwischen 10 und 10^5 J/m³. Somit lassen sich heute Werkstoffe herstellen,

Kenngrößen

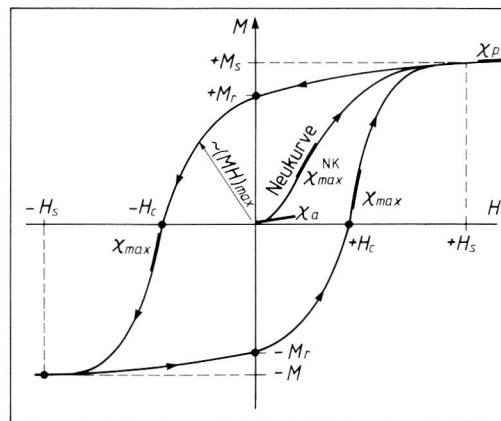


Abb. 18-17. Die Hystereseschleife und ihre Bestimmungsstücke. H_s Sättigungsfeldstärke, H_c Koerzitivfeldstärke, M_s spontane Magnetisierung, M_r Remanenz, χ_a Anfangsuszeptibilität, χ_{\max} Maximalsuszeptibilität, χ_p Parasuszeptibilität, $(MH)_{\max}$ maximales Energieprodukt. Die dick markierten Kurvenstücke sollen die entsprechenden Steigungen bzw. die Suszeptibilitäten $\partial M / \partial H$ symbolisieren. Bei der meßtechnisch zu definierenden Sättigungsfeldstärke ist die Magnetisierung in allen Domänen praktisch (zum Beispiel zu 99%) in Feldrichtung ausgerichtet. Der Anstieg der Magnetisierung über M_s hinaus, für $H > H_s$, heißt Paraprozeß und besteht in der Ausrichtung von Spins innerhalb der Domänen über ihren thermischen Gleichgewichtswert hinaus. Die zugehörige Suszeptibilität oberhalb H_s ist die Para- oder Spinsuszeptibilität. Der hier abgebildete Niedrigfeldteil der Magnetisierungskurve setzt sich zu höheren Feldern hin in Form der Langevin- bzw. Brillouin-Funktion (Abb. 18-2) fort, die bei Raumtemperatur erst oberhalb etwa 10^8 A/m in die „absolute“ Sättigung $M_x \equiv M_s (T = 0)$ einmündet.

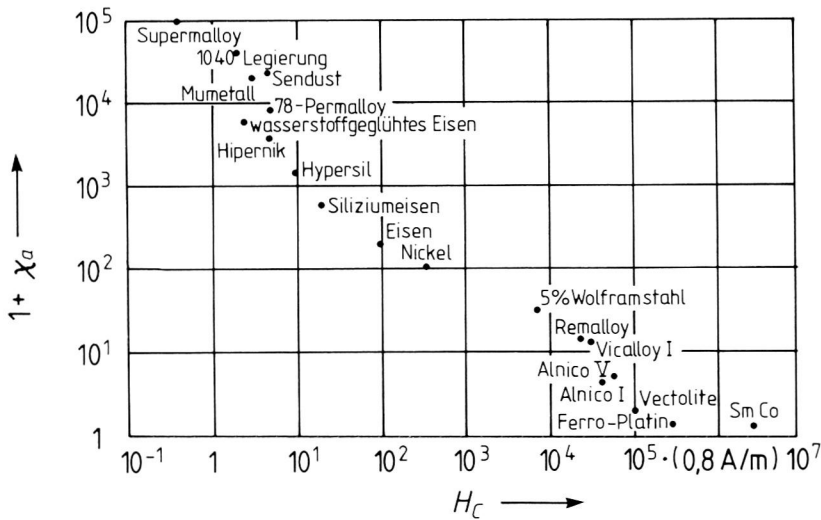


Abb. 18-18. Anfangssuszeptibilität und Koerzitivfeldstärke verschiedener Magnetwerkstoffe (nach Kellner 1962).

bei denen die Höhe, die Breite, die Fläche und die Steigung der Hystereseschleife um fünf bis sechs Größenordnungen verschieden sind.

Für Spulenkerne und Transformatorbleche braucht man möglichst verlustfreie und hochpermeable Materialien ($(MH)_{\max}$ klein, χ groß); das heißt eine möglichst schmale und steile Hystereseschleife. Für Dauermagnete ist eine möglichst hohe Remanenz und, zum Schutz gegen Ummagnetisierung, eine möglichst große Koerzitivfeldstärke günstig. Magnetische Speicherwerkstoffe in Kern- oder Plattenspeichern, in Rechnern und Tonbändern sollen eine mittlere Koerzitivfeldstärke, eine hohe Remanenz, und eine möglichst rechteckige Schleife haben. Diese Anforderungen lassen sich heute weitgehend erfüllen, so daß man für jeden Zweck den optimalen Werkstoff finden kann.

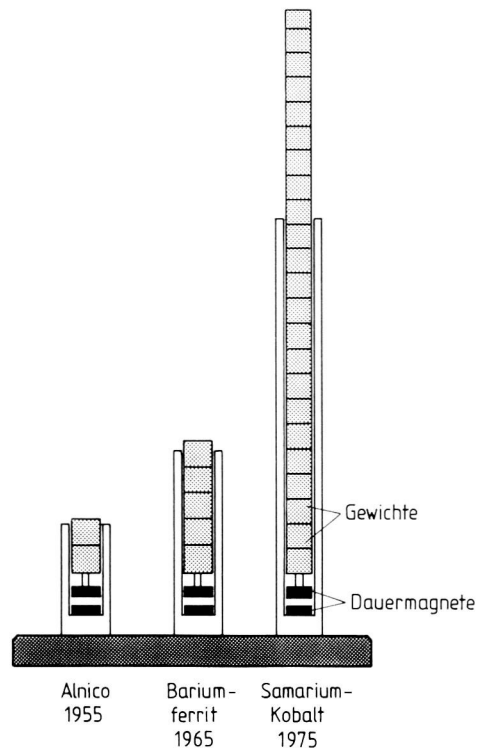


Abb. 18-19. Abstoßende Kraft verschiedener Magnetwerkstoffe. Die untersten beiden schwarzen Scheiben sind jeweils zwei Magnete in Abstoßungsposition. Darüber sind so viele Gewichte gelegt, daß der Luftspalt zwischen den Magnetpolen in allen drei Fällen etwa gleichgroß wird (nach Becker 1970).

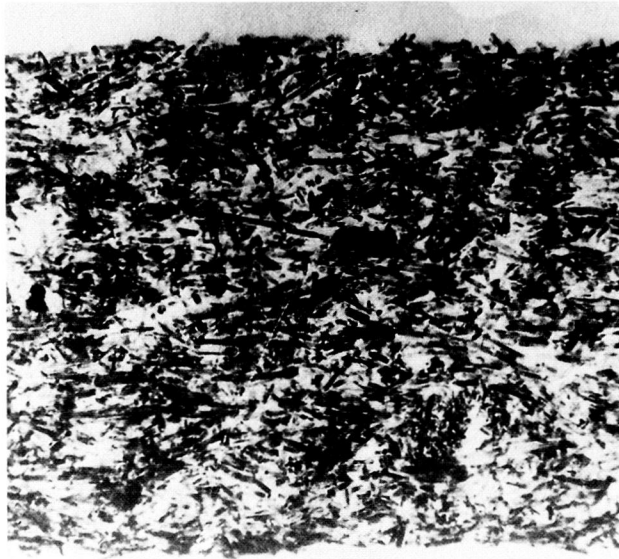


Abb. 18-20. Struktur eines Tonbandes. In dieser elektronenmikroskopischen Aufnahme sieht man die kleinen nadelförmigen Fe_2O_3 -Teilchen. Sie haben einen Durchmesser von etwa $0,05\ \mu\text{m}$ und eine mittlere Länge von $0,2\ \mu\text{m}$ (aus Bate 1980).

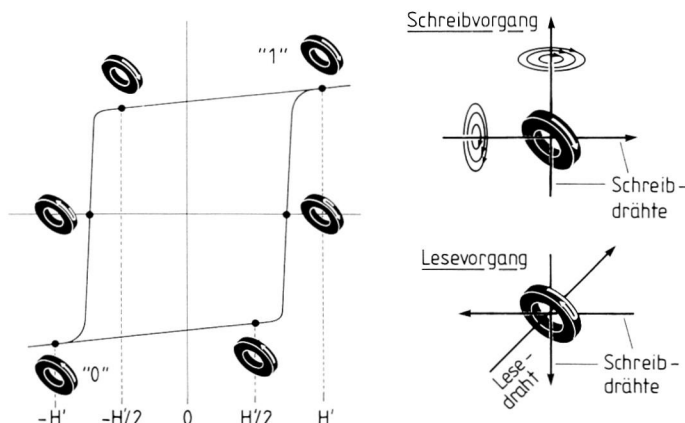
Wir betrachten zum Schluß noch ein paar Anwendungsbeispiele. Die erzielte Steigerung der Remanenz in den vergangenen 30 Jahren demonstriert Abbildung 18-19. In Abbildung 18-20 sehen wir die elektronenmikroskopische Aufnahme eines Tonbands. Die nadelförmigen Magnetteilchen haben eine Koerzitivfeldstärke von etwa $10^4\ \text{A/m}$ und eine annähernd rechteckige Hystereseschleife. Die Elemente von Kernspeichern sind kleine Ringe (Abb. 18-21: Tafel VIII im vorderen Buchteil) aus ferromagnetischem Material mit ebenfalls möglichst rechteckförmiger Hystereseschleife (Abb. 18-22).

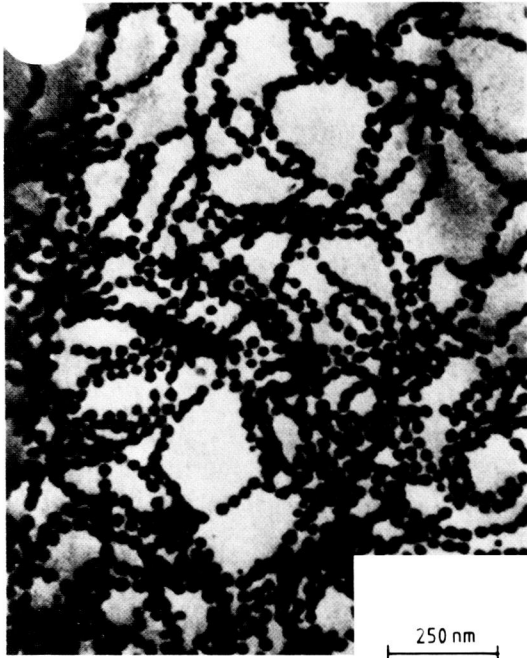
Bis heute hat man noch keine flüssigen Ferromagnete entdeckt. Im Prinzip sollte es solche geben, denn man kennt zahlreiche amorphe magnetische geordnete Stoffe, die sich strukturell ja praktisch nicht von einer Flüssigkeit unterscheiden. Wir wissen bis heute nicht den Grund dafür, warum man trotz vieler Bemühungen noch keine flüssigen Magnete herstellen konnte. Da es aber hierfür so viele interessante Anwendungen gibt, hat man einen Ersatz erfunden, nämlich ferromagnetische Kolloide (Abb. 18-23). Das sind kleine, etwa $10\ \text{nm}$ große ferromagnetische Kristalle

Anwendungen

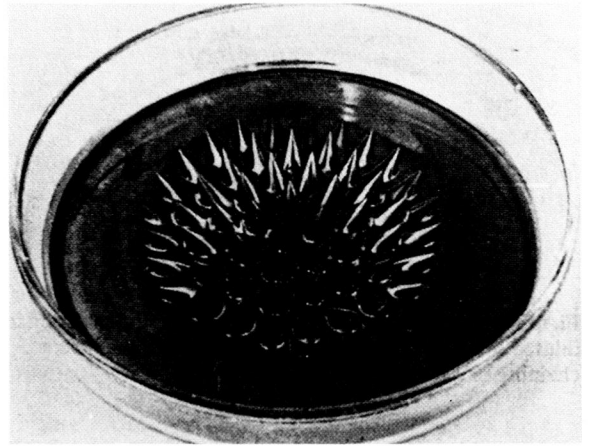
Abb. 18-21: auf Tafel VIII im vorderen Buchteil

Abb. 18-22. Funktionsweise eines magnetischen Kernspeichers. Links: Magnetisierungszustand eines Speicherrings längs seiner Hystereseschleife. Einer bestimmten Magnetisierungsrichtung entspricht eine „0“, der entgegengesetzten eine „1“. Die Schleife muß möglichst rechteckig sein, damit die Zustände „0“ und „1“ deutlich voneinander getrennt sind und nicht durch Störfelder verändert werden. Rechts: Schreib- und Lesevorgang. Beim Schreiben erzeugt ein Strom durch jeden der beiden Schreibdrähte das Magnetfeld $H'/2$ im Ring. Nur derjenige Kern wird ummagnetisiert, bei dem beide Drähte Strom führen. Beim Lesen wird durch beide Schreibdrähte Strom geschickt und insgesamt das Ummagnetisierungsfeld H' erzeugt. War der Kern vorher andersherum magnetisiert, so gibt es im Lesedraht eine Induktionsspannung, sonst nicht (nach Stierstadt 1969).

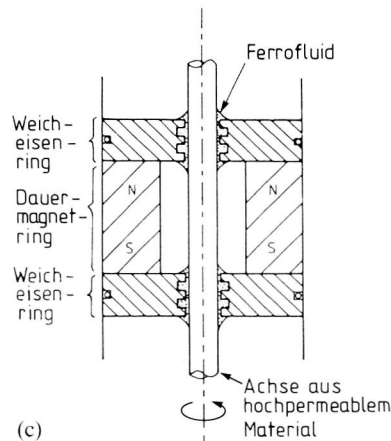




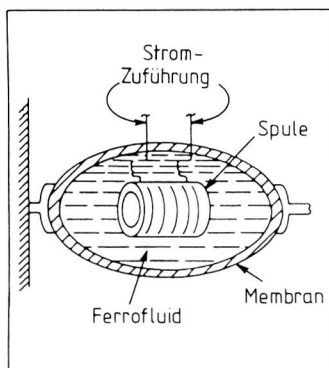
(a)



(b)



(c)



(d)

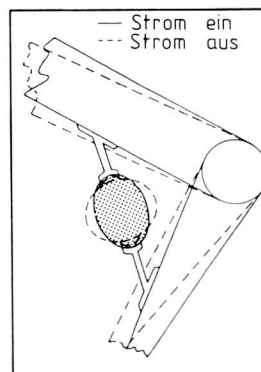


Abb. 18-23. Magnetische Kolloide (Ferrofluids). (a) Elektronenmikroskopische Aufnahme magnetischer Kolloidpartikel aus Kobalt (aus Charles und Popplewell 1980, mit freundlicher Genehmigung von H. Parker). (b) Magnetisches Kolloid als Feldindikator. Der Pol eines Stabmagneten befindet sich senkrecht unterhalb der Mitte des Gefäßes. Die durch eine Instabilität der Flüssigkeitsoberfläche entstehenden „Stacheln“ zeigen in Feldrichtung; ihre Länge ist näherungsweise proportional zur Feldstärke. Die Stacheln kommen durch das Wechselspiel zwischen magnetischer Volumenkraft und Oberflächenspannung zustande (aus Hoon und Tanner 1985). (c) Ferrofluidlager als vakuumdichte Drehdurchführung (nach Hoon und Tanner 1985). (d) Modell eines Ferrofluid-Muskels. Die mit Ferrofluid gefüllte Membran nimmt ohne Feld wegen der Oberflächenspannung Kugeltast an. Im Feld ist eine längliche Form energetisch günstiger, weil dann die gesamte Energie kleiner wird (nach Rosensweig 1979).

in einer Trägerflüssigkeit (Abb. 18-23 a). Eine solche Substanz benimmt sich makroskopisch fast wie eine echte Flüssigkeit. Sie wird unter anderem für weitgehend reibungsfreie und vakuumdichte Lager und Aufhängungen verwendet, und sie verspricht interessante Möglichkeiten in Biologie und Medizin. So kann man eine solche Flüssigkeit in das Kapillarsystem von Pflanzen oder in die Blutbahn von Menschen und Tieren einbringen und sie dort mittels eines äußeren Magnetfelds an beliebigen Stellen konzentrieren, festhalten und wieder wegströmen lassen. Auch lassen sich künstliche, magnetisch betätigte, Muskeln bauen (Abb. 18-23 d). Dies ist nur eine kleine Auswahl aus der großen Zahl von Anwendungsmöglichkeiten magnetischer Kolloide oder Flüssigkeiten.

18.6 „Nichtdiagonale“ magnetische Response-Eigenschaften

Nun behandeln wir noch ganz kurz die nichtdiagonalen magnetischen Suszeptibilitäten aus der Tabelle 10-2. Sie sind schematisch in Abbildung 18-24 zusammengestellt. Weit verbreitete Anwendungen finden vor allem die thermo- und elastomagnetischen Effekte. Die Magnetostraktion

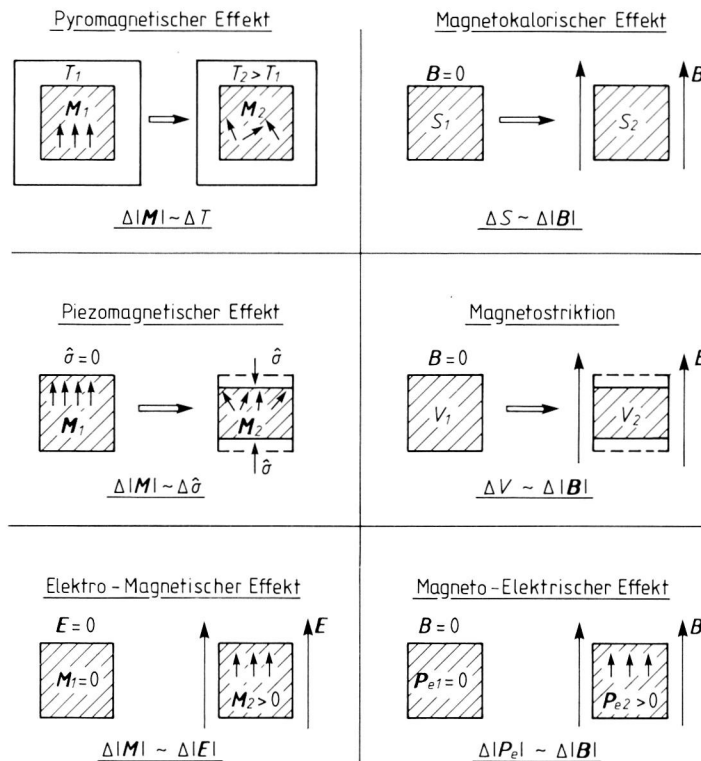


Abb. 18-24. Die nichtdiagonalen magnetischen Suszeptibilitäten. In den Proportionalgleichungen steht rechts die Ursache, links die Wirkung. Die Proportionalitätskonstanten sind, bis auf Normierungsfaktoren, die verallgemeinerten Suszeptibilitäten aus Tabelle 10-2.

bzw. der Piezomagnetismus werden zur magnetostriktiven Schwingungserzeugung (Ultraschall) bzw. zum Nachweis hochfrequenter mechanischer Schwingungen verwendet. Der magnetokalorische Effekt wird zur Herstellung extrem tiefer Temperaturen genutzt. Aus Platzgründen können wir hier auf die Details nicht weiter eingehen. Die magneto-elektrischen Effekte finden bisher noch keine technische Verwendung und sind daher auch viel weniger gut untersucht und verstanden.

Die magnetokalorische Suszeptibilität $\chi^{(SB)} = \partial S / \partial B$ von Ferromagnetika führt bei adiabatischer Magnetisierung in einem Feld von 1 A/m zu einer Temperaturänderung von etwa 10^{-6} K. Die Magnetostruktion $\chi^{(VB)} = \partial V / \partial B$ liegt zwischen 10^{-5} und 10^{-2} m³/(Vs/m²). Die elektro-magnetische Suszeptibilität $\chi^{(mE)} = \partial |\mathbf{m}_m| / \partial |\mathbf{E}|$ bewirkt, daß in Stoffen mit gekoppelten elektrischen und magnetischen Momenten eine Magnetisierung von etwa 30 A/m in einem elektrischen Feld von 10⁴ V/m entsteht.

Zusammenfassung

Die magnetischen Eigenschaften der Stoffe sind für die moderne Elektrotechnik genau so wichtig wie die elektrischen. Zum Beispiel ist die hohe Permeabilität von Siliziumeisen (Fe-3% Si) für den Wirkungsgrad von Transformatoren von ähnlicher Bedeutung wie die hohe Leitfähigkeit von Kupfer für den Stromtransport.

Wir haben in diesem Kapitel zunächst den Diamagnetismus besprochen, eine Eigenschaft aller zusammengesetzten Materie, und im klassischen Bild eine Folge der Lorentz-Kraft auf bewegte elektrische Ladungen. Das induzierte diamagnetische Moment ist dem erzeugten Magnetfeld immer entgegengerichtet. Als nächstes haben wir den Paramagnetismus behandelt, die Ausrichtung atomarer magnetischer Momente durch ein Magnetfeld gegen die unordnende Wirkung der Temperaturbewegung. Er kommt nur in Stoffen vor, die solche Momente enthalten, fehlt also zum Beispiel in den meisten organischen Substanzen. Die paramagnetische Suszeptibilität hängt, im Gegensatz zur diamagnetischen, von der Temperatur ab. Schließlich haben wir uns die verschiedenen Arten spontaner Ordnung von atomaren magnetischen Momenten angesehen. Davon sind der Ferro- und der Ferrimagnetismus für die Anwendung am wichtigsten.

Zur spontanen Ausrichtung der atomaren magnetischen Momente kann nur bei sehr tiefen Temperaturen die magnetostatischen Dipolkopplung beitragen. In den meisten Fällen beruht die magnetische Ordnung aber auf der elektrostatischen Energie der Elektronen, deren Spinorientierung durch das Pauli-Prinzip geregelt wird. Freie Elektronen mit parallelem Spin haben eine kleinere Coulomb-Energie als solche mit antiparallelem Spin. Bei gebundenen Elektronen ist noch die Bindungsenergie an die Atomrümpfe zu berücksichtigen, so daß auch die antiparallele Spineinstellung energetisch günstiger sein kann.

Wir haben dann die wichtigsten Eigenschaften magnetisch geordneter Stoffe besprochen, die Kristallanisotropie, die Temperaturabhängigkeit der spontanen Magnetisierung und der Parasuszeptibilität, die Domänen-

struktur, sowie die Form und Größe der Hystereseschleife. Magnetisierung und Suszeptibilität hängen hier nichtlinear und irreversibel von der Feldstärke ab. Als Ursache dafür haben wir die Existenz magnetischer Domänen und die Verschiebung der Wände zwischen denselben erkannt. Die Steigung der Magnetisierungskurve, die ferromagnetische Suszeptibilität, kann Werte bis zu 100 000 annehmen, also dem Betrage nach 10^{10} mal größer als die diamagnetische Suszeptibilität sein. Außerdem haben wir kurz einige Anwendungsbeispiele moderner ferromagnetischer Werkstoffe betrachtet.

An den Schluß dieses Kapitels haben wir noch eine Übersicht über die „nichtdiagonalen“ magnetischen Effekte der Tabelle 10-2 gestellt. Aus Platzgründen konnten wir uns mit diesen für die Anwendung teilweise sehr wichtigen Phänomene nicht näher befassen. Auch konnten wir nicht auf die magnetischen Transportprozesse (siehe Tab. 10-3), Spindiffusion, Diffusions-Spinstrom und Magnetophorese eingehen, weil diese Erscheinungen heute noch wenig untersucht sind und technisch kaum eine Rolle spielen. Ein weiteres für viele Anwendungen wichtiges Gebiet, die magnetische Resonanz, konnten wir ebenfalls nicht behandeln.

19 Optische Eigenschaften der Festkörper

Dieses Kapitel ist kurz und fällt etwas aus dem Rahmen: Einerseits kommen die optischen Eigenschaften in unserem allgemeinen Schema der Response- und Transport-Koeffizienten (siehe Tab. 10-2 und 10-3) nicht vor. Sie lassen sich ja im Prinzip vollständig auf die entsprechenden elektrischen und magnetischen Größen zurückführen, weil das Licht eine elektromagnetische Welle ist. Andererseits ist die Farbe der Stoffe, neben ihrer mechanischen Verformbarkeit, einer unserer unmittelbarsten Sinneseindrücke. Wir sollten uns daher eine Vorstellung davon verschaffen, wie die Farben der Stoffe zustandekommen.

Der für das menschliche Auge zugängliche Farbbereich stellt bekanntlich nur einen winzigen Ausschnitt von Wellenlängen aus dem elektromagnetischen Spektrum dar; er reicht ungefähr von 0,4 bis 0,8 μm (Abb. 19-1). Das gesamte uns heute zugängliche Spektrum erstreckt sich jedoch von den kurzweiligsten Gammastrahlen ($\lambda \approx 10^{-22} \text{ m}$, $E \approx 10^{-3} \text{ J}$)

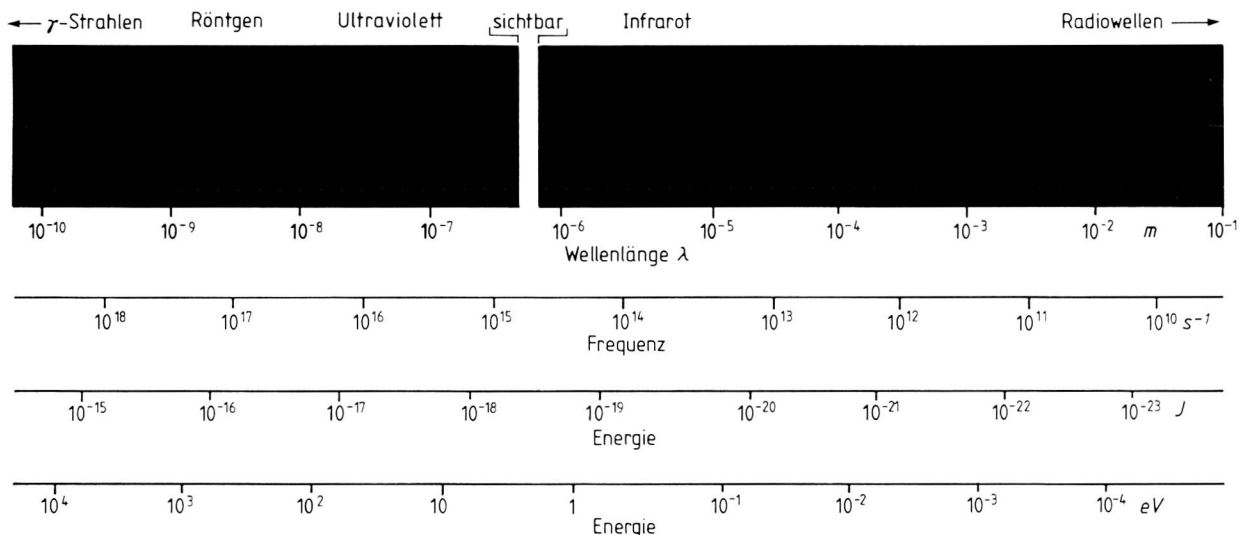


Abb. 19-1. Das elektromagnetische Spektrum. Das heute bekannte Spektrum erstreckt sich nach links und rechts etwa noch einmal soweit wie hier dargestellt, bis $\lambda \approx 10^{-22} \text{ m}$ und bis $\lambda \approx 10\,000 \text{ m}$ (nach Feinberg 1968).

bis zu den längsten Radiowellen ($\lambda \approx 10\,000\text{ m}$, $E \approx 10^{-29}\text{ J}$). Natürlich gibt es im Prinzip auch noch kleinere und noch größere Wellenlängen, bzw. Energien, nur hat man solche bis heute weder erzeugen noch nachweisen können. Wir wollen uns in diesem Kapitel auf den sichtbaren und die unmittelbar daran angrenzenden Bereiche beschränken, das heißt auf das Gebiet vom Ultraviolett bis zum Infrarot ($10^{-8} \lesssim \lambda \lesssim 10^{-4}\text{ m}$), weil es für die Festkörperphysik und ihre Anwendungen am wichtigsten ist. Dabei wollen wir uns weitgehend an Bekanntes aus der Elektrodynamik und der Wellenlehre erinnern, denn dieses Kapitel soll nur einen knappen Überblick geben.

19.1 Die Farben der Stoffe

Alle Materie erscheint uns farbig. Auch Weiß und Grau gehören zu den Farbeindrücken, denn sie sind eine dem Auge gleichmäßig erscheinende Mischung aller Farben des sichtbaren Spektralbereichs. Nur den weitgehend leeren intergalaktischen Raum sehen wir wirklich schwarz, das heißt farblos. Dort befindet sich im Durchschnitt nur ein Atom im Kubikmeter, das im sichtbaren Bereich strahlen könnte, was es aber nur selten tut. Und die kosmische Hintergrundstrahlung liegt im fernen Infraroten; sie ist mit unseren Augen nicht wahrnehmbar. Die Farben der Stoffe entstehen immer dann, wenn die Atome der Materie Licht im sichtbaren Spektralbereich emittieren. Dazu müssen sie allerdings durch Energiezufuhr erst in die Lage versetzt, das heißt angeregt werden, denn vom Grundzustand aus können sie ja keine Energie abgeben. Außerdem vermögen die Atome das aus anderen Quellen auf sie auftreffende Licht zu streuen. Diese Streuung ist jedoch im Grunde ein kombinierter Absorptions-Emissions-Prozess: Die in der Materie befindlichen Elektronen werden – klassisch gesehen – durch die einfallende elektromagnetische Welle zu Schwingungen gegenüber den Atomkernen angeregt. Eine solche schwingende, zeitlich veränderliche Ladungsverteilung emittiert ihrerseits wieder elektromagnetische Wellen. Dabei ist die emittierte von der einfallenden Welle in Amplitude und Phase im allgemeinen verschieden.

Die Atome der kondensierten Materie können durch fast jede Art von Energiezufuhr zur Lichtemission angeregt werden: durch mechanische Energie (Tribolumineszenz), durch chemische Reaktionsenergie (Chemolumineszenz), durch Teilchenbeschuss (Partikellumineszenz), durch thermische Energie (Thermolumineszenz^{*)} und Glühemission) oder durch elektromagnetische Energie (Photolumineszenz). Wenn die nachfolgende Emission innerhalb von 10^{-8} Sekunden nach Beendigung der Energiezufuhr wieder abgeklungen ist, spricht man von Fluoreszenz, wenn dieser Vorgang länger dauert, von Phosphoreszenz. Die Zahl von 10^{-8} s ist willkürlich gewählt und wegen des meist exponentiellen Abklingens der Lichtintensität keine scharfe Grenze.

Emission und Absorption

^{*)} Von Glühemission spricht man, wenn der Vorgang im thermischen Gleichgewicht abläuft, andernfalls von Thermolumineszenz.

Welche Wellenlängen ein Stoff emittieren kann, hängt vor allem von der Struktur seiner elektronischen Energieniveaus ab, also der Atom- und Molekülniveaus oder der Energiebänder im Festkörper (vgl. z. B. Abb. 7-2, Abb. 8-21 und 17-23 sowie die dazugehörigen Erläuterungen im Text). Dabei werden in der Regel Photonen ausgeandt, die quantenphysikalisch erlaubten Energiedifferenzen entsprechen und deren Energie E_e genauso groß oder kleiner wie die anregende Energie E_a ist (Stokes-Emission). Die Differenz δE zwischen E_e und E_a wird in Wärme (Phononen) oder in andere Elementaranregungen umgewandelt, die wir im nächsten Abschnitt besprechen werden. Unter bestimmten Bedingungen können aber auch sogenannte Anti-Stokes-Photonen emittiert werden, nämlich dann, wenn im Stoff bereits Anregungsenergie E_i vorhanden ist, zum Beispiel wenn in einem Molekül Schwingungs- und Rotationsniveaus thermisch besetzt sind, und eine elektronische Anregung durch zusätzliche absorbierte Energie E_a erfolgt. Dann kann auch mehr als die Anregungsenergie wieder emittiert werden, nämlich $E_e = E_a + E_i$. Diese Vorgänge sind in Abbildung 19-2 schematisch dargestellt. Will man die Farbe eines Körpers verstehen, so muß man also das Energieniveauschema seiner Elektronen kennen, außerdem die Anregungsenergie und die eventuell noch zusätzlich verfügbare Energie E_i . Schließlich kommt es auch darauf an, ob man den Stoff im reflektierten oder im durchgehenden Licht betrachtet, wie wir gleich sehen werden.

Das Verhalten des Lichts beim Durchtritt durch Grenzflächen wird mit dem bekannten Brechungsgesetz beschrieben (Abb. 19-3). Man kann dieses Problem im klassischen Wellenbild diskutieren und dann den komplexen Brechungsindex $\tilde{n} = n' + i n''$ auf andere schon bekannte Materialkonstanten zurückführen, die ihrerseits atomistisch gedeutet werden können.

Dispersion und Reflexion

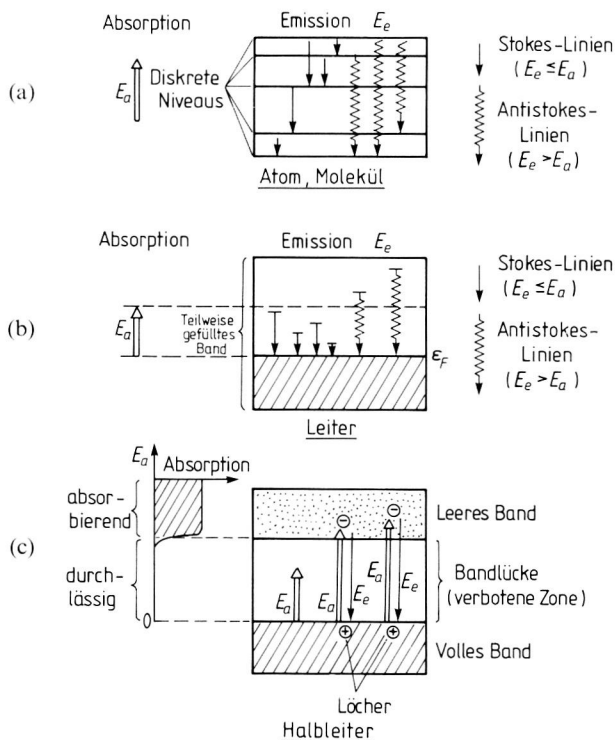
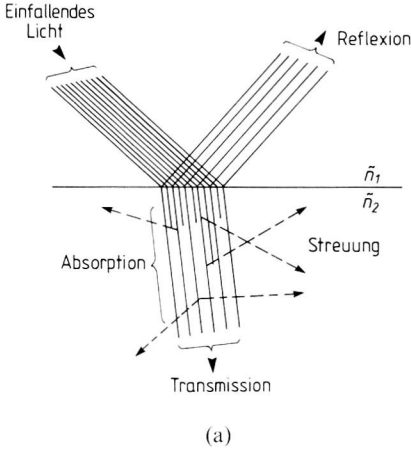
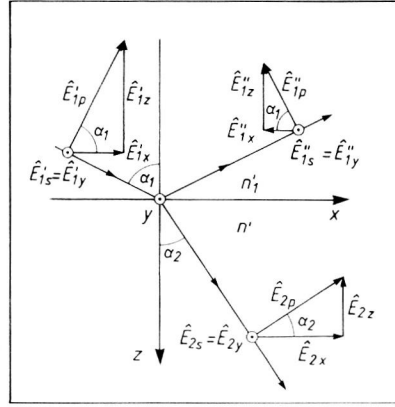


Abb. 19-2. Die Vorgänge bei der Emission und Absorption elektromagnetischer Strahlung im Energieniveauschema. E_a absorbierte Energie, E_e emittierte Energie. (a) Für Atome und Moleküle mit diskreten Energieniveaus. Im freien Atom muß $E_e = E_a$ gelten, wobei Absorptions- und Emissionsprozeß auch mehrstufig ablaufen können. In Gasen und Flüssigkeiten kann die Differenz $\delta E = E_e - E_a$ durch Zusammenstöße in kinetische Translations- oder Rotationsenergie oder in Schwingungsenergie umgewandelt werden. (b) Für einen Festkörper mit einem bis zur Fermi-Energie ε_F teilweise gefüllten Band (Leiter). (c) Für einen Festkörper mit Bandlücke (Halbleiter, vgl. Abb. 17-28).



(a)

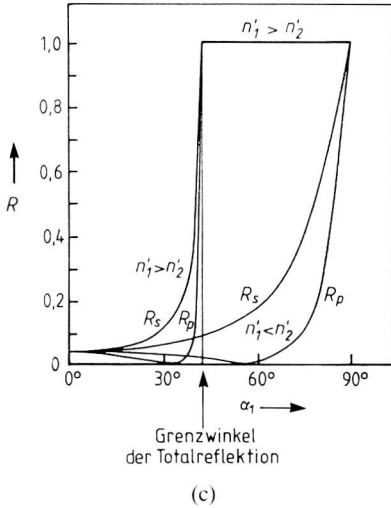
**Abb. 19-3.** Lichtdurchgang durch Grenzflächen im Wellenbild.

(a) Vorgänge beim Durchgang von Licht durch eine Grenzfläche, schematisch (\tilde{n} Brechungsindex). (b) Fresnel-Formeln für isotrope Nichtleiter. Es gilt das Brechungsgesetz,

$$\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = c_2 / c_1 = n'_1 / n'_2.$$

\hat{E}_1 einfallende Amplitude des elektrischen Feldes, \hat{E}_1' reflektierte Amplitude des elektrischen Feldes, \hat{E}_2 transmittierte Amplitude des elektrischen Feldes. Der Polarisationszustand wird durch die Indizes s (senkrecht) und p (parallel) zur Einfallsebene bezeichnet;

r_p , r_s , t_p und t_s sind die Amplitudenverhältnisse für Reflexion bzw. Transmission. Die entsprechenden Intensitätsverhältnisse erhält man durch Quadrieren (nach Weissmantel und Hamann 1979). (c) Reflexionskoeffizient $R \equiv (\hat{E}_1' / \hat{E}_1)^2$ eines isotropen Festkörpers als Funktion des Einfallswinkels α_1 für verschiedene Verhältnisse der Realteile n'_1 , n'_2 , der Brechungsindizes (nach Weißmantel und Hamann 1979).



$$r_p \equiv \frac{\hat{E}_{1p}'}{\hat{E}_{1p}} = \frac{n'_2 \cos \alpha_1 - n'_1 \cos \alpha_2}{n'_2 \cos \alpha_1 + n'_1 \cos \alpha_2},$$

$$r_s \equiv \frac{\hat{E}_{1s}'}{\hat{E}_{1s}} = \frac{n'_2 \cos \alpha_2 - n'_1 \cos \alpha_1}{n'_2 \cos \alpha_2 + n'_1 \cos \alpha_1}$$

$$t_p \equiv \frac{\hat{E}_{2p}}{\hat{E}_{1p}} = \frac{2n'_2 \cos \alpha_2}{n'_2 \cos \alpha_1 + n'_1 \cos \alpha_2},$$

$$t_s \equiv \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{E}_{1s}} = \frac{2n'_2 \cos \alpha_2}{n'_2 \cos \alpha_2 + n'_1 \cos \alpha_1}$$

(b)

Dabei ist n' der gewöhnliche Brechungsindex für nichtabsorbierende Medien, $n' \equiv c_0/c_m$, mit der Lichtgeschwindigkeit c_m im Medium und c_0 im Vakuum. Die Absorptionskonstante n'' beschreibt die Abnahme der in das Medium eindringenden Intensität I mit der Schichtdicke d und wird durch ein exponentielles Abklinggesetz definiert: $I(d) = I(0) \cdot e^{-4\pi n'' d/\lambda}$. Die Größe $4\pi n''/\lambda$ heißt Absorptionskoeffizient.

Der komplexe Brechungsindex kann wie gesagt durch Lösung der Maxwell-Gleichungen für das vorliegende Problem auf andere bekannte Materialkonstanten zurückgeführt werden, nämlich auf die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r , die relative magnetische Permeabilität μ_r und die elektrische Leitfähigkeit σ . Man findet nach etwas längerer Rechnung die aus der Elektrodynamik bekannten Beziehungen

$$n' = \sqrt{\frac{\mu_r}{2} \left[\epsilon_r \pm \left(\epsilon_r^2 + \frac{\sigma^2}{4\omega^2 \epsilon_0^2} \right)^{1/2} \right]}, \quad (19-1 a)$$

$$n'' = \sqrt{\frac{\mu_r}{2} \left[-\epsilon_r \pm \left(\epsilon_r^2 + \frac{\sigma^2}{4\omega^2 \epsilon_0^2} \right)^{1/2} \right]}. \quad (19-1 b)$$

Die Abhängigkeit der reflektierten (r^2) und der transmittierten (t^2) Lichtintensität an der Grenzfläche zweier Stoffe mit den Brechungsindizes n'_1 und n'_2 von der Polarisation und vom Einfallswinkel wird durch die Formeln in Abbildung 19-3 beschrieben.

Die Materialkonstanten ϵ_r , σ und μ_r haben wir in den Kapiteln 17 und 18 besprochen, insbesondere auch ihre Abhängigkeit von der Frequenz und der Temperatur. Damit kann man dann die reflektierte und die durchgelassene Lichtintensität als Funktion der Frequenz bzw. der Wellenlänge berechnen und somit die Farbe eines Stoffes im reflektierten und im durchgehenden Licht bestimmen.

Da wir die Größen ϵ_r , σ und μ_r wenigstens in groben Zügen auf die Eigenschaften der Atome und ihrer Wechselwirkungen zurückführen konnten, haben wir somit die Farben der Stoffe „verstanden“. Freilich ist es von den Grundgesetzen in Kapitel 3 bis hierher ein weiter Weg. In der Praxis geht man ihn oft umgekehrt: Man mißt die Reflexion, die Absorption und die Transmission eines Stoffes als Funktion der Wellenlänge und berechnet aus den Fresnel-Formeln der Abbildung 19-3 b sowie den Gleichungen (19-1) die Größen ϵ_r , σ und μ_r . Dann versucht man zum Beispiel deren Frequenzabhängigkeit mit plausiblen Modellen für die Energiezustände der Elektronen und Ionen in dem betreffenden Stoff in Einklang zu bringen. Einige Meßwerte für optische Konstanten zeigt Abbildung 19-4. Aus ihnen kann man die bekannten Farben der Stoffe im reflektierten oder durchgehenden Licht herauslesen. Bitte versuchen Sie das an den gezeigten Beispielen.

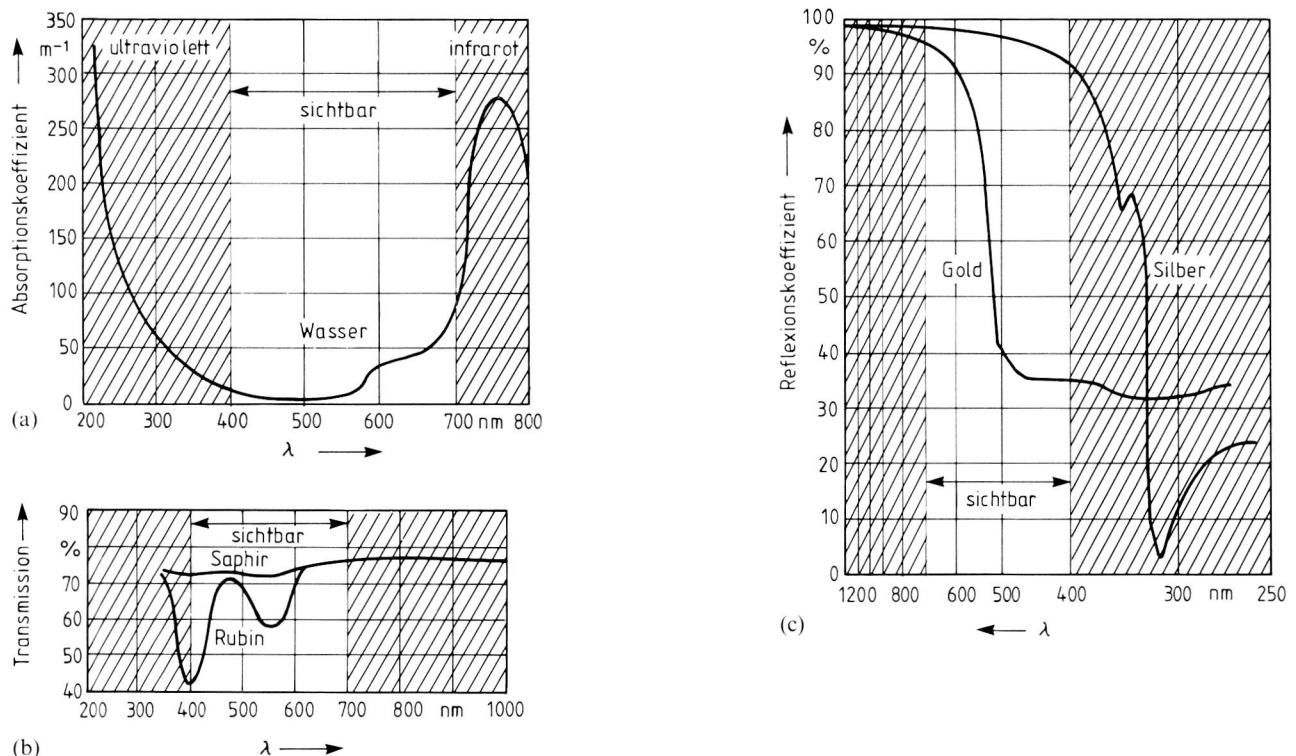


Abb. 19-4. Absorption, Transmission und Reflexion verschiedener Stoffe. (a) Absorptionskoeffizient von Wasser (nach Weisskopf 1968). (b) Transmission durch eine 1 cm dicke Schicht von Saphir (Al_2O_3) bzw. Rubin ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{einige \% Cr}$) (nach Javan 1967). (c) Reflexionskoeffizient von Gold und Silber (nach Javan 1967).

Mit diesem kurzen Überblick über die Zusammenhänge von elektromagnetischen Materialkonstanten und Farbentstehung wollen wir auch schon unsere Betrachtungen über die Farben der Stoffe abschließen.

19.2 Elementaranregungen oder Quasiteilchen

Wie schon erwähnt, kann ein Teil der in einen Stoff einfallenden Lichtenergie auch zu anderen Zwecken als zur Anregung von einzelnen Elektronen verwendet werden. Die außer Wärme dabei entstehenden „Objekte“ nennt man Quasiteilchen oder Elementaranregungen. Darunter versteht man relativ lokalisierte Strukturen in Vielteilchensystemen, die gequantelte Energiezustände besitzen und die Energie und Impuls transportieren können. Die Namen dieser Quasiteilchen enden alle auf „-on“. Eines davon kennen wir schon, das Phonon (Abschn. 16-1). Es gibt noch eine ganze Anzahl weiterer solcher „Onen“: Exzitonen, Polaronen, Polaritonen, Plasmonen, Plasmaritonen, Magnonen, Rotonen, Helikonen, Solitonen usw. Einige davon sind in Abbildung 19-5 schematisch dargestellt. Es handelt sich demnach um wohldefinierte statische oder dynamische Zustände des Elektronen-Atom-Systems.

Wenn man das Energieniveauschema der Quasiteilchen berechnen oder messen kann, lassen sich die gleichen Fallunterscheidungen bezüglich der Absorption und Emission elektromagnetischer Wellen durchführen wie in den Teilbildern von Abbildung 19-2. Die Energieniveaus der Phononen haben wir bereit in Abbildung 16-3 kennengelernt. Diejenigen der anderen Elementaranregungen wollen wir hier nicht weiter diskutieren. Man kann auch den umgekehrten Weg gehen und versuchen, aus den gemessenen optischen Konstanten eines Stoffes die Energiezustände der Quasiteilchen zu gewinnen. Dieses Gebiet ist heute eines der aktuellsten in der Festkörperphysik.

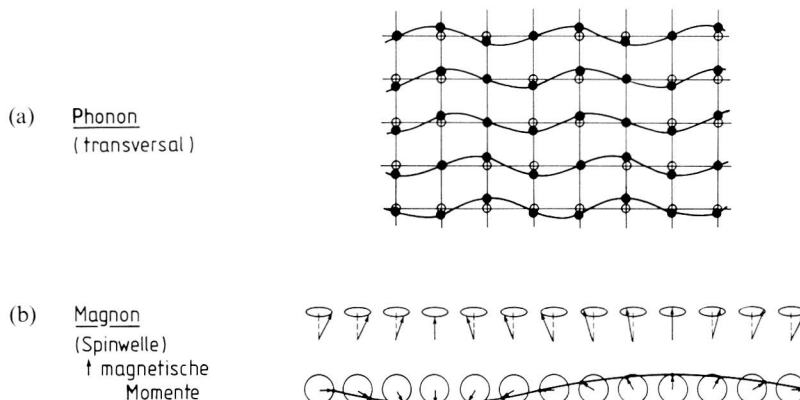
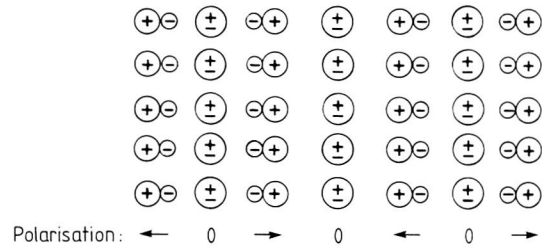


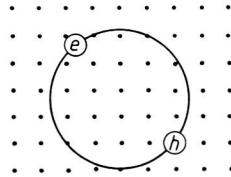
Abb. 19-5. Schematische Darstellungen von Elementaranregungen (Quasiteilchen). Die Punkte symbolisieren die Orte von Atomen.

Abb. 19-5. (Fortsetzung)

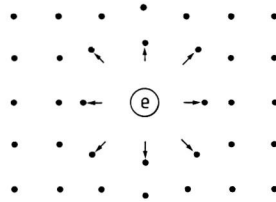
- (c) Plasmon
 ⊕ Atomrümpfe
 ⊖ Elektronen



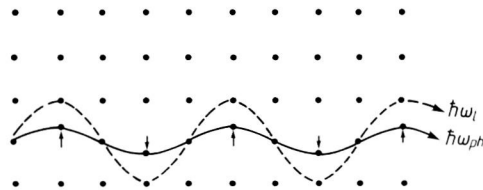
- (d) Exziton
 (Wannier-Exziton)
 ⊕ Elektron
 ⊖ "Loch"
 (Defektelektron)



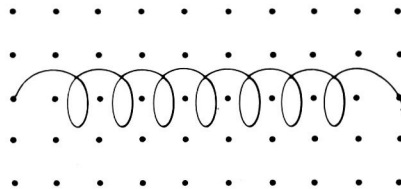
- (e) Polaron
 ⊕ Elektron



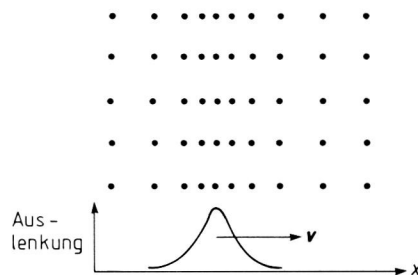
- (f) Polariton
 Photon (---, ω_l)
 Phonon (—, ω_{ph})



- (g) Helikon
 (zirkular polarisierte
 elektromagnetische
 Welle, Alfén-Welle)



- (h) Soliton
 (Dichtewelle)



19.3 Moderne Strahlungsquellen

Ein wichtiges neues Hilfsmittel für Experimente mit elektromagnetischen Wellen ist die Synchrotronstrahlung, sozusagen ein „Abfallprodukt“ der Hochenergiebeschleuniger für Elementarteilchen. Ein auf einer Kreisbahn umlaufendes Elektron stellt einen zeitlich veränderlichen elektrischen Dipol dar und strahlt elektromagnetische Energie ab (Abb. 19-6 u. Abb. 19-7; Tafel IX im vorderen Buchteil). Diese „Synchrotronstrahlung“ liefert etwa tausendmal mehr Intensität als herkömmliche Lichtquellen, mit Ausnahme von Lasern. Die Synchrotronstrahlung erstreckt sich über den ganzen Spektralbereich vom Röntgen-Gebiet bis ins Infrarote. Demgegenüber erzeugen Laser nur eine einzige Wellenlänge oder ein schmales Band; sie reichen noch nicht bis ins Röntgen-Gebiet und sind im Ultraviolett sehr lichtschwach. Das kontinuierliche Spektrum der Synchrotronstrahlung bietet demgegenüber den Vorteil, daß man elementare Anregungen in einem Energiebereich von etwa 10^{-22} bis 10^{-14} J bzw. bei Wellenlängen von 10^{-11} bis 10^{-3} m gleichzeitig untersuchen kann. Eine solche Messung verläuft oft nach dem Muster der inelastischen Streuexperimente, die wir im Abschnitt 5.7 besprochen hatten.

Zur Zeit wird in Grenoble eine große Synchrotron-Strahlungsquelle als europäisches Gemeinschaftsunternehmen gebaut. Ihr Elektronen-Ringbeschleuniger hat einen Umfang von etwa 800 m. Die Elektronen werden auf

Synchrotronstrahlung

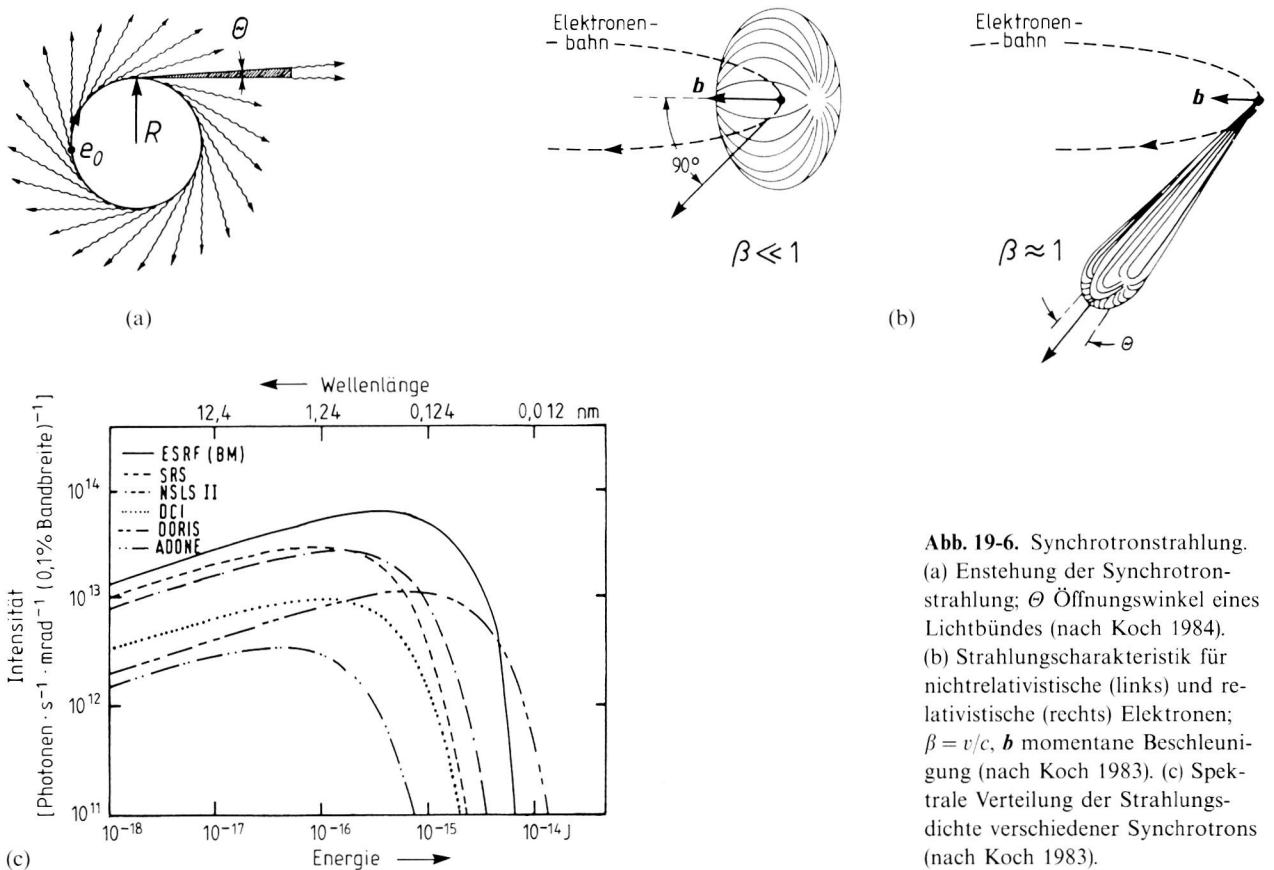


Abb. 19-6. Synchrotronstrahlung. (a) Entstehung der Synchrotronstrahlung; θ Öffnungswinkel eines Lichtbündes (nach Koch 1984). (b) Strahlungscharakteristik für nichtrelativistische (links) und relativistische (rechts) Elektronen; $\beta = v/c$, b momentane Beschleunigung (nach Koch 1983). (c) Spektrale Verteilung der Strahlungsdichte verschiedener Synchrotrons (nach Koch 1983).

eine Energie von $8 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ ($\approx 5 \text{ GeV}$) beschleunigt. Die Lichtintensität wird im Maximum der Photonenenergie, bei etwa 10^{-15} J ($\approx 10 \text{ keV}$) rund 10 000mal größer sein als bei der derzeitigen stärksten europäischen Synchrotron-Strahlungsquelle DORIS II in Hamburg. Mit der neuen Quelle sollen gleichzeitig etwa 50 Experimentier-Einrichtungen versorgt werden, die zur Untersuchung zahlreicher neuer Fragestellungen dienen. So sollen auf biologischem Gebiet Bestrahlungsschäden in Zellen untersucht, die Mikroradiographie weiterentwickelt und Strukturen von Biomolekülen erforscht werden. In Physik und Chemie stehen Untersuchungen der Elektronenstruktur und -Dynamik in Festkörpern, Flüssigkeiten und Polymeren im Vordergrund des Interesses, ferner die Strukturanalyse von Kristallen sowie der Raman- und der Compton-Effekt in kondensierter Materie. Als technische Anwendung gewinnt neben der Röntgenmikroskopie die Mikrolithographie mit Synchrotronstrahlung an Bedeutung. Darunter versteht man das „Fräsen“ von feinsten mechanischen Strukturen durch scharf gebündelte und energiereiche elektromagnetische Strahlung. So ist es heute schon möglich, Gebilde von wenigen Mikrometern lateraler Ausdehnung aber mit einer Tiefe von einigen $100 \mu\text{m}$ optisch zu fräsen. Derartig kleine Werkstücke benötigt man zum Beispiel für feinste Trenn- und Spinddüsen, für Mikrosensoren, Membranen und optische Bauelemente.

Der Laser (light amplification by stimulated emission of radiation) ist neben dem Transistor und dem Computer heute wohl das bedeutendste technische „Werkzeug“, das in den letzten 50 Jahren erfunden wurde. T. H. Maiman, A. L. Schawlow und C. H. Townes konnten 1960 das Laserprinzip zum ersten Mal verwirklicht. Es beruht auf folgender Überlegung: Wenn man die Phase der induzierten Lichtemission von Atomen durch ein Signal von außen steuern könnte, würde man einen kohärenten Lichtstrahl erhalten. Dies ist in der Tat möglich, sofern man genügend viele Atome im gleichen angeregten Zustand zur Verfügung hat und wenn man deren gesamte Emission durch ein einzelnes emittiertes Photon auslösen kann. Die praktische Realisierung dieser beiden Bedingungen wird in Abbildung 19-8a erläutert. Wesentlich ist dabei der aus zwei einander gegenüberliegenden Spiegeln bestehende „Resonator“. Durch den Spiegelabstand wird die Wellenlänge festgelegt, bei welcher der Laser arbeitet. Außerdem sorgt der Resonator für die Aufrechterhaltung eines ausreichend intensiven Lichtfeldes im Laser. Voraussetzung für einen brauchbaren Wirkungsgrad ist eine genügend starke Besetzung des angeregten Zustands und eine entsprechende Leere im Grundzustand; man nennt eine solche Besetzungsumkehr „Inversion“. Normalerweise würden die beim Übergang in den Grundzustand erzeugten Photonen weitgehend wieder zur Bevölkerung des angeregten Zustands auf dem Wege der Resonanzabsorption verbraucht. Die Inversion kann man aber durch einen Trick erreichen, der in Abbildung 19-8b beschrieben ist (Drei-Niveau-Laser). Als Lasermaterial können Gase, Flüssigkeiten und Festkörper dienen. Einen schönen Laser-Effekt zeigt Abbildung 19-9 (Tafel X im vorderen Buchteil), eine technische Ausführung Abbildung 19-10.

Außer der Übervölkerung eines angeregten Atomzustands gibt es noch eine weitere Möglichkeit, Inversion herzustellen, die beim Halbleiterlaser genutzt wird. Hier wird ein elektrischer Strom durch einen p-n-Übergang (vgl. Abb. 17-31) dazu verwendet, kohärentes Licht zu erzeugen. Die Besetzungsinversion kann dabei auf verschiedene Weise hergestellt werden: Durch Einstrahlung von Photonen geeigneter Wellenlänge, durch Elek-

Abb. 19-7: auf Tafel IX im vorderen Buchteil.

Laser

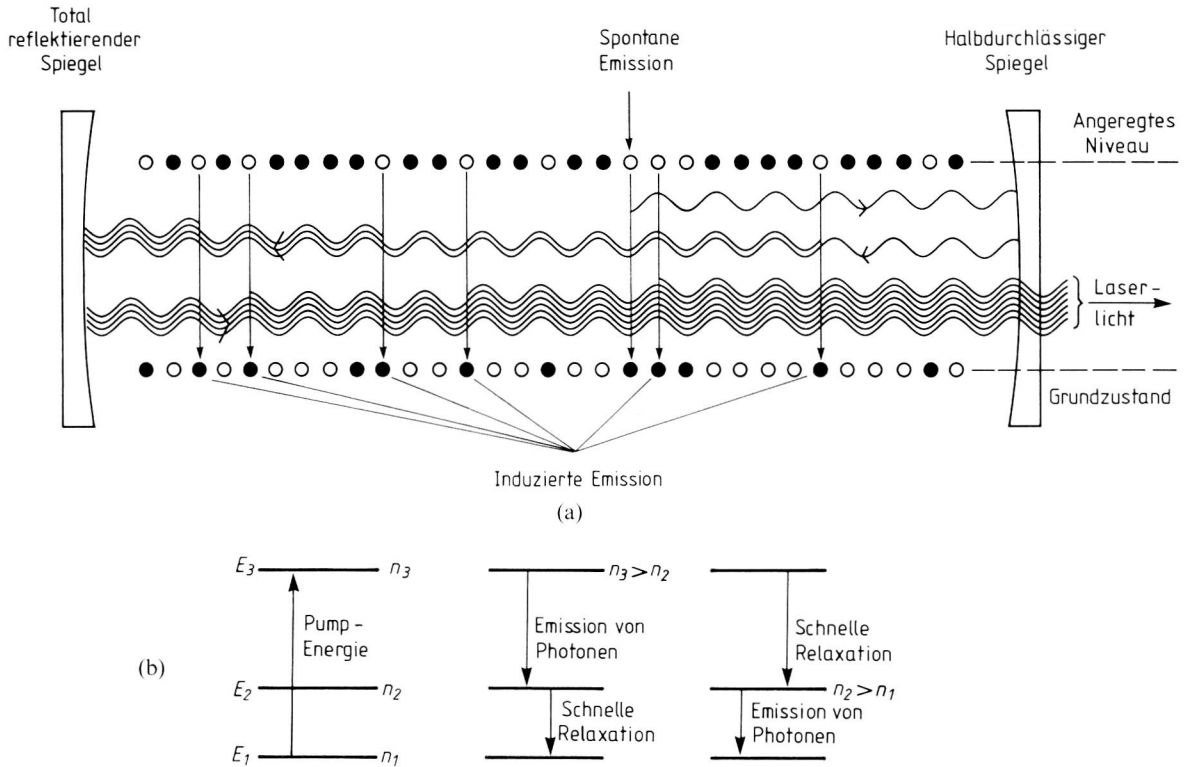


Abb. 19-8. Der Laser. (a) Prinzip der phasengesteuerten induzierten Emission und Realisierung dieses Prinzips in einem optischen Resonator, bestehend aus zwei Spiegeln, zwischen denen das Licht hin- und herreflektiert wird. Die Auskopplung kann durch ein kleines Loch in einem der Spiegel erfolgen, oder indem man den einen Spiegel, hier den rechten, teilweise durchlässig macht. (b) Prinzip des Drei-Niveau-Lasers. Durch Fremdeinstrahlung (Pumplicht) wird das Niveau E_3 bevölkert, so daß die Besetzungszahlen n_3 und n_1 im stationären Zustand gleichgroß werden. Vor dort aus können Atome über E_2 in den Grundzustand E_1 zurückkehren. Im allgemeinen erfolgen die Übergänge $E_3 \rightarrow E_2$ und $E_2 \rightarrow E_1$ nicht gleichschnell, so daß im stationären Zustand entweder $n_3 > n_2$ oder $n_2 > n_1$ ist. (Die mit „schnelle Relaxation“ bezeichneten Prozesse können zum Beispiel thermische Stöße sein.) Je nachdem, welcher Übergang schneller ist, hat man eine Inversion von E_3 gegenüber E_2 oder von E_2 gegenüber E_1 . Diese invertierte Niveaubevölkerung kann man dann zum Laserprozeß ausnutzen (Teilbild a). Als Inversion I^* (> 0) bezeichnet man die Erhöhung der Besetzungszahl n_i eines Zustands über ihren thermischen Gleichgewichtswert n_i hinaus: $I^* = (n_i - n_i)/n_i$ (nach Kittel 1971).

tronenbeschuß oder durch Injektion von Minoritätsträgern in den p-n-Übergang (das sind Elektronen im p-leitenden Bereich und Löcher im n-leitenden). Das Prinzip und die Ausführungsform eines Halbleiterlasers sind in Abbildung 19-11 erläutert. Solche „Laserdioden“ haben gegenüber den optisch gepumpten Lasern manche Vorteile. Sie sind klein, robust, wartungsfrei und benötigen viel weniger Energie. Jedoch kann man mit ihnen auch nur relativ kleine Lichtleistungen erzeugen, höchstens einige Milliwatt, während die stärksten Gaslaser heute mehrere hundert Kilowatt liefern. Die Laserdioden werden zum Beispiel in der modernen optischen Signalübertragung durch Glasfaserkabel verwendet. Die Umkehrung des Laserdioden-Effekts (Abb. 19-11 a), die Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren durch Lichteinstrahlung in einen Halbleiter, dient zum Nachweis kleiner Lichtintensitäten (Photoleitfähigkeit). Durch geeignete Wahl der an einen p-n-Übergang angelegten Spannung kann man hierbei frequenzselektiv arbeiten. Das gleiche Prinzip dient im Kristallzähler zum Nachweis von Elementarteilchen (siehe Abb. 5-3).

Abb. 19-9: auf Tafel X im vorderen Buchteil.

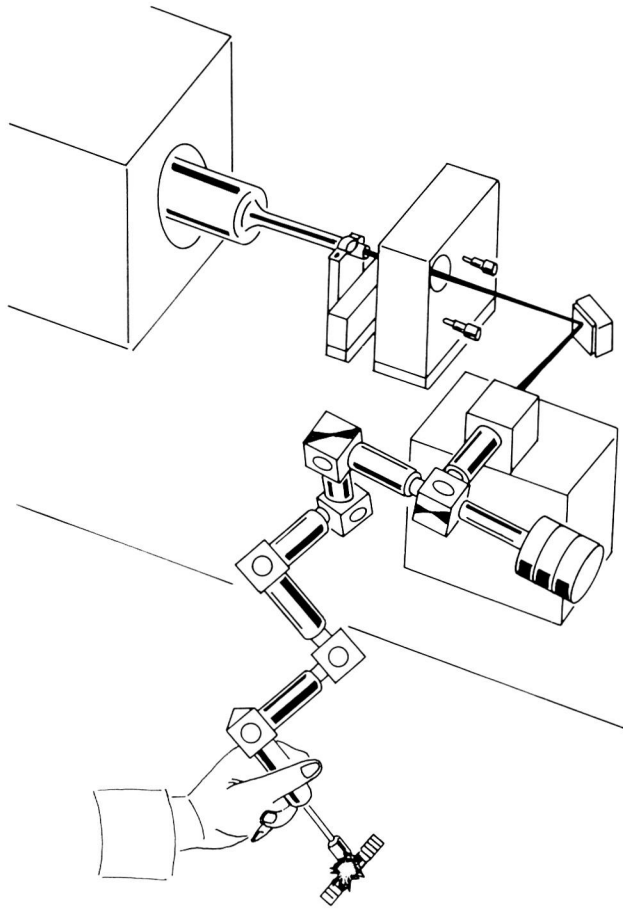
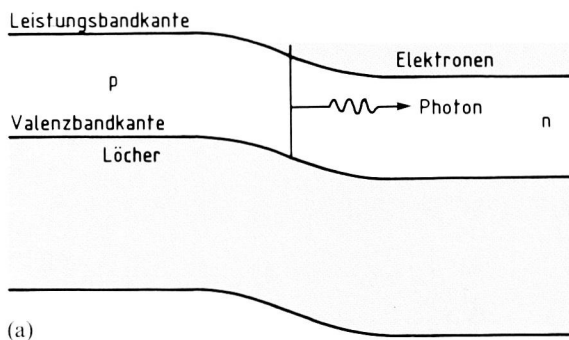
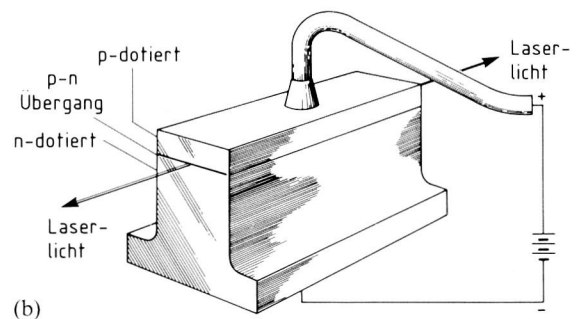


Abb. 19-10. Laser-Messer. Ein modernes Werkzeug für medizinische und technische Anwendungen. In den Gelenken wird der Lichtstrahl durch Reflexion umgelenkt (nach Herriott 1968).



(a)



(b)

Abb. 19-11. Der Halbleiterlaser (Laserdiode). (a) Bandstruktur an einem p-n-Übergang mit positiver Spannung an p und negativer an n. Elektronen aus dem n-Bereich rekombinieren (Pfeil) hier mit „Löchern“ aus dem p-Bereich, das heißt, sie werden an Akzeptoratomen (Abb. 17-29 b) eingefangen. Dabei werden Photonen mit einer charakteristischen Frequenz emittiert, die der Energiedifferenz zwischen den Fermi-Niveaus der Elektronen bzw. der Löcher entsprechen. Diese Photonen triggern den Einfang weiterer Elektronen an Akzeptoren (nach Kittel 1971). (b) Ausführungsform eines Halbleiterlasers. Der schichtweise verschieden dotierte Galliumarsenid-Kristall ist meist einige mm lang, die p-n-Übergangsschicht einige μm dick. Vorder- und Rückseite des Kristalls sind poliert oder bedampft und bilden so einen halbdurchlässigen Resonator. In dieser Richtung emittierte Photonen werden bevorzugt verstärkt (Abb. 19-8 a) und liefern ein kohärentes Lichtbündel. Ohne Resonator emittiert eine solche Anordnung gleichmäßig in alle Richtungen innerhalb der Fläche des p-n-Übergangs. So findet sie als Leuchtdiode weit verbreitete technische Anwendung, zum Beispiel in den Ziffernanzeigen von Taschenrechnern und digitalen Meßinstrumenten (nach Schawlow 1963).

Die Anwendungsmöglichkeiten von Lasern sind so vielfältig, daß man an kein Ende kommt, wenn man versucht, sie alle aufzuzählen. Es gibt heute an vielen Orten Spezialinstitute für Laserforschung und Laseranwendungen. Wir wollen hier nur ein paar der wichtigsten Verwendungszwecke nennen: nichtlineare Optik, Spektroskopie, Photochemie, Kurzzeitphysik, Plasmadiagnostik, Plasmaheizung, Entfernungsmessung, Triangulation, digitale Bild- und Tontechnik, optische Nachrichtenübertragung optische Speicherung, Kernfusion, Holographie usw. Es scheint in der Technik fast nichts zu geben, was man mit Lasern nicht machen kann. Dank ihrer Erfindung ist ein Physiker, der keine neuen Ideen mehr hat, heute noch lange nicht am Ende. Er kann sich immer fragen: „Und wie wird dieser Effekt durch Laserlicht beeinflußt?“

Bis heute kennen wir kein Naturgesetz, welches das Laserprinzip auf das sichtbare und die unmittelbare anschließenden Spektralgebiete beschränken würde. Besetzungsinversion und Resonatorwirkung sollten vielmehr im gesamten elektromagnetischen Spektrum möglich sein. Im Infraroten und im Mikrowellengebiet sind Laser bzw. Maser schon seit 25 Jahren bekannt, im Ultravioletten erst seit kurzem. Zur Zeit arbeitet man intensiv an der Herstellung von Röntgenlasern.

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel die optischen Eigenschaften der Stoffe und die wichtigsten Hilfsmittel zu ihrer Untersuchung besprochen. Dabei haben wir uns sehr kurz gefaßt, aus zwei Gründen: Zum einen sind die optischen Eigenschaften im Prinzip aus den elektrischen und magnetischen ableitbar. Zum anderen würde uns ihre genauere Untersuchung in komplizierte Einzelheiten der elektronischen Struktur kondensierter Materie hineinführen, die über den Rahmen unserer Darstellung hinausgehen. Wir wollen festhalten, daß man die optischen Eigenschaften, insbesondere die Farben der Stoffe, grundsätzlich aus den Eigenschaften der Atome und ihrer Wechselwirkungen ableiten kann. Es führt ein direkter, wenn auch etwas mühsamer Weg von den atomaren Energieniveaus und der Bandstruktur der Festkörper hin zum komplexen Brechungsindex.

Als besonders wichtiges Phänomen wollen wir die Elementaranregungen oder Quasiteilchen im Gedächtnis behalten, die Phononen, Magnonen, Plasmonen usw. Das sind kollektive, räumlich und zeitlich strukturierte Zustände des Elektronen-Atom-Systems, die Teilchen- und Wellencharakter besitzen und Energie sowie Impuls transportieren können. Fast alle diese sogenannten „Onen“ kann man mit sichtbarem, infrarotem oder ultraviolettem Licht anregen und untersuchen.

Wir beenden mit diesem Kapitel die Behandlung der fünf wichtigsten Gruppen von Festkörpereigenschaften, der mechanischen, thermischen, elektrischen, magnetischen und optischen. In den folgenden Kapiteln besprechen wir noch zwei besonders aktuelle Teilgebiete der Physik der kondensierten Materie: Tieftemperatur-Phänomene und den Übergang zwischen Ordnung und Unordnung.

20 Tieftemperaturphysik: Supraleitung, Supra- flüssigkeit, Exzitonen- Kondensation

Dieses Kapitel führt uns wieder zum fluiden Zustand der kondensierten Materie zurück. Wir besprechen drei ausgewählte Phänomene, die man bei tiefen Temperaturen, in der Nähe des absoluten Nullpunkts, beobachten kann. Hier ist die thermische Energie der Atome so klein, daß sich auch sehr schwache Kräfte zwischen ihnen sowie zwischen Elektronen und Ionen oder Elektronen untereinander bemerkbar machen. Solche schwachen Kräfte von elektromagnetischer Natur führen zu einer Fülle verschiedener Arten spontaner Ordnung zwischen den Teilchen.

Im Supraleiter ordnen sich die Impulse der Elektronen infolge einer elektrostatischen Elektron-Gitter-Wechselwirkung. Dieses Verhalten ähnelt im Prinzip der magnetischen Ordnung aufgrund der Austauschwechselwirkung, die wir im Kapitel 18 besprochen haben. In einer Supraflüssigkeit ordnen sich die Impulse von neutralen Atomen aufgrund ihrer Coulomb-Wechselwirkung, wenn die Atome sich alle in ihrem energetischen Grundzustand befinden. In einer Exzitonen-Flüssigkeit sorgen elektrostatische Kräfte zwischen dicht benachbarten Elektron-Loch-Paaren für die Kondensation derselben in einen fluiden Zustand.

In solchen Tieftemperaturphasen gibt es neue Eigenschaften, die uns aus der alltäglichen Erfahrung nicht bekannt sind, zum Beispiel das Verschwinden des elektrischen Widerstands oder der Viskosität, die makroskopische Quantelung von magnetischem Fluß oder Drehimpuls, der perfekte Diamagnetismus, der „zweite Schall“ usw. Wir können diese Phänomene hier nur relativ kurz und qualitativ behandeln, und wir müssen uns auf die genannten drei Arten von Ordnungszuständen beschränken. Ihre Besprechung soll uns jedoch ein Bild von den vielfältigen Möglichkeiten vermitteln, wie sich Teilchen unter dem Einfluß auch relativ schwacher Kräfte anordnen und verhalten können. Auch soll dieses Kapitel als Anregung dienen, sich weiter mit den neuen und zum Teil recht exotischen Phasen zu beschäftigen, die heute in kurzen Zeitabständen entdeckt werden, wie zum Beispiel der ferroelastische Zustand, das Quark-Gluon-Plasma, die Spingläser, die Sol- und Gel-Phasen, die Ladungsdichtewellen, der Rauigkeitsübergang usw.

20.1 Der supraleitende Zustand

Supraleiter haben ihren Namen vom Verschwinden des elektrischen Widerstands (bzw. der gegen unendlich gehenden Leitfähigkeit σ) unterhalb einer bestimmten Temperatur T_c (Abb. 20-1). Diese „Sprungtemperaturen“ liegen, soweit man sie heute kennt, zwischen 0,003 und 125 K. Supraleiter besitzen aber noch eine andere, mindestens genauso überraschende Eigenschaft, nämlich einen perfekten Diamagnetismus ($\chi_d \equiv -1$). Wie in Abbildung 20-2 gezeigt wird, kann in einem Supraleiter kein magnetisches Feld existieren. Hätte man diese Eigenschaft zuerst entdeckt, dann würden die Supraleiter heute vielleicht „Superdiamagnete“ heißen. Außer den beiden spektakulären Eigenschaften, $\sigma \rightarrow \infty$ *) und $\chi_d = -1$, zeigt ein Supraleiter noch eine ganze Reihe anderer charakteristischer Verhaltensweisen. Zwei davon sind in Abbildung 20-3 wiedergegeben, die Absenkung der Entropie und der spezifischen Wärme im supraleitenden gegenüber dem normalleitenden Zustand.

Kennzeichen von Supraleitern

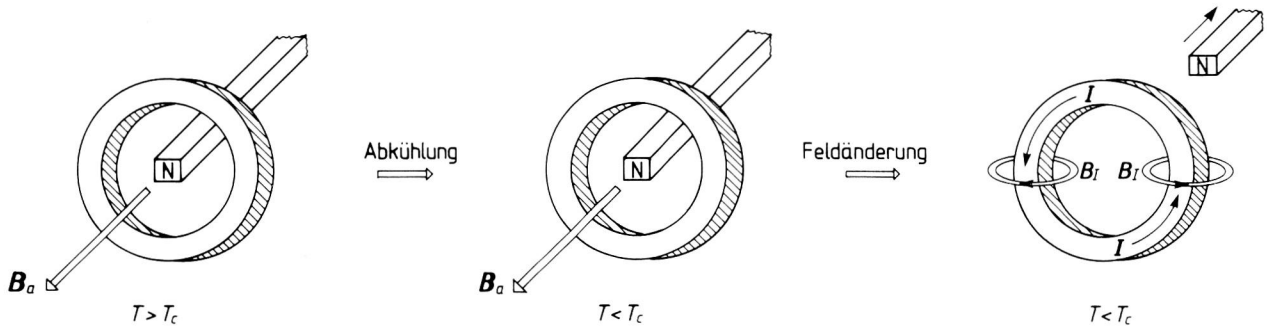


Abb. 20-1. Dauerstrom in einem Supraleiter. Induktion eines Dauerstroms I in einem Ring durch Abkühlen im Magnetfeld B_a und anschließendes Entfernen des Magneten. Die Stärke des Dauerstroms I bzw. seines Feldes B_i kann zum Beispiel mit einer Magnetnadel gemessen werden. Es gilt $I(t) = I(0) \cdot e^{-Rt/L}$ mit dem Widerstand R und der Induktivität L des Rings. Gemessen wurde zum Beispiel an Nb_3Zr eine Zeitkonstante L/R von mehr als 10^5 Jahren. Bei einer Induktivität von 10^{-7} Vs/A ergibt das einen Widerstand von weniger als $3 \cdot 10^{-20} \Omega$ bzw. eine Leitfähigkeit σ von mehr als $10^{22} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$. Das ist das 10^{18} -fache der Leitfähigkeit bei Raumtemperatur (siehe Abb. 17-16).

Nach einer Erklärung für alle diese merkwürdigen Eigenschaften hat man seit der Entdeckung der Supraleitung durch H. K. Onnes im Jahr 1911 fast 50 Jahre lang vergeblich gesucht. Erst 1957 gelang es J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer ein Modell zu finden, mit dem das Verhalten der Supraleiter befriedigend und auch quantitativ beschrieben werden kann. Dieses Modell, bekannt als BCS-Theorie, beruht auf der paarweisen Wechselwirkung von Leitungselektronen infolge einer schwachen Deformation des umgebenden Kristallgitters („Elektron-Phonon-Wechselwirkung“). Das ist in Abbildung 20-4 schematisch dargestellt. Die Bindungsenergie solcher Elektronenpaare, die Cooper-Paare genannt werden, führt zu einer Energielücke ΔE_g („g“ für gap) in der Bandstruktur (Abb. 20-5), die in der Größenordnung von 10^{-22} J (≈ 1 meV) liegt. Wenn das Paar getrennt („aufgebrochen“) werden soll, so ist dazu mindestens die Energie ΔE_g nötig.

Cooper-Paare

*) Nach der Legende von Abb. 20-1 ist σ größer als $10^{22} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$!

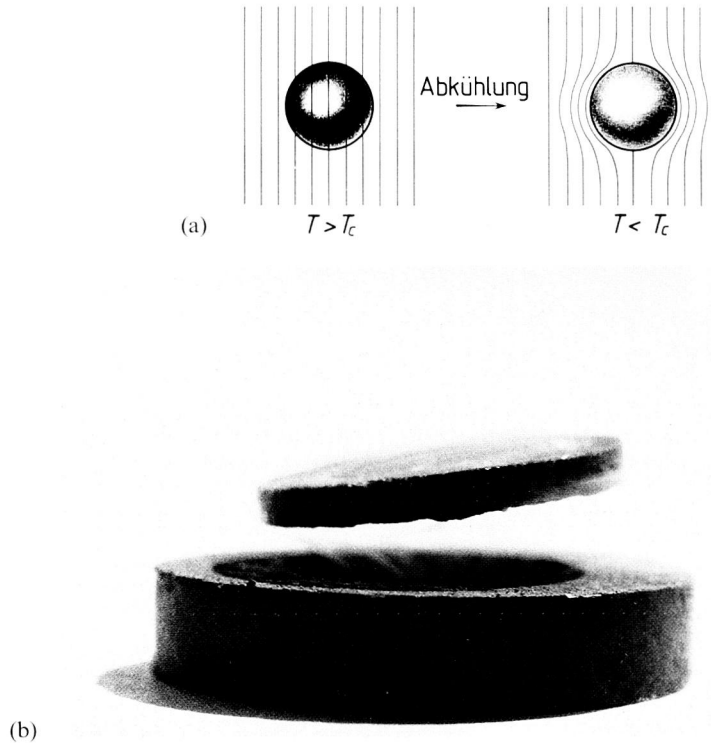


Abb. 20-2. Diamagnetismus im Supraleiter (Meißner-Ochsenfeld-Effekt). (a) Verdrängung des Magnetfelds beim Abkühlen unter T_c , schematisch. Wie man zum Beispiel durch Ausmessen des Feldes im Außenraum feststellen kann, gilt im Supraleiter $B_{sl} \equiv \mu_0 (H_{sl} + M_{sl}) = 0$. Daraus folgt $M_{sl} = -H_{sl}$ und $\chi_{sl} = -1$ (nach Kittel 1971). (b) Schwebende supraleitende Scheibe aus $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ über einem starken Ringmagneten aus SmCo_5 (Magnetisierung vertikal). Der aus dem Supraleiter verdrängte magnetische Fluß erzeugt eine Kraft, die ihn aus dem Magnetfeld hinausdrängt (Probe von E. Amberger, Photo von K. Polborn, Universität München 1987).

Die BCS-Theorie liefert eine Reihe von detaillierten Aussagen über das Verhalten der Cooper-Paare, die wir hier nicht im einzelnen begründen können: Ein Paar besteht aus zwei Elektronen mit antiparallelem Impuls und mit antiparallelem Spin, symbolisch $\{p(\uparrow), -p(\downarrow)\}$. Der mittlere Abstand der beiden Elektronen eines Paares, seine Kohärenzlänge ξ , ist nahezu temperaturunabhängig und liegt für die verschiedenen Stoffe zwischen 0,4 und 1000 nm; die Dichte der Paare steigt von Null bei T_c mit sinkender Temperatur an, ähnlich wie die Energielücke in Abbildung 20-5c; bei $T = 0$ K ist etwa jedes tausendste Leitungselektron gepaart. All dies zusammengenommen ergibt klassisch betrachtet ein recht komplexes Bild von der Anordnung und der Bewegung der Elektronen in einem Supraleiter (Abb. 20-6): Die Abstände der Cooper-Paare überlappen sich mit abnehmender Temperatur immer stärker. Innerhalb einer Kugel vom

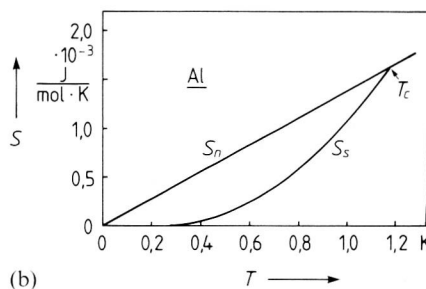
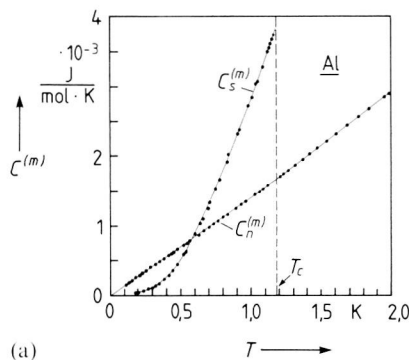


Abb. 20-3. Spezifische Wärme und Entropie eines Supraleiters. (a) Molwärme von Aluminium im normalleitenden ($C_n^{(m)}$) und im supraleitenden ($C_s^{(m)}$) Zustand (nach Ashcroft und Mermin 1976). (b) Entropie von Aluminium im normalleitenden (S_n) und im supraleitenden (S_s) Zustand (nach Kittel 1971). Der normalleitende Zustand unterhalb der Sprungtemperatur T_c wurde durch Anlegen eines überkritischen Magnetfelds hergestellt, welches so groß ist, daß es die Supraleitung zerstört (siehe Abb. 20-7b).

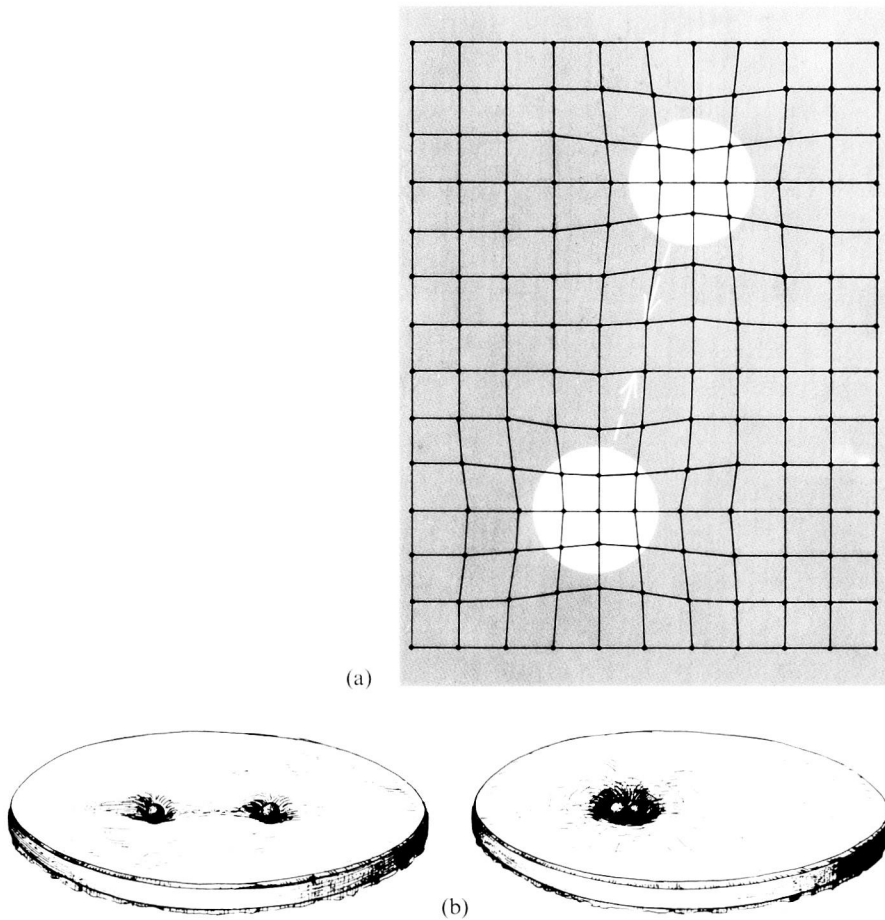


Abb. 20-4. Elektron-Gitter-Wechselwirkung im Supraleiter (aus Buckel 1977). (a) Die Deformation des Gitters durch zwei benachbarte Elektronen ist kompressiver Natur, weil ein Elektron die umgebenden positiven Gitterionen zu sich hinzieht. Zwei derartige Kompressionszonen ziehen sich gegenseitig an, weil die gesamte elastische Energie E_{el} des Gitters mit abnehmendem Abstand R der Kompressionszonen kleiner wird. Wenn sie sich überlappen, sinkt E_{el} merklich ab. Die Berechnung von $E_{el}(R)$ ist mittels des Spannungstensors der Kompressionszonen möglich, jedoch kompliziert. Wir betrachten daher in Teilbild b ein makroskopisches Analogon. (b) Modell zur Erklärung der anziehenden Wechselwirkung von Deformationszonen: Zwei Stahlkugeln auf einer Gummimembran. Die linke Konfiguration ist instabil und geht von selbst in die rechte über.

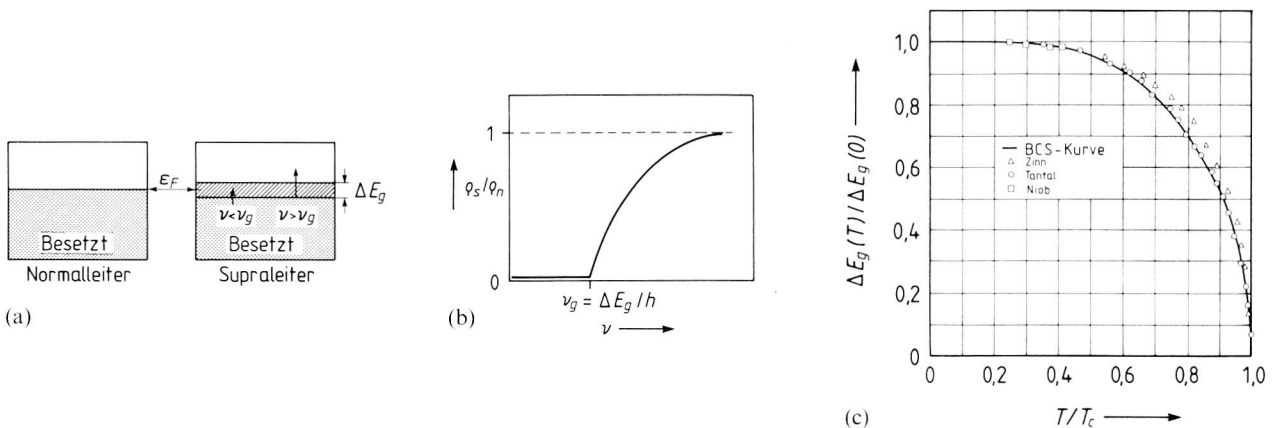


Abb. 20-5. Die Energielücke im Supraleiter. (a) Leitungsband im Normalleiter (links) und im Supraleiter (rechts), schematisch; e_F Fermi-Energie, $\Delta E_g = h \nu_g$ Lückenbreite ($10^{-26} \leq \Delta E_g \leq 3 \cdot 10^{-21}$ J bzw. $10^{-7} \leq \Delta E_g \leq 3 \cdot 10^{-2}$ eV) (nach Kittel 1971). (b) Experimentelle Bestimmung von ΔE_g , Einstrahlung von Photonen mit größerer Frequenz ν als $\nu_g = \Delta E_g/h$ (siehe Teilbild a) zerstört den supraleitenden Zustand. Dies kann man durch Messung des spezifischen elektrischen Widerstands ϱ_s als Funktion der Lichtfrequenz ν nachweisen, hier schematisch dargestellt; ϱ_s normiert auf den normalleitenden Widerstand ϱ_n . Für $\Delta E_g = 10^{-22}$ J ist $\nu_g \approx 10^{11} \text{ s}^{-1}$, liegt also im infraroten Spektralbereich. (c) Normierte Temperaturabhängigkeit der Energielücke für verschiedene Supraleiter (T_c Sprungtemperatur). Die durchgezogene Kurve (BCS-Theorie) entspricht dem im Text besprochenen Modell (nach Kittel 1971).

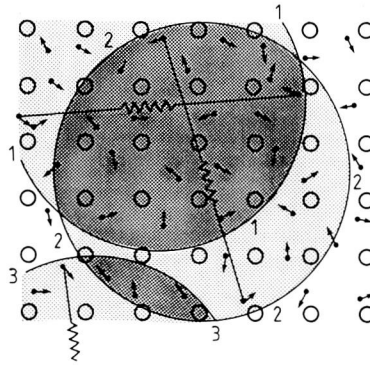


Abb. 20-6. Dynamischer Zustand des Elektronensystems im Supraleiter. Kleine Kreise: Atomrümpfe; kleine schwarze Punkte: Leitungselektronen. Die großen schattierten Kreise (1, 2, 3) bezeichnen die Kohärenzvolumina (Durchmesser 1 bis 1000 nm) der Cooper-Paare, die Pfeile sind die Momentangeschwindigkeiten der Elektronen. Die Federn symbolisieren die Bindungen von drei Cooper-Paaren auf dem Umweg über die Deformation des Gitters (Abb. 20-4) (nach Essmann und Träuble 1971).

Durchmesser einer Kohärenzlänge (200 nm) befinden sich bei $T = T_c/10$ etwa 10^6 Cooper-Paare. Wenn die Elektronen eine Fermi-Geschwindigkeit von etwa 10^6 m/s haben (siehe Legende zu Abb. 16-11), so würden sie die Kohärenzlänge von 200 nm in etwa $2 \cdot 10^{-13}$ s durchqueren. Infolge ihrer paarweise entgegengesetzt gerichteten Impulse geht nach dieser Zeit die Kohärenz des Cooper-Paares verloren, und jedes Elektron muß sich einen neuen Partner suchen. Es gibt also rund $10^6 \cdot 10^{13} = 10^{19}$ Partnerwechsel pro Sekunde in einem Volumen von 10^{-20} m³! Ein so komplexes System wird durch die thermische Bewegung der Gitteratome sicher stark gestört, so daß Supraleitung nur bei ganz tiefen Temperaturen auftreten kann, wenn die Atombewegungen weitgehend eingefroren sind. Diese naive mechanistische Interpretation der BCS-Theorie darf man natürlich nur mit größter Vorsicht verwenden.

Jedoch kann man mit dem Konzept der Cooper-Paarung alle die merkwürdigen Eigenschaften des supraleitenden Zustands verstehen: Die Energielücke (siehe Abb. 20-5) hatten wir schon auf die Bindungsenergie der Paare zurückgeführt. Die Entropieerniedrigung im supraleitenden Zustand (siehe Abb. 20-3) kommt durch die Verringerung der Konfigurationsentropie infolge der Paarbildung zustande. Die Entropie ist nämlich in erster Näherung proportional zur Teilchenzahl und sinkt auf die Hälfte, wenn sich die Teilchen paaren. Die Wärmekapazität steigt im Supraleiter bei tiefen Temperaturen proportional zu $e^{-\Delta E_g/2kT}$ an (siehe Abb. 20-3), wie es nach der Theorie für die Aktivierung über eine Energieschwelle ΔE_g hinweg sein sollte. Der Faktor 2 im Exponenten rührt daher, daß bei der Zufuhr von mehr als ΔE_g beide Elektronen eines Paares zur Wärmekapazität beitragen.

Am schwierigsten anschaulich zu erklären ist der verlustlose elektrische Leitungsmechanismus. Nach unserer allgemeinen Beziehung (17-8),

$$\sigma = \frac{N}{V} \frac{e_0^2 \bar{l}}{m_e v_F},$$

kann die Leitfähigkeit nur dann um viele Zehnerpotenzen wachsen, wenn die mittlere freie Weglänge \bar{l} entsprechend groß wird; denn kein anderer Parameter in diesem Ausdruck kann sich mit der Temperatur so stark ändern, daß σ auf den 10^{18} -fachen Wert anwächst (vgl. Legende zur Abb. 20-1). Wir hatten im Abschnitt 17.4 gesehen, daß \bar{l} in normalleitenden Einkristallen bei Raumtemperatur etwa 10 nm und bei 4 K etwa 1 mm beträgt. Die Leitfähigkeit in Supraleitern ($\sigma \gtrsim 10^{22} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$) würde einer freien Weglänge von mehr als 10^{15} m entsprechen (etwa ein zehntel Lichtjahr!). Wie kann man verstehen, daß die Elektronen so selten mit Gitterionen oder mit ihresgleichen zusammenstoßen? An der Fehlstellendichte

Erklärung der Erscheinungen

kann das nicht liegen, denn diese ändert sich bei T_c ja nicht wesentlich, und schon gar nicht sprunghaft um so viele Größenordnungen. Auch die Gitterschwingungen werden beim Unterschreiten von T_c nicht so drastisch reduziert. Es muß vielmehr die zur Paarbildung führende Gitterdeformation sein, die den Elektronen eine so große freie Weglänge verschafft. Ein gepaartes Elektron läuft nämlich bevorzugt an jene Stelle des Gitters hin, wo sein Partner gerade eine günstige Deformation erzeugte, indem er die positiven Atomrümpfe etwas zu sich hingezogen hat (siehe Abb. 20-4). Dieser Mechanismus funktioniert aber nur, wenn im Kohärenzvolumen ($\approx \xi^3$) eines Cooper-Paares noch sehr viele andere Paare vorhanden sind, zwischen denen die notwendigen Partnerwechsel stattfinden können. Wie wir gesehen haben, sind das etwa eine Million Paare, die so stark untereinander korreliert sind, daß es der thermischen Energie nicht gelingt, ein einzelnes von ihnen aufzubrechen. Man könnte höchstens alle Paarbindungen auf einmal aufbrechen, aber dazu reicht bei tiefer Temperatur die Energie nicht aus. Also bleibt die Zahl der Cooper-Paare erhalten, und die durch sie bewirkten Gitterdeformationen garantieren den verlustlosen Stromtransport.

Das mechanische Teilchenbild, das wir bisher benutzt haben, erlaubt nur ein qualitatives Verständnis der Supraleitung. Die BCS-Theorie liefert aber auch quantitative Aussagen über das Verhalten der Wellenfunktion. Die quantentheoretische Deutung der Supraleitung ist die eigentliche Leistung von Bardeen, Cooper und Schrieffer, für die sie 1972 den Nobelpreis erhielten. Leider können wir hier nicht auf die Einzelheiten der BCS-Theorie eingehen. Sie besagt, daß sich alle gepaarten Elektronen im Grundzustand ihrer Energie befinden, der vom ersten Anregungszustand durch die Energielücke ΔE_g getrennt ist. Die Wellenfunktion des Grundzustands ist daher mit makroskopisch vielen Teilchen besetzt. Man nennt ein solches Verhalten eines Vielteilchensystems „Bose-Kondensation“ (vgl. Abb. 20-18). Sie hat eine Kohärenz der Wellenfunktion des Grundzustands über makroskopische Bereiche hinweg zur Folge. Man spricht daher von einem „makroskopischen Quantenphänomen“. Die Bewegung der Elektronen im Kristall geschieht dann genauso verlustlos wie im Inneren eines Atoms.

Der perfekte Diamagnetismus läßt sich auf dieser Basis nun leicht verstehen: Das Einschalten eines Magnetfeldes induziert im Supraleiter Ströme, die wegen der unendlich großen Leitfähigkeit nicht mehr zu fließen aufhören. Sie erzeugen nach der Lenz-Regel ein Gegenmagnetfeld, welches das äußere Feld vollständig kompensiert. Solche „Abschirmströme“ fließen nur in einer sehr dünnen Oberflächenschicht des Supraleiters, deren Dicke, die „Eindringtiefe“, etwa 10 bis 100 nm beträgt (Abb. 20-7a). Wird das äußere Magnetfeld jedoch zu stark, übersteigt es einen kritischen Wert B_c , so erhalten die den Abschirmstrom bildenden Elektronenpaare zuviel Energie. Bei einem Zusammenstoß mit einem Phonon wird ihnen dann mehr Energie als ΔE_g übertragen; die Paare brechen auseinander, und die Supraleitung verschwindet. Die kritische Feldstärke B_c (Abb. 20-7b) hängt in ähnlicher Weise von der Temperatur ab wie die Breite ΔE_g der Energielücke (vgl. Abb. 20-5c).

Die verlustfreie Elektronenleitung und die damit verbundene makroskopische Kohärenz der Wellenfunktion der Cooper-Paare hat noch eine andere merkwürdige Konsequenz: Jede geschlossene Strombahn, zum Beispiel der Dauerstrom in dem Ring der Abbildung 20-1, besitzt einen bestimmten Drehimpuls und ein damit verbundenes magnetisches Moment,

Flußquantisierung

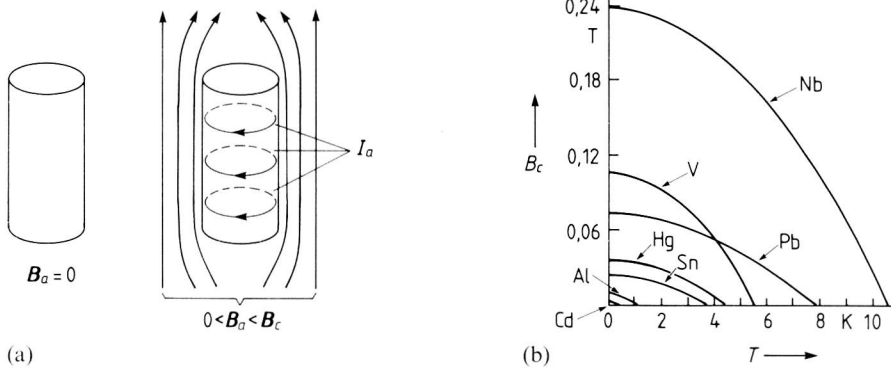


Abb. 20-7. Abschirmströme und kritisches Magnetfeld. (a) Abschirmströme I_a in einem zylindrischen Supraleiter nach Anlegen eines unterkritischen Magnetfeldes B_a unterhalb T_c . Im Gegensatz zum idealen Normalleiter mit $\rho = 0$ werden diese Ströme auch dann induziert, wenn man den Supraleiter im konstanten Feld unter die Sprungtemperatur abkühlt (Abb. 20-2). Dieser Vorgang ist klassisch nicht zu verstehen. Er hängt mit der Ausbildung der Kohärenz der Wellenfunktion bei der Entstehung der Cooper-Paare zusammen. (b) Temperaturabhängigkeit der kritischen Feldstärke B_c . Oberhalb der Kurven sind die Stoffe normalleitend, unterhalb supraleitend (nach Rose u. a. 1966).

ähnlich wie die Orbitalbewegung der Elektronen in einem Atom oder Molekül. Da Drehimpulse immer gequantelt sind, gilt dies auch für die magnetischen Momente, und zwar ist der magnetische Fluß $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ stets ein Vielfaches des Flußquants $\Phi_0 = h/2e_0 = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Vs}$ (A vom Strom umschlossene Fläche). Diese Beziehung folgt aus der Elektrodynamik für die Wellenfunktion eines Kreisstroms von Cooper-Paaren. Sie wird experimentell sehr gut bestätigt (Abb. 20-8). In einem supraleitenden Ring oder Hohlzylinder kann ein Magnetfeld also nur diskrete Werte annehmen und nicht jede beliebige Stärke haben.

Vor einigen Jahren ist es gelungen, die einzelnen Flußquanten in Supraleitern sichtbar zu machen (Abb. 20-9). Das geht allerdings nur in sogenannten Supraleitern zweiter Art. Diese zeigen keinen vollständigen Meissner-Ochsenfeld-Effekt. Bei ihnen kann oberhalb eines kritischen Wertes B_{c1} der Feldstärke magnetischer Fluß $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ eindringen, und zwar in Einheiten von Φ_0 gequantelt. Die Form der Magnetisierungskurve zeigt Abbildung 20-10, das Eindringen des Feldes Abbildung 20-11. Den Zustand eines Supraleiters unterhalb B_{c1} nennt man Meissner-Phase; zwischen B_{c1} und B_{c2} Shubnikov-Phase, hier dringen einzelne Flußlinien ein, jedoch ohne Zerstörung der Supraleitung im Großen; die regelmäßige Anordnung der Flußquanten schließlich heißt Abrikosov-Gitter. Diese Bezeichnungen weisen auf die jeweiligen Entdecker hin. Jeder schwarze Fleck in Abbildung 20-11 entspricht einem Flußquant Φ_0 , seine innere Struktur ist in Abbildung 20-12 (Tafel XI im vorderen Buchteil) zu erkennen. Die Flußquanten stoßen sich aufgrund ihrer parallel gerichteten

Flußliniengitter

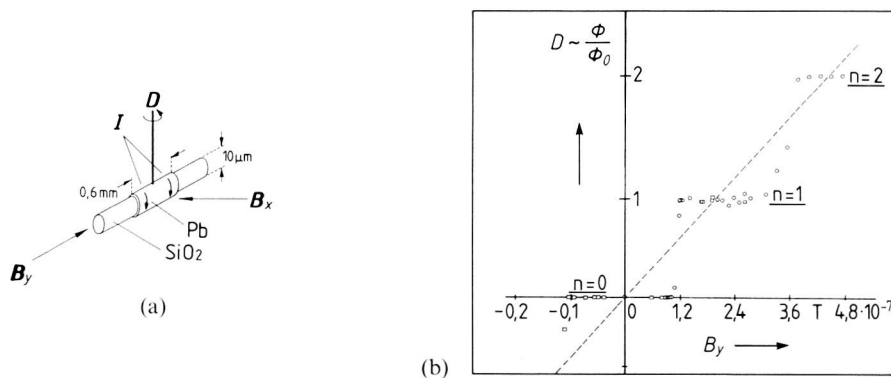


Abb. 20-8. Nachweis der Flußquantisierung (nach Hellwege 1976). (a) Durch Abschalten des Feldes B_y im supraleitenden Zustand des auf einen Quarzfaden aufgedampften Bleizylinders wird in diesem ein Dauerstrom I induziert. Seine Stärke wird durch das Drehmoment D gemessen, das ein erst dann angelegtes Feld B_x auf das magnetische Moment von I ausübt. (b) Meßergebnisse von R. Doll und M. Nähbauer (1961). Der eingefrorene magnetische Fluß Φ ist in Einheiten von Φ_0 gequantelt. Er wächst stufenweise mit der Größe des Drehmoments D bzw. des Dauerstroms I bzw. des Feldes B_y im Teilbild a.

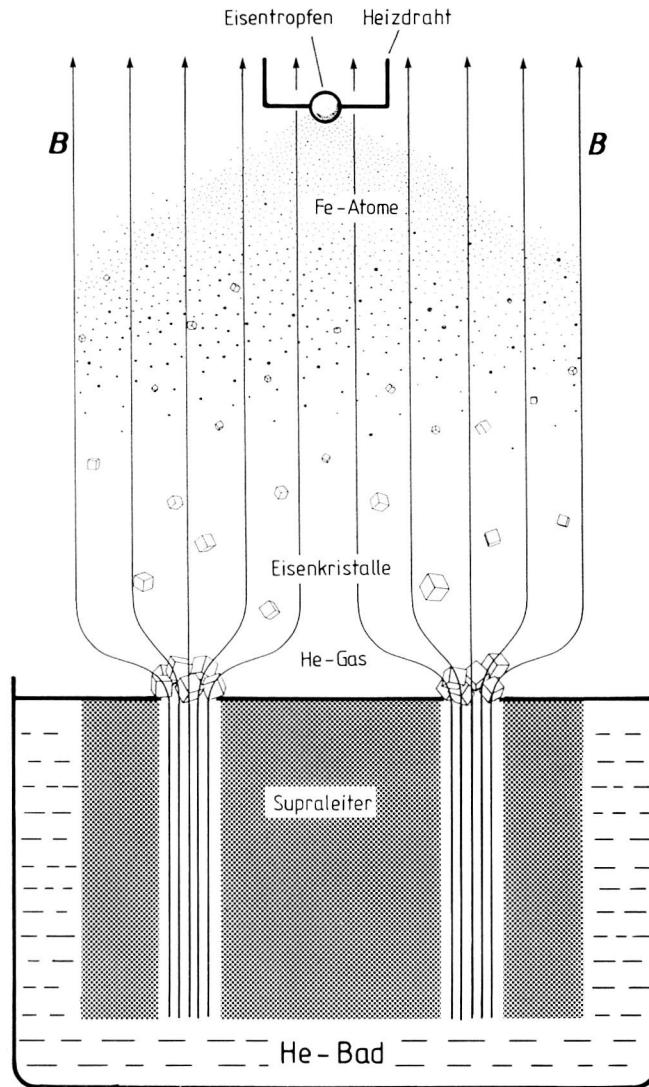


Abb. 20-9. Experimentelle Anordnung zur Beobachtung von Flußquanten. Eisenatome werden von einer oben befindlichen Quelle verdampft. Sie kondensieren in der Gasphase zu kleinen ferromagnetischen Kriställchen, die sich auf der kalten Oberfläche des Supraleiters niederschlagen, und zwar bevorzugt an Stellen, an denen das Feld der Flußquanten austritt (nach Essmann und Träuble 1971).

magnetischen Streufelder gegenseitig ab. Andererseits wird ihre Dichte mit steigendem Magnetfeld zwischen B_{c1} und B_{c2} immer größer. Aufgrund dieser beiden Tendenzen bilden sie ein regelmäßiges Gitter mit quadratischer oder dreieckiger Symmetrie. Ein solches Gitter besitzt insgesamt eine niedrigere Energie als eine regellose Anordnung der Flußlinien bei gleicher mittlerer Dichte. Der Energieunterschied zwischen beiden Anordnungen ist analog zu demjenigen zwischen einem Kristall und einem amorphen Festkörper. Die Abstände benachbarter Flußlinien in einem solchen Gitter liegen zwischen 10^{-5} und 10^{-7} m.

Wegen ihrer technisch bedeutsamen Eigenschaften, dem verschwindenden elektrischen Widerstand und dem perfekten Diamagnetismus, eröffnen sich für Supraleiter eine Fülle von Anwendungsmöglichkeiten (Abb. 20-13). Die wichtigsten sind der verlustfreie Stromtransport, die verlustfreie Magnetfelderzeugung und die Herstellung von Magnetometern für extrem kleine Felder. Die großen Vorteile der verlustlosen Stromleitung werden leider durch die notwendige Kühlung heute noch weitgehend

Anwendungen

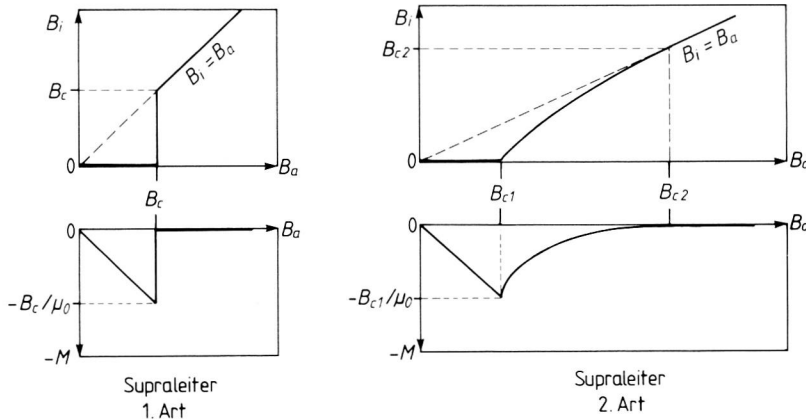


Abb. 20-10. Magnetisierungskurven von Supraleitern. Inneres Feld B_i (oben) und Magnetisierung M (unten) als Funktion des äußeren Feldes B_a . Bei Supraleitern 1. Art (links) dringt das äußere Feld beim Überschreiten des Wertes B_c sprunghaft und vollständig ein. Von da ab sind inneres und äußeres Feld nahezu gleichgroß, und die Magnetisierung normal dia- oder paramagnetisch. Unterhalb B_c ist $B_i = 0$ und $M = -B_a/\mu_0$. Im Supraleiter 2. Art (rechts) sind die Verhältnisse unterhalb B_{c1} und oberhalb B_{c2} die gleichen wie bei Supraleitern 1. Art unterhalb bzw. oberhalb B_c . Zwischen B_{c1} und B_{c2} dringt das Feld jedoch in Form einzelner Flußlinien ein, ohne die Supraleitung der Probe als Ganzes zu zerstören (Abb. 20-11). B_{c2} kann bis zu einigen hundert Tesla betragen, während B_{c1} meist unter 0,1 Tesla liegt.

kompensiert. Daher gibt es erst wenige großtechnische Anwendungen der Supraleitung außerhalb von Forschungseinrichtungen. Die Kühlung verbraucht oft noch wesentlich mehr Energie als an Joulescher Wärme eingespart wird. Außerdem sind gute Supraleit-Werkstoffe mit hoher Sprungtemperatur und großer kritischer Magnetfeldstärke bis heute noch schwer herzustellen und ziemlich teuer (Ausnahme: NbTi).

Die supraleitenden Magnetometer oder „SQUIDS“ (superconducting quantum interferometer devices) beruhen auf der Flußquantisierung (vgl. Abb. 20-8). Sie gestatten es, durch geeignete konstruktive Gestaltung (Abb. 20-13 d), sehr kleine Magnetfelder von der Größe $B = \phi_0/A$, gemittelt über eine Fläche A , zu messen. Für $A = 1 \text{ mm}^2$ wird B mit dem oben angegebenen Wert von ϕ_0 gleich $2 \cdot 10^{-9} \text{ T}$.

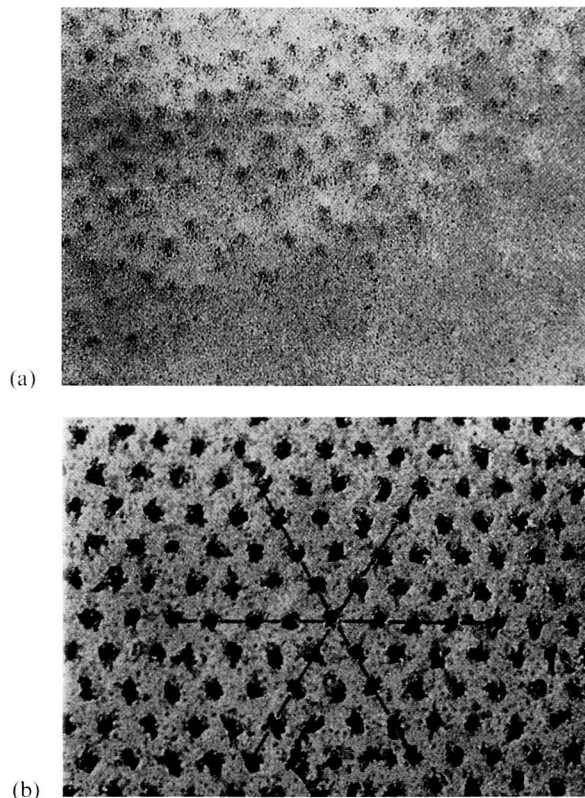
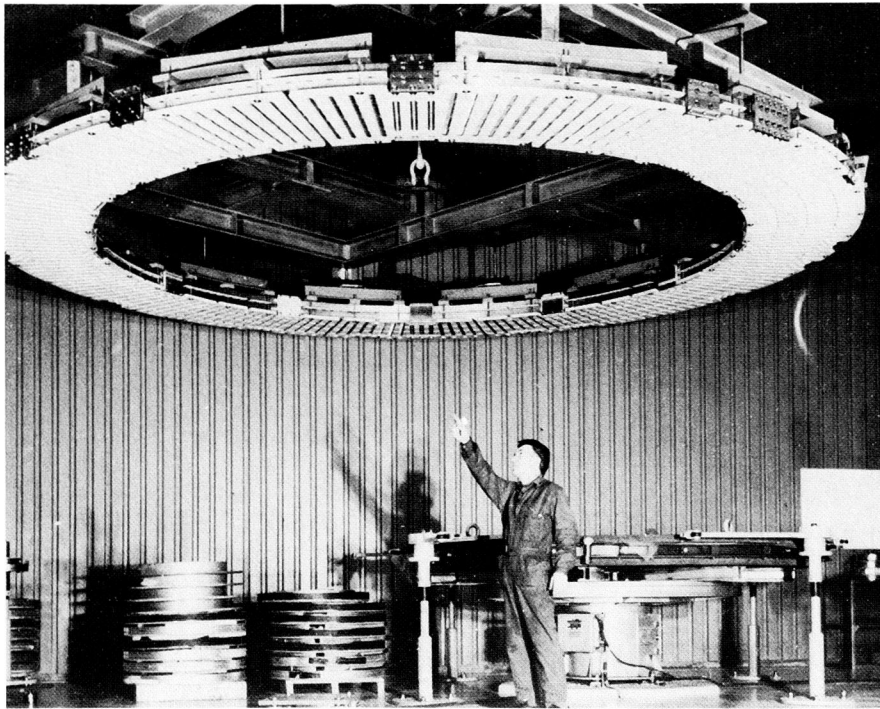
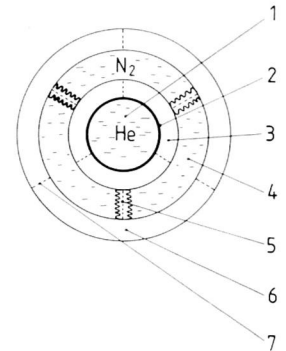


Abb. 20-11. Flußlinienmuster auf Supraleitern. Elektronenmikroskopische Aufnahmen der Anhäufungen von Eisenkriställchen nach Abb. 20-9; Vergrößerung etwa 8000-fach (aus Träuble und Essmann 1968). (a) Grenze zwischen von links oben eingedringenen Fluß und flußfreiem Gebiet auf Pb-In. (b) Abrikosov-Gitter auf Pb-In im Remanenzzustand.

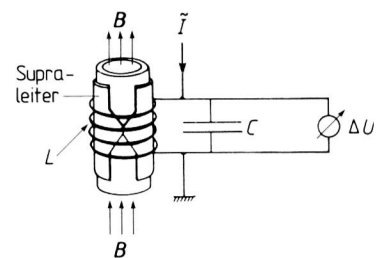
Abb. 20-12: auf Tafel XI im vorderen Buchteil.



(a)



(c)



(d)



(b)

Abb. 20-13. Einige Anwendungen der Supraleitung (aus bzw. nach Buckel 1977). (a) Supraleitende Feldspule für einen Blasenkammer-Magneten (vergleiche Abb. 5-4). (b) Magnetschwebbahn mit supraleitenden Tragsmagneten. (c) Querschnitt durch ein supraleitendes Stromkabel. 1: Flüssiges Helium, 2: Nb-Leiter auf Trägerrohr, 3 und 6: Vakuumisolation, 4: flüssiger Stickstoff, 5: elektrische Isolatoren, 7: Stützelemente. (d) Prinzip des SQUIDs. Immer wenn ein Flußquant in den supraleitenden Zylinder eindringt oder ihn verläßt, wird im Zylinder ein Kreisstrom induziert und am Kondensator ein Spannungsimpuls ΔU gemessen. \tilde{I} ist der Resonanzstrom des LC-Kreises.

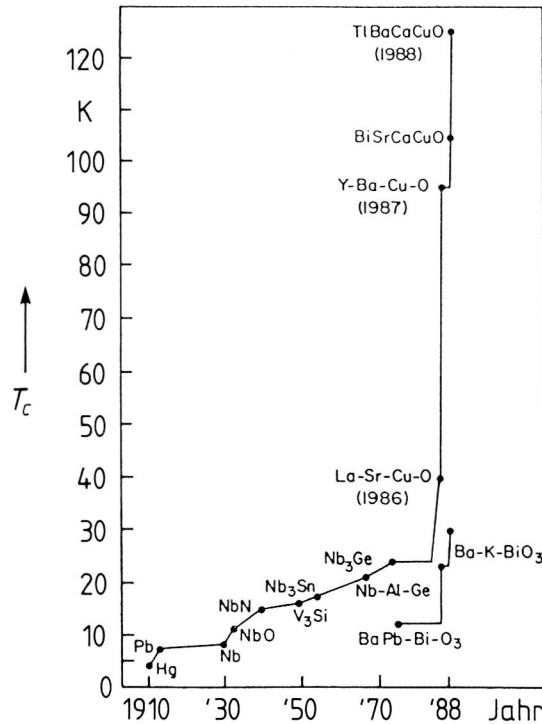


Abb. 20-14. Fortschritte in der Erhöhung der Sprungtemperatur seit der Entdeckung der Supraleitung im Jahre 1910 (nach Rice 1988).

Es fehlt nicht an Bemühungen, Supraleitung bei immer höheren Temperaturen zu erreichen. Die größten Fortschritte wurden dabei in den Jahren 1986 und 1987 gemacht (Abb. 20-14). J. G. Bednorz und K. A. Müller erhielten dafür 1987 den Nobelpreis. Die neuen „Hochtemperatur-Supraleiter“ mit CuO-Gittern in einer Perovskit-Struktur haben eine extrem anisotrope Leitfähigkeit. Verlustloser Stromtransport findet fast nur in den Ebenen statt, in denen die CuO-Komplexe angeordnet sind. Ähnlich anisotrope Supraleitfähigkeit beobachtet man in einer Reihe organischer Kristalle auf der Basis von Tetramethyl-tetraselen-fulvalen (TMTSF) und verwandter Verbindungen. Bis heute ist es noch nicht gelungen, die Hochtemperatur-Supraleitung mit der BCS-Theorie oder einer anderen Theorie zu erklären.

20.2 Der suprafluide Zustand

Eine Supraflüssigkeit ist wohl eine der merkwürdigsten Substanzen, die man sich vorstellen kann: Sie hat eine verschwindende Viskosität η , eine sehr hohe Wärmeleitfähigkeit λ , und sie kann nur mit diskreten Werten der Winkelgeschwindigkeit ω_n rotieren. Typische Zahlenwerte sind $\eta \lesssim 10^{-20}$ kg/ms (normale Flüssigkeit 10^{-3} !), $\lambda \gtrsim 10^6$ W/mK (normale Flüssigkeit 10^{-2} !), und $\omega_n = n h / m r^2$ (h Planck-Konstante, m Masse eines

Eigenschaften

Atoms, r Radius der Rotationsbewegung, $n = 0, 1, 2, \dots$; $\omega_1 = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ für $n = 1$, $r = 1 \text{ cm}$ und Heliumatome). Die einzigen bis heute bekannten Supraflüssigkeiten sind ^4He unterhalb $2,17 \text{ K}$ und ^3He unterhalb $0,0027 \text{ K}$. Die Temperatur des normal-supraflüssigen Phasenübergangs heißt λ -Punkt, weil die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität hier wie ein gespiegeltes λ aussieht (siehe Abb. 16-14a). Auch gepaarte Elektronen in idealen Kristallen sowie dicht gepackte Nukleonen in Atomkernen und Neutronensternen können supraflüssig sein. Nur ist ihr merkwürdiges hydrodynamisches Verhalten im Gegensatz zum Helium bis heute kaum experimentell zugänglich.

Die für $T \rightarrow 0$ verschwindende Viskosität einer Supraflüssigkeit äußert sich zum Beispiel darin, daß ein Film von etwa 10 nm Dicke über alle von der Flüssigkeit benetzten Oberflächen kriecht und eine solche Substanz durch feinste Kapillaren widerstandslos hindurchfließen kann (Abb. 20-15a). Ähnlich wie im Supraleiter können auch in einer Supraflüssigkeit Dauerströme fließen, nur bestehen sie hier nicht aus Cooper-Paaren von Elektronen, sondern aus neutralen Heliumatomen (Abb. 20-15b). Die gequantelte Rotationsbewegung einer Supraflüssigkeit kann man zum Beispiel mit der in Abbildung 20-16a gezeigten Anordnung nachweisen. Die Rotation der Supraflüssigkeit findet in Form einzelner Elementarwirbel (englisch: vortex) statt, die einen Durchmesser von etwa $1 \mu\text{m}$ haben (Abb. 20-16b). Diese Elementarwirbel kann man heute sogar sichtbar machen (Abb. 20-17); sie entsprechen den Flußquanten in Supraleitern. Das Geschwindigkeitsprofil eines solchen Wirbels, wie wir ihn zum Beispiel beim Abfließen von Wasser aus der Badewanne beobachten können, ist von demjenigen der homogenen Rotation einer normalen Flüssigkeit ganz verschieden (Abb. 20-17c).

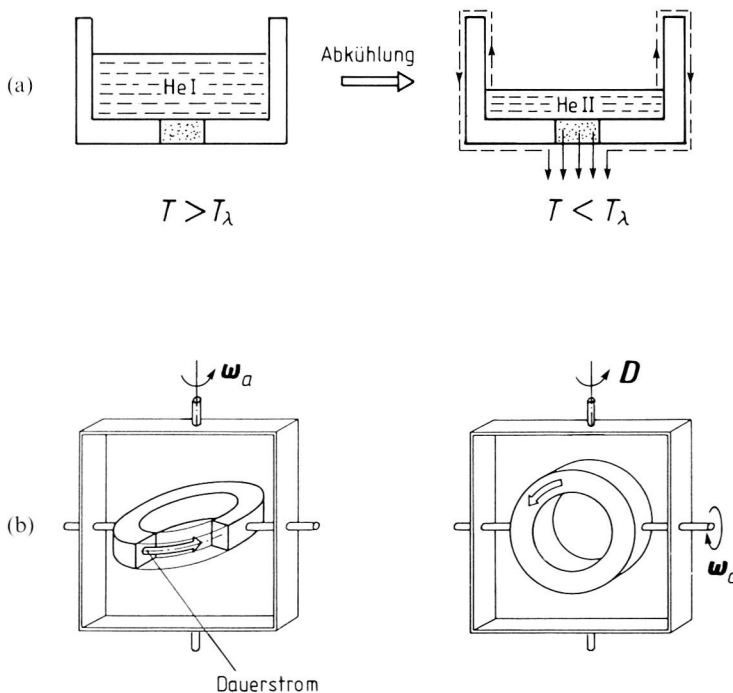


Abb. 20-15. Verschwinden der Viskosität in supraflüssigem ^4He („Helium-II“). (a) Beim Abkühlen von normalflüssigem Helium unter den λ -Punkt T_λ sinkt seine Viskosität um viele Zehnerpotenzen. Die Flüssigkeit kann dann durch eine sehr fein-poröse Bodenplatte auslaufen und über den Rand des Gefäßes kriechen. (b) Anordnung zur Messung einer Dauerströmung in einem mit Helium gefüllten Torus. In der linken Stellung wird die Kreisströmung durch eine Rotation des ganzen Rahmens mit der Winkelgeschwindigkeit ω_a um die vertikale Achse bei $T > T_\lambda$ in Gang gebracht. Dann wird die Anordnung unter T_λ abgekühlt, wobei der Kreisstrom erhalten bleibt und als Dauerstrom weiterfließt. Bei $T < T_\lambda$ erzeugt in der rechten Stellung ein Drehmoment D um die vertikale Achse eine Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit ω_d um die horizontale Achse, wie bei einem Kreisel (nach Dransfeld 1971).

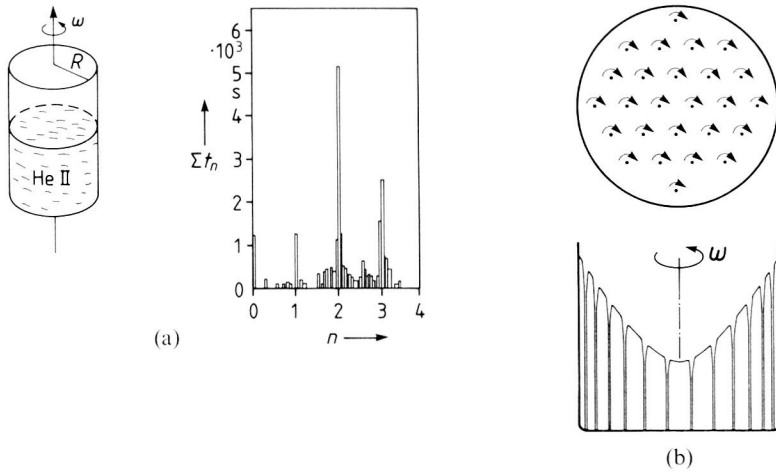


Abb. 20-16. Gequantelte Rotation von Helium-II. (a) Rechts ist die Summe Σt_n der Zeiten, in denen die Winkelgeschwindigkeit ω von He-II in einem rotierenden Gefäß (links) mit dem Radius R die Werte nh/mR^2 besitzt, als Funktion der Quantenzahl n aufgetragen (nach Vinen 1968). (b) Erklärung des Zustandekommens der gequantelten Rotation der ganzen Flüssigkeit durch Anregung vieler einzelner Wirbelringe (nach Dransfeld 1971).

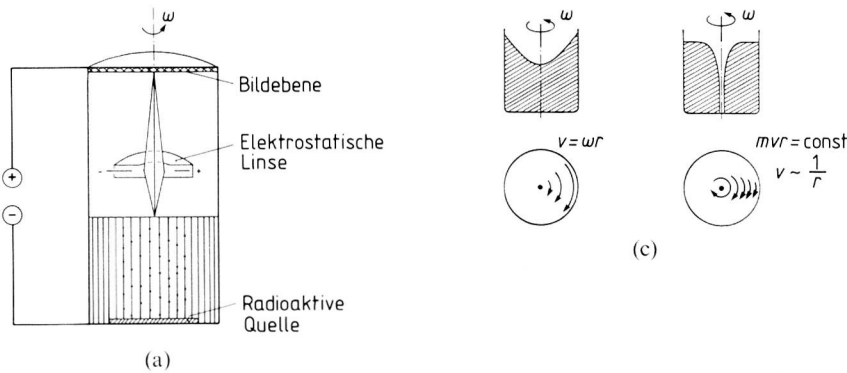
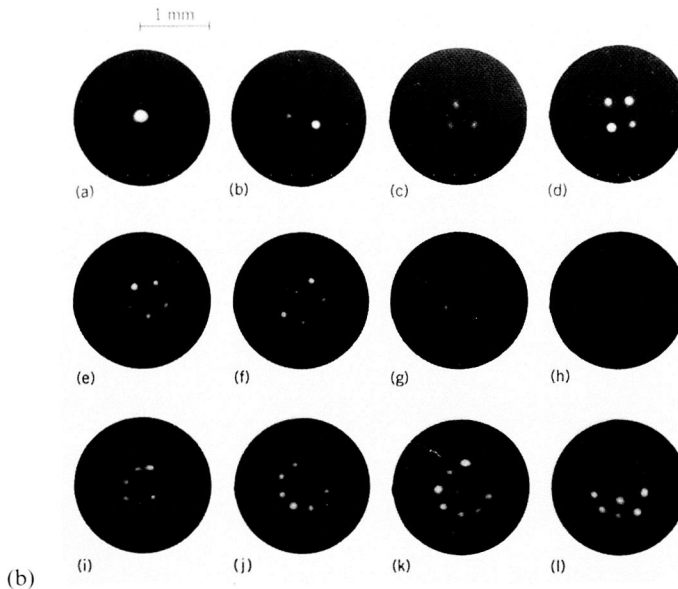


Abb. 20-17. Beobachtung von Wirbelringen. (a) Anordnung zur Beobachtung der Wirbelringe in Teilbild b. Die von einer radioaktiven Substanz am Boden des Gefäßes erzeugten Elektronen diffundieren in die Kerne der Wirbelringe (vertikale Linien), weil dort durch die schwach abstoßende Kraft zwischen Elektronen und Heliumatomen die Rotationsenergie des Wirbels erniedrigt wird. Die Elektronen werden dann durch ein elektrisches Feld von der Oberfläche abgesaugt und auf einen Fluoreszenzschirm abgebildet (nach Dransfeld 1971). (b) Aufnahme von Wirbelringen in rotierendem He-II bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten zwischen 0,30 ($n = 1$ (a)) und 0,86 ($n = 12$ (l)) s^{-1} (aus Parker u. a. 1983) mit der in Teilbild a erläuterten Anordnung. (c) Oberflächenform und radiale Geschwindigkeitsverteilung einer homogenen rotierenden Flüssigkeit (links) und einer wirbelförmig rotierenden (rechts) (nach Dransfeld 1971).



Eine quantitative Erklärung für alle diese und noch manche anderen Merkwürdigkeiten von Supraflüssigkeiten liefert die Quantentheorie. Wie bei den Supraleitern ist auch im supraflüssigen Helium der Grundzustand des Systems mit makroskopisch vielen Teilchen besetzt. Im Rahmen der Thermodynamik kann man die Temperatur T_B einer solchen „Bose-Kondensation“ von Teilchen mit ganzzahligem Spin in den Grundzustand berechnen. Man erhält für ein ideales Gas $T_B \approx 3$ K, in einigermaßen guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert $T_\lambda = 2,17$ K für ${}^4\text{He}$. Die Abweichung zwischen beiden Zahlen rührt von der Wechselwirkung der realen Heliumatome untereinander her. Bose-Kondensation tritt dann ein, wenn die thermische Energie der Teilchen kleiner wird als die Energiedifferenz zwischen Grundzustand und erstem angeregtem Zustand (Abb. 20-18). Die Atome können dann beim Zusammenstoß keine Energie mehr aufeinander übertragen und verharren in ihrem einmal vorhandenen Bewegungszustand, wie zum Beispiel dem Dauerstrom in der Abbildung 20-15 b. Dies erklärt wenigstens qualitativ die verschwindende Viskosität. Dagegen kann man die Divergenz der Wärmeleitfähigkeit und die gequantelte Rotation nicht so einfach klassisch verstehen. Die Wärmeleitfähigkeit beruht auf der Wechselwirkung der Atome im Bose-kondensierten Zustand; die Rotationsquantisierung auf der Eindeutigkeitsbedingung für die Wellenfunktion des makroskopischen besetzten Grundzustands bei einem Umlauf um die Drehachse. Auch hier haben wir es wieder mit einem „makroskopischen Quantenphänomen“ zu tun.

Wir wollen damit unsere kurzen Betrachtungen über die Supraflüssigkeit von Helium-4 (${}^4\text{He}$) abschließen und im folgenden noch einen Blick auf die merkwürdigen magnetischen Eigenschaften des supraflüssigen Helium-3-Isotops (${}^3\text{He}$) werfen, die erst bei extrem tiefen Temperaturen in Erscheinung treten.

Helium-3 wird bei etwa tausendmal kleinerer Temperatur supraflüssig als Helium-4. Das kann man folgendermaßen verstehen: Helium-4-Atome sind Bose-Teilchen mit dem Gesamtspin Null und können die Bose-Kondensation in den Grundzustand jedes für sich vollziehen. Im Helium-3 dagegen besitzen die Atome einen Kernspin von $1/2$. Sie sind Fermi-Teilchen und können nicht Bose-kondensieren, sondern jedes Energieniveau kann nur zwei Fermionen mit entgegengesetzter Spinrichtung aufnehmen. Wenn Fermionen sich jedoch aufgrund ihrer Van-der-Waals-Wechselwirkung zu Paaren verbinden, ähnlich den Cooper-Paaren in Supraleitern, dann hat ein Paar als Ganzes den Kernspin 0 oder 1, ist also ein Boson und kann in den Grundzustand gehen (Abb. 20-19). Die für die Paarwechselwirkung verantwortlichen Kräfte sind so klein, daß sie erst im Millikelvin-

Bose-Kondensation

Paarbildung in Helium-3

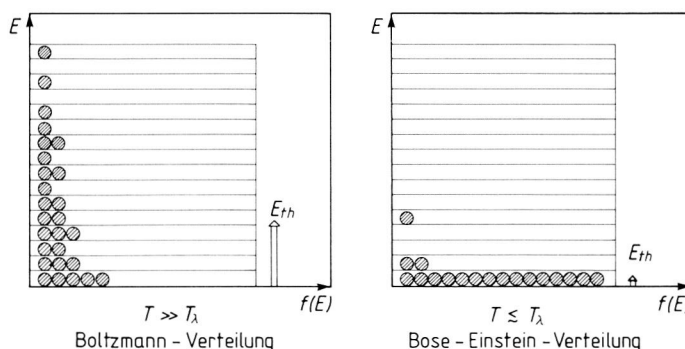


Abb. 20-18. Die Bose-Kondensation von Teilchen mit gradzahligem Spin in den Grundzustand. Energieverteilung $f(E)$ oberhalb (links) und unterhalb (rechts) der Kondensationstemperatur. Die Größe $f(E)$ ist proportional zur Anzahl der Atome in jedem Energieniveau. E_{th} bezeichnet die mittlere thermische Energie eines Atoms (nach Mermin und Lee 1976).

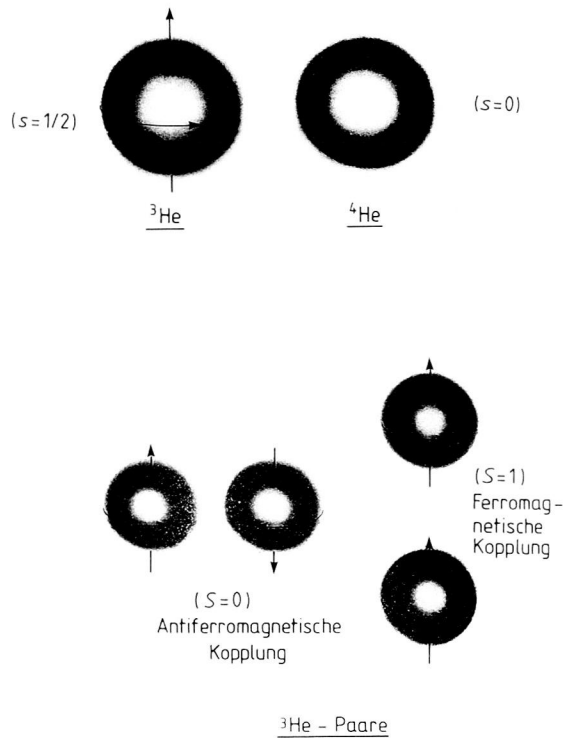


Abb. 20-19. Paarbildung in Helium-3. Die eingezeichneten Spins sind diejenigen der Atomkerne, denn die Spins der Elektronen kompensieren sich in Helium vollständig. Helium-3-Atome mit dem Kernspin $s = 1/2$ können sich zu Paaren mit dem Gesamtspin $S = 0$ oder $S = 1$ verbinden (nach Mermin und Lee 1976).

bereich merklich werden. Solche Helium-3-Paare verhalten sich wie einzelne supraflüssige Helium-4-Atome, jedoch mit dem Unterschied, daß ihre hydrodynamischen Eigenschaften aufgrund der Paarstruktur anisotrop sind. Wir hatten etwas Ähnliches schon bei den flüssigen Kristallen kennengelernt (siehe Abschn. 13.2).

Wegen seines Kernspins und dem damit verbundenen magnetischen Moment kann Helium-3 außerdem in verschiedenen magnetisch geordneten Phasen vorkommen. Die Ordnungstemperatur für Kernspins hatten wir im Abschnitt 18.3 auf rund 50 nK abgeschätzt. Durch die Paarbildung wird sie um einen Faktor von etwa 40 erhöht. Helium-3 könnte also unterhalb von 2 mK ferro- oder antiferromagnetisch sein und somit eine echte magnetisch geordnete Flüssigkeit darstellen. Die Verhältnisse sind jedoch viel komplizierter. Die beiden Partner eines Paares rotieren nämlich im allgemeinen umeinander, was dem Paar einen Bahndrehimpuls L vom Betrage $l \cdot \hbar$ verleiht ($l = 0, 1, 2, 3, \dots$). Dies führt zu einer Reihe verschiedener Einstellmöglichkeiten von L relativ zum Eigendrehimpuls S der Kernspins und relativ zu einem Magnetfeld B . Das experimentell bestimmte Phasendiagramm zeigt die den verschiedenen Möglichkeiten entsprechenden magnetischen Strukturen (Abb. 20-20).

Helium-3 bei sehr tiefer Temperatur ist ohne Zweifel eine der interessantesten Substanzen, die wir heute kennen. Es ist eine ferro- oder antiferromagnetisch geordnete Supraflüssigkeit, die im Magnetfeld aufgrund der Paarbildung und der Spin-Bahn-Kopplung der Kernspins auch anisotrope mechanische und hydrodynamische Eigenschaften besitzt.

Magnetismus in Helium-3

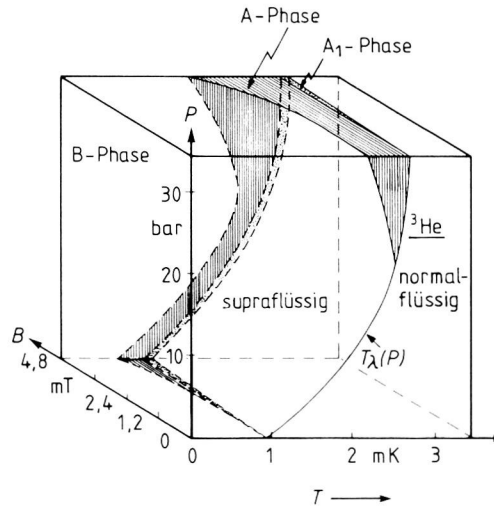


Abb. 20-20. Phasendiagramm von Helium-3. Die Deckfläche ist die sehr leicht gekrümmte Schmelzebene. Bei größerem Druck als 35 bar wird die Substanz fest. Ganz rechts ist der Bereich der normalen Flüssigkeit. In der A₁-Phase ist der Eigendrehimpuls S der Paare (Abb. 20-19) parallel zum Magnetfeld B , und ihr Bahndrehimpuls L steht senkrecht darauf. In der B-Phase ist $J = S + L = 0$, also steht L antiparallel zu S . In der A-Phase steht L senkrecht auf S und dieses zur Hälfte parallel und zur Hälfte antiparallel zu B . Die B-Phase verhält sich paramagnetisch, die A₁-Phase ferro- und die A-Phase antiferromagnetisch. In sehr starken Magnetfeldern verschwindet die B-Phase wahrscheinlich vollständig zugunsten der A-Phase (nach Vollhardt 1983). (Man zeichne sich die verschiedenen Konfigurationen von S , L und J zur Übung einmal auf.)

20.3 Die Exzitonen-Kondensation

Als drittes Beispiel besprechen wir nun noch die Exzitonen-Flüssigkeit. Exzitonen sind Fehlstellen in Kristallen, die aus je einem Elektron und einem „Loch“ bestehen (siehe Abb. 19-5d). Im Jahr 1966 entdeckte man, daß solche Elektron-Loch-Paare bei tiefer Temperatur und hoher Dichte in einen neuen Zustand von fluider Natur übergehen können. Diese Phase ist im Kristallgitter fast frei beweglich, man nennt sie daher Gitterflüssigkeit. Die Kondensation der Exzitonen zur flüssigen Phase ist in Abbildung 20-21 erläutert.

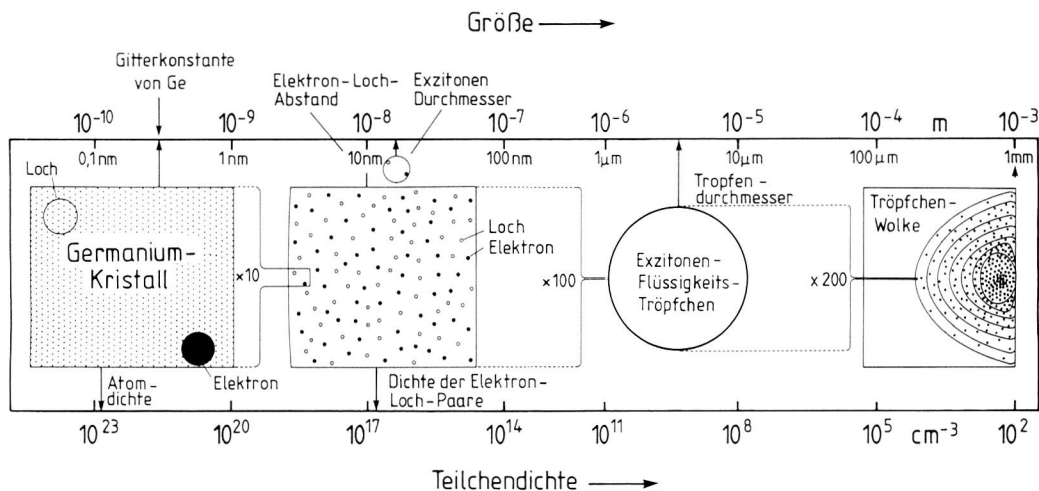
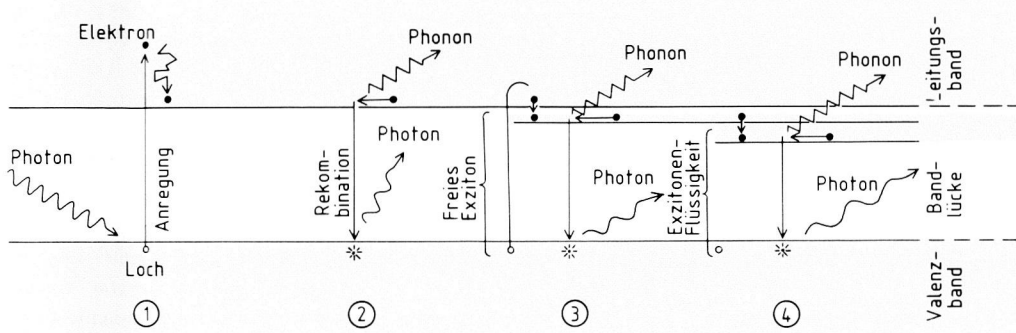
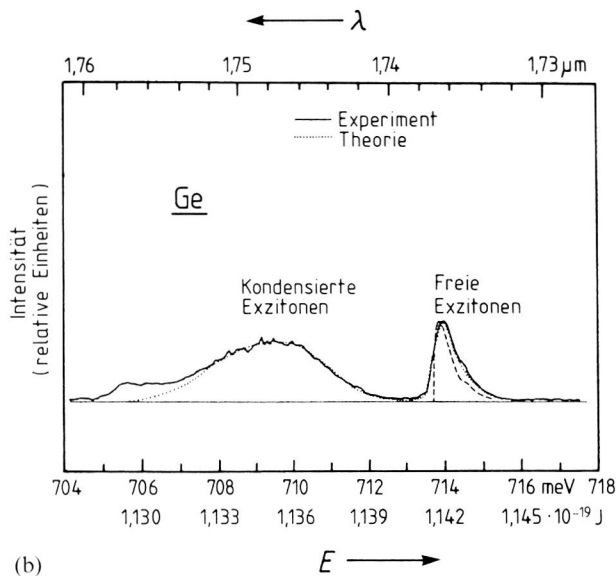


Abb. 20-21. Kondensation von Exzitonen zu Flüssigkeits-Tröpfchen und die dabei maßgebenden Größenverhältnisse (nach Thomas 1976).



(a)



(b)

Abb. 20-22. Energieverhältnisse bei der Exzitonen-Kondensation. (a) Energieniveauschema für Exzitonen in einem Halbleiter: (1) Anregung eines Elektrons ins Leitungsband, (2) Rekombination eines solchen Elektrons mit seinem Loch, (3) Bildung eines Exzitons und Rekombination desselben, (4) Kondensation von Exzitonen zur Flüssigkeit und Rekombination in derselben (nach Thomas 1976). (b) Rekombinationsleuchten freier und kondensierter Exzitonen in Germanium (nach Hanamura und Haug 1977).

Man hat die Existenz der kondensierten Phase durch eine charakteristische elektromagnetische Strahlung entdeckt, die bei der Rekombination von Elektron-Loch-Paaren emittiert wird. Sie liegt im infraroten Spektralbereich. Für freie Exzitonen in Germanium beträgt die Rekombinationsenergie $E_r = -1,142 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (714 meV). Das entspricht einer Wellenlänge von $1,7 \mu\text{m}$. Die Bindungsenergie E_b der Exzitonen untereinander in der Flüssigkeit ist $-2,9 \cdot 10^{-22} \text{ J}$ (1,8 meV). Rekombiniert daher ein solches Elektron-Loch-Paar in der flüssigen Phase, so wird nur die Energie $E_r - E_b$, nämlich $1,139 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (712 meV) frei (Abb. 20-22). Diese Energieverschiebung kann man bequem messen. Die Bindungsenergie E_b entspricht einer Temperatur von der Größenordnung 10 K. Das Phasendiagramm zeigt Abbildung 20-23.

Mit einem Trick ist es vor einigen Jahren gelungen, die kondensierte Phase bzw. die Exzitonenflüssigkeit direkt sichtbar zu machen. Wenn ein Kristall, der eine solche Flüssigkeit enthält, an einer Stelle komprimiert wird, so strömen die Exzitontropfen dorthin. Denn dabei wird die elastische Energie des Gitters erniedrigt, weil die Exzitonen aufgrund ihrer elektrostatischen Wechselwirkung mit dem Gitter dieses entspannen. Photographiert man einen solchen Kristall im Licht des Rekombinationsleuchtens der Exzitonenflüssigkeit, so sieht man ihre Dichteverteilung im Inneren des Kristalls (Abb. 20-24).

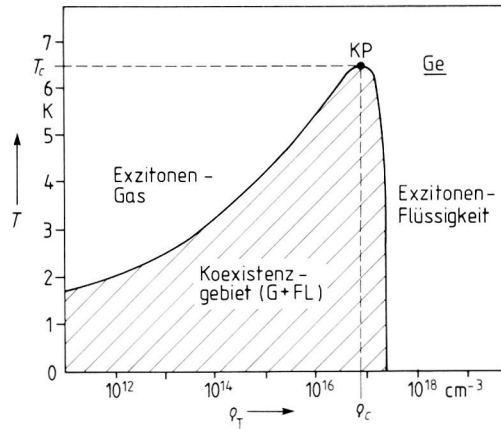


Abb. 20-23. Zustandsdiagramm der Exzitonen-Kondensation in Germanium. Das Diagramm sieht ähnlich aus wie dasjenige eines gewöhnlichen Flüssig-Gas-Übergangs. KP ist der kritische Punkt, q_T die mittlere Teilchendichte der Exzitonen, T_c die kritische Temperatur, q_c die kritische Dichte (nach Martin 1978).

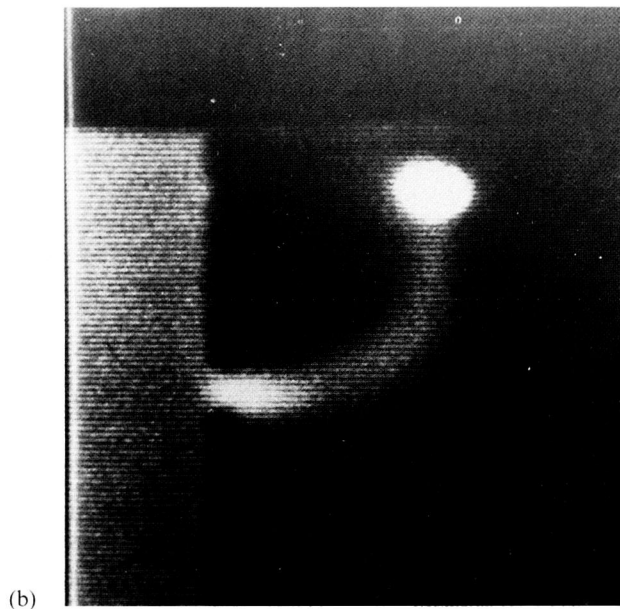
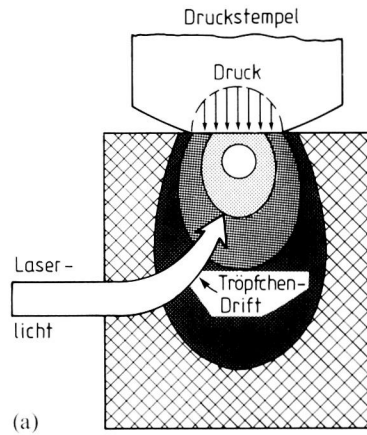


Abb. 20-24. Sichtbarmachung der Exzitonen-Flüssigkeit in Silizium. Das Teilbild a zeigt die Anordnung zur Erzeugung eines Flüssigkeitstropfens (weißer Kreis, Durchmesser 1/10 mm). Der Kristall wird von oben her mit einem Stahlstempel gedrückt. Durch Laserbestrahlung von links werden Exzitonen erzeugt, die zu kleinen Tropfchen kondensieren und an die Stelle hoher Kompression strömen. Die verschieden schraffierten Gebiete bezeichnen verschieden große elastische Energie. Das Teilbild b zeigt die Dichteverteilung der Flüssigkeit im Kristall, aufgenommen bei $T = 10$ K und im infraroten Licht ($\lambda = 1,74 \mu\text{m}$) ihres Rekombinationsleuchtens (aus Wolfe und Mysyrowicz 1984).

Ein System kondensierter Exzitonen benimmt sich in vieler Hinsicht wie eine echte Flüssigkeit und ist doch in einem Kristall eingesperrt, ja es kann ohne den Kristall gar nicht existieren. Zur Zeit ist man dabei, die hydrodynamischen Eigenschaften von Exzitonen-Flüssigkeiten näher zu untersuchen. Technische Anwendungsmöglichkeiten sind bis heute noch ebenso wenig bekannt wie für supraflüssiges Helium.

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel drei erstaunliche Flüssigkeiten kennengelernt, die alle nur bei sehr niedrigen Temperaturen existieren können: Bose-kondensierte Elektronenpaare und Heliumatome sowie kondensierte Exzitonen. In allen diesen Phasen liegt die Paarbindungsenergie unterhalb von etwa 10^{-22} J. Das entspricht einer Temperatur von der Größenordnung 10 K. Bisher wird nur der supraleitende Zustand technisch genutzt. Für das Verständnis der Eigenschaften kondensierter Materie im allgemeinen sind diese Tieftemperaturphasen jedoch von großer Bedeutung.

Wir erkennen hier ein allgemeines Prinzip: Je tiefer die Temperatur ist, desto schwächere Wechselwirkungen zwischen den Teilchen machen sich im makroskopischen Verhalten der Materie bemerkbar und desto vielseitiger werden ihre makroskopischen Eigenschaften. Man kann daher erwarten, daß die Tieftemperaturphysik noch viele Überraschungen bereithält und noch für lange Zeit ein lohnendes Forschungsgebiet sein wird.

21 Ordnung und Chaos

Wir wollen zum Abschluß unseres Streifzugs durch die kondensierte Materie die Entstehung ihrer vielfältigen Erscheinungsformen noch einmal von einem übergreifenden Standpunkt aus betrachten. Ganz am Anfang hatten wir festgestellt: Struktur entsteht bei Verminderung der potentiellen Energie. Wie wir gesehen haben, ist es aber nur ganz selten möglich, die beobachteten Strukturen aus den Grundgesetzen der Physik und aus der Wechselwirkung der Elementarteilchen abzuleiten. Man muß fast immer auf größere, schon zusammengesetzte Systeme wie Atomkerne, Atome, Moleküle, Kristallite zurückgreifen, wenn man die Eigenschaften und die Erscheinungsformen der kondensierten Materie verstehen will.

Räumliche Strukturbildung ist immer mit einem Phasenübergang verbunden, Strukturierung in der Zeit mit einer Transportinstabilität. Wir werden diese beiden Phänomene daher jetzt etwas genauer und im Zusammenhang untersuchen. Für eine bestimmte Klasse von Phasenübergängen, die sogenannten kontinuierlichen, besitzt man heute gut entwickelte Modelle, mit deren Hilfe sich die wichtigsten Beobachtungen erklären lassen. Bei den diskontinuierlichen Phasenübergängen und den Transportinstabilitäten ist unser Verständnis jedoch noch sehr lückenhaft; sie werden im zweiten Abschnitt besprochen. Schließlich werden wir im dritten Abschnitt die Übertragung physikalischer Methoden auf komplexere Systeme in der Biologie, Ökologie und Soziologie behandeln. Diese Betrachtungsweise ist heute unter dem Namen „Synergetik“ bekannt (die Lehre vom Zusammenwirken) und wird mit großem Erfolg angewandt, wenn sich ein System von vielen gleichartigen Objekten durch ein sinnvoll vereinfachtes Modell quantitativ beschreiben läßt.

21.1 Phasenübergänge

Von Phasenübergängen war in den vorangegangenen Kapiteln schon oft die Rede. Wir haben ihre Existenz einfach hingenommen. Bis heute kann man nicht voraussagen, wann und unter welchen Bedingungen ein be-

Thermodynamik

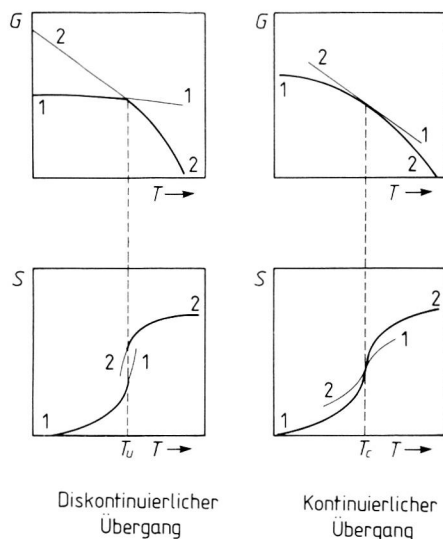


Abb. 21-1. Freie Enthalpie und Entropie bei Phasenübergängen. Links sind die freie Enthalpie G und die Entropie S als Funktion der Temperatur in der Nähe eines diskontinuierlichen Phasenübergangs dargestellt, rechts in der Nähe eines kontinuierlichen; es gilt $S = -(\partial G / \partial T)_p$. Die Ziffer 1 bezeichnet die bei $T < T_{c,u}$ stabilere Phase, 2 die bei $T > T_{c,u}$ stabilere. Die dick gezeichneten Kurvenstücke gehören zu der jeweils stabileren Phase mit dem kleineren G . Deren freie Enthalpie ändert im linken Beispiel bei T_u ihre Steigung unstetig, im rechten bei T_c ihre Krümmung. Die zweiten Ableitungen von G nach T , die Wärmekapazität, hatten wir schon in Abb. 16-13 betrachtet. Sie macht bei T_u einen Sprung, bei T_c divergiert sie.

stimmter Phasenübergang stattfindet. Nun wollen wir jedoch genauer untersuchen, wie ein solcher abläuft. Wir wissen aus der Thermodynamik, daß hierfür die freie Enthalpie $G = E_i - ST + VP$ maßgebend ist, aber wir wissen auch, daß man sie für keinen realen Stoff direkt aus den Grundgesetzen berechnen kann. Die freie Enthalpie eines Stoffes muß im Gleichgewicht bei konstanter Temperatur und bei konstantem Druck einen minimalen Wert annehmen. Einen Phasenübergang beobachten wir immer dann, wenn sich die freien Enthalpien zweier Phasen als Funktion einer Feldgröße überschneiden (Abb. 21-1). In dieser Abbildung ist der Unterschied zwischen kontinuierlichen und diskontinuierlichen Phasenübergängen erläutert (siehe auch Abb. 16-13). Da wir die freie Enthalpie im allgemeinen nicht berechnen, sondern höchstens messen können, bringt uns ihre Kenntnis dem „Verstehen“ eines Phasenübergangs aber nicht viel näher. Wir müssen uns also nach einem anderen Zugang umsehen.

Ein solcher bietet sich in den Schwankungen des Ordnungsparameters an, die man in der Nähe kontinuierlicher Phasenübergänge beobachtet. Als Ordnungsparameter haben wir im Kapitel 10 die charakteristischen Eigenschaftsmerkmale einer Phase kennengelernt (Tabelle 10-1), zum Beispiel die Dichtedifferenz bei der Flüssig-Gas-Umwandlung, die spontane Magnetisierung bei der para-ferromagnetischen Umwandlung usw. Es ist schwer, die Begriffe „Phase“ und „Ordnungsparameter“ thermodynamisch exakt zu definieren. Da wir das hier nicht durchführen können, verlassen wir uns auf Anschauung und Erfahrung; so sind auch die meisten der in Tabelle 10-1 aufgeführten Ordnungsparameter festgelegt worden.

Mit der Annäherung an den kritischen Punkt eines kontinuierlichen Phasenübergangs werden die Fluktuationen des Ordnungsparameters aufgrund der Wärmebewegung der Atome immer langreichweitiger und immer langsamer (Abb. 21-2). Als typische Größenordnungen findet man für den Bereich zwischen 10^{-5} und 10^{-2} der reduzierten Temperatur $\tau \equiv |T - T_c|/T_c$ (T_c ist die Temperatur am kritischen Punkt): Die Größe der Schwankungsbereiche liegt zwischen 1000 und 10 nm, ihre Lebensdauer zwischen 10^{-10} und 10^{-11} s. Das Anwachsen der Fluktuationen bei Annäherung an T_c wurde von T. Andrews 1869 entdeckt, als er die Streuung von

Kritische Fluktuationen

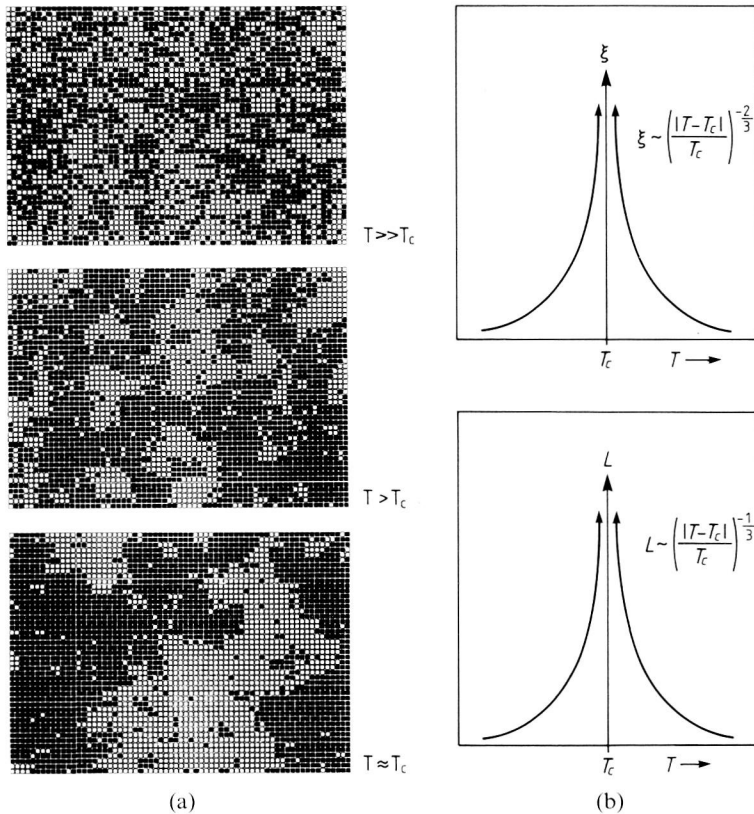


Abb. 21-2. Fluktuationen an kritischen Punkten von kontinuierlichen Phasenübergängen. (a) Computersimulation der Fluktuationen eines Ising-Modells (siehe Abb. 10-4). Aufwärts gerichtete Spins sind weiß, abwärts gerichtete schwarz symbolisiert (nach Wilson 1979). (b) Anwachsen des mittleren Radius (der Korrelationslänge ξ) der Fluktuationen und ihrer Lebensdauer L bei Annäherung an den kritischen Punkt T_c , schematisch. Die Exponenten $2/3$ bzw. $1/3$ gelten für ein bestimmtes Modell (siehe Abb. 21-5). (c) Siehe Tafel XII im vorderen Buchteil.

Licht (Abb. 21-2c: Tafel XII im vorderen Buchteil) und Dichteschwankungen beim Flüssig-Gas-Übergang von CO_2 untersucht.

Die räumlichen und zeitlichen Schwankungen der Ordnung kommen durch die Brownsche-Bewegung der Moleküle aufgrund ihrer thermischen Energie zustande. Aber warum werden sie gerade an einen kontinuierlichen Phasenübergang so groß und so langsam? Der Grund dafür liegt im Verlauf der freien Enthalpie (Abb. 21-1): Ihre ersten Ableitungen nach den Feldgrößen sind die Mengengrößen der Tabelle 10-2, $\partial G/\partial P = V$, $\partial G/\partial T = -S$, $\partial G/\partial |E| = -|m_e|$, $\partial G/\partial |B| = -|m_m|$ (vergleiche die Beziehungen 10-11). Im Gegensatz zu den diskontinuierlichen Phasenübergängen haben diese ersten Ableitungen von G an den kritischen Punkten kontinuierlicher Umwandlungen keinen Sprung, sondern verlaufen stetig, aber mit einem Knick.

An einem kritischen Punkt werden also die extensiven Größen der beiden Phasen gleich, zum Beispiel das spezifische Volumen bzw. die Dichte, die Entropie, die spontane Magnetisierung, die spontane elektrische Polarisation usw. Infolgedessen können sich dicht an einem solchen Phasenübergang die zufällig entstehenden Keime der einen Phase innerhalb der anderen praktisch ohne Energieaufwand ausbreiten und ungestört wachsen. Dabei ist keine Grenzflächenenergie aufzubringen, keine Ausdehnungsarbeit zu leisten, es tritt keine Umwandlungswärme auf, und es gibt keine Änderung der elektrischen oder magnetischen Polarisation. Das Anwachsen einer solchen Fluktuation bzw. eines solchen Keims geht solange weiter, bis er wieder von einem zufällig entstehenden Keim der anderen Phase ersetzt wird. Man kann das ausnahmsweise einmal anthro-

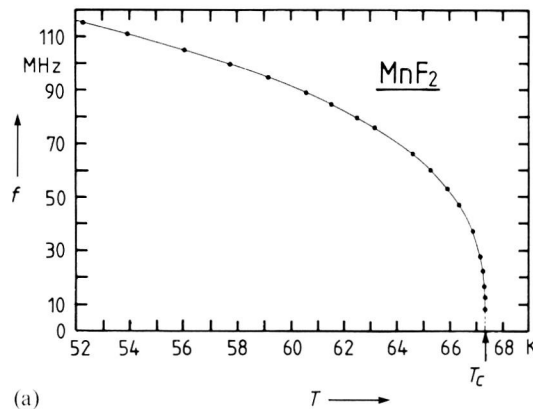
pomorph formulieren: An einem kontinuierlichen Phasenübergang weiß das System nicht, in welcher Phase es sich begeben soll, denn beide sind völlig gleichberechtigt; es probiert daher beide aus.

Diese Gleichbeschaffenheit beider Phasen an einem kritischen Punkt hat eine wichtige Konsequenz, deren Ursache wir gleich besprechen werden: Das Verhalten vieler thermodynamischer Eigenschaften („A“) läßt sich in guter Näherung durch Potenzgesetze der Form

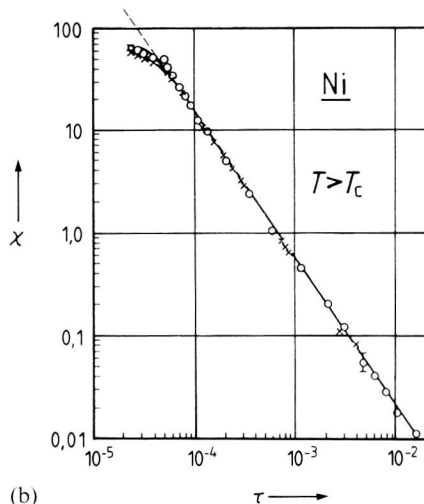
$$A(Y) = A_0 \left| \frac{Y - Y_c}{Y_c} \right|^z \quad (21-1)$$

beschreiben. Dabei ist A_0 eine Konstante und Y ist eine der intensiven Feldgrößen T , P , B oder E , Y_c ihr kritischer Wert. Der „kritische Exponent“ z kann positiv oder negativ sein. Ist er größer als Null, so geht die entsprechende Eigenschaft für $Y \rightarrow Y_c$ kontinuierlich gegen Null; ist er negativ, so divergiert sie (Abb. 21-3). Im Grenzfall $z \rightarrow 0$ ergibt Gleichung (21-1) eine logarithmische Divergenz, wie das Beispiel in Abbildung 16-14b für die Wärmekapazität zeigt. Das durch (21-1) beschriebene Potenzverhalten vieler Stoffeigenschaften in der Nähe kritischer Punkte wurde schon vor rund 50 Jahren entdeckt. Es blieb aber lange Zeit nichts weiter als eine Kuriosität.

Kritische Exponenten



(a)



(b)

Abb. 21-3. Potenzgesetze in der Nähe kritischer Punkte. (a) Temperaturabhängigkeit der Kernresonanzfrequenz f von Mangandifluorid, die proportional ist zur Untergittermagnetisierung M_u (die spontane Magnetisierung der kollinear ausgerichteten Hälfte der Spins in einem Antiferromagneten, siehe Abb. 18-4). Die durchgezogene Linie entspricht der Funktion $M_u \sim (T_c - T)^{0,333}$ (nach Heller 1967). (b) Temperaturabhängigkeit der magnetischen Suszeptibilität $\chi_m \sim (T - T_c)^{-1,41}$ von Nickel oberhalb des Curiepunktes T_c , doppellogarithmisch aufgetragen gegen die reduzierte Temperatur $\tau = (T - T_c)/T_c$. Die Steigung der Geraden liefert den kritischen Exponenten $\gamma = 1,41$; Meßfrequenz 0,6 (o) bzw. 6,0 (x) kHz (nach Herzum u. a. 1974).

Erst gegen Ende der sechziger Jahre begann man zu verstehen, was dahinter steckt. Heute kann man die kritischen Exponenten z sehr genau berechnen, und zwar aus bestimmten Symmetrie-Eigenschaften der Hamilton-Funktion und aus dem Verhalten der Fluktuationen beim Phasenübergang. K. G. Wilson hat 1982 dafür den Nobelpreis erhalten. Wir können auf das Berechnungsverfahren hier nicht näher eingehen, denn es ist ziemlich kompliziert. Wilson selbst schreibt darüber: „This is a job which only professional theorists wish to contemplate in detail“. Das Verfahren wurde unter dem Namen Renormierung bekannt, einem Begriff aus der Feldtheorie. Was bei der Berechnung renormiert wird, sind die Längenskala der Fluktuationen und ihre Wechselwirkungsenergie. Indem man dabei mathematisch zu immer größeren Schwankungsbereichen übergeht, nähert man sich dem kritischen Punkt an und kann im Grenzfall $T \rightarrow T_c$ das Potenzgesetz für die untersuchte Eigenschaft erhalten. Die folgende Tabelle 21-1 zeigt einige experimentelle und theoretische Ergebnisse.

Tabelle 21-1. Zahlenwerte kritischer Exponenten. $\tau \equiv |T - T_c|/T_c$ ist die reduzierte Temperatur, C_H die Wärmekapazität bei konstantem Magnetfeld H , M_s die spontane Magnetisierung, χ_m die magnetische Suszeptibilität für $H \rightarrow 0$ und ξ die Korrelationslänge (der mittlere Radius der Fluktuationsbereiche).

Exponent z in Gl. (21-1)	α	β	γ	ν
Potenzgesetz ^{*)}	$C_H \sim a + b \tau^\alpha$	$M_s \sim \tau^\beta$	$\chi_m \sim \tau^\gamma$	$\xi \sim \tau^\nu$
Theorie (dreidimensionales Heisenberg-Modell)	+0,1162 ^{**)} $\pm 0,003$	+0,3646 $\pm 0,0012$	-1,3866 $\pm 0,0012$	-0,7054 $\pm 0,0011$
Experiment (magnetischer Phasenübergang in EuO)	+0,04 ^{**)} $\pm 0,03$	+0,36 $\pm 0,01$	-1,387 $\pm 0,036$	-0,681 $\pm 0,018$

^{*)} a und b sind temperaturunabhängige Konstanten, so daß C_H bei T_c für $\alpha > 0$ eine endliche Spitze mit dem Wert a hat; für $\alpha < 0$ divergiert dagegen C_H für $T \rightarrow T_c$.

^{**)} Die schlechte Übereinstimmung zwischen experimentellem und theoretischem Wert beruht hier wahrscheinlich auf dem Einfluß der Dipolkopplung der magnetischen Momente, der in der Theorie noch nicht berücksichtigt ist.

Es ist trivial, daß die Potenzgesetze in der einfachen Form (21-1) nur in einem begrenzten Bereich der Feldgrößen, zum Beispiel der Temperatur, um den kritischen Punkt herum gelten können, denn sonst wäre ja fast die ganze Physik der kondensierten Materie in dieser Gleichung enthalten. Eine genauere Analyse ergibt, daß die Potenzgesetze nur in einem Bereich gelten sollten, in dem die Korrelationslänge groß gegen den Atomabstand ist, aber noch klein gegenüber den Abmessungen der Probe und gegen die Abstände der Fehlstellen. In der Praxis ist dies für einen Bereich zwischen etwa 10^{-5} und 10^{-2} der reduzierten Temperatur τ meist der Fall. Man erkennt die Gültigkeitsgrenzen von Gleichung (21-1) in den Abbildungen 16-14b und 21-3b.

Eines der erstaunlichsten Phänomene in der Physik der kondensierten Materie ist die sogenannte Universalität bei kontinuierlichen Phasenübergängen. Darunter versteht man folgendes: Alle Systeme mit derselben räumlichen Dimension und derselben Symmetrie des Ordnungsparame-

Universalität

ters haben dieselben kritischen Exponenten, und zwar unabhängig von der Art ihrer Atome und von deren elektrischen oder magnetischen Eigenschaften. Mit „Symmetrie des Ordnungsparameters“ bezeichnet man die Anzahl n seiner unabhängig wechselwirkenden Komponenten; n wird manchmal auch „Spindimension“ genannt. Beim Ising-Modell der Abbildung 10-4a ist $n = 1$, weil die Spins hier nur parallel zu einer Richtung, auf- oder abwärts zeigen können. Haben die Spins zwei wechselwirkende Komponenten, so spricht man vom XY -Modell. Sie können sich dann klassisch gesehen unter verschiedenen, in einer Ebene liegenden Winkeln zueinander ordnen. Der Fall $n = 3$ mit Orientierungsmöglichkeiten in drei Dimensionen heißt Heisenberg-Modell. Die Erscheinung der Universalität ist noch an eine Bedingung geknüpft: die Kräfte zwischen den Teilchen müssen kurzreichweitig sein, das heißt, ihre Wechselwirkungsenergie muß schon für Abstände, die klein gegen ξ sind, kleiner als kT werden. Die Universalität äußert sich zum Beispiel in der Weise, daß die Kompressibilität eines Flüssigkeit-Gas-Systems an seinem kritischen Punkt mit demselben kritischen Exponenten divergiert wie die magnetische Suszeptibilität eines Ferromagneten an seinem Curie-Punkt. Ein anderes Beispiel ist die Energielücke für Cooper-Paare in supraflüssigem Helium-3, die mit demselben Exponenten für $T \rightarrow T_k$ gegen Null geht wie etwa die Untergittermagnetisierung des antiferromagnetischen NiO an seinem Néel-Punkt. Für den Flüssig-Gas-Übergang ist das universelle Verhalten in Abbildung 21-4 erläutert.

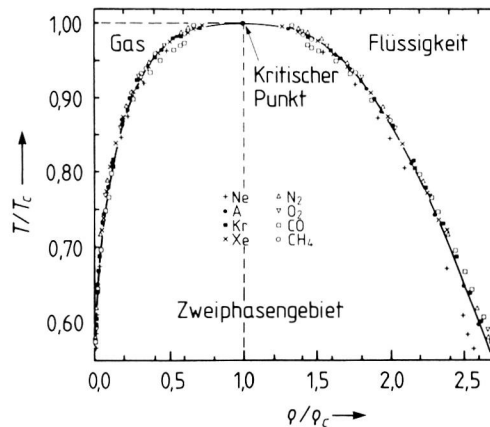


Abb. 21-4. Universalität am kritischen Punkt des Übergangs flüssig-gasförmig. Normierte Koexistenzkurve verschiedener Stoffe; T_c ist die kritische Temperatur, ρ_c die kritische Dichte (nach Stanley 1971).

Mit Hilfe der Renormierungstheorie gelingt es heute, die kritischen Exponenten auf drei bis vier Stellen genau zu berechnen, und zwar in Abhängigkeit von der Raumdimension d und der Spindimension n . Zwei Beispiele zeigt Abbildung 21-5. Die Universalität ist somit ein Ausdruck dafür, daß allein die geometrischen Eigenschaften der Fluktuationen die makroskopischen Eigenschaften der Materie in der Nähe kritischer Punkte bestimmen. Es kommt dann nicht mehr auf die Details der Wechselwirkungen an, wenn die Fluktuationen der Ordnung groß gegen die Reichweite der interatomaren Wechselwirkung werden.

Besonders interessant werden Phasenübergänge, wenn an einem bestimmten kritischen Punkt im Parameterraum der Größen P , T , E und B mehrere Arten von Ordnung gleichzeitig auftreten oder verschwinden. Man spricht dann von multikritischen Punkten (bi-, tri-, tetrakritische usw. Punkte). Das bekannteste Beispiel ist eine ^3He - ^4He -Mischung, die sich am selben Punkt entmischt, an dem sie supraflüssig wird (Abb. 21-6a).

Multikritische Punkte

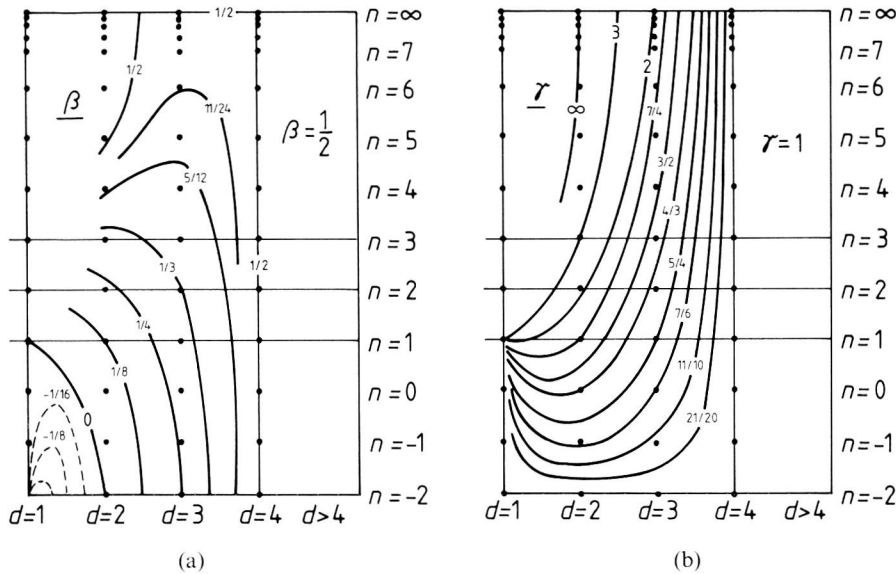


Abb. 21-5. Kritische Exponenten als Funktion der Raum- und der Spindimension. Mittels Renormierungstheorie berechnete Exponenten β (a) und γ (b) (siehe Tabelle 21-1); d ist die Raumdimension und n die Zahl wechselwirkender Komponenten des Ordnungsparameters („Spindimension“). Ein klassisches magnetisches Moment hat zum Beispiel die Spindimension $n = \infty$, weil es sich in eine beliebige Zahl verschiedener Richtungen einstellen kann. Ein Ising-Modell (siehe Abb. 10-4 a) mit nur einer möglichen Spinrichtung hat $n = 1$, eine Supraflüssigkeit mit Amplitude und Phase der Wellenfunktion hat $n = 2$, ebenso manche Ferro- bzw. Antiferromagnetika (nach Wilson 1979).

Aber auch in vielen antiferromagnetischen und helimagnetischen Stoffen gibt es multikritische Punkte, etwa bei konkurrierender ferro- und antiferromagnetischer Ordnung benachbarter Spins (Abb. 21-6 b). In der Nähe multikritischer Punkte nehmen die Exponenten der Gleichung (21-1) dann besondere, multikritische Zahlenwerte an.

Nur ein kleiner Teil der bis heute bekannten Phasenübergänge sind kontinuierlich. Viele verlaufen diskontinuierlich, zum Beispiel mit einem Sprung des Volumens, mit dem Auftreten einer latenten Wärme usw. Dazu gehören das Schmelzen und das Verdampfen, fast alle strukturellen Um-

Diskontinuierliche Phasenübergänge

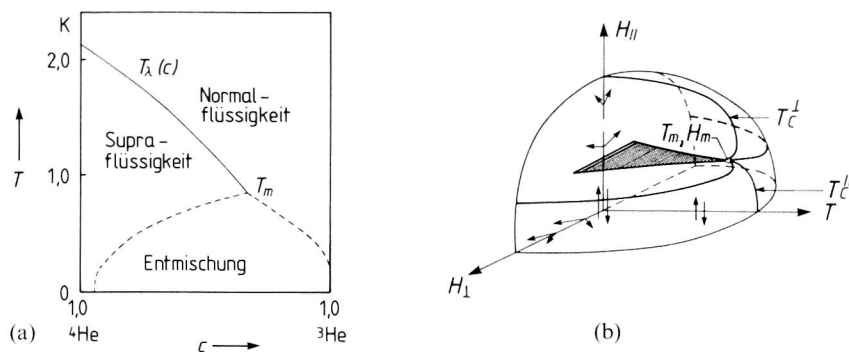


Abb. 21-6. Multikritische Punkte. (a) Zustandsdiagramm (Temperatur-Konzentration) von ^3He - ^4He -Mischungen (vgl. Abb. 12-27 b). Bei Annäherung an den multikritischen Punkt T_m wachsen sowohl die Fluktuationen der Konzentration als auch der Zahl der supraflüssigen Atome bzw. Atompaare; T_{λ} ist der normal-supraflüssige Phasenübergang (nach Kincaid und Cohen 1975). (b) Zustandsdiagramm von GdAlO_3 . Beim multikritischen Punkt (T_m, H_m) konkurrieren die durch das Feld H_{\parallel} induzierte ferromagnetische und die spontane antiferromagnetische Ordnung. H_{\parallel} ist das Magnetfeld parallel zur antiferromagnetischen Vorzugsrichtung ($\uparrow\downarrow$), H_{\perp} steht senkrecht darauf. Die Pfeile deuten die mittlere Spinorientierung in den verschiedenen Phasen an. Die schraffierte Fläche bezeichnet einen diskontinuierlichen „Spin-flop“-Übergang von antiparalleler zu gewinkelter Spinstellung.

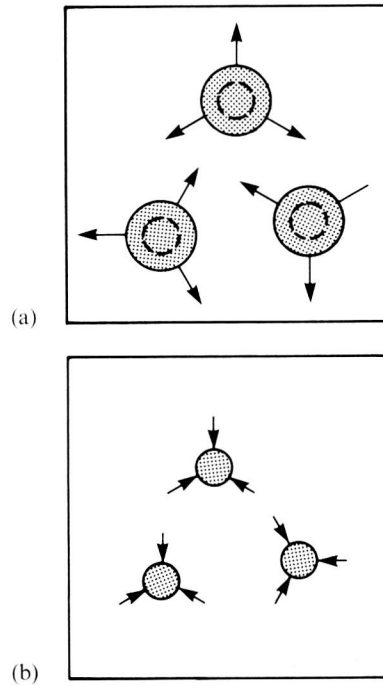


Abb. 21-7. Behinderung der Keimbildung bei diskontinuierlichen Phasenübergängen. Im Bild a entstehen an einigen Stellen einer homogenen Phase spontan Keime einer zweiten Phase, zum Beispiel Dampfblasen in einer Flüssigkeit. Sie besitzen ein größeres spezifisches Volumen (volle Kreise) als die Flüssigkeit (gestrichelte Kreise), üben also Druckkräfte (Pfeile) auf diese aus. Demzufolge stehen sie auch selbst unter erhöhtem Druck, was wiederum ihr Verschwinden begünstigt (Bild b). Außerdem wird bei der Umwandlung der Flüssigkeit in Dampf der Umgebung einer Dampfblase die latente Verdampfungswärme entzogen. Es findet also eine lokale Abkühlung statt, die ebenfalls das Wiederverschwinden der Dampfblase begünstigt.

wandlungen in Kristallgittern und die meisten Phasenübergänge in kristallinen Flüssigkeiten. Bei den diskontinuierlichen Umwandlungen gibt es kein so universelles Verhalten wie bei den kontinuierlichen.

Aus Abbildung 21-1 wissen wir, daß die freie Enthalpie bei diskontinuierlichen Phasenübergängen einen Knick hat, und demzufolge ihre ersten Ableitungen nach den Feldgrößen einen Sprung. Dies sind die Entropie, das Volumen, die Magnetisierung und die elektrische Polarisierung. Solche Sprünge in den extensiven Größen haben weitreichende Folgen für den Mechanismus des Phasenübergangs. Sie behindern nämlich das Anwachsen der Fluktuationen bei Annäherung an den Umwandlungspunkt, und damit erschweren sie die Keimbildung von jeweils einer der beiden Phasen innerhalb der anderen. Dies ist in Abbildung 21-7 für den Verdampfungsvorgang skizziert. Analoge Erschwernisse begleiten die Keimbildung bei magnetischen, elektrischen und strukturellen Phasenübergängen diskontinuierlicher Art. Man kann alle diese, aus dem Knick der freien Enthalpie folgenden Effekte unter dem Begriff „Grenzflächenenergie“ zusammenfassen; phänomenologisch sind wir darauf bereits in Abschnitt 12.1 eingegangen. Jetzt kennen wir auch ihre thermodynamischen Ursachen.

Der Vorgang der Keimbildung läßt sich formal durch die Abhängigkeit der freien Enthalpie von der Keimgröße beschreiben (Abb. 21-8). Unterhalb eines kritischen Radius R^* ist der Keim instabil wegen der hier überwiegender Grenzflächenenergie; er schrumpft, wenn man ihn sich selbst überläßt. Oberhalb R^* ist er stabil und wächst. Zur Bildung eines stabilen Keims muß also lokal mindestens die freie Enthalpie ΔG^* durch thermische Fluktuationen aufgebracht werden. Diese Betrachtung erklärt aber leider nichts, solange nicht die in ΔG^* enthaltenen Größen γ_0 und g_v berechnet werden können. Das ist im allgemeinen bis heute nicht möglich. Somit gibt die Kurve der Abbildung 21-8 eigentlich nur das geometrische Verhältnis von Oberfläche zu Volumen wieder. Das Problem der Keimbildung aber ist noch weitgehend ungelöst.

Keimbildung

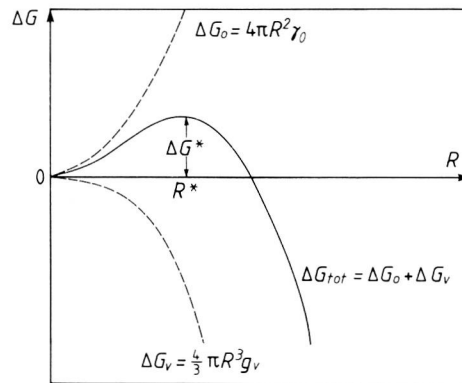


Abb. 21-8. Freie Enthalpie bei der Keimbildung. ΔG ist die Änderung der freien Enthalpie eines Keimes in Abhängigkeit von seinem Radius R . ΔG setzt sich aus einem Beitrag der Keimoberfläche ΔG_0 und aus einem für das Keimvolumen ΔG_v zusammen. γ_0 ist die Grenzflächenenergie und $g_v < 0$ die freie Enthalpiedichte-Änderung im Keim gegenüber der umgebenden Phase. Bei Vergrößerung des Keimradius R wächst ΔG_0 quadratisch, ΔG_v nimmt mit R^3 ab (nach Brophy u. a. 1964).

Die Existenz einer Energieschwelle bei der Keimbildung hat zwei wichtige Konsequenzen: Man kann ein System durch einen diskontinuierlichen Phasenübergang hindurch überhitzen oder unterkühlen. Die Bildung wachstumsfähiger Keime mit $R > R^*$ erfordert nämlich Zeit, und zwar so viel, bis aufgrund zufälliger Schwankungen der Energie einmal lokal ΔG^* überschritten wird. Das kann manchmal ziemlich lange dauern. Es ist bekannt, daß man sehr reines Wasser für eine gewisse Zeit um 20 bis 30 K unter den Gefrierpunkt abkühlen kann, ohne daß es zu Eis wird. Von der Überhitzung macht man zum Beispiel in der Blaskammer Gebrauch (siehe Abb. 5-4), von der Unterkühlung in der Nebelkammer (siehe Abb. 5-7). Was hier über die Temperaturabhängigkeit der Keimbildung gesagt wurde, gilt natürlich auch für ihr Verhalten gegenüber den anderen Feldgrößen (P , E und B). Beispielsweise sind die ferroelektrische und die ferromagnetische Hysterese (siehe Abb. 17-12 und 18-17) nichts weiter als der Ausdruck veränderter Keimbildung von Domänen.

Für technische Zwecke ist es wichtig zu wissen, bis zu welcher Temperatur man einen Stoff unterkühlen oder überhitzen kann. Auch dies läßt sich nicht im voraus berechnen; man muß es messen. Doch gibt es eine empirische und näherungsweise gültige Regel, die aus der Gleichung (11-9) der Van-der-Waals-Isothermen folgt: Man kann höchstens bis zu den Extrema dieser Kurve kommen (siehe Abb. 11-13). Die so bestimmte „Spinodale“, die Grenzkurve des instabilen Bereichs im Zweiphasengebiet, stimmt jedoch nur größenordnungsmäßig mit der Beobachtung überein. Das liegt teils an der sogenannten heterogenen Keimbildung an Verunreinigungen und Oberflächen, teils an den Vernachlässigungen in der Van-der-Waals-Theorie. An Oberflächen und Fremdkörpern ist die Schwelle ΔG^* oft erniedrigt, weil dort Grenzflächenenergie gespart werden kann.

Ein universelles Verhalten, wie es bei kontinuierlichen Phasenübergängen durch Gleichung (21-1) und durch die Abhängigkeit der kritischen Exponenten allein von den geometrischen Größen d und n ausgedrückt wird, findet man bei diskontinuierlichen Übergängen nicht. Das ist verständlich, weil hier die soeben besprochenen Keimbildungsschwierigkeiten bestehen und weil sich daher spontane Fluktuationen nicht ungehindert ausbreiten können. Bei diskontinuierlichen Phasenübergängen werden die Verhältnisse an der Keimoberfläche nämlich entscheidend von den Details der Wechselwirkung zwischen den Molekülen bestimmt, von ihrer Art, ihrer Form, ihrer Größe, ihren elektrischen und magnetischen Momenten

Überhitzung, Unterkühlung

Spinodale

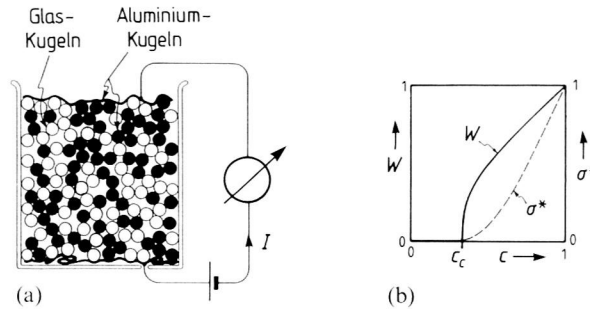


Abb. 21-9. Ein Perkolationsexperiment (nach Zallen 1983). (a) Eine ungeordnete Packung von Aluminium- und Glaskugeln wird oberhalb einer bestimmten Konzentration (c_c) der Al-Kugeln durchgehend leitfähig. (b) Wahrscheinlichkeit W für das Auftreten einer durchgehenden elektrisch leitenden Verbindung und die normierte Leitfähigkeit σ^* in Abhängigkeit von der Konzentration c der Aluminium-Kugeln, wenn die Gesamtzahl aller Kugeln sehr groß ist.

usw. Wir haben daher bis heute kein allgemeingültiges Konzept zur quantitativen Beschreibung diskontinuierlicher Übergänge. Die kontinuierlichen Phasenumwandlungen sind in dieser Beziehung ein Glücksfall.

Eine besondere Art von „Phasenübergängen“ hat in neuester Zeit großes Interesse gefunden, die Perkolation. Darunter versteht man das Auftreten oder Verschwinden einer neuen Systemeigenschaft in Abhängigkeit von der Konzentration einer der Komponenten in einem Mehrstoffsystem. Ein Beispiel zeigt Abbildung 21-9. Das Verhalten eines solchen Systems hat viel Ähnlichkeit mit einem kontinuierlichen Phasenübergang,

Perkolation

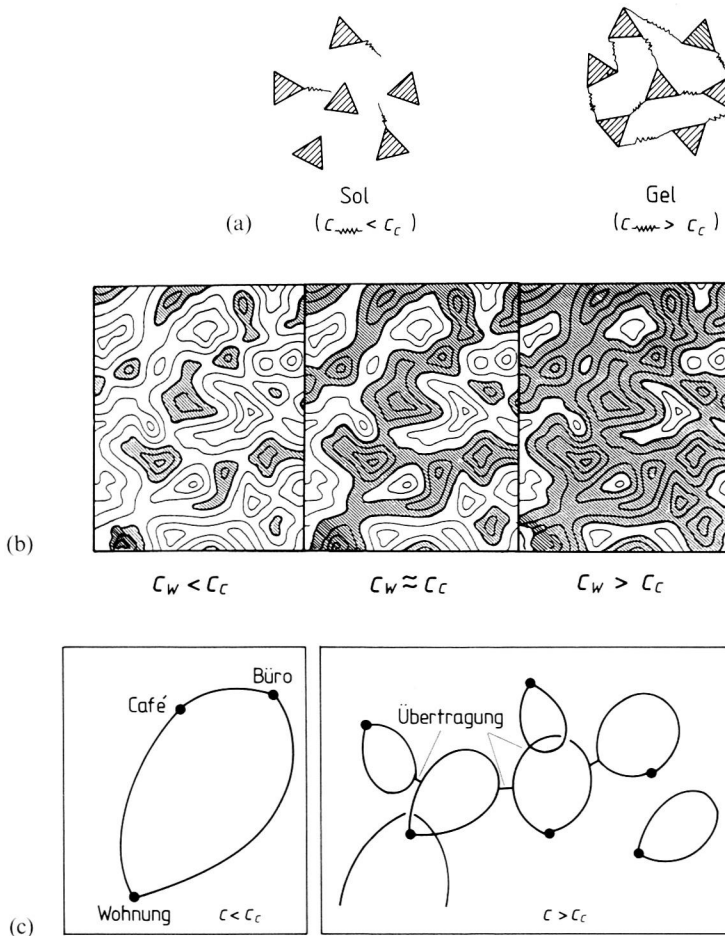


Abb. 21-10. Beispiele zur Perkolation. (a) Zwei Sorten (\sim und \triangle) monomerer Moleküle verbinden sich oberhalb einer bestimmten Konzentration der Sorte (\sim) zu einem dreidimensionalen hochviskosen Polymer (Gel). Die nicht vernetzte Form ist dünnflüssig und heißt Sol. (b) Perkolation in einem Kontinuum (Überschwemmung, $c_w = c_{\text{Wasser}}$). Die hellen Gebiete entsprechen Land, die dunklen Wasser. Im linken Teilbild ($c_w < c_c$) hat man eine Seenplatte, in der Mitte ist $c_w \approx c_c$, im rechten gibt es nur noch Inseln ($c_w > c_c$) (aus Zallen 1987). (c) Ausbreitung einer Grippeepidemie, von Werbung oder von Gerüchten durch Personenkontakte. Links ist der tägliche Rundweg einer Person dargestellt, rechts die Ausbreitung des Ereignisses beim Überschreiten der Perkolationschwelle c_c für die Bevölkerungsdichte (Konzentration c) (nach de Gennes 1976).

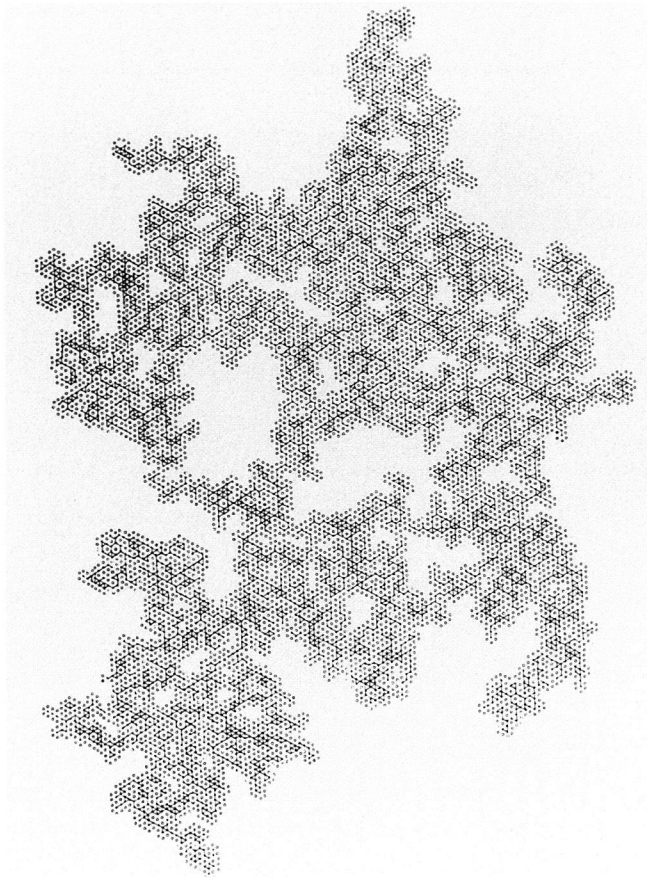


Abb. 21-11. Ein Perkulations-Cluster. Computer-Simulation auf einem zweidimensionalen Dreiecksgitter (aus Zallen 1987, mit freundlicher Genehmigung von P. L. Leath).

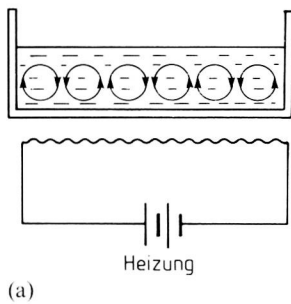
denn es sind die räumlichen Schwankungen der Konzentration c einer Komponente, die zu qualitativen Änderungen der Eigenschaften bei einem kritischen Wert c_c führen. Im Gegensatz zu den kritischen Fluktuationen bei echten Phasenübergängen sind diese Schwankungen aber weitgehend ortsfest und zeitlich unveränderlich. Ähnlich wie bei den Phasenübergängen gibt es jedoch für viele Eigenschaften Potenzgesetze der Form $A \sim |c - c_c|^\tau$. Die kritischen Exponenten sind ebenfalls universell und hängen von der räumlichen Dimension des Systems ab.

Da das Phänomen der Perkolation heute erst teilweise verstanden ist, wollen wir uns hier mit der Betrachtung einiger Beispiele begnügen. Perkolation kann in vielen ganz verschiedenen Systemen vorkommen: bei der Strömung einer Flüssigkeit durch einen porösen Festkörper; dem Leiter-Isolator-Übergang in Mehrkomponentensystemen (Abb. 21-9); der magnetischen Ordnung in verdünnten Spinsystemen (Spingläser); beim λ -Übergang in dünnen Heliumschichten auf Oberflächen; beim Sol-Gel-Übergang in Polymeren (Abb. 21-10 a); bei Überschwemmungen (Abb. 21-10 b); bei Epidemien oder beim Informationsaustausch in Gruppen von Lebewesen (Abb. 21-10 c). Abbildung 21-11 zeigt schließlich noch einen numerisch berechneten großen Perkulationscluster in der Nähe der kritischen Konzentration c_c .

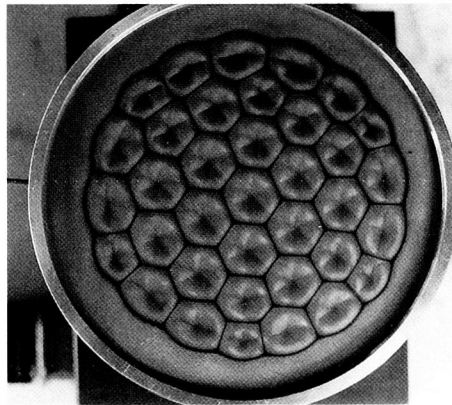
21.2 Transportinstabilitäten

Phasenübergänge finden im thermodynamischen Gleichgewicht statt und werden durch quasistatische Veränderung einer Feldgröße bewirkt. Die auf diese Weise entstehenden Strukturen sind durch eine bestimmte räumliche Anordnung der Atome und ihrer elektrischen oder magnetischen Momente gekennzeichnet. Die Anordnung verändert sich zeitlich nicht, abgesehen von den Fluktuationen im Gleichgewicht. Bei den Transportinstabilitäten, die wir jetzt besprechen wollen, ist das anders. Sie laufen weit vom thermodynamischen Gleichgewicht ab und beruhen auf räumlich und zeitlich geordneten Bewegungen von Elektronen, Atomen oder Molekülen. Einige Beispiele zeigen die Abbildungen 21-12 bis 21-14. Man nennt die so entstehenden Muster auch „dissipative Strukturen“, weil während ihrer Existenz die freie Enthalpie des Gesamtsystems ab- und seine Entro-

Beispiele

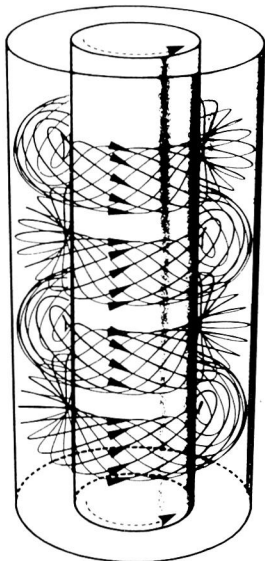


(a)

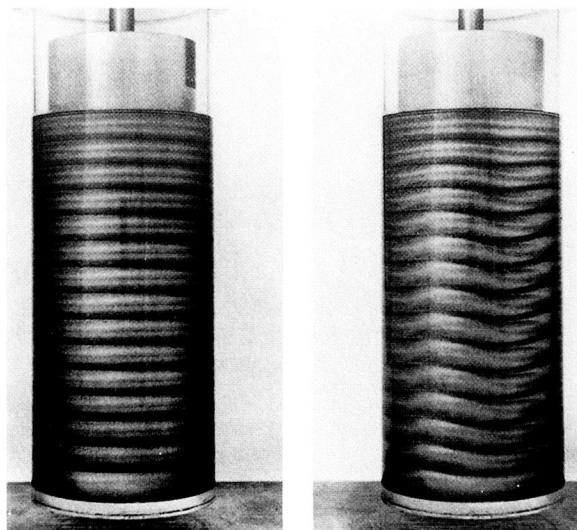


(b)

Abb. 21-12. Konvektion in einer Flüssigkeit. Bénard-Marangoni-Konvektion in einer von unten beheizten Flüssigkeitsschicht (links (a) schematisch von der Seite gesehen). Beim Überschreiten einer bestimmten Temperaturdifferenz zwischen Unter- und Oberseite entstehen charakteristische hexagonale Konvektionszellen. Das rechte Bild (b) wurde aufgenommen mit Aluminiumpulver in Silikonöl, Temperaturdifferenz etwa 20 K, Schichtdicke etwa 1 cm, natürliche Größe.



(a)



(b)

Abb. 21-13. Rotation einer Flüssigkeit in einem Hohlzylinder: Taylor-Wirbel in einer rotierenden zylindrischen Flüssigkeitsschicht. (a) Geschwindigkeitsverteilung, schematisch (nach I. Rehberg 1981). (b) Aufnahmen von E. Brun 1986: Beim Überschreiten einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Innenzylinders entstehen zuerst normale Taylor-Wirbel (links), bei weiterer Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit wellenförmige Wirbel (rechts). Sie wurden wie das Bild der Konvektion in Abb. 21-12 mit Aluminiumpulver in Silikonöl aufgenommen; Schichtdicke etwa 1 cm, Winkelgeschwindigkeit des Innenzylinders etwa 10 s^{-1} , Wirbelbreite etwa 1 cm.

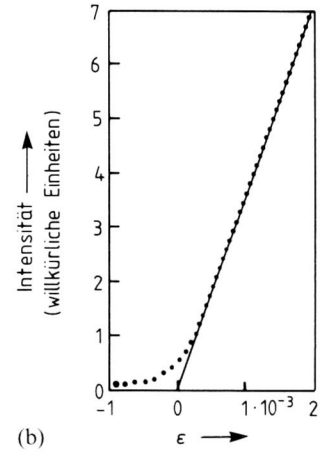
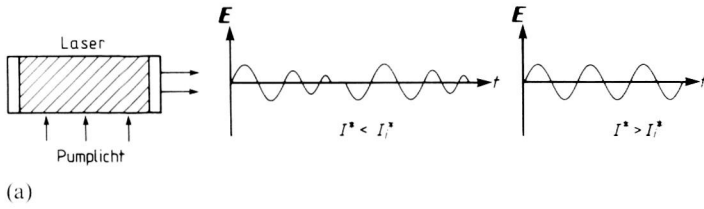


Abb. 21-14. Emission eines Lasers. (a) Laser-Instabilität schematisch (E elektrische Feldstärke, t Zeit). Beim Überschreiten einer bestimmten Inversion I_i^* (siehe Legende zu Abb. 19-8b) geht die inkohärente Lichtstreuung am aktiven Medium in kohärente Laserstrahlung über. (b) Intensität des austretenden Lichts als Funktion der reduzierten Inversion $\epsilon = |I^* - I_i^*|/I_i^*$; I_i^* Instabilitätsschwelle (nach Haken 1976 und nach Degiorgio 1976).

pie zunimmt. Energie wird dabei dissipiert, das heißt in Wärme umgewandelt. Wir wollen versuchen zu verstehen, wie solche geordneten Bewegungen zustande kommen und betrachten zu diesem Zweck zunächst noch einmal das schon früher (siehe Abb. 10-10) besprochene Schema für Transportprozesse; in Abbildung 21-15 haben wir es etwas erweitert: Beim Überschreiten eines bestimmten Instabilitäts-Wertes $F_{Y,i}$ der treibenden Kraft $F_Y \sim \Delta Y$ ändert sich der Transportmodus qualitativ, das heißt es bilden sich neue raum-zeitliche Strukturen im Bewegungsablauf der Teilchen. Gleichzeitig zeigt die Abhängigkeit des Flusses J_X von F_Y einen mehr oder weniger ausgeprägten Knick oder Sprung (Abb. 21-14b).

Im Beispiel der Abbildung 21-12 ist die treibende Kraft proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Ober- und Unterseite der Flüssigkeitsschicht, und der Fluß besteht aus Wärmeenergie. In Abb. 21-13 ist F_Y proportional zur Differenz der Winkelgeschwindigkeiten des inneren und äußeren Zylinders; der Fluß besteht aus azimuthalem Impuls. In Abb. 21-14 schließlich ist F_Y proportional zur Inversion bzw. zur Pumpenenergie, und J_X entspricht der am Lasermedium gestreuten bzw. von diesem emittierten Lichtintensität.

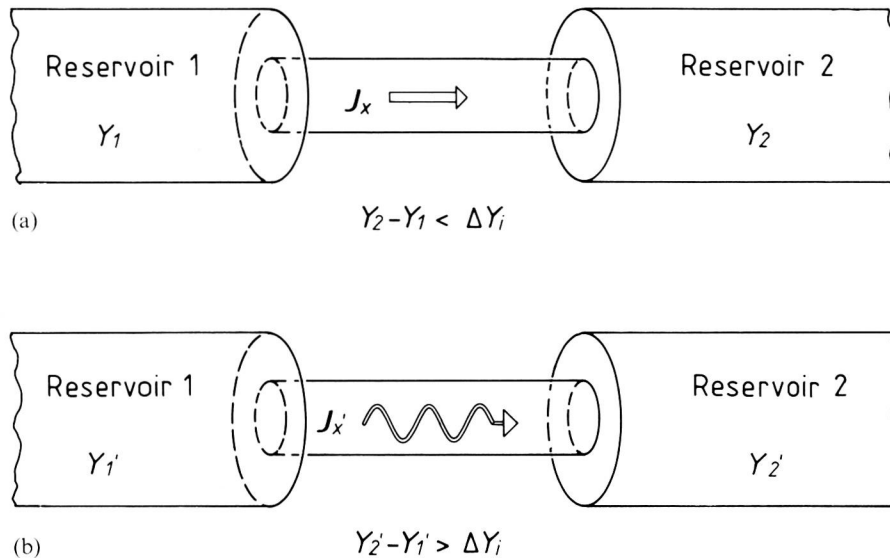


Abb. 21-15. Eindimensionales Schema für die Entstehung von Transportinstabilitäten. (a) J_X ist der Fluß der Mengengröße X , erzeugt durch eine räumliche Differenz der Feldgröße Y . Unterhalb eines Instabilitätswertes $|F_{Y,i}| \sim \Delta Y_i$ der treibenden Kraft F_Y ist der Fluß J_X zur Kraft proportional (siehe Gl. 10-7). (b) Beim Überschreiten von $F_{Y,i}$ ändert sich der Transportmodus, das heißt die raum-zeitliche Struktur der Molekülbewegung, qualitativ. Es entsteht ein neues raum-zeitliches Muster. Das ist hier durch den wellenförmigen Pfeil für J_X angedeutet.

Die Liste der bis heute bekannten Transport-Instabilitäten ist lang, und sie wächst ständig weiter. Wir erwähnen noch ein paar Beispiele: die elektrischen Durchbrucherscheinungen in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern; die Instabilität eines stromführenden Plasmas in einem Magnetfeld (Pinch-Effekt); den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung in Flüssigkeiten und Gasen; die Wellenbildung an der Grenzfläche zweier relativ zueinander bewegter Flüssigkeiten (Kelvin-Helmholtz-Instabilität, Abb. 21-16 a); die Entstehung von „Fingern“ und Dendriten bei der Diffusion (Abb. 21-16 b); die chemischen Wellen. (Der Leser mag sich für diese Beispiele die Ursache der treibenden Kraft und die Art des Stroms selber überlegen.)

Wie kann man die Entstehung dissipativer Strukturen verstehen? Gibt es dafür ein übergeordnetes Konzept, ähnlich wie bei den kontinuierlichen Phasenübergängen? Bis heute hat man ein solches noch nicht gefunden. Wir haben auch keine Modelle für ein mikroskopisches Verständnis der Transportinstabilitäten, wie wir sie etwa bei den Phasenübergängen im geometrisch bestimmten Verhalten der Fluktuationen gefunden haben, aus dem man alle anderen Eigenschaften an kritischen Punkten ableiten kann. Jedoch wurden bei den Transportinstabilitäten einige Gemeinsamkeiten beobachtet, die vielleicht den Schlüssel zu einem zukünftigen Verständnis enthalten. Diese Gemeinsamkeiten wollen wir jetzt kurz besprechen.

Mathematisch werden Transportvorgänge meist durch nichtlineare partielle Differentialgleichungen beschrieben, wie zum Beispiel die Navier-Stokes-Gleichung der Hydrodynamik,

$$\varrho \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right\} = -\nabla P - \varrho \nabla \phi + \eta \nabla^2 \mathbf{v}. \quad (21-2)$$

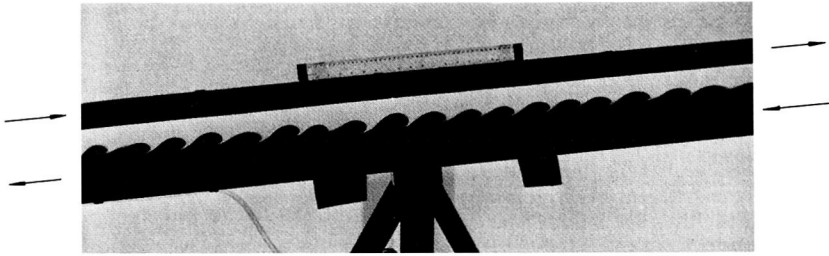
Hier ist ϱ die Massendichte, \mathbf{v} die Geschwindigkeit der Flüssigkeit, P der Druck, ϕ das Potential der äußeren Kräfte pro Masseneinheit und η die Viskosität. Dabei hängen \mathbf{v} , P und ϕ im allgemeinen vom Ort ab. Die Lösungen solcher nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen haben oft die Eigenschaft, daß sie bei bestimmten Werten der treibenden Kräfte sogenannte Bifurkationen aufweisen. Das heißt, eine spezielle Lösung wird dort instabil, und an ihre Stelle treten andere stabile Lösungen (Abb. 21-17). Im Fall der Navier-Stokes-Gleichung ist die treibende Kraft proportional zu $\nabla \phi$.

Eine weitere gemeinsame Eigenschaft bei Transportinstabilitäten ist ein Knick oder Sprung im Verlauf der Entropie-Erzeugungsrate dS/dt als Funktion der treibenden Kraft \mathbf{F} an der Stelle \mathbf{F}_i . Die Größe dS/dt hatten wir schon in Gleichung (10-7) kennengelernt. Abbildung 21-18 zeigt dieses Verhalten am Beispiel des Wärmetransports. Den Knick in der Entropieproduktion bei \mathbf{F}_i kann man in Analogie zum Entropiesprung bei diskontinuierlichen Phasenübergängen sehen (vgl. Abb. 21-1). Allerdings darf man sich dadurch nicht verleiten lassen, Transportinstabilitäten als „Phasenübergänge“ zu bezeichnen. Beides sind völlig verschiedene Dinge: Phasenübergänge laufen im thermodynamischen Gleichgewicht ab, Transportinstabilitäten treten weit entfernt davon auf. Die Gemeinsamkeiten zwischen beiden Phänomenen sind, soviel wir heute wissen, vor allem äußerlicher bzw. formaler Natur. Daher ist es irreführend, Transportinstabilitäten als Phasenübergänge zu bezeichnen oder Instabilitätspunkte als kritische Punkte, wie es noch oft geschieht.

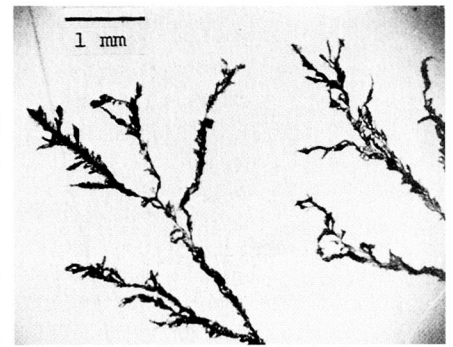
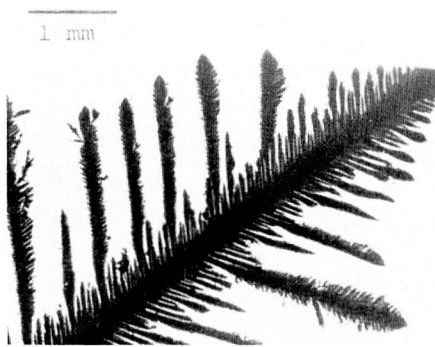
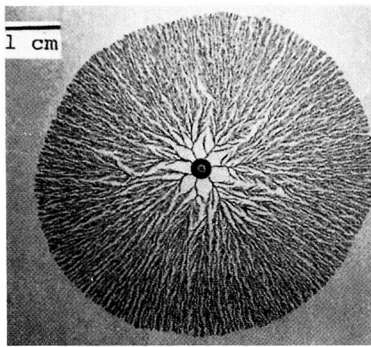
Ansätze zum Verständnis

Bifurkationen

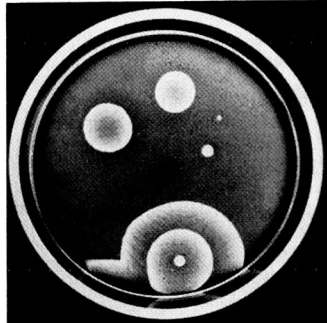
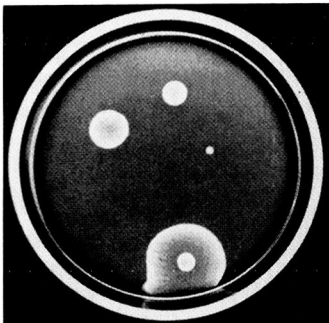
Entropie-Produktion



(a)



(b)



(c)

Abb. 21-16. Weitere Beispiele von Transportinstabilitäten. (a) Kelvin-Helmholtz-Instabilität an der Grenzfläche zweier Flüssigkeiten, die sich relativ zueinander bewegen (Pfeile). Es bilden sich die typischen Grenzflächenwellen aus, sobald die relative Strömungsgeschwindigkeit einen kritischen Wert überschreitet (aus Tritton 1977). (b) Verschiedene Wachstumsformen (Dendriten) von Zinkeinkristallen aus einer ZnSO_4 -Lösung beim Durchgang von elektrischem Strom (aus Sawada u. a. 1986). (c) Chemische Wellen in einem „Belousov-Zhabotinski-System“ ($\text{Ce}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{KBrO}_3 + \text{CH}_2(\text{COOH})_2 + \text{H}_2\text{SO}_4$). Die hellen bzw. dunklen Bereiche, die wellenförmig von verschiedenen Zentren auslaufen, enthalten 4- bzw. 3-wertiges Cer (aus Brun 1985).

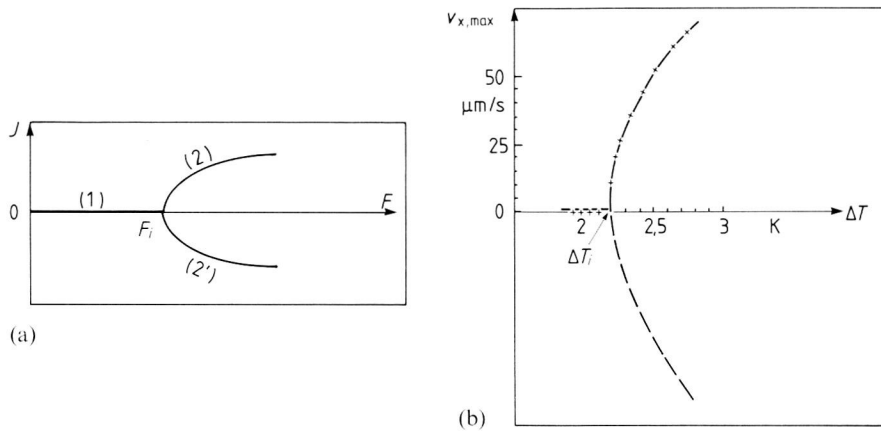


Abb. 21-17. Bifurkation bei Transportinstabilitäten. (a) Bifurkation der Lösungen $J(F)$ einer Transportgleichung, zum Beispiel von Gleichung (21-2) mit $J = \varrho v$ und $F \sim \nabla \Phi$. F_i ist der Instabilitätspunkt, bei dessen Überschreitung die Lösung (1) instabil wird und die Lösungen (2) und (2') stabil werden. (b) Bifurkation der maximalen Horizontalgeschwindigkeit $v_{x,\max}$ in den Konvektionszellen bei der Bénard-Konvektion in Silikonöl. Die Bénard-Konvektion unterscheidet sich von der in Abbildung 21-12 beschriebenen Bénard-Marangoni-Konvektion dadurch, daß sich die Flüssigkeit hier zwischen zwei starren Grenzflächen mit der Temperaturdifferenz ΔT befindet. Bei der Marangoni-Konvektion ist dagegen die Flüssigkeitsoberfläche frei und deformierbar. Die Konvektionsbewegung kommt dann zum Teil aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung zustande. Die Konvektionsmuster können jedoch in beiden Fällen fast gleich aussehen. Es wurde nur der obere Ast, $v_{x,\max} > 0$ gemessen. Bei einer Wiederholung des Experiments könnte man an derselben Stelle des Gefäßes den hier gestrichelt skizzierten unteren Ast, $v_{x,\max} < 0$ erhalten, denn bei einem genügend großen System hängt es vom Zufall ab, an welcher Stelle das Zentrum einer Konvektionszelle entsteht und welche Richtung v dort hat (nach Bergé 1975).

Jeder weiß, daß Strömungsvorgänge in Flüssigkeiten bei hohen Werten der treibenden Kräfte turbulent verlaufen. So bezeichnet man eine Bewegung von Molekülen, die keinerlei geordnetes Verhalten mehr erkennen läßt, weder im Raum noch in der Zeit. Die Frage nach der Entstehung der Turbulenz ist eines der großen, heute noch ungelösten Probleme der Physik. Doch wurden in den letzten Jahren einige hoffnungsvolle Fortschritte gemacht. Man unterscheidet heute zwischen den Begriffen „Chaos“ und

Turbulenz und Chaos

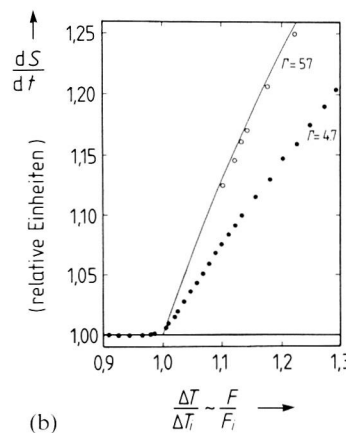
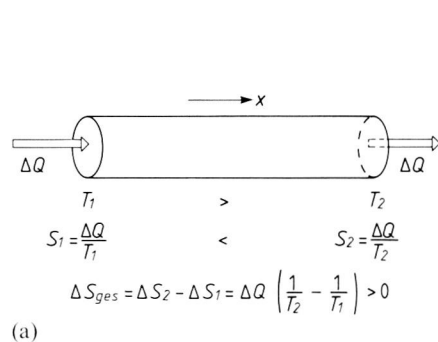


Abb. 21-18. Entropieproduktion beim Wärmetransport. (a) Erläuterung der Entropieproduktion ΔS bei stationärem Wärmefluß (ΔQ Wärmeenergie, T Temperatur). (b) Entropie-Erzeugungsrate als Funktion der treibenden Kraft bei der Bénard-Konvektion (Abb. 21-17b) in flüssigem Helium. Es sind Meßpunkte für zwei verschiedene „Aspektverhältnisse“ dargestellt: Γ ist der Quotient aus Gefäßdurchmesser und Schichtdicke. Die durchgezogene Kurve ist für $\Gamma \rightarrow \infty$ berechnet (nach Behringer und Ahlers 1971).

„Turbulenz“: Chaos ist eine Bewegungsform, bei der zwar keine Korrelationen zwischen einer Bewegungsgröße zu verschiedenen Zeiten am selben Ort besteht, wohl aber noch an verschiedenen Orten zur selben Zeit. Man kennt heute drei verschiedene Wege, auf denen aus geordneter Bewegung bei Erhöhung der treibenden Kraft Chaos entstehen kann: über Bifurkationen, über die sogenannte Intermittenz oder über den Ruelle-Takens-Weg. Im folgenden sollen diese drei Wege ins Chaos kurz vorgestellt werden.

Der heute am besten untersuchte Weg ist derjenige über eine Reihe von aufeinanderfolgenden und sich häufenden Bifurkationen. Man beobachtet nämlich, daß die Geschwindigkeiten der Flüssigkeit in Abbildung 21-17b bei einem höheren Wert $\Delta T_i'$ ($> \Delta T_i$) der Temperaturdifferenz wieder in je zwei verschiedene Werte aufspalten, diese bei $\Delta T_i'' > \Delta T_i'$ in acht Werte usw. (Abb. 21-19a). Ein solches Verhalten führt zu einer immer dichteren Folge von möglichen Werten für die Strömungsgeschwindigkeit in der Flüssigkeit bei wachsendem ΔT . In den Jahren 1977 bis 1979 gelang es S. Grossmann, S. Thomae und M. J. Feigenbaum zu zeigen, daß ein solches Phänomen mit einem sehr einfachen mathematischen Modell beschrieben werden kann, nämlich durch die Grenzwerte der quadratischen Folge $x_{n+1} = r \cdot x_n(1 - x_n)$ für $0 < x < 1$ und $n \rightarrow \infty$. Berechnet man die Grenzwerte von x_{n+1} als Funktion von r , so erhält man die Darstellung der Abbildung 21-19b. Faßt man nun den Index n als Zeitkoordinate auf, so entspricht der Limes $n \rightarrow \infty$ für jedes r einem stationären Zustand. Für r -Werte, die kleiner sind als eine bestimmte Zahl r_∞ , erhält man eine mit r wachsende und sich gegen r_∞ häufende Folge von Bifurkationen. Für $r > 4$ ergibt sich eine lückenlose dichte Folge möglicher x -Werte zu jedem r . Für $r_\infty < r < 4$ ist diese Folge noch von einer Reihe teilweise leerer Bänder durchsetzt.

Wenn wir nun x mit der Geschwindigkeit v_{\max} der Flüssigkeitsströmung identifizieren und r mit der Temperaturdifferenz ΔT , so finden wir eine erstaunlich gute Übereinstimmung mit dem Experiment (Abb. 21-20). Da man die Lösungen $J(F)$ vieler Transport-Gleichungen durch eine Näherung der Form $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+1} = r \cdot x_n(1 - x_n)$ beschreiben kann, läßt sich hier ebenfalls ein Ansatzpunkt für eine Art von Universalität der Transportinstabilitäten vermuten. Die beiden andere Wege zum Chaos, der intermittierende Weg und der Ruelle-Takens-Weg, scheinen nach heutiger Kenntnis nicht in das Feigenbaum-Szenario zu passen. Der intermittierende Weg besteht aus einer zeitlich unregelmäßigen Folge von Perioden mit geordnetem bzw. ungeordnetem Transport. Der Ruelle-Takens-Weg führt bereits bei der dritten Bifurkation zur Turbulenz.

Bifurkationskaskade

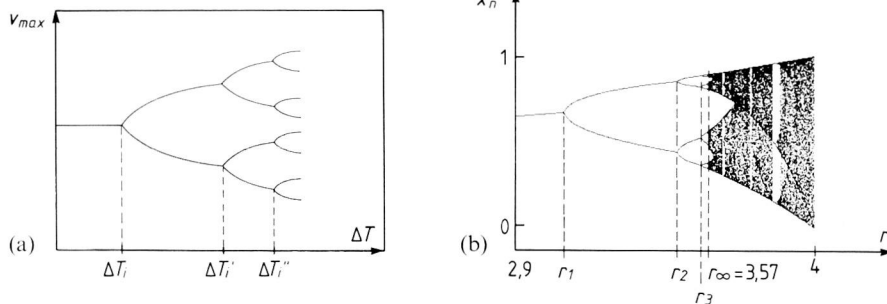


Abb. 21-19. Der „Feigenbaum-Weg“ zum Chaos („Bifurkationskaskade“). (a) Eine Reihe aufeinanderfolgender Bifurkationen der Strömungsgeschwindigkeit v_{\max} bei der Bénard-Konvektion, schematisch (vergleiche Abb. 21-17b). (b) x - r -Diagramm der Funktion $x_{n+1} = r \cdot x_n(1 - x_n)$ für $n > 300$. Die Darstellung liefert drei charakteristische universelle Zahlen, nämlich $r_\infty = 3,5699 \dots$, $\delta = 4,6692 \dots$, $(r_m - r_\infty = \text{const.} \cdot \delta^{-m}; m \geq 1)$, und $\alpha = 2,5029 \dots$. $(|x_{i,n} - x_{j,n}|/|x_{i,n+1} - x_{j,n+1}|) = -\alpha$ für $n \geq 1$; x_i und x_j sind die beiden zu $x = 1/2$ nächst benachbarten x -Werte der n -ten bzw. $(n+1)$ -ten Iteration (nach Schuster 1988).

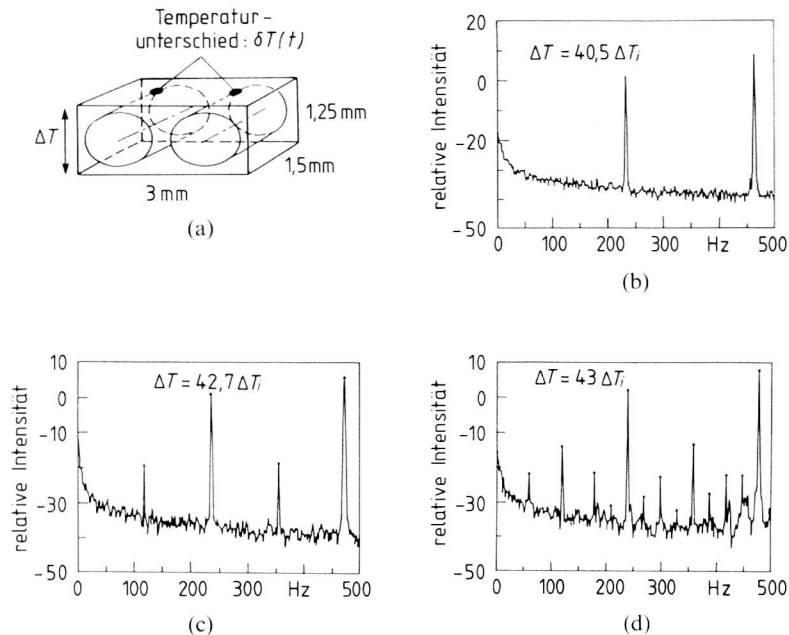


Abb. 21-20. Bifurkation bei der Bénard-Konvektion (nach Schuster 1988). (a) Bénard-Anordnung mit zwei Konvektionsrollen in flüssigem Helium. Die Temperaturunterschiede $\delta T(t)$ zwischen zwei Punkten in der Flüssigkeit liefern eine Größe analog zu x_n in Abb. 21-19 b. (b) bis (d) Frequenzspektrum des Temperaturunterschieds δT der beiden Thermometer in Teilbild a bei drei verschiedenen Temperaturdifferenzen ΔT zwischen Ober- und Unterseite der Flüssigkeitsschicht. ΔT_i ist der Wert von ΔT am Instabilitätspunkt beim Einsetzen der Konvektion. Man erhält eine zu Abb. 21-19 analoge Darstellung, wenn man die Frequenzlage der Spitzen gegen ΔT aufträgt.

Zusammenfassen läßt sich sagen, daß wir bei den Transportinstabilitäten und beim Chaos heute noch relativ weit von einem wirklichen Verständnis und von einer universellen Beschreibung entfernt sind. Andererseits haben solche Instabilitäten große Bedeutung für das Verhalten der Energie-, Impuls- und Teilchenflüsse in der belebten Materie, in der Technik und im Kosmos. In allen diesen Bereichen beobachtet man eine Fülle von Instabilitäten und dissipativen Strukturen, die noch auf ihre Erklärung warten.

21.3 Synergetik oder – „Physik ist überall“

Ausgehend von der Universalität, die bei Phasenübergängen gesichert ist und bei Transportinstabilitäten vermutet wird, hat sich in den letzten Jahren ein neues interdisziplinäres Arbeitsgebiet herausgebildet, die Synergetik. Das heißt auf deutsch: die Lehre vom Zusammenwirken. Synergetik befaßt sich mit dem kooperativen Verhalten von Vielteilchensystemen, wie es nicht nur in der Physik, sondern auch in vielen anderen Wissenschaften beobachtet wird. Begründet und ausgebaut wurde dieses Gebiet vor allem von H. Haken, der die Erkenntnis „dieselben Gleichungen haben dieselben Lösungen“ sozusagen in die Tat umgesetzt hat.

Damit haben wir schon den Kerngedanken einer solchen Betrachtungsweise ausgesprochen: Ganz verschiedene Erscheinungen aus ganz verschiedenen Wissenschaftsgebieten lassen sich oft durch ein und dasselbe Modell annähern und mathematisch durch ein und dieselbe Gleichung

beschreiben. Ein Beispiel dafür ist das Ising-Modell (siehe Abb. 10-4 a), mit dem man einen Ferromagneten, aber auch die Kontraktion eines Muskels, das Sozialverhalten von Insekten und vieles andere mehr behandeln kann. Man muß die oft sehr komplexe Realität nur genügend und angemessen vereinfachen, ohne daß wesentliche Merkmale dabei verloren gehen. Das können Physiker besonders gut, denn es ist sozusagen ihr tägliches Brot. Daher ist die Synergetik eine im Kern physikalische Disziplin. Die einer synergetischen Behandlung zugänglichen Erscheinungen finden sich jedoch in den verschiedensten anderen Wissensgebieten wie Biologie, Chemie, Medizin, Geologie, Meteorologie, Astrophysik, Ökologie, Soziologie und Wirtschaftswissenschaften.

Ziel der Synergetik ist es, wie gesagt, für Systeme mit vielen wechselwirkenden Untereinheiten geeignete Modelle zu entwickeln, die Lösungen der entsprechenden Gleichungen aufzufinden und Verwandtschaften zwischen verschiedenartigen Systemen aufzuspüren. Das schon erwähnte Ising-Modell (siehe Abb. 10-4 a) beruht auf der Berechnung der Gesamtenergie eines Systems von Teilchen mit der individuellen Wechselwirkungsenergie J , wobei die Teilchen nur ein einziges Eigenschaftsmerkmal haben, nämlich ihre Spinrichtung, charakterisiert durch $s = \pm 1$. Die Gesamtenergie ist dann $E = -J \sum_i s_i s_j$. Das Modell stellt natürlich eine extreme Vereinfachung der Realität dar. Es hat sich jedoch in der Physik bei so verschiedenen Problemen bewährt wie sie zum Beispiel bei Ferromagneten, bei Mischungen, bei Gasen in Kristallen (Gittergas) sowie bei der Materie in Atomkernen und Neutronensternen. Es beschreibt aber auch wesentliche Effekte bei der Nervenleitung, beim räumlichen Sehen, ja sogar beim Sozialverhalten von Lebewesen mit sehr vielen Freiheitsgraden.

Selbstverständlich können wir die Gegenstände und Ergebnisse der Synergetik hier nicht vollständig aufzählen oder gar besprechen. Wir wollen nur ein von der Physik besonders weit entferntes Beispiel skizzieren, die politische Meinungsbildung einer Gruppe von Menschen, die je nach der Wahl der Bedingungen entweder zur Demokratie oder zur Diktatur führen kann. Identifiziert man die politische Ansicht von Volk und Regierung mit den Variablen V bzw. R , läßt sodann einen Meinungsaustausch zu, für den die Variable J steht und betrachtet die stationären Lösungen eines kinetischen Ising-Modells in der V - R -Ebene, so erhält man je nach dem Wert der Wechselwirkungsparameter $J_{V \rightarrow R}$ und $J_{R \rightarrow V}$ ganz verschiedene Ergebnisse (Abb. 21-21)*). Sie spiegeln recht anschaulich die aus der Erfahrung bekannten Meinungsbildungsprozesse wieder. Dabei müssen wir folgendes berücksichtigen: Die Beschreibung einer politischen Meinung durch eine einzige Variable, die nur die Werte $s = \pm 1$ annehmen kann, ist eine ebenso „astronomische“ Vereinfachung wie die Beschreibung des Meinungsaustauschs durch eine einzige Konstante J . Um so verblüffender ist das Resultat. Offenbar hängt der Meinungsbildungsprozeß nicht sehr von den Details der Wechselwirkung ab, und auch nicht von den übrigen Freiheitsgraden der Individuen, wenn ihre Zahl nur genügend groß ist. Daher ist es verständlich, daß ähnliche Modelle heute in der Biologie, der Soziologie, der Wirtschaftsforschung und vor allem in der Werbung häufig verwendet werden. Dabei besteht natürlich immer das Problem, nichtphysikalische Tatbestände zu quantifizieren, aber dafür besitzen die Soziologen und Ökonomen schon recht gute und erprobte Methoden.

*) Die Größen $V = \langle s_V \rangle$, $R = \langle s_R \rangle$, s und J müssen hierbei in geeignet normierten Einheiten ausgedrückt werden.

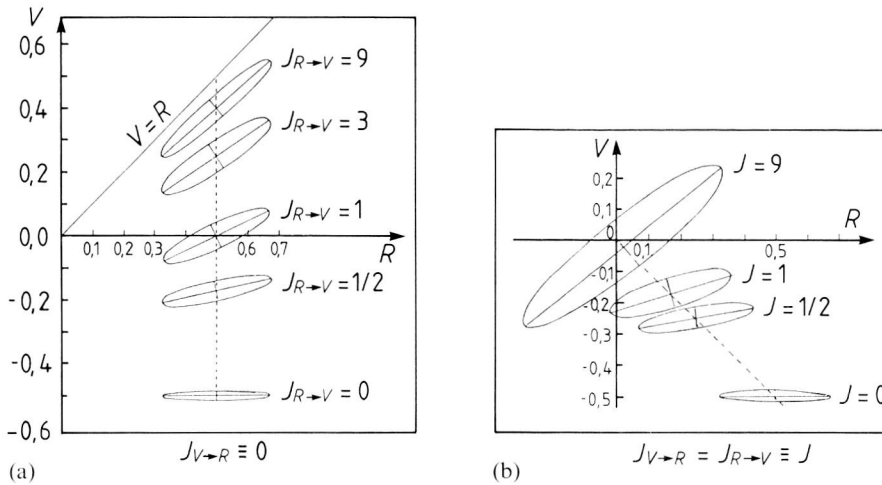


Abb. 21-21. Politische Meinungsbildung im Ising-Modell (nach Weidlich 1973). Das kinetische Ising-Modell ist durch eine Bilanzgleichung (Fokker-Planck-Gleichung) für die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer bestimmten Variablenkonfiguration charakterisiert sowie durch einen Boltzmann-Ansatz für die Wahrscheinlichkeit. Die Temperatur entspricht dabei der Kommunikationsfrequenz zwischen den Bestandteilen des Systems. Der Parameter V bezeichnet die Meinung des Volkes (Anzahl der Individuen $N_V = 1200$), R diejenige der Regierung ($N_R = 12$). Der Meinungsaustausch zwischen den Individuen wird durch zwei Wechselwirkungsparameter $J_{R \rightarrow V}$ und $J_{V \rightarrow R}$ beschrieben. Der Anfangszustand liegt bei $V = -0,5$, $R = +0,5$. Teilbild a zeigt die stationären Endzustände für einen einseitigen Meinungsaustausch, $J_{V \rightarrow R} = 0$, $J_{R \rightarrow V} \geq 0$, entsprechend einer Diktatur. Die eingezeichneten Ellipsen stellen die Schwankungsbereiche des Meinungsspektrums dar, wie sie sich, nach genügend vielen Zeitschritten entwickeln. Je größer $J_{R \rightarrow V}$, desto mehr nähert sich im stationären Zustand die Volksmeinung der Regierungsmeinung an (Diagonale im ersten Quadranten). Im Teilbild b sind $J_{R \rightarrow V}$ und $J_{V \rightarrow R}$ beide ungleich Null (Demokratie). Für starke Kommunikation ($J = 9$) schwanken die Meinungen von Volk und Regierung um den gemeinsamen Mittelwert Null (Meinungsfreiheit).

Wem die Übertragung physikalischer Modelle auf biologische und soziologische Probleme zu gewagt erscheint, der kann sich zunächst an rein physikalischen Systemen mit makroskopischen Untereinheiten in die synergetische Denkweise einüben. Dafür kommen Systeme in Frage wie zum Beispiel Leerstellen-Agglomerate in Kristallen (Abb. 21-22 a), Versetzungsnetzwerke (siehe Abb. 15-16), schwimmende Polystyren-Kugeln (Abb. 21-22 b), „Dimples“ auf flüssigem Helium (Abb. 21-22 c) oder Ewings Magnethadelmodell (siehe Abb. 18-10). Die Bestandteile all dieser Systeme haben sehr viele mikroskopische Freiheitsgrade (Größenordnung 10^5 bis 10^{20}) pro „Teilchen“ bzw. Subsystem. Sie lassen sich aber trotzdem bei genügender und richtiger Vereinfachung durch Modelle mit nur wenigen Freiheitsgraden quantitativ richtig beschreiben, wie zum Beispiel durch das Ising-Modell. H. Haken nennt diese Methode die „Versklavung“ der Freiheitsgrade. Das gibt einem den Mut, sich auch an noch kompliziertere Fälle zu wagen, wie sie zum Beispiel Viruskristalle, kleine Verbände organischer Zellen, Neuronen-Netzwerke, biologische Uhren usw. Schließlich sei noch erwähnt, daß man die gesamte biologische Evolution (siehe Abb. 9-15) als eine Aufeinanderfolge von Transportinstabilitäten auffassen kann, die sich vielleicht mit vereinfachten Modellen quantitativ beschreiben lassen. Einzelheiten und weitere Literaturhinweise findet man in dem

Makrophysikalische Systeme

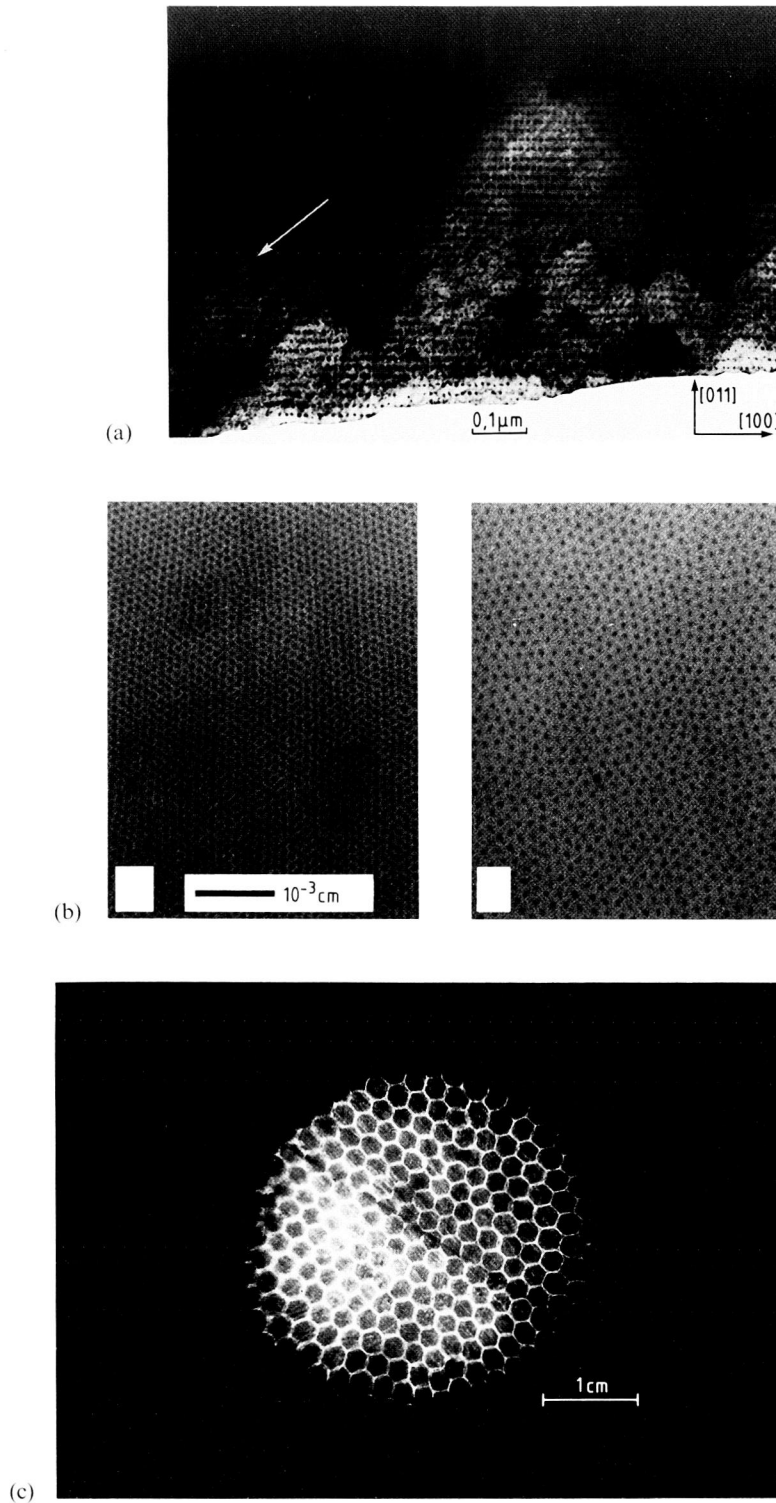


Abb. 21-22. Makrophysikalische Systeme mit kooperativem Verhalten. (a) Void-Gitter in der (011)-Ebene von Molybdän. Die Leerstellen-Aggregate (Voids) haben etwa 2 nm Durchmesser und sind etwa 20 nm voneinander entfernt. Ihre elastische Wechselwirkung führt zu der hier sichtbaren regelmäßigen Anordnung, die der atomaren Gitterstruktur von Kristallen ähnlich ist. Zur Erzeugung der Voids wurde das Molybdän bei 870 °C mit Stickstoffionen von $3,2 \cdot 10^{-13}$ J Energie bestrahlt, und zwar mit $7 \cdot 10^{17}$ Ionen pro Quadratzentimeter (nach Evans 1971). (b) Kristalline bzw. fluide Anordnung von Polystyren-Kugeln (Durchmesser 245 nm) auf einer Wasseroberfläche (aus Pieranski 1980). (c) „Dimple“-Gitter auf der Oberfläche von flüssigem Helium. Die Dimples sind Einbuchtungen der mit Elektronen beladenen Oberfläche. Unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes von etwa 2000 V/cm senkrecht zur Oberfläche ordnen sie sich regelmäßig an (aus Ebner und Leiderer 1980).

Lehrbuch „Synergetik“ von H. Haken (siehe das Literaturverzeichnis zu diesem Kapitel am Ende des Buches).

Die Synergetik ist zweifellos ein sehr anregendes und zukunftssträchtiges Gebiet für Physiker mit genügend Phantasie, aber auch mit genügendem Sachverstand und Erfahrung im Gebrauch von Modellen und in der Behandlung von Differentialgleichungen. E. W. Montroll hat dies einmal so formuliert: „The whole world is like an Ising model, you must only simplify it in the proper way“! Wir sollten dabei aber solche Bereiche ausnehmen, zu denen wir heute mit physikalischen Methoden noch gar keinen Zugang erkennen können, wie zum Beispiel die höheren Funktionen unseres Gehirns, die Frage nach dem Ursprung des Lebens oder das Problem der Anfangs- und Randbedingungen des Weltalls, die im nächsten Kapitel diskutiert werden.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir versucht, die vielfältigen statischen und dynamischen Strukturen der kondensierten Materie von übergeordneten Standpunkten aus zu verstehen. Bei den kontinuierlichen Phasenübergängen im thermodynamischen Gleichgewicht gelingt dies heute schon recht gut. Man kann das Verhalten der extensiven Größen und der Suszeptibilitäten in der Nähe kritischer Punkte allein auf die räumliche Dimension des Systems und auf die Symmetrie seines Ordnungsparameters zurückführen. Hier bestimmt die Geometrie das kooperative Verhalten vieler Teilchen. Für diskontinuierliche Phasenübergänge besitzen wir bis heute noch kein ähnliches Konzept.

Bei den Transportinstabilitäten sind wir ebenfalls noch nicht soweit. Aber es gibt immerhin einige Ansatzpunkte für universelle Wege zum Chaos. Diese führen alle, wenn auch in verschiedener Weise, über eine Reihe von Bifurkationen der Transportmoden beim Anwachsen der treibenden Kräfte. Das „Feigenbaum-Modell“ liefert universelle Zahlenverhältnisse zwischen den Flüssen und Kräften, die experimentell bestätigt werden konnten. Transportinstabilitäten sollte man nicht als Phasenübergänge bezeichnen, denn das verführt zu unerlaubten Übertragungen von Ergebnissen der Gleichgewichtsthermodynamik auf Nichtgleichgewichtszustände offener Systeme.

Schließlich haben wir noch kurz die Anwendung physikalischer Methoden in anderen Disziplinen bis hin zur Soziologie besprochen. Hier erweist sich die Kunst des Physikers in der Handhabung und sinnvollen Vereinfachung von Modellsystemen, die gleichzeitig genügend nahe an der Realität liegen müssen. Ob das gelingt, hängt vom speziellen Problem ab und von den guten Einfällen, die man dazu hat.

Die in diesem Kapitel sichtbar gewordene Tendenz zu einer möglichst universellen Beschreibung vieler verschiedener Systeme verläuft in gewissem Sinne parallel zur Entwicklung bei den Grundgesetzen der Physik. Im dritten Kapitel hatten wir gesehen, daß man bemüht ist, diese Gesetze auf immer weniger und fundamentalere Beziehungen zurückzuführen, am lieb-

sten auf eine einzige Weltformel, die alles umfaßt. Zu dieser „großen Vereinigung“ aller Wechselwirkungen gesellt sich vielleicht einmal eine Art „großer Universalität“ der Eigenschaften der kondensierten Materie. Wahrscheinlich wird das Streben nach Vereinheitlichung so lange anhalten, wie Menschen Physik betreiben. Man braucht jedoch nicht anzunehmen, daß die Physiker arbeitslos werden, wenn sie die Weltformel gefunden haben sollten. Denn wie wir gesehen haben, wächst die Vielfalt der Erscheinungen mit den experimentellen und technischen Möglichkeiten immer weiter an. Dabei stellt sich immer von neuem die Aufgabe, die Erscheinungen auch zu verstehen.

22 Materie im Kosmos

Am Schluß unseres Weges durch die Physik der Materie wollen wir uns einen Überblick über den Aufbau und die Geschichte des Universums verschaffen. Die Astrophysik unterscheidet sich methodisch von allen bisher besprochenen Gebieten. Wir können nämlich im Weltall keine Experimente durchführen, abgesehen von wenigen Ausnahmen in unserem Sonnensystem. Wir sind also fast ganz auf die Beobachtung der von selbst ablaufenden Phänomene angewiesen. Die Situation ist somit ähnlich wie in der Meteorologie. Unsere Kenntnisse über den Aufbau und die Eigenschaften der kosmischen Objekte beruhen fast ausschließlich auf der von ihnen ausgesandten elektromagnetischen Strahlung, und zwar im gesamten Wellenlängenbereich von der Gamma- bis zur Radiostrahlung (siehe Abb. 19-1). Einen sehr kleinen Teil unserer Information verdanken wir auch der sogenannten Höhenstrahlung, die zu 90% aus Protonen, zu 9% aus Heliumatomkernen und zu 1% aus schwereren Kernen besteht. Deren kinetische Energie reicht von 10^{-10} bis 10 (!) J pro Teilchen ($\approx 10^9$ bis 10^{20} eV).

Wir überblicken heute nur einen nicht genau bekannten Bruchteil, vielleicht etwa ein Zehntel, des Universums, nämlich diejenigen rund 10^{78} m^3 , aus denen Licht seit seiner Emission mit der Geschwindigkeit c bis zu uns gelangen konnte. Die Entfernung, bis zu der wir sehen können, beträgt etwa 10^{26} m bzw. 10^{10} Lichtjahre ($1 \text{ Lichtjahr} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$). In diesem Gebiet gibt es etwa 10^{11} Galaxien mit im Durchschnitt je 10^{11} Sternen von der mittleren Größe unserer Sonne. Man nimmt heute an, daß sich das Weltall seit seiner Entstehung vor rund $20 \cdot 10^9$ Jahren ständig ausgedehnt hat. Über seine zukünftige Entwicklung gibt es einander widersprechende Hypothesen.

Je weiter wir ins Weltall hinaussehen, desto größer wird die Vielfalt der Strukturen, die wir erkennen können: unser Sonnensystem, andere Sterne, unsere Galaxie, Gruppen von Galaxien (Cluster) und Gruppierungen solcher Galaxienhaufen (Supercluster). Alle diese Objekte einschließlich der Planeten und Monde sind durch die Kräfte der Gravitation geformt und werden durch sie bewegt. Wir wollen nun der Reihe nach kosmische Objekte von wachsender Größe betrachten.

22.1 Die Erde

Natürlich können wir in diesem Abschnitt nicht Geophysik, Ozeanographie, Meteorologie und Atmosphärenphysik erschöpfend behandeln. Daher beschränken wir uns auf einige Details, die uns ein ungefähres Bild vom Aufbau der Erde vermitteln sollen (Abb. 22-1: Tafel XIII im vorderen Buchteil), von ihrer Gas- und Plasmahülle sowie von ihrer Bewohnbarkeit. Die Abbildung 22-2 zeigt den Verlauf von Temperatur, Druck und

Aufbau

Abb. 22-1: auf Tafel XIII im vorderen Buchteil.

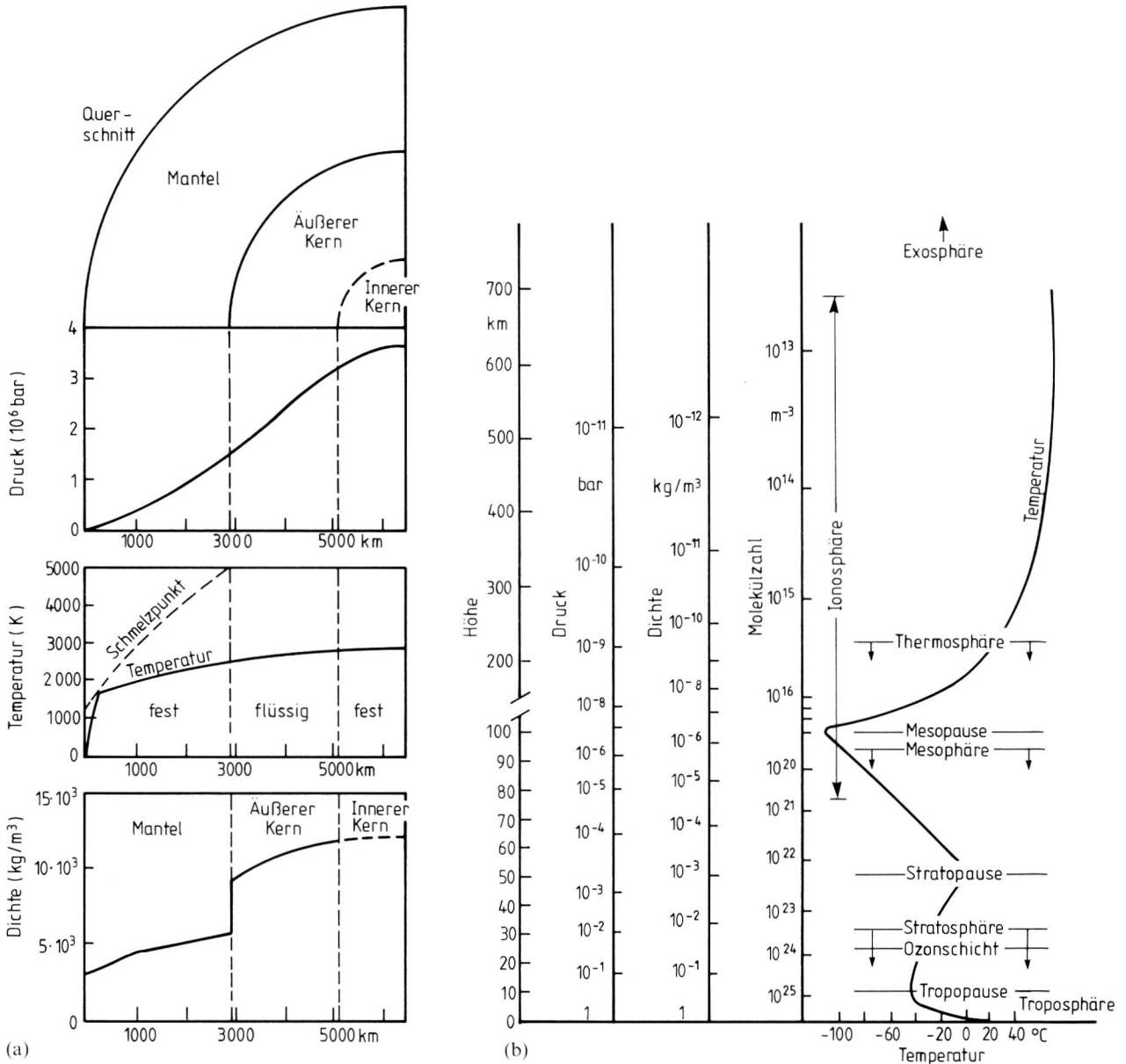


Abb. 22-2. Der Verlauf thermodynamischer Größen in und über der Erde (nach Zeilik und Gaustad 1983). (a) Aus der Analyse von Erdbebenwellen berechnete Verläufe von Druck, Temperatur und Dichte im Erdinnern. (b) Meßwerte verschiedener Kenngrößen in der Atmosphäre.

Dichte im Erdinneren und in der Atmosphäre. Unser Planet ist offenbar ein recht durchschnittlicher Himmelskörper, denn allein unser Sonnensystem enthält etwa ein halbes Dutzend Objekte von ähnlicher Größe und Zusammensetzung: Merkur, Mars, Venus sowie eine Reihe von Monden der mittleren und großen Planeten.

Man nimmt heute an, daß die Erde vor etwa $4,6 \cdot 10^9$ Jahren durch eine Zusammenballung von kosmischem Staub entstanden ist. Modelle der Entwicklung des Erdinneren und der Atmosphäre zeigen Abbildung 22-3 und 22-4. Die heute existierenden Kontinente bildeten sich aus einer oder zwei „Urschollen“, deren Teile auf einer flüssigen Unterlage langsam driften. Diese Kontinentalbewegung ist die Ursache der Erdbeben und der meisten Erscheinungen des Vulkanismus.

Die Entstehung und Entwicklung des Leben auf der Erde setzt einen ständigen Energiefluß voraus. Ein solcher ist mit der Erzeugung von Entropie verbunden, wie wir bereits in den Kapiteln 10 und 21 gesehen

Bewohnbarkeit

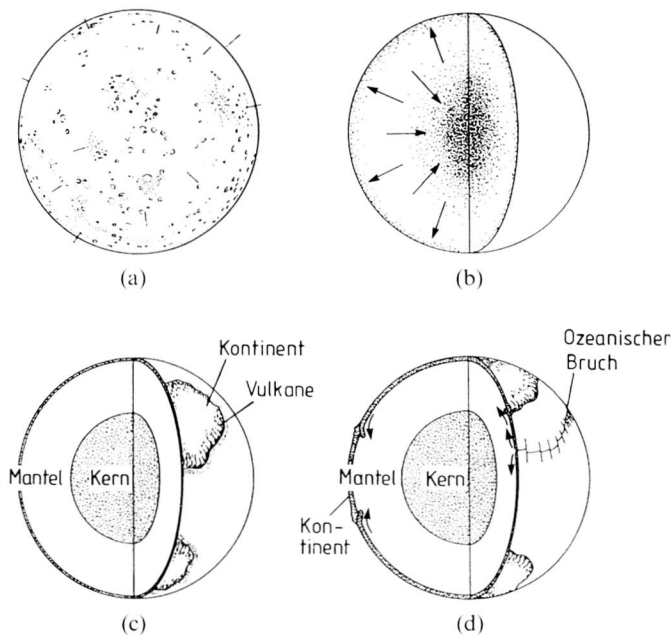


Abb. 22-3. Modell zur Entwicklung der Erde (nach Zeilik und Gaustadt 1983). Zusammenballung von kosmischem Staub unter dem Einfluß der Gravitation (a); Entstehung einer inneren Struktur durch Dichtentrennung aufgrund freiwerdender Gravitationsenergie und durch radioaktiven Zerfall, die beide zur Erwärmung führen (b); Kondensation von Wasser und Entstehung der Kontinente bei darauffolgender Abkühlung (c); Verdickung der Kruste und Kontinentalverschiebung (d).

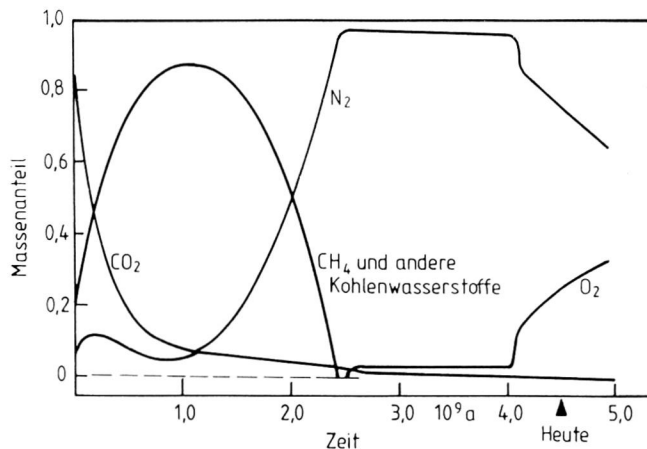


Abb. 22-4. Modell für die Entwicklung der Atmosphäre. Das anfangs vorhandene CO_2 wurde in Wasser und in Gesteinen gebunden. Aus Wasser entstandener Sauerstoff oxydierte die Kohlenwasserstoffe, so daß bald nur noch Stickstoff übrig blieb. Schließlich lieferte die Photosynthese den heute vorhandenen Sauerstoff (nach Zeilik und Gaustadt 1983).

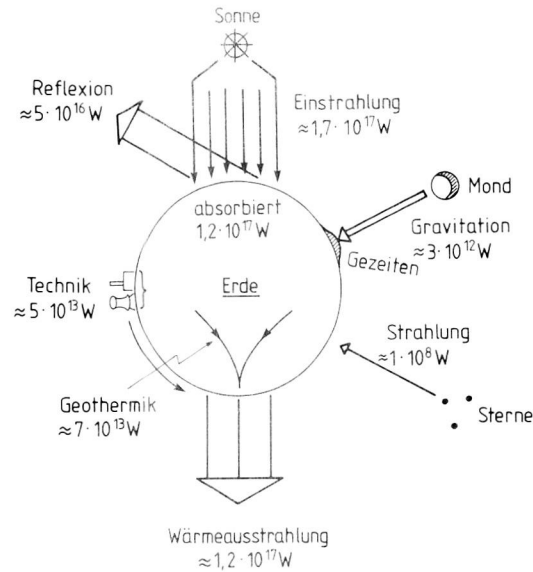


Abb. 22-5. Die wichtigsten Energieflüsse der Erde (nach Taube 1985).

hatten. Der zur Aufrechterhaltung unserer Existenz notwendige Energiefluß kommt zum überwiegenden Teil von der Sonne und beträgt in 100 km Höhe 1367 W/m^2 (Abb. 22-5). Auf die Erdoberfläche gelangen davon aber im Mittel nur 170 W/m^2 . Der Rest wird in der Atmosphäre reflektiert oder absorbiert. Etwa 1% des gesamten auf dem Erdboden ankommenden Energieflusses von rund 10^{16} W werden bei der Photosynthese umgesetzt (siehe Abschn. 9.5). Außer dem Energiefluß von außen kann auch der eigene Energievorrat der Erde zur Aufrechterhaltung des Lebens dienen, der Mensch nutzt ihn zum Beispiel durch Verbrennung fossiler organischer Stoffe und durch Kernspaltung. Dabei entstehen allerdings die bekannten Umweltprobleme, für die heute noch keine befriedigenden Lösungen in Sicht sind.

Abschätzungen der maximalen sinnvollen Größe der Erdbevölkerung aus den in naher Zukunft technisch realisierbaren Energieflüssen liefern eine Zahl von etwa 8 Milliarden Menschen (Abb. 22-6). Dabei muß jedoch die Verwendung der Energieflüsse gegenüber dem derzeitigen Stand erheblich geändert werden (Abb. 22-7). Das wird nicht ohne politische und soziale Umschichtungen möglich sein. Die Fortsetzung solcher Überlegungen würde uns zu weit von der Astrophysik wegführen, und wir müssen sie hier abbrechen. Viele interessante Angaben dazu finden Sie in dem im Literaturverzeichnis für dieses Kapitel aufgeführten Buch von M. Taube „Evolution of Matter and Energy on a Cosmic and Planetary Scale“.

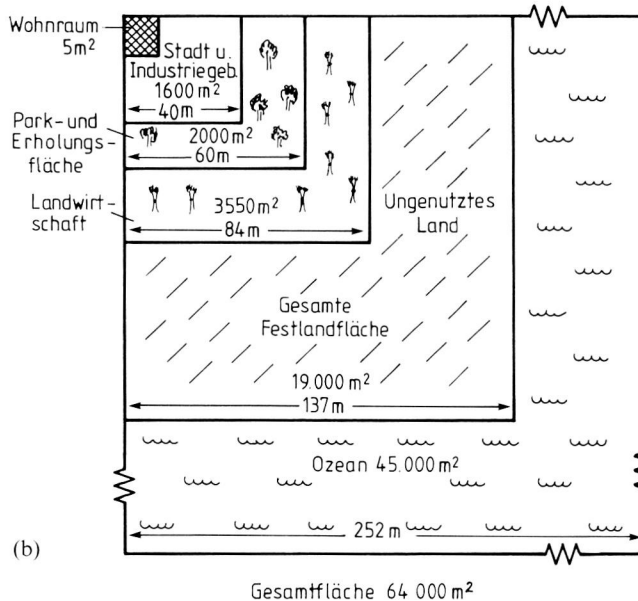
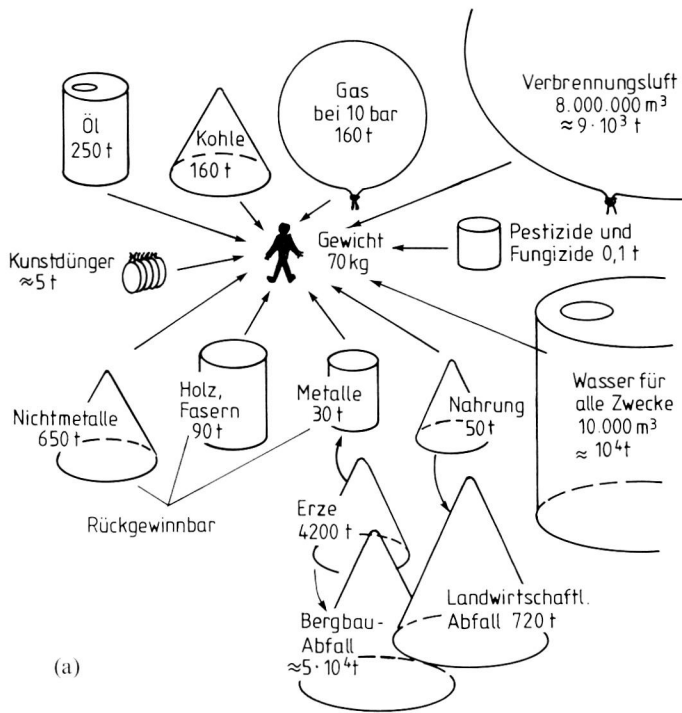


Abb. 22-6. Rohstoff- und Flächenbedarf der Erdbevölkerung (nach Taube 1985). (a) Rohstoffbedarf eines durchschnittlichen US- oder EG-Bürgers während 70 Lebensjahren. (b) Flächenbedarf eines durchschnittlichen Erdbewohners bei Nutzung der heute und in naher Zukunft verfügbaren Energieumwandlungstechniken.

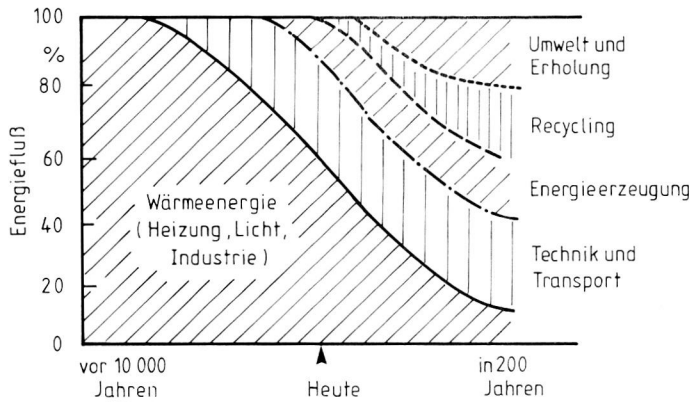


Abb. 22-7. Nutzungsverteilung der Energieflüsse für zivilisatorische Bedürfnisse. Die Darstellung wurde für ein Anwachsen der Erdbevölkerung auf 8 Milliarden bis zum Jahr 2200, bei gleichbleibendem mittlerem Lebensstandard, berechnet (nach Taube 1985).

22.2 Unser Sonnensystem

Bisher kennen wir als Bestandteile unseres Sonnensystems neben seinem Zentralstern neun größere Planeten mit ihren Monden, einige hundert Kometen, und viele Milliarden Tonnen fein verteilter kondensierter Materie in Form von Asteroiden, Meteoriten und kosmischem Staub (Abb. 22-8). In den Abbildungen 22-9 (Tafel XIV im vorderen Buchteil) sind einige Aufnahmen von Planeten, Monden, Kometen usw. zusammengestellt, die in den letzten Jahren zum Teil von Raumsonden aus gemacht wurden. Die Tabelle 22-1 enthält die wichtigsten Daten der Planeten.

Man nimmt an, daß das Sonnensystem vor etwa $4,6 \cdot 10^9$ Jahren durch Kondensation von kosmischem Gas und Staub entstanden ist. Der genaue Ablauf dieses Vorgangs ist bis heute nicht bekannt. Wahrscheinlich wurde die Kondensation durch die Druckwelle einer in der Nähe stattfindenden Supernova-Explosion (siehe Abb. 22-18) ausgelöst (Abb. 22-10). Wir vermuten heute, daß die meisten Sterne in ähnlicher Weise wie unsere Sonne von Planeten und Kometen umgeben sind.

Die Sonne ist ein ganz normaler Stern wie viele andere in unserer Galaxie, die wir nach der auffälligen Anhäufung von Sternen am Nachthimmel auch Milchstraße nennen. Natürlich wissen wir von der Sonne

Trabanten der Sonne

Sonne

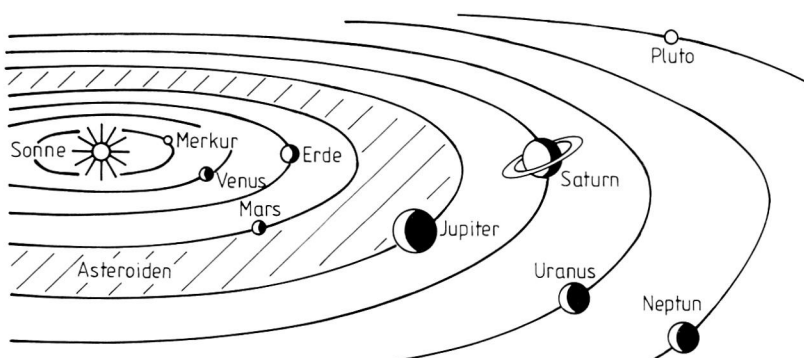


Abb. 22-8. Der Aufbau unseres Sonnensystems. Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu. Quantitative Angaben enthält die Tabelle 22-1 (nach Ballif und Dibble 1973).

Abb. 22-9: auf Tafel XIV im vorderen Buchteil.

Tabelle 22-1. Einige wichtige Daten der Planeten (nach Zeilik und Gaustad 1983).

	Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun	Pluto
Mittlerer Abstand von der Sonne (AU*)	0,39	0,72	1,0	1,5	5,2	9,5	19,2	30,1	39,4
Umlaufdauer (a)	0,24	0,62	1,0	1,9	11,9	29,5	84,0	165	248
Bahnneigung relativ zur Erdbahn (°)	7	3,4	0	1,9	1,3	2,5	0,8	1,8	17,2
Eigenrotationsdauer	59 d	243 d	23,93 h	24,62 h	9,84 h	10,65 h	12 h	16 h	6,38 d
Äquatordurchmesser (km)	4880	12 104	12 756	6787	142 800	120 660	51 800	49 500	3000
Masse (EM**)	0,055	0,82	1,0	0,11	318	95	14,6	17,2	0,0022
Dichte (kg/m ³)	5400	5200	5500	3900	1300	700	1200	1700	900
Hauptbestandteile der Atmosphäre	H, He	CO ₂	N, O	CO ₂	H, He	H, He	H, He, CH ₄	H, He, CH ₄	CH ₄
Gravitationsbeschleunigung an der Oberfläche (9,81 m/s ²)	0,37	0,88	1,0	0,38	2,6	1,2	1,2	1,2	0,4
Zahl der größeren Monde	0	0	1	2	16	17	5	2	1

* 1 AU (astronomical unit): Mittlerer Erdbahnradius um die Sonne, $1,496 \cdot 10^8$ km = 8,3 Lichtminuten.

** 1 EM (Erdbasse) = $5,98 \cdot 10^{24}$ kg.

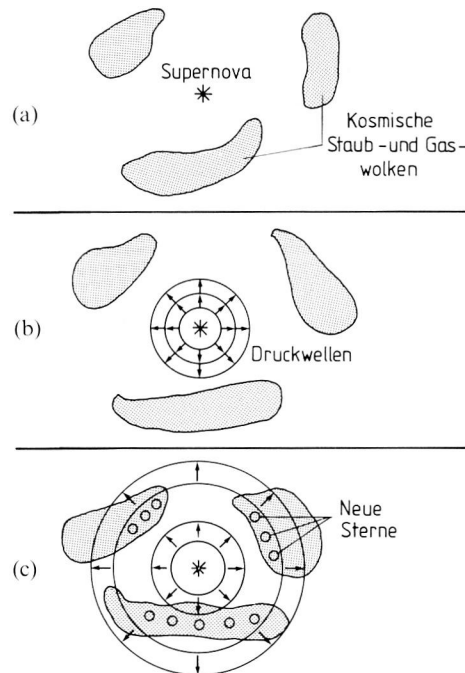


Abb. 22-10. Kondensation von interstellarem Gas und Staub durch eine Druckwelle. (a) Explosion einer Supernova; (b) Druckwellen im interstellaren Raum; (c) Sternentstehung entlang der Druckwellenfront durch Kompression der Gas- und Staubwolken und anschließende Gravitationskontraktion von komprimierten Bereichen.

viel mehr als von anderen Sternen, da wir ihr so nahe sind. Ihre mittlere Entfernung von der Erde beträgt $1,5 \cdot 10^8$ km, ihr Durchmesser $1,4 \cdot 10^6$ km, ihre Masse $M_{\odot} = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg, ihre mittlere Dichte 1400 kg/m^3 , ihre Oberflächentemperatur 5800 K und ihre gesamte Energieproduktion $3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$. In Abbildung 22-11 ist die spektrale Verteilung des von der Sonne emittierten und des auf dem Erdboden ankommenden

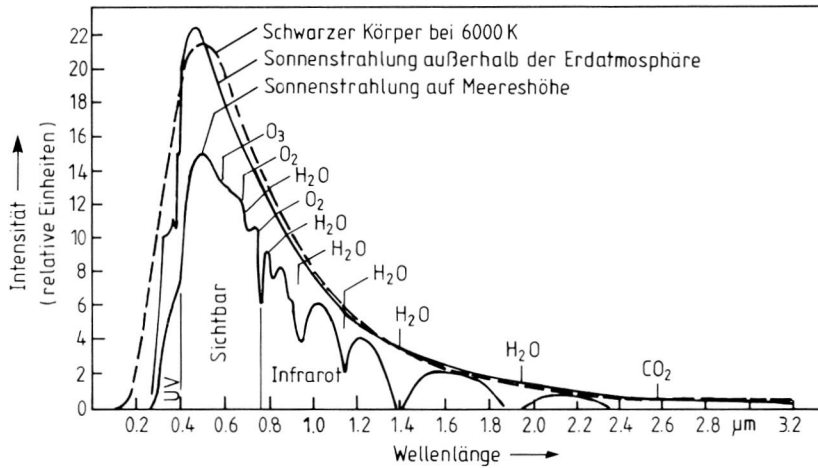


Abb. 22-11. Spektrale Zusammensetzung des Sonnenlichts. Der Unterschied zwischen den Energieverteilungen oberhalb der Atmosphäre und an der Erdoberfläche rührt von der Absorption des Lichts in der Atmosphäre her. Die wichtigsten dafür verantwortlichen Moleküle sind angegeben. Die absorbierte Energie wird zur Anregung von Rotationen, Schwingungen und zur Dissoziation von Molekülen verwendet (nach Zeilik und Gaustad 1983).

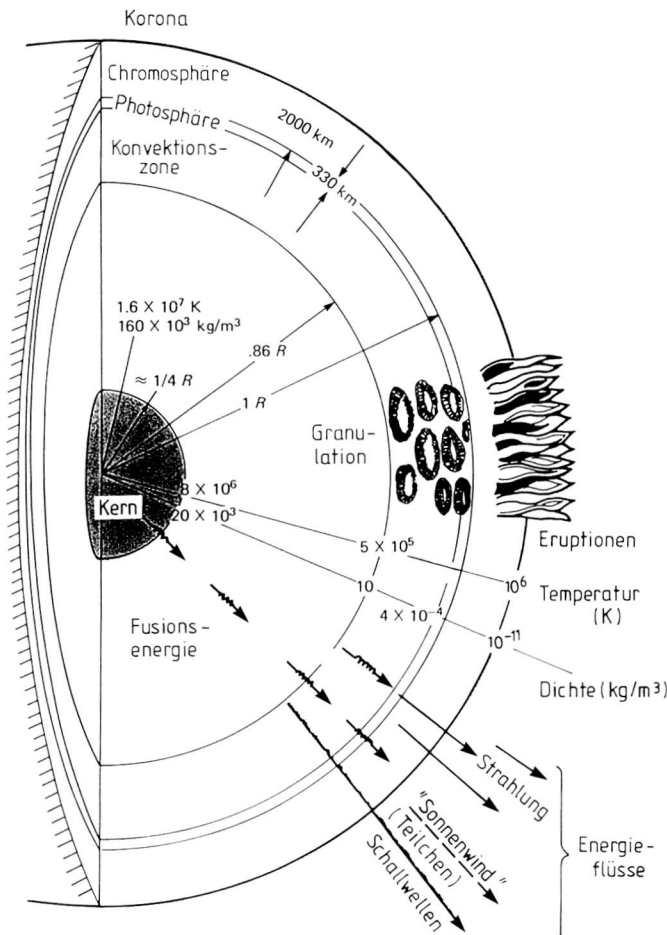


Abb. 22-12. Der Aufbau der Sonne und ihre Energieflüsse (nach Zeilik und Gaustad 1983).

Lichts dargestellt. Die Energieproduktion im Inneren der Sonne beruht vor allem auf der Kernverschmelzung von Wasserstoff zu Helium (siehe Abb. 6-7 b). Dabei werden auch Neutrinos frei; sie verlassen die Sonne innerhalb von 2 Sekunden. Man hat sie bisher auf der Erde aber noch nicht in der erwarteten Anzahl nachweisen können, und man weiß nicht, wo sie bleiben. An dieser Frage wird heute intensiv gearbeitet. Die bei den Prozessen im Inneren der Sonne entstehenden Photonen brauchen mehrere Millionen Jahre, um bis zur Sonnenoberfläche zu gelangen, weil sie an den Atomen im Sonneninneren vielfach gestreut werden. Abbildung 22-12 zeigt den Aufbau der Sonne und Abbildung 22-13 (Tafel XV im vorderen Buchteil) einige Erscheinungen auf ihrer Oberfläche. Dort besteht die Sonnenmaterie heute zu etwa 78 Gewichtsprozent aus Wasserstoff und zu 20 Gewichtsprozent aus Helium; der Rest sind schwerere Elemente. Wie wir im nächsten Abschnitt besprechen, wird die Sonne wahrscheinlich in etwa 5 Milliarden Jahren zu einem roten Riesenstern explodieren, der einen Radius von etwa 10^8 km hat ($2/3$ des Erdbahnradius). Sie wird sich dann anschließend zu einem weißen Zwergstern entwickeln, dessen Energieproduktion im Lauf der Zeit ganz aufhört. Das zukünftige Schicksal unserer Erde heißt also: „Erst Feuer, dann Eis“.

Abb. 22-13: auf Tafel XV im vorderen Buchteil.

22.3 Sterne

Sterne sind keine unveränderlichen Gebilde. Sie haben eine heute bereits gut verstandene Lebensgeschichte. Diese wollen wir hier kurz beschreiben, ohne auf quantitative Einzelheiten einzugehen und ohne die physikalischen Vorgänge im Detail zu untersuchen. Soweit wir heute wissen, entstehen Sterne durch Kondensation von interstellarem Gas und Staub (Abb. 22-10 und Abb. 22-14; Tafel XVI im vorderen Buchteil). Das Gas stammt, sofern es sich um Wasserstoff und Helium handelt, zum größten Teil aus dem Urknall (siehe Abschn. 22.5), zum Teil aus der bei der Explosion anderer Sterne verdampften Materie (vgl. Abb. 22-17 und 22-18); der Staub rührt ausschließlich aus dieser Quelle her.

Abb. 22-14: auf Tafel XVI im vorderen Buchteil.

Die Kondensation dieser Gase und Stäube erfolgt unter dem Einfluß der Schwerkraft, sobald in einem gewissen Volumen einmal eine so große Dichte erreicht ist, daß die Gravitation das Entweichen der Teilchen aufgrund ihrer kinetischen Energie verhindert (Abb. 22-15 a). Über die Ursachen solcher Dichteschwankungen herrscht heute noch Unklarheit. Ein Teil entsteht sicher durch Druckwellen bei der Explosion anderer Sterne (siehe Abb. 22-10). Dazu müssen aber erst einmal andere Sterne da sein. Die bei der Kondensation zu einem Stern freiwerdende Gravitationsenergie beschleunigt die Gas- und Staubteilchen zum Zentrum hin, und sie gewinnen kinetische Energie. Die Materie heizt sich dadurch auf; ihre Atome werden ionisiert und beginnen zu leuchten: Ein „Protostern“ ist entstanden (Abb. 22-15 b). Der thermische Druck hält dann der Gravitationsanziehung das Gleichgewicht, und der Stern kollabiert zunächst nicht weiter. Wenn die primäre Gas- und Staubmasse jedoch genügend groß ist,

Sternentstehung

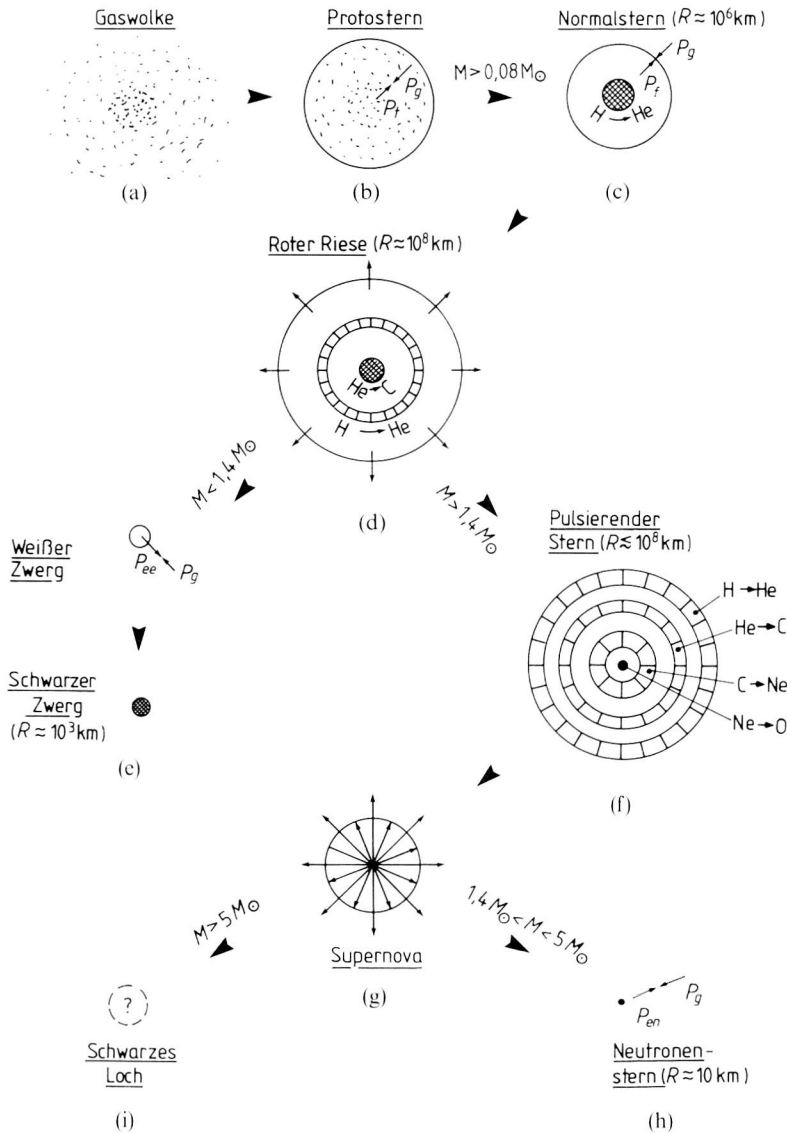


Abb. 22-15. Entwicklung der Sterne (Die Größenverhältnisse sind nicht maßstabsgetreu, siehe Text; M_\odot Sonnenmasse $2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$). Heute kann man die Entwicklungsgeschichte eines Sterns mit großen Computern ziemlich genau berechnen. Dazu muß man die ortsabhängigen Bilanzgleichungen für Energie und Impuls von Materie und Strahlung lösen. Man erhält dann den Zeitverlauf der radialen Verteilungen von Temperatur, Druck, Dichte und Zusammensetzung des Sterns.

(a) Verdichtete Gas- bzw. Staubwolke. (b) Kondensation zu einem „Protostern“, bei dem der thermische Druck P_t des Gases dem Gravitationsdruck P_g das Gleichgewicht hält. (c) Kondensation zu einem typischen sonnenähnlichen Stern mit Wasserstofffusion im Kern. Diese erzeugt einen zusätzlichen thermischen Fusionsdruck P_f . (d) Roter Riese. In der schraffierten Schale brennt noch Wasserstoff, im Kern schon Helium. (e) Weißer Zwerg und Schwarzer Zwerg. P_{ee} ist der Entartungsdruck der Elektronen. (f) Schalenförmige Kernfusion in Sternen mit mehr als 1,4 Sonnenmassen. Der Radius des Sterns pulsiert jedesmal, wenn im Zentrum eine neue Schale gezündet wird. (g) Supernova. (h) Neutronenstern. P_{en} ist der Entartungsdruck der Neutronen. (i) Schwarzes Loch.

mindestens etwa 0,08 Sonnenmassen ($1,6 \cdot 10^{29} \text{ kg}$), kann die Gravitation den entstandenen thermischen Druck überwinden. Dann heizt sich der Stern so weit auf, bis in seinem Inneren eine Temperatur von etwa 10^7 K erreicht wird. Jetzt beginnt die Kernfusion von Wasserstoff zu Helium (Abb. 22-15 c). Die dabei freiwerdende Energie der starken Wechselwirkung erhöht den Druck im Zentrum auf etwa 10^8 bar , so daß die Kontraktion abermals zur Ruhe kommt.

Das weitere Schicksal eines Sterns hängt nun entscheidend von seiner Masse ab: Ist sie kleiner als etwa 1,4 Sonnenmassen ($2,8 \cdot 10^{30} \text{ kg}$), so schreitet die Wasserstoff-Fusion (das „Wasserstoffbrennen“) von innen nach außen fort. (In diesem Stadium befindet sich unsere Sonne jetzt.) Das Zentralgebiet der Sterne, in dem der größte Teil des Wasserstoffs verbraucht ist, zieht sich immer mehr zusammen; seine Masse wird aber durch das aus dem Sternhüllenbereich zugeführte Helium größer. Gleichzeitig

Sternentwicklung, Rote Riesen

wächst durch den thermischen Druck der nach außen wandernden Zone des Wasserstoffbrennens der Radius der Sternhülle, bis er schließlich Abmessungen von der Größenordnung 10^8 km (etwa 100 Sonnenradien) erreicht hat: der Stern ist zu einem „roten Riesen“ geworden (Oberflächentemperatur < 5000 K). Hier hört die Sternentwicklung jedoch nicht auf. Wenn die Masse des aus Helium bestehenden Zentralgebietes einen kritischen Wert erreicht (etwa 0,5 Sonnenmassen), so steigt seine Temperatur bis auf über 10^8 K, und es kann „Heliumbrennen“, also die Fusion von Heliumkernen zu Kohlenstoffkernen, einsetzen. Die Zone des Heliumbrennens wandert nun ebenfalls wieder von innen nach außen, das gleiche gilt für die nächste Phase, das Kohlenstoffbrennen usw. Auf diese Weise entstehen nach und nach im Stern immer schwerere Elemente bis hin zum Eisen, dem Atomkern mit der größten Bindungsenergie. Jede dieser Kernfusionsphasen verläuft schalenförmig von innen nach außen (Abb. 22-15 f). Bei der Entstehung jeder neuen Schale pulsiert der Stern, in Extremfällen bis um zwei Größenordnungen im Radius. Während solcher Pulsationen können Instabilitäten der Dichteverteilung auftreten, durch die große Teile der äußeren Sternhülle verdampfen und einen sogenannten „planetarischen Nebel“ bilden (Abb. 22-16). Gleichzeitig bleibt nach dem Abwurf der Außenhülle das hochkondensierte Zentralgebiet als Sternrest übrig.

Häufig kommt es bereits nach dem Wasserstoff- oder dem Heliumbrennen zu Instabilitäten der genannten Art, was dazu führt, daß der Sternrest besonders stark komprimiert wird – die Dichte kann dann bis zu 10^9 kg/m³ betragen, und sein Durchmesser entspricht nur noch dem der Erde. Ein solches Gebilde wird „weißer Zwerg“ genannt (Abb. 22-17). Seine Oberflächentemperatur liegt in der Größenordnung 30 000 K und nimmt im Lauf der Zeit stetig ab. Bei dem herrschenden hohen Gravitationsdruck werden die Atome auf ein millionstel ihrer normalen Durchmesser zusammen gepreßt, was zu einer Entartung des Elektronengases führt. Diese Entartung ist der Grund dafür, weshalb ein weißer Zwerg relativ lange stabil bleibt: der Entartungsdruck P_{ee} der Elektronen hält der Gravitation das Gleichgewicht. Er beträgt für ein freies Elektronengas $P_{ee} = (h^2/20m_e)(3/\pi)^{2/3}(N_e/V)^{5/3}$ (m_e Masse, N_e/V Dichte der Elektronen).*) Der Entartungsdruck ist unabhängig von der Temperatur und rührt vom Pauli-Verbot für den gleichzeitigen Aufenthalt zweier Fermionen mit identischen Quantenzahlen im selben System her. In einem weißen Zwerg können keine weiteren energieliefernden Reaktionen mehr ablaufen. Er kühlt sich daher mit der Zeit immer weiter ab und wird schließlich zu einem unsichtbaren „schwarzen Zwerg“.

Wenn die Masse eines Sterns mehr als etwa 1,4 Sonnenmassen ($2,8 \cdot 10^{30}$ kg) beträgt, verläuft seine Entwicklung etwas anders. Wegen der größeren Gravitationskraft können im Inneren die für das Einsetzen des Heliumbrennens nötigen Temperaturen bereits erreicht werden, wenn das Zentralgebiet des Sterns noch gasförmig ist. Anschließend durchläuft der Stern im Grunde die gleichen Zustände wie sie schon für die leichteren Sterne beschrieben wurden (Abb. 22-15 f). Einen wesentlichen Unterschied gibt es erst wieder in der Endphase. Wegen der großen Gesamtmasse des Sterns kann sich im Zentralgebiet sehr viel Masse ansammeln und deren Gravitationsdruck so hoch werden, daß die entarteten Elektronen schließlich in die Protonen hineingedrückt werden; das heißt es findet so etwas

Weiße und schwarze Zwerge

Neutronensterne

*) Man erhält P_{ee} näherungsweise durch Einsetzen der Fermi-Energie ε_F (siehe Abb. 16-11) in die ideale Gasgleichung.

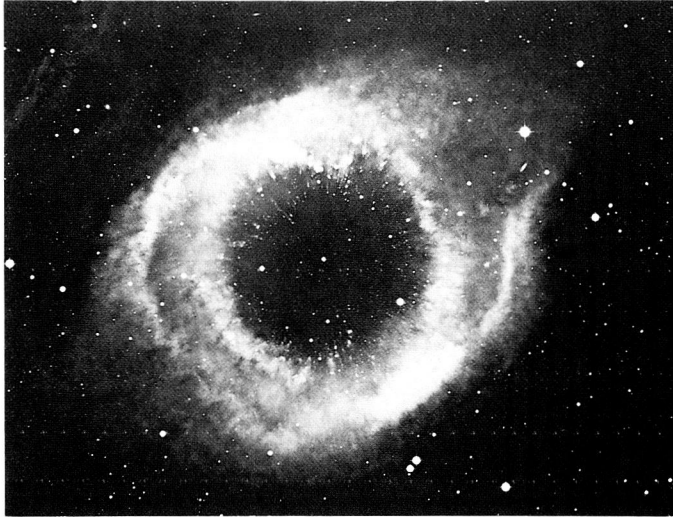


Abb. 22-16. Der Helix-Nebel ist mit rund 500 Lichtjahren Distanz der nächste planetarische Nebel. Die kleinsten Klümpchen in der Schale dürften einen Durchmesser von etwa 150 AE besitzen (150fache Entfernung Erde–Sonne); ihrerwegen wird die Gaswolke mitunter auch „Sonnenblumen-nebel“ genannt (aus Malin und Murdin 1986).

wie ein inverser Betazerfall statt: die Elektronen rekombinieren mit den Protonen zu Neutronen, es entsteht ein „Neutronenstern“ (Abb. 22-15h). Die Dichte eines solchen Sterns beträgt bis zu 10^{17} kg/m^3 , sein Radius liegt in der Größenordnung von nur 10 km.

Die Endphasen von leichten und massereichen Sternen unterscheiden sich noch in anderer Hinsicht: während der Übergang vom roten Riesen zum weißen Zwerg relativ langsam erfolgt, entsteht ein Neutronenstern explosionsartig, sobald das Zentralgebiet eine kritische Dichte überschritten hat: die „Neutronisierung“ des Zentralgebiets ist mit einer drastischen Volumenverkleinerung verbunden. Von außen stürzt Materie in das entstandene „Loch“ nach, wobei große Energiemengen freigesetzt werden. Diese Energie reicht aus, um große äußere Sternschichten explosionsartig abzustößen. Dieses Phänomen wird als Supernova-Ausbruch bezeichnet (Abb. 22-15g). Man vermutet, daß die Entstehung eines Neutronensterns in einem Supernova-Ereignis die Endphase für Sterne mit Massen zwischen 1,4 und 5 Sonnenmassen darstellt. Sterne mit noch größeren Massen enden wahrscheinlich als sogenannte schwarze Löcher (Abb. 22-15i), die wir weiter unten besprechen werden.

Bei einer Supernovaexplosion werden typischerweise zwischen 0,5 und 5 Sonnenmassen mit einer Geschwindigkeit von mehreren 1000 km/s emittiert, und es wird Energie der Größenordnung 10^{44} J abgestrahlt. Der

Supernovae

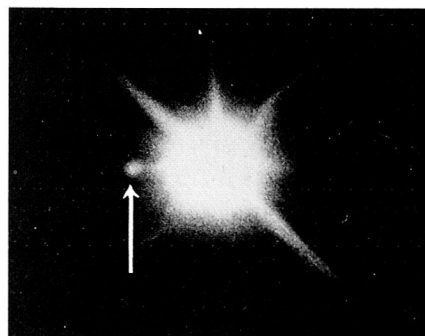


Abb. 22-17. Ein weißer Zwerg, Sirius B (Pfeil), der Begleiter des normalen Sterns Sirius A, ist ein weißer Zwerg. Die Abbildung gibt nicht die Größen- sondern nur die Helligkeitsverhältnisse wieder. Aufgrund der Gravitationskraft ist das vom Sirius B ausgehende Licht relativ um $\Delta\lambda/\lambda = 3 \cdot 10^{-4}$ ins Langwellige verschoben (siehe Abb. 16-10 d) (aus Zeilik und Gausstad 1983, mit freundlicher Genehmigung des Lick Observatory, Santa Cruz, USA).

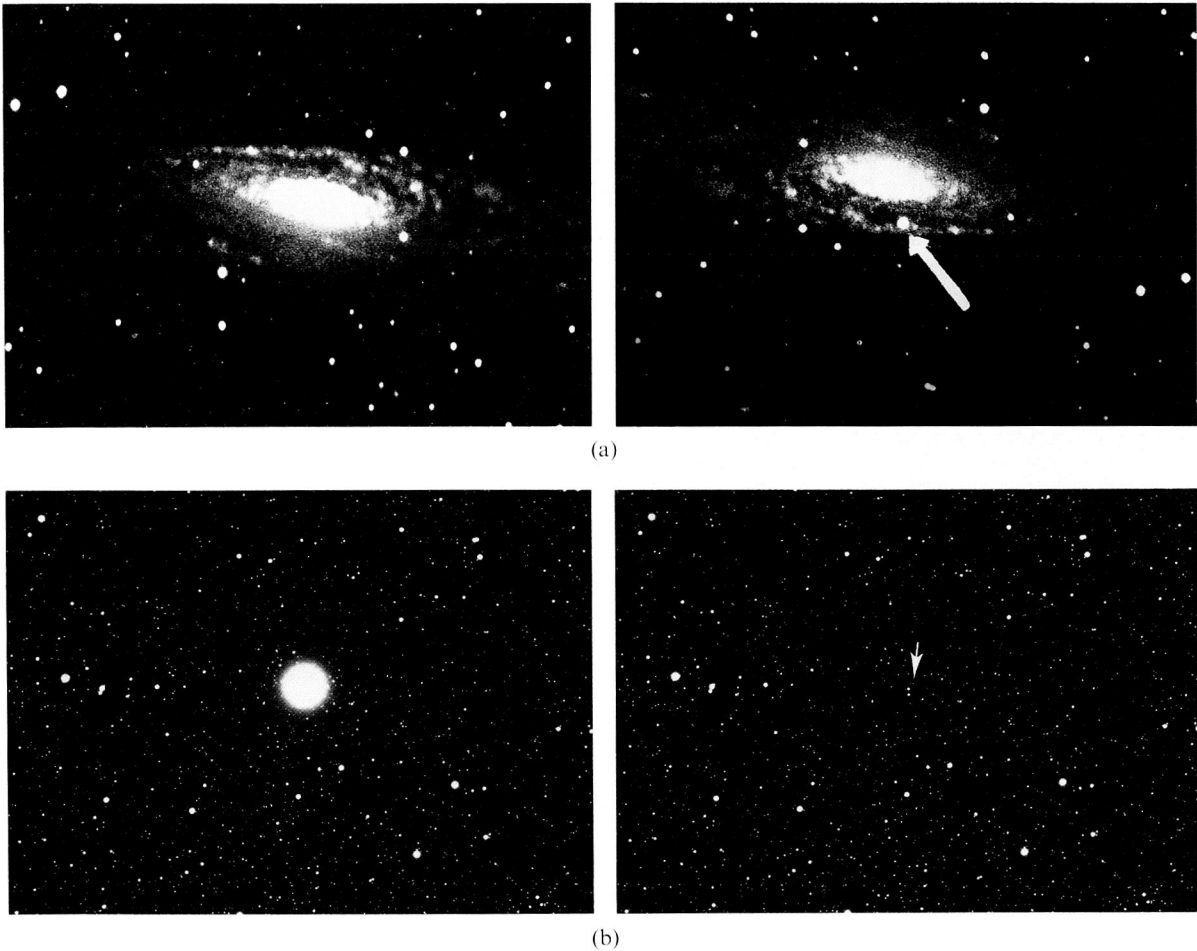


Abb. 22-18. Supernova und Nova (aus Zeilik und Gaustad 1983, mit freundlicher Genehmigung des Lick Observatory, Santa Cruz, USA). (a) Eine Supernova in der Galaxie NGC 7331 im Jahre 1959; links vor dem Ausbruch, rechts zur Zeit der maximalen Emission. (b) Die Nova Cygni 1975; links während ihrer maximalen Helligkeit, rechts vier Monate später.

Stern leuchtet dann etwa 10^{11} mal so hell wie die Sonne oder so stark wie eine ganze Galaxie (Abb. 22-18 a). Bei einer solchen Explosion gelangt ein großer Teil der Sternmaterie in den interstellaren Raum, darunter auch die durch Fusionsreaktionen entstandenen Elemente vom Helium bis zum Eisen. Dieser Explosionsvorgang ist somit die kosmische Quelle schwerer Elemente, die sich dann später in neuen Sternen und in Planeten wiederfinden. Die Materie, aus der unsere Erde gemacht ist, stammt also wahrscheinlich aus einer Supernova-Explosion. Solche Ereignisse sind jedoch in unserer Milchstraße relativ selten. In den letzten 2000 Jahren wurden hier nur 6 Supernovae beobachtet, die letzte davon im Jahre 1604. Die Strahlung einer solchen Explosion kann so stark sein, daß sie ernste Folgen für das organische Leben auf unserer Erde hätte, wenn der Ausbruch in nur wenigen Lichtjahren Entfernung stattfände. Eine Supernova in unserer Galaxie würde man vermutlich am hellen Tage mit bloßem Auge sehen können.

Der Aufbau eines Neutronensterns ist in Abbildung 22-19a skizziert. Die Neutronen sind größtenteils supraflüssig und zum Teil antiferroma-

Eigenschaften von Neutronensternen

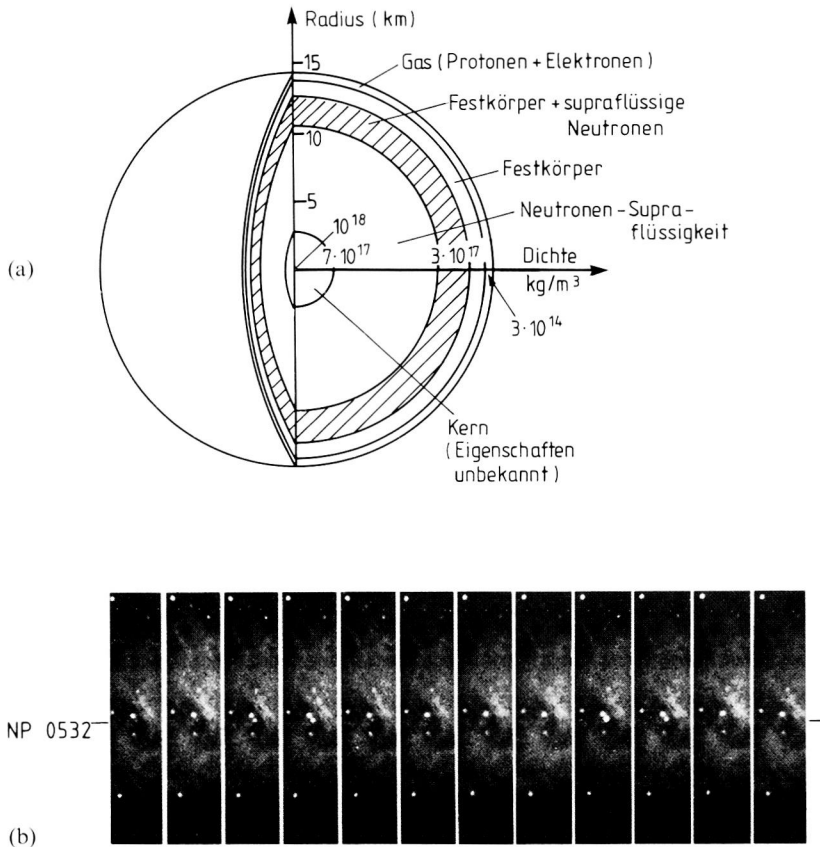


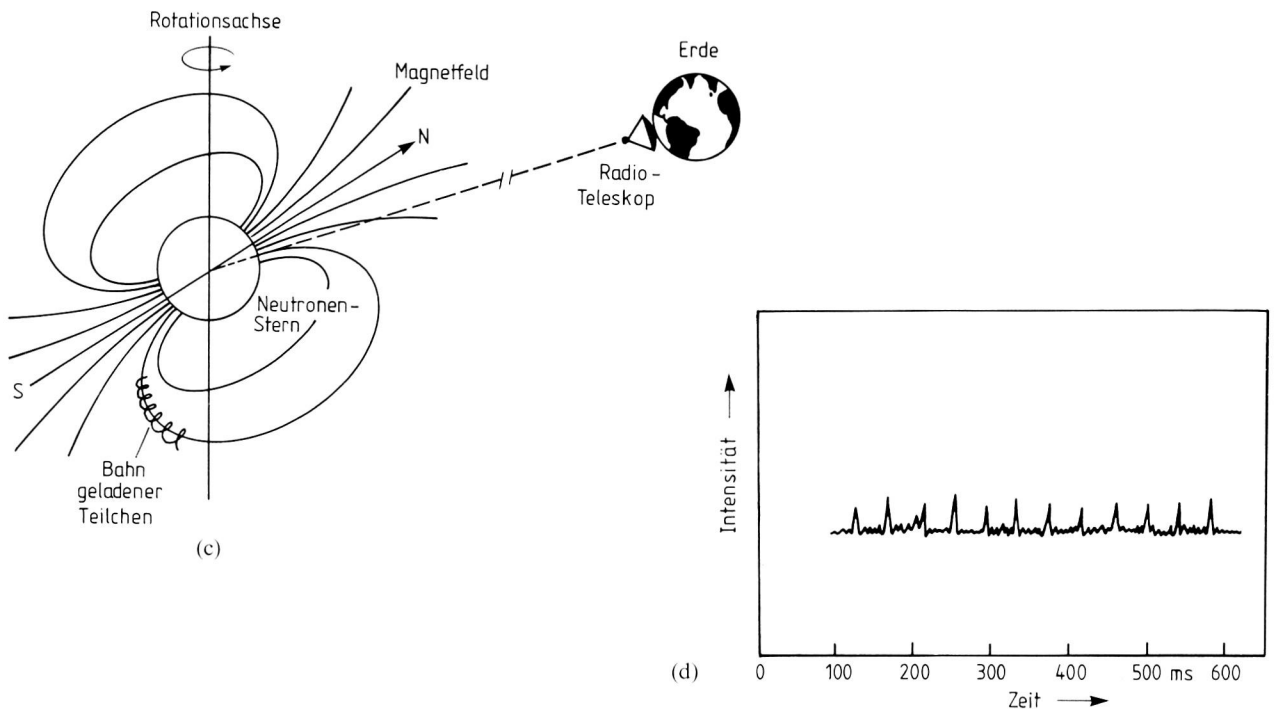
Abb. 22-19. Neutronenstern und Pulsarverhalten.

(a) Schalenmodell eines Neutronensterns (nach Zeilik und Gaustad 1983).

(b) Die sichtbare Emission des Pulsars PSR 0531 + 21 im Krebsnebel mit einer Periode von 33 ms. Die zwölf aufeinander folgenden Kurzaufnahmen haben eine Zeitdifferenz von etwa 6 ms. Der Pulsar befindet sich auf der Höhe der Markierung am Bildrand (aus Orear 1982).

(c) Leuchtturm-Modell eines Pulsars. Die magnetische Achse steht unter einem Winkel zur Rotationsachse. Elektronen oder andere geladene Teilchen aus der näheren Umgebung des Sterns werden im Magnetfeld beschleunigt, bewegen sich dabei auf Spiralen um die Feldlinien und emittieren elektromagnetische Strahlung bevorzugt längs derselben. Immer wenn der Nord- oder Südpol in Richtung der Erde zeigt, wird dorthin besonders viel Strahlung emittiert (nach Zeilik und Gaustad 1983).

(d) Intensitätsverlauf der Radiostrahlung eines typischen Pulsars (nach Kaufmann 1979).



gnetisch geordnet, ähnlich wie im Helium-3-A (siehe Abb. 20-19). Die Schwerebeschleunigung an der Oberfläche eines Neutronensterns ist so stark, etwa 10^{12} m/s^2 , daß die Fluchtgeschwindigkeit rund $0,8 c$ beträgt. Licht kann den Stern also gerade noch verlassen; allerdings wird grünes Licht durch die Gravitationsrotverschiebung in rotes verwandelt. „Berge“ können auf einem solchen Stern nur wenige Zentimeter hoch werden; und es gibt noch eine ganze Reihe anderer merkwürdiger Effekte, die wir hier übergehen müssen.

Eine besonders interessante Eigenschaft der Neutronensterne ist das Pulsarphänomen. Wenn ein solcher Stern rotiert und außerdem ein Magnetfeld besitzt, dessen Achse nicht mit der Rotationsachse übereinstimmt, empfängt ein entfernter Beobachter periodische Signale elektromagnetischer Strahlung, vor allem im Mikrowellengebiet. Abbildung 22-19b zeigt einen Pulsar, der alle 33 ms in unsere Richtung strahlt und dazwischen dunkel erscheint. Das sogenannte Leuchtturmmodell dieser Erscheinung ist in Abbildung 22-19c erläutert, und Abbildung 22-19d zeigt den Intensitätsverlauf der Radiostrahlung eines typischen Pulsars. Bisher hat man etwa 500 Pulsare gefunden, deren Frequenzen zwischen 30 ms und 4 s liegen. Die für den Effekt notwendigen Magnetfelder betragen etwa 10^8 T . Sie können durch die Kompression des Magnetfeldes des normalen Ausgangssterne des Pulsars (Größenordnung 10^{-4} T) bei der Gravitationskontraktion zum Neutronenstern zustandekommen oder durch dabei entstehende elektrodynamische Strömungen im Inneren des Neutronensterns.

Das physikalisch interessanteste, aber auch noch am wenigsten verstandene Endstadium der Sternentwicklung ist ein sogenanntes schwarzes Loch. Es kann entstehen, wenn eine Masse von mehr als 5 Sonnenmassen unter dem Einfluß der Gravitation kollabiert. Dann hält nämlich keine der bis heute bekannten Kräfte der Gravitationsanziehung stand, auch nicht der Entartungsdruck in dichter Kernmaterie. Diese wird unter dem Einfluß der Gravitation immer weiter zusammengepreßt, bis ihr Volumen kleiner als das Planck-Volumen $V_p = (h G/c^3)^{3/2} \approx 10^{-103} \text{ m}^3$ wird und ihre Dichte größer als die Planck-Dichte $\rho_p = c^5/h G^2 \approx 10^{96} \text{ kg/m}^3$. Man spricht dann von einer Singularität in der Raumzeit (Abb. 22-20). Natürlich wissen wir nicht, ob es noch unbekannte Kräfte gibt, die einen solchen Kollaps irgendwann stoppen könnten. Daher müssen wir das zunächst nur theoretisch gewonnene Bild eines schwarzen Loches mit Vorsicht betrachten.

Pulsare

Schwarze Löcher

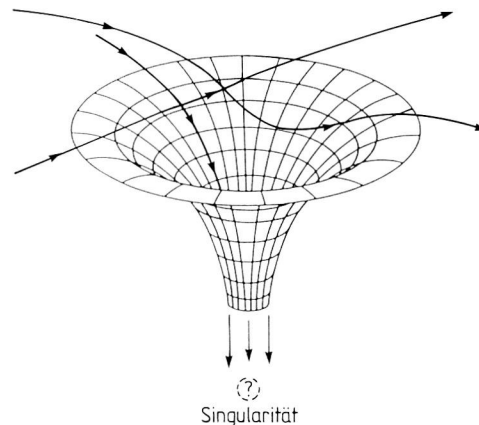


Abb. 22-20. Schematische Darstellung eines schwarzen Loches. Der hier skizzierte zweidimensionale Raum ist in der Nähe der Singularität trichterförmig gekrümmt; weit weg davon ist er praktisch eben. Das entsprechende Bild für einen dreidimensionalen Raum kann man nicht zeichnen. Lichtstrahlen (Pfeile) verlaufen in der Nähe des schwarzen Loches gekrümmt.

Wie ist die Bezeichnung „schwarzes Loch“ zu erklären? Sie charakterisiert die Tatsache, daß in eine solche Singularität zwar alles hineinfallen, aber nichts herauskommen kann, weder Materie noch Energie, gleich in welcher Form auch kein Licht. Wenn nämlich der Radius eines Sterns einen bestimmten kritischen Wert unterschreitet, wird die Fluchtgeschwindigkeit, die ein radial vom Zentrum weg beschleunigter Körper haben muß, um den Stern zu verlassen, größer als die Lichtgeschwindigkeit. Und dann sind Materie und Energie in dem Stern gefangen, er wird unsichtbar. Der kritische Wert R_S , bei dem dies eintritt, heißt Schwarzschild-Radius (Abb. 22-21). Wie schon gesagt, wird er aber nur bei Sternen mit mehr als 5 Sonnenmassen (10^{31} kg) im Laufe eines Gravitationskollapses unterschritten.

Obwohl man schwarze Löcher nicht sehen kann, gibt es doch indirekte Hinweise auf ihre Existenz, nämlich einmal die in ihrer Umgebung entstehende Röntgenstrahlung und zum anderen den Gravitationslinsen-Effekt (Abb. 22-22: Tafel XVII im vorderen Buchteil). In beiden Fällen schließt man auf die Existenz eines schwarzen Loches, indem man Masse und Radius des betreffenden Objekts ausgehend von den genannten Beobachtungen berechnet. Sie müssen unterhalb der Grenze $R_S(M)$ in Abbildung 22-21 b liegen. Bisher scheint dies bei etwa zehn bekannten Objekten der Fall zu sein. Schwarze Löcher sind sicher die merkwürdigsten Phänomene, die wir uns vorstellen können. Mehr darüber finden Sie in den im Literaturverzeichnis genannten Büchern von W. J. Kaufmann und von H. L. Shipman.

Abb. 22-22: auf Tafel XVII im vorderen Buchteil.

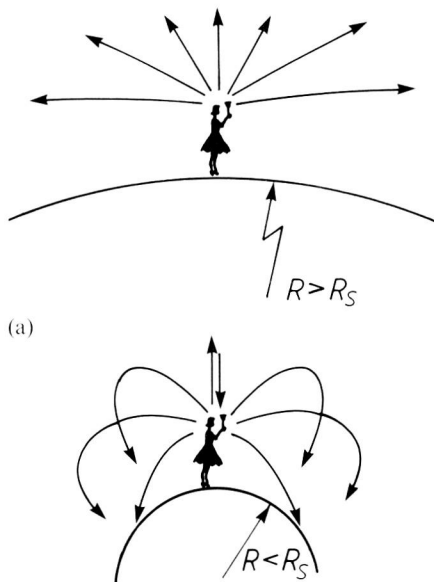
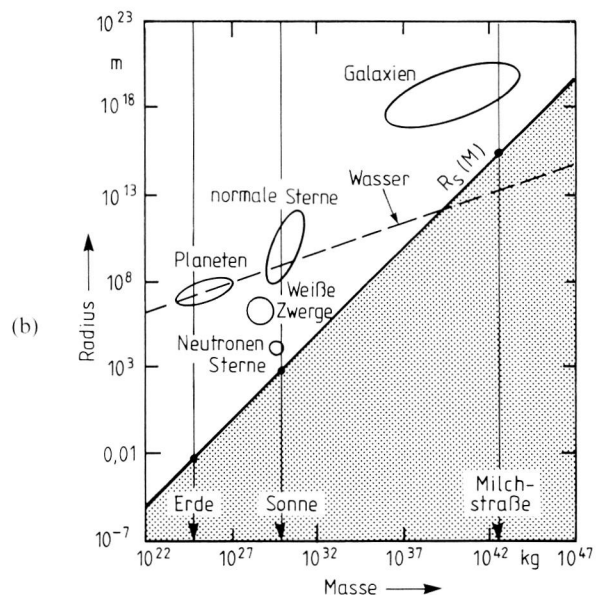


Abb. 22-21. Der Schwarzschild-Radius.

(a) Lichteinfang bei der Kontraktion eines Sterns. Bei geringer Dichte bzw. bei einem großen Radius des Sterns verlaufen die Lichtstrahlen annähernd gradlinig (oben). Bei großer Dichte bzw. kleinem Radius werden sie aufgrund der relativistischen Masse der Photonen „zurückgekrümmt“ (unten). Beim Unterschreiten des Schwarzschild-Radius R_S fällt auch senkrecht zur Oberfläche emittiertes Licht zurück (nach Zeilik und Gaustad 1983).

(b) Den Schwarzschild-Radius R_S erhält man durch Gleichsetzen der aus der Mechanik bekannten Fluchtgeschwindigkeit $v_e = \sqrt{2GM/R}$ mit der Lichtgeschwindigkeit c (G Gravitationskonstante, M Sternmasse). Es ergibt sich $R_S = 2GM/c^2 \approx M \cdot 1,5 \cdot 10^{-30} \text{ m}$ (M in kg). Das Diagramm zeigt die Radius-Masse-Beziehung einiger kosmischer Objekte. Unterhalb der Geraden $R_S(M)$ liegt der Bereich der schwarzen Löcher (nach Harrison 1981).



Außer den Supernovae beobachtet man oft noch eine Art weit weniger dramatischer Sternexplosionen, die sogenannten Novae. Die Bezeichnung „Nova“ rührt daher, daß man früher dachte, bei einem Nova-Ausbruch entstünde ein „neuer Stern“. Heute weiß man, daß Novae ähnlich wie die Supernovae eher Endstadien von Sternentwicklungen darstellen. Novae fallen bei unserer Betrachtung etwas aus der Reihe, weil die Mechanismen, die zu einem Nova-Ausbruch führen, andere sind als bei den übrigen Endstadien der Sterne. Ein Nova-Ausbruch beruht meistens auf dem Einfang von Wasserstoff und anderen Gasen durch den einen Partner eines Doppelsternsystems. Der einfangende Partner ist oft ein weißer Zwerg, der das Gas liefernde Partner ein roter Riese. Wasserstoff wird bei seinem Auftreffen auf die Oberfläche des weißen Zwergs so stark erhitzt, daß eine Fusionsreaktion zu Helium in Gang kommt. Deren Energieproduktion führt dann zum Nova-Phänomen, wobei eine Hülle von etwa 10^{-6} Sonnenmassen abgestoßen wird (siehe Abb. 22-18 b). Eine Nova emittiert während der ersten 100 Tage ihrer Eruption „nur“ etwa 10^{38} J, also eine Million mal weniger als eine Supernova, aber immer noch 100 000mal mehr als die Sonne.

Novae

22.4 Galaxien und Quasare

Die Sterne sind im Weltall nicht annähernd gleichmäßig verteilt. Vielmehr sind etwa je 10^{11} von ihnen in Galaxien konzentriert, die einen mittleren Radius von rund 10^5 Lichtjahren (20^{21} m) haben und einen zehn- bis hundertmal so großen Abstand voneinander. Zwischen den Galaxien ist der Raum praktisch leer ($N/V \lesssim 1$ H-Atom/m³). Mit bloßem Auge können wir nur wenige Galaxien als schwache diffuse Lichtpunkte erkennen. Mit großen Fernrohren sieht man jedoch heute etwa 10^8 Galaxien und kann in den näherliegenden sogar einzelne Sterne beobachten (Abb. 22-23). Viele Galaxien haben eine typische Spiralstruktur, andere sind kugelförmig oder elliptisch, aber praktisch strukturlos, wieder andere sind unregelmäßig geformt.

Unsere eigene Galaxie ähnelt einer flachen Scheibe mit Spiralstruktur, deren Sterne in der Scheibenebene wir als „Milchstraße“ beobachten (Abb. 22-24). Ihr kugelförmiger Halo besteht zum größten Teil aus relativ alten Sternen, von denen je etwa 10^4 bis 10^6 in sogenannten Kugel-Sternhaufen konzentriert sind. Die Sterne umkreisen das Zentrum der Milchstraße mit von außen nach innen zunehmender Geschwindigkeit. Die Sonne bewegt sich zum Beispiel mit einer Geschwindigkeit von 300 km/s auf ihrer Bahn mit einem Radius von 30 000 Lichtjahren ($3 \cdot 10^{20}$ m) um das Zentrum. Dort vermutet man ein supermassives schwarzes Loch von etwa 10^7 Sonnenmassen ($2 \cdot 10^{37}$ kg), das die Sterne auf ihren Kreis- bzw. elliptischen Bahnen hält.

Unsere Galaxie

Auch die Galaxien sind im Weltall nicht völlig regellos verteilt. Vielmehr sind sie in Haufen (Clustern) von 10 bis 1000 Stück konzentriert und diese wieder in Superclustern, bestehend aus etwa 10 bis 100 Clustern (Abb. 22-25).



Abb. 22-23. Galaxien (aus Malin und Murdin 1986).

(a) Galaxien im All. Die Aufnahme zeigt eine Ansammlung von Galaxien, einen lockeren Galaxienhaufen, in dem die räumliche Dichte dieser Objekte größer als normal ist. In einem Himmelsfeld dieser Ausdehnung würde man bei „normaler“ Verteilung weniger als eine leicht erkennbare Galaxie vorfinden. Typischerweise ist die hellste Galaxie (IC 4329) eine elliptische. Die scharf abgebildeten Lichtpunkte und Vordergrundsterne unserer Milchstraße.

(b) Die Spiralgalaxie. NGC 2997. Wir blicken unter einem Winkel von 45° auf die Scheibe, so daß wir die innere Struktur dieser Galaxie noch recht gut erkennen.

(c) Der „Somberronebel“ ähnelt unserer Galaxie, wie sie einem entfernten Beobachter erscheinen würde. Man erkennt hier gut die linsenförmige Gestalt.

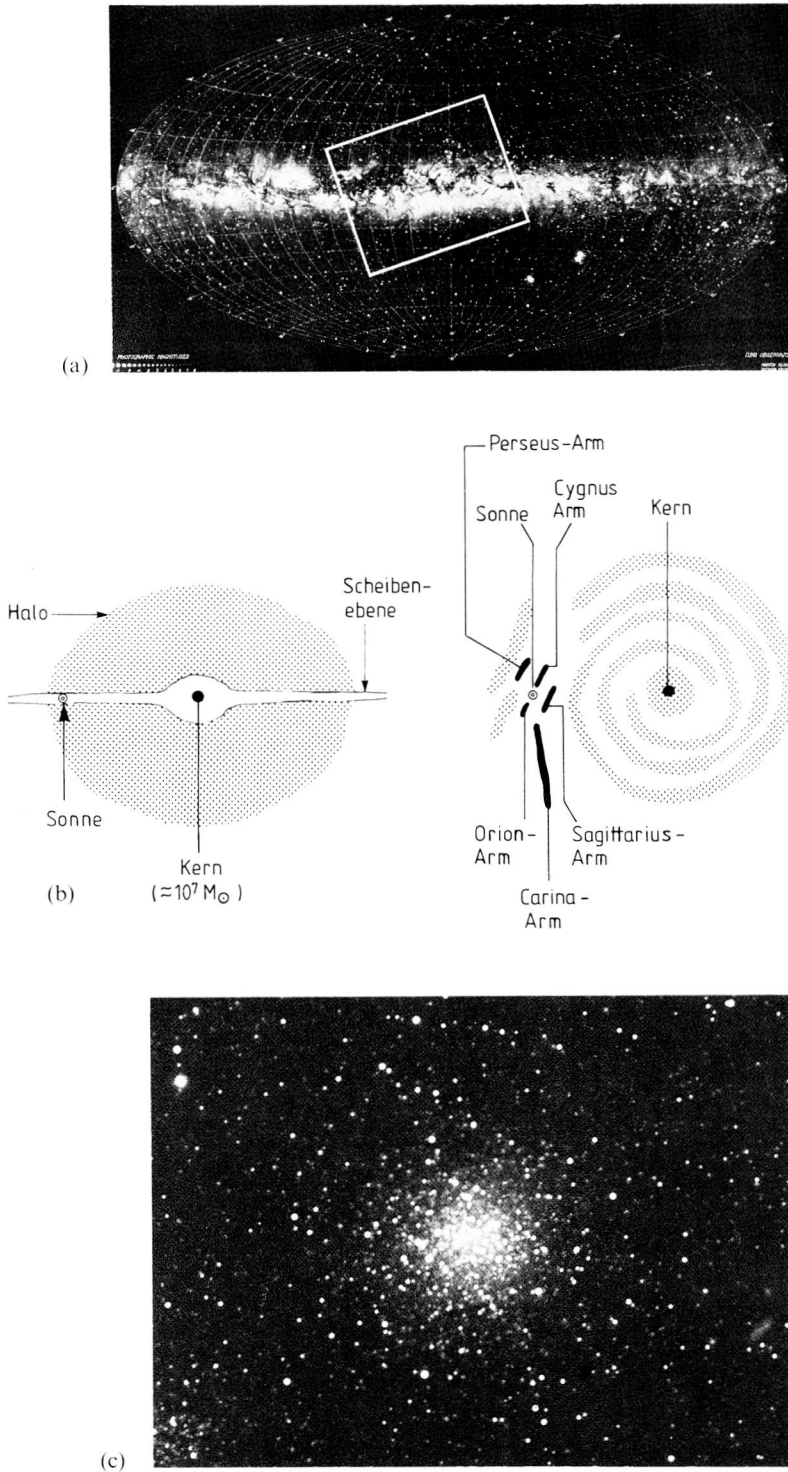
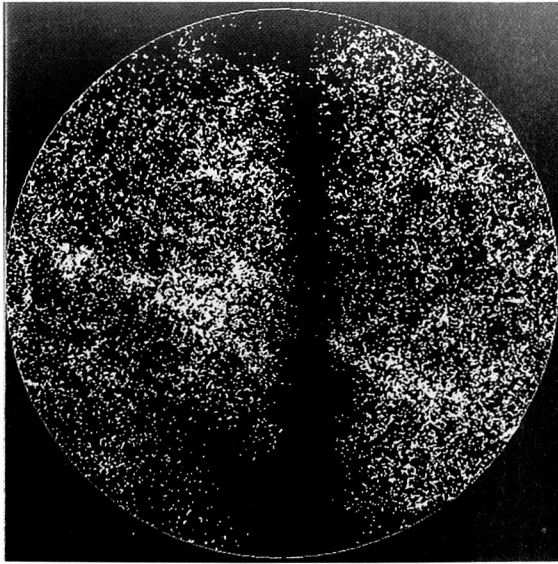


Abb. 22-24. Unsere Galaxie (Milchstraße).

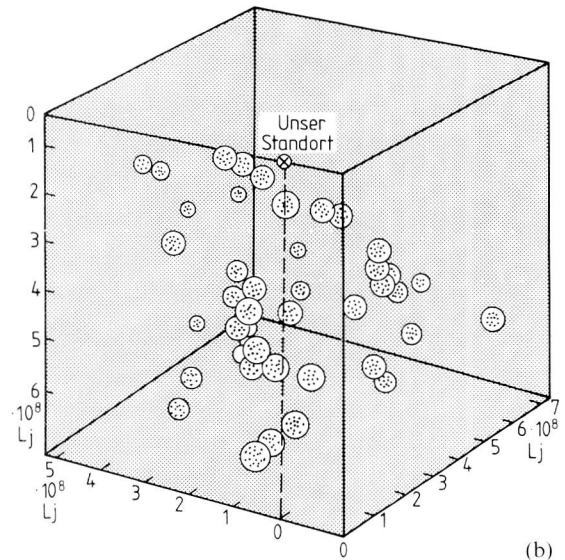
(a) Ein Panorama der Milchstraße, gezeichnet anhand von vielen Einzelaufnahmen. Ein dünnes Staubband längs des galaktischen Äquators führt zu unregelmäßigen Unterbrechungen des breiten Milchstraßenbandes. In Richtung des galaktischen Zentrums (Bildmitte) erscheint die Milchstraße deutlich breiter und heller. Die Dunkelwolken erreichen dort einen Durchmesser von bis zu 20° , was einer Fläche von vier Rechtecken des Koordinatengitters entspricht (aus Malin und Murdin 1986).

(b) Seitenansicht und Aufsicht unserer Galaxie, schematisch (nach Shipman 1980).

(c) Dieser Kugel-Sternhaufen aus der Großen Magellanschen Wolke ähnelt denjenigen im Halo unserer eigenen Galaxie (aus Malin und Murdin 1986).



(a)



(b)

Abb. 22-25. Galaxien-Haufen.

(a) Verteilung der 10^6 hellsten Galaxien bis zu einer Entfernung von $1,5 \cdot 10^9$ Lichtjahren ($1,5 \cdot 10^{25}$ m), projiziert auf eine Hälfte der Himmelskugel. Die größeren unregelmäßigen Strukturen bezeichnet man als Superhaufen. Der dunkle vertikale Streifen in der Mitte des Bildes ist der durch unsere Milchstraße verdeckte Himmelsteil (aus Dressler 1987 mit freundlicher Genehmigung von O. Lahav).

(b) Räumliche Verteilung der Galaxienhaufen mit Entfernungen bis zu $7 \cdot 10^8$ Lichtjahren ($7 \cdot 10^{24}$ m) (nach Burns 1986).

Nach unser heutigen Kenntnis hat sich das Weltall seit seiner Entstehung ständig ausgedehnt. Je weiter die Galaxien von uns entfernt sind, mit desto größerer Geschwindigkeit bewegen sie sich von uns weg. Ihre Entfernung kann man bis zu 10^{10} Lichtjahren (10^{26} m) aus der Rotverschiebung des emittierten Lichts bestimmen (Abb. 22-26). Denn wie wir aus der Wellenlehre wissen, ist das uns erreichende Licht um so langwelliger, je größer die Geschwindigkeit ist, mit der sich die Lichtquelle von uns wegbewegt (Doppler-Effekt). Die so bestimmten Entfernungen stimmen mit den Ergebnissen anderer Entfernungsmessungen überein, die man für weniger als 10^8 Lichtjahre (10^{24} m) entfernte Galaxien durchführen kann.

Die Deutung der Rotverschiebung durch den Doppler-Effekt darf hier nicht so verstanden werden, daß die Lage unserer Galaxie im Weltall gegenüber allen anderen Orten ausgezeichnet ist und daß es eine absolute Fluchtbewegung von uns weg gibt. Der eigentliche Grund für die Rotverschiebung ist die Expansion des Raumes, die durch die allgemeine Relativitätstheorie beschrieben wird. Nur sie, nicht aber die Gleichungen für den Doppler-Effekt aus der Optik, liefert die richtigen Zahlenwerte auch noch für Fluchtgeschwindigkeiten in der Größenordnung von c (bzw. für Entfernungen von mehr als 10^9 Lichtjahren).

Ebenso wie Sterne haben auch Galaxien eine Lebensgeschichte, über die wir bis heute aber nur Vermutungen anstellen können. Eine Galaxie entsteht wahrscheinlich durch Gravitations-Kontraktion aufgrund von Dichteschwankungen in den vom Urknall her vorhandenen primären Gasen Wasserstoff und Helium. Wir wissen bis heute nicht, ob diese Dichteschwankungen schon bei der Entstehung des Weltalls vorhanden waren, oder ob sie erst später entstanden sind. Jedoch kann man die Mindestgröße solcher Schwankungen aus der Zustandsgleichung für ideale Gase

Rotverschiebung

Entwicklung der Galaxien

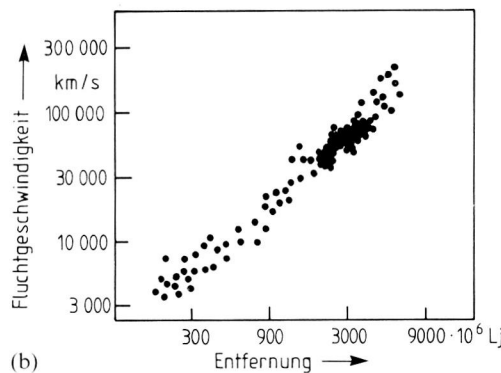
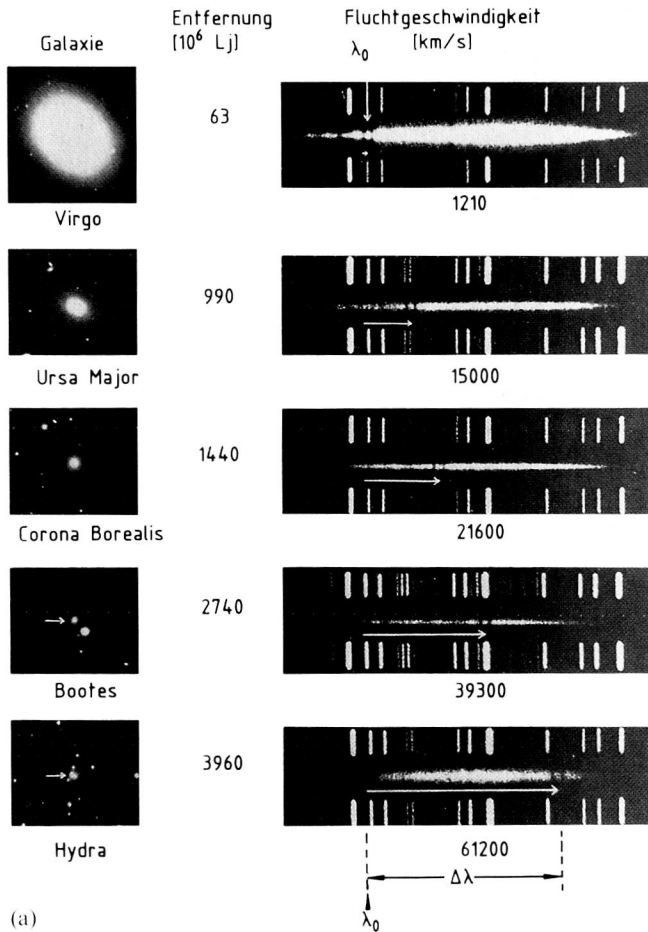
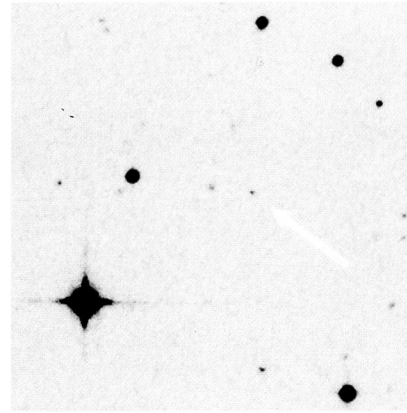
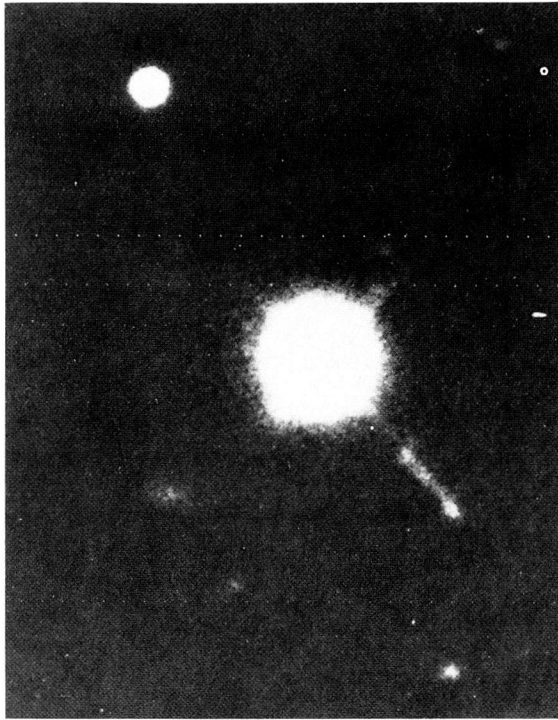


Abb. 22-26. Rotverschiebung und Fluchtgeschwindigkeit von Galaxien.

(a) In der linken Spalte sind verschieden weit entfernte Galaxien abgebildet. Rechts sieht man ihre optischen Spektren, die diffusen Bänder jeweils in der Mitte der Aufnahmen. Darüber und darunter befinden sich Eichspektren. Die horizontalen Pfeile markieren die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda$ der beiden dunklen Absorptionslinien von Kalzium relativ zur Wellenlänge λ_0 dieser Linien auf der Erde (ruhende Quelle). Unter den Spektren sind die betreffenden Fluchtgeschwindigkeiten v_f angegeben, berechnet nach der vereinfachten Doppler-Formel $v_f = c \cdot \Delta\lambda / \lambda_0$ (aus Zeilik und Gaustad 1983, mit freundlicher Genehmigung des Palomar Observatory, Pasadena, USA).

(b) Hubble-Diagramm: Fluchtgeschwindigkeit v_f der Galaxien als Funktion ihrer Entfernung D , doppellogarithmisch. Die Anfangssteigung der Kurve $v_f(D)$ wird als Hubble-Konstante $H = dv_f/dD$ bezeichnet. Sie spielt in der Kosmologie eine wichtige Rolle (siehe nächster Abschnitt). Der heutige Zahlenwert liegt zwischen $1,5$ und $3 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$. Ihr reziproker Wert ergibt eine grobe Abschätzung für das Alter des Universums, rund $1,5 \cdot 10^{10} \text{ a}$ (nach Zeilik und Gaustad 1983).

und dem Gravitationsgesetz abschätzen. Nimmt man an, daß die Fluchtgeschwindigkeit der Gasmoleküle gerade so groß ist wie ihre thermische Geschwindigkeit, so erhält man für den minimalen Radius einer solchen Gravitations-Instabilität die sogenannte Jeans-Länge $R_J = \sqrt{9 k T / 8 G m \varrho \pi}$ (m Masse eines Moleküls, ϱ Massendichte; J. Jeans, britischer Astrophysiker). Mit den plausiblen Werten $T = 3000 \text{ K}$ und $\varrho = 10^{-24} \text{ kg/m}^3$, entsprechend den Verhältnissen etwa 10^5 Jahre nach dem Urknall (siehe Abb. 22-29), ergibt sich $R_J \approx 6 \cdot 10^{20} \text{ m} \approx 6 \cdot 10^4$ Lichtjahre, und für die zugehörige Masse $M_J = \varrho 4 \pi R_J^3 / 3 \approx 10^{39} \text{ kg}$ oder $5 \cdot 10^8$ Sonnenmassen.



(b)

(a)

Abb. 22-27. Quasare.

(a) Der Quasar 3C273 ist etwa $3 \cdot 10^9$ Lichtjahre entfernt. Sein „Schwanz“ rechts unten scheint emittierte Materie zu sein (aus Kaufmann 1979, mit freundlicher Genehmigung des Kitt Peak National Observatory, Tucson, USA).

(b) Das entfernteste heute bekannte Objekt (Pfeil) ist der Quasar Q0051-279 mit einem Abstand von etwa $17 \cdot 10^9$ Lichtjahren (aus Warren u. a. 1987, mit freundlicher Genehmigung der United Kingdom Schmidt Telescope Unit, Royal Observatory, Edinburgh). Die Größe der Objekte auf den Bildern entspricht nicht ihrer wirklichen Größe, sondern ihrer Helligkeit.

Diese Zahlen entsprechen etwa den kleineren heute beobachteten Galaxien. Das Endstadium von Galaxien ist vermutlich ein superschweres schwarzes Loch, denn die Gravitation überwiegt immer, wenn alle Sterne erloschen sind und wenn die Galaxie nicht vorher durch Zusammenstoß mit einer anderen zerstreut wurde.

Wir betrachten nun noch kurz die entferntesten bekannten Objekte im Weltall, die Quasare (**quasistellar** objects). Man kennt bis heute etwa 2000 solcher Gebilde mit Fluchtgeschwindigkeiten bis zu 10^5 km/s bzw. mit Entfernungen bis zu $1,5 \cdot 10^{10}$ Lichtjahren ($1,5 \cdot 10^{26}$ m) (Abb. 22-27). Das Erstaunliche an den Quasaren ist ihre gigantische Energieproduktion, ohne die wir sie in solchen riesigen Entfernungen gar nicht mehr sehen könnten. Sie strahlen mehr als 10^{12} mal soviel Leistung aus wie die Sonne, nämlich 10^{38} W bzw. zehnmal soviel wie eine normale Galaxie. Man nimmt an, daß es sich bei den Quasaren um Kerne entfernter Galaxien handelt, die aus schwarzen Löchern von etwa 10^8 Sonnenmassen ($2 \cdot 10^{38}$ kg) bestehen, und daß ihre riesige Energieproduktion durch das Hineinfallen von etwa einer weiteren Sonnenmasse pro Jahr entsteht. Das Licht der Quasare, das wir heute beobachten, ist bereits bis zu 15 Milliarden Jahren unterwegs. Wir sehen also ein sehr frühes Entwicklungsstadium des Weltalls, das zu diesem Zeitpunkt erst etwa ein Viertel seines heutigen Alters erreicht hatte.

Quasare

22.5 Das Weltall

Nun sind wir bei den fernsten bekannten Objekten und somit fast am Ende unseres Streifzuges durch die Physik der Materie angelangt. Es bleibt uns nur noch übrig, einen Blick auf die Entwicklung des Weltalls als Ganzes zu werfen. Die Kosmologie hat von allen Teilgebieten der Physik am meisten Berührungspunkte mit dem Unbekannten. Daher finden sich in ihr mehr Übergänge zur Metaphysik als in allen anderen Naturwissenschaften. Denn über das Weltall als Ganzes wissen wir so gut wie nichts mit genügender Zuverlässigkeit. Wir wissen nicht, ob unsere physikalischen Grundgesetze dort überall und zu jeder Zeit gelten. Wir wissen nicht, ob die Energie des Weltalls konstant ist und ob seine Entropie zu- oder abnimmt. Wir wissen nicht, ob das Weltall ein offenes oder abgeschlossenes System ist. Wir wissen nicht, ob es einmalig ist, oder ob noch eine große Zahl anderer Universen existiert, mit vielleicht anderen physikalischen Gesetzen als unseren. Über all diese Fragen können wir nur spekulieren, und zwar mit Hilfe derjenigen Grundgesetze und mit denjenigen Elementarteilchen, die wir in dem unserer Beobachtung zugänglichen kleinen Teilbereich des Universums kennen. Jede Extrapolation dieses Wissens auf das Weltall als Ganzes muß daher hypothetisch bleiben. Wir können es sozusagen nicht „von außen“ beobachten. Hierin liegt die Schwierigkeit, aber auch die Faszination der Kosmologie.

Betrachten wir kurz die vergangene und die zukünftige Entwicklung des Weltalls, soweit wir sie mit unserem heutigen Wissen beschreiben können. Man nimmt an, daß es vor rund $(19 \pm 5) \cdot 10^9$ Jahren aus einem Punkt entstanden ist, aus einer Singularität, einem „weißen Loch“, und daß es sich seitdem ständig ausdehnt („Urknall-Hypothese“). Diese Singularität von Raum, Zeit und Energie hatte wahrscheinlich eine Energiedichte von mehr als $5 \cdot 10^{113} \text{ J/m}^3$, einen Durchmesser von weniger als 10^{-35} m und eine Temperatur von mehr als 10^{32} K . Jenseits dieser Grenzen werden alle unsere physikalischen Gesetze ungültig. Die Grenzwerte ergeben sich aus der Quantenphysik und der Gravitationstheorie als diejenigen Parameter, bei denen die Gravitation quantisiert werden müßte, was bis heute aber nicht gelungen ist.

Die Entwicklung des Weltalls in der Vergangenheit erhält man durch Rückextrapolation seines gegenwärtigen Zustands mit Hilfe von Einsteins Feldgleichungen (siehe Tab. 3-1). Das ist nur deshalb mit einiger Zuverlässigkeit möglich, weil das Weltall heute im Großen weitgehend homogen und isotrop erscheint. Das heißt, wir sehen in allen Richtungen und in allen Entfernungen ungefähr das Gleiche, die gleiche Dichte und die gleiche Art von Galaxien. Daher kann man als Zustandsgleichung der Materie fast immer diejenige eines idealen Gases verwenden. Die direktesten Hinweise auf den vergangenen Zustand des Universums sind die kosmische Hintergrundstrahlung und das Zahlenverhältnis der primär entstandenen Arten von Atomkernen (Abb. 22-28). Die mittlere baryonische Massendichte im Kosmos beträgt heute einige 10^{-28} kg/m^3 , das entspricht etwas weniger als einem Wasserstoffatom pro Kubikmeter. Die Photonendichte liegt dagegen bei rund 10^8 pro m^3 . Das Verhältnis von Photonen zu Nukleonen im Weltall beträgt also etwa $10^9:1$.

In Abbildung 22-29 ist die vergangene Entwicklung des Universums sowie die Entstehung der Materie aus der anfangs vorhandenen Energie

Grenzen der Physik

Vergangenheit

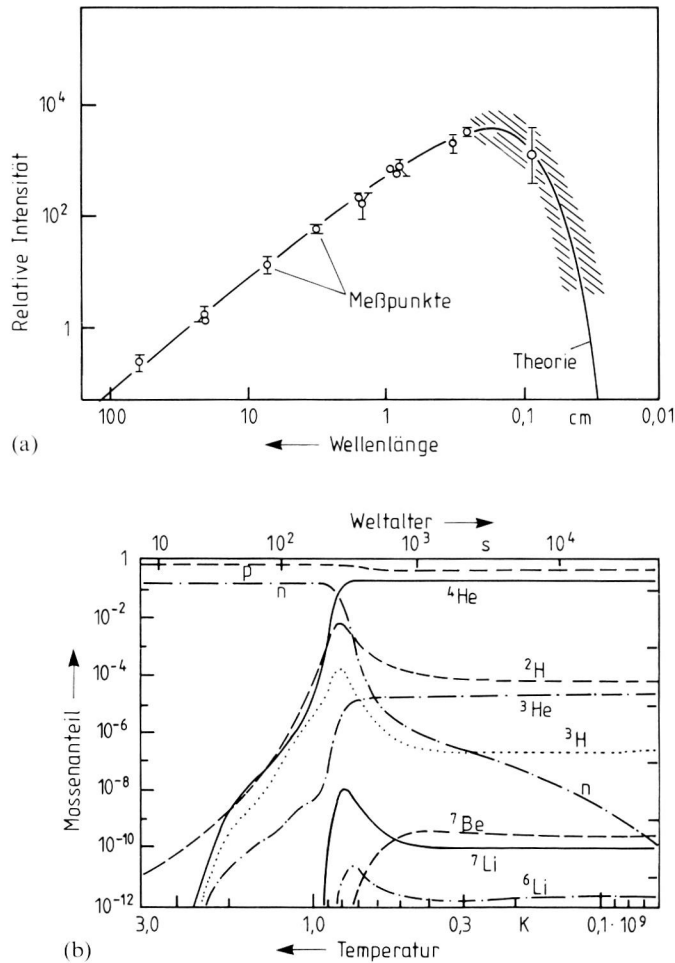


Abb. 22-28. Hinweise auf die Entstehung des expandierenden Universums aus einer Singularität („Urknall“, englisch: „big-bang“) (nach Zeilik und Gaustad 1983). (a) Intensität der kosmischen Hintergrundstrahlung in Abhängigkeit von ihrer Wellenlänge. Die durchgezogene Kurve entspricht der Planck-Verteilung bei einer Temperatur von 2,7 K. Auf diese Temperatur hat sich die Strahlung aus einem früheren Zustand des Universums als Folge der Expansion und der damit verbundenen Rotverschiebung „abgekühlt“. Dieser Ausgangszustand, bei dem das Weltall für elektromagnetische Strahlung durchsichtig wurde, entsprach einer Temperatur von etwa 3000 K und einem Weltalter von 10^5 a. Zu dieser Zeit entstanden aus einem Nukleon-Elektron-Plasma stabile Atome. Im schraffierten Gebiet des Diagramms gibt es viele Meßpunkte. (b) Berechnete Massenanteile der leichten Atomkerne für eine Zeitspanne kurz nach dem Urknall. Die Verhältnisse stimmen mit den Beobachtungen in Sternen und Galaxien recht gut überein.

dargestellt. Das Bild ist ein Raumzeit-Diagramm und zeigt auf einer nicht-linearen Zeitskala den Rückwärtslichtkegel, wie wir ihn aus der Relativitätstheorie kennen. Beobachtbar sind dabei nur die schraffierten Bereiche, und zwar an den Rändern des Lichtkegels mittels elektromagnetischer Strahlung und schneller Teilchen aus dem Kosmos sowie auf dem inneren vertikalen Streifen durch direkte Inspektion der uns zugänglichen Materie auf der Erde und im Sonnensystem. Wie man aus der Abbildung schließen kann, sind die innerhalb der ersten Sekunde entstandenen Teilchen und ihre Eigenschaften bestimmend für die ganze zukünftige Entwicklung des Universums. Hier besteht eine enge Verbindung zwischen Elementarteilchenphysik und Kosmologie, die heute Gegenstand intensiver Forschung ist.

Die zukünftige Entwicklung des Weltalls hängt entscheidend von der mittleren Dichte $\bar{\rho}$ von Materie und Energie ab. Leider kennen wir diese Zahl bis heute nur sehr ungenau. Überschreitet $\bar{\rho}$ nämlich einen kritischen Wert $\bar{\rho}_c$ von $5 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ (entsprechend etwa 3 H-Atome pro m^3), so wird die Gravitationsanziehung eines Tages die Expansion des Weltalls überwinden. Es wird sich dann wieder zusammenziehen und in einem einzigen schwarzen Loch seine Existenz beenden. Dies ist sozusagen die Umkehrung des Urknalls, die nach einem plausiblen Modell in etwa

Zukunft

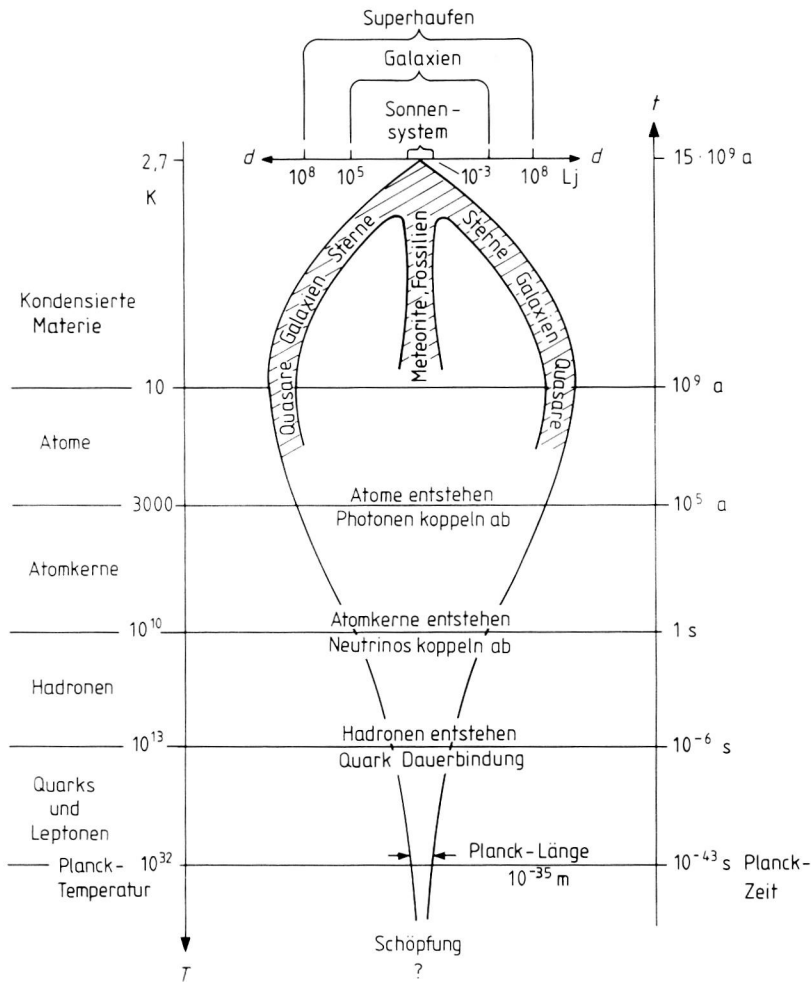


Abb. 22-29. Die Entwicklung des Weltalls vom Urknall bis heute. Unser Rückwärtslichtkegel ist hier in einer stark nichtlinear verzerrten Darstellung gezeichnet. Die Längenskala d bezeichnet den Größenbereich der Objekte. Am linken Rand ist die mittlere Temperatur des Weltalls angegeben, am rechten sein Alter. Unserer Beobachtung zugänglich sind heute nur die schraffierten Bereiche (siehe Text). In den ersten 10^{-43} s nach der Entstehung des Weltalls versagt unser heutiges physikalisches Verständnis vollständig. Bei einem Weltalter von 1 s bzw. 10^5 a koppeln die Neutrinos bzw. die Photonen ab; das heißt sie wechselwirken von diesem Zeitpunkt an praktisch nicht mehr mit der Materie und durchqueren große Teile des Weltalls ungestört, während sie vorher wegen der hohen Materiedichte stark gestreut wurden (nach Kundt und Reinhardt 1971).

Die „Planck-Parameter“ sind folgendermaßen definiert (vgl. Abschn. 3.3):

Planck-Länge

$$l_p = \sqrt{\hbar G/c^3} \approx 4 \cdot 10^{-35} \text{ m},$$

Planck-Zeit

$$t_p = \sqrt{\hbar G/c^5} \approx 10^{-43} \text{ s},$$

Planck-Temperatur

$$T_p = \sqrt{\hbar c^5/G k^2} \approx 3 \cdot 10^{32} \text{ K},$$

Planck-Masse

$$m_p = \sqrt{\hbar c/G} \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ kg},$$

Planck-Energie

$$E_p = \sqrt{\hbar c^5/G} \approx 5 \cdot 10^9 \text{ J},$$

Planck-Dichte

$$\varrho_p = c^5/\hbar G^2 \approx 10^{96} \text{ kg/m}^3.$$

Man erhält diese Beziehungen durch Gleichsetzen der de-Broglie-Wellenlänge eines Teilchens mit seinem Schwarzschild-Radius (siehe voriger Abschnitt) sowie Anwendung von $m = E/c^2$, $t = l/c$, $\varrho = m/l^3$ und $T = E/k$ (eine nützliche Übungsaufgabe).

$60 \cdot 10^9$ Jahren eintreten wird, also nach etwa dem Vierfachen des heutigen Weltalters. Der Radius des Weltalls beträgt heute etwa $19 \cdot 10^9$ Lichtjahre. Es wird nach jenem Modell in etwa $15 \cdot 10^9$ Jahren eine maximale Ausdehnung von $25 \cdot 10^9$ Lichtjahren erreichen, bevor es wieder zusammen schrumpft.

Falls die mittlere Dichte von Materie und Energie aber kleiner ist als der kritische Wert $\bar{\rho}_c = 5 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$, so kann die Gravitation nie die Oberhand über die Expansion gewinnen. Das Weltall wird sich im Lauf der Zeit immer weiter ausdehnen, mit einer asymptotisch auf Null abnehmenden Geschwindigkeit. Beide Möglichkeiten des zukünftigen Schicksals der Welt sind in Abbildung 22-30 skizziert.

Leider kennen wir, wie gesagt, die mittlere Dichte von Materie und Energie im Weltall nicht gut. Was wir bisher als sichtbare Massen beobachten können, sind nur etwa $4 \cdot 10^{-28} \text{ kg/m}^3$, also rund ein Zehntel der kritischen Dichte; davon entfällt etwa der tausendste Teil auf Photonen. Man diskutiert heute vier Möglichkeiten dafür, warum die mittlere Dichte

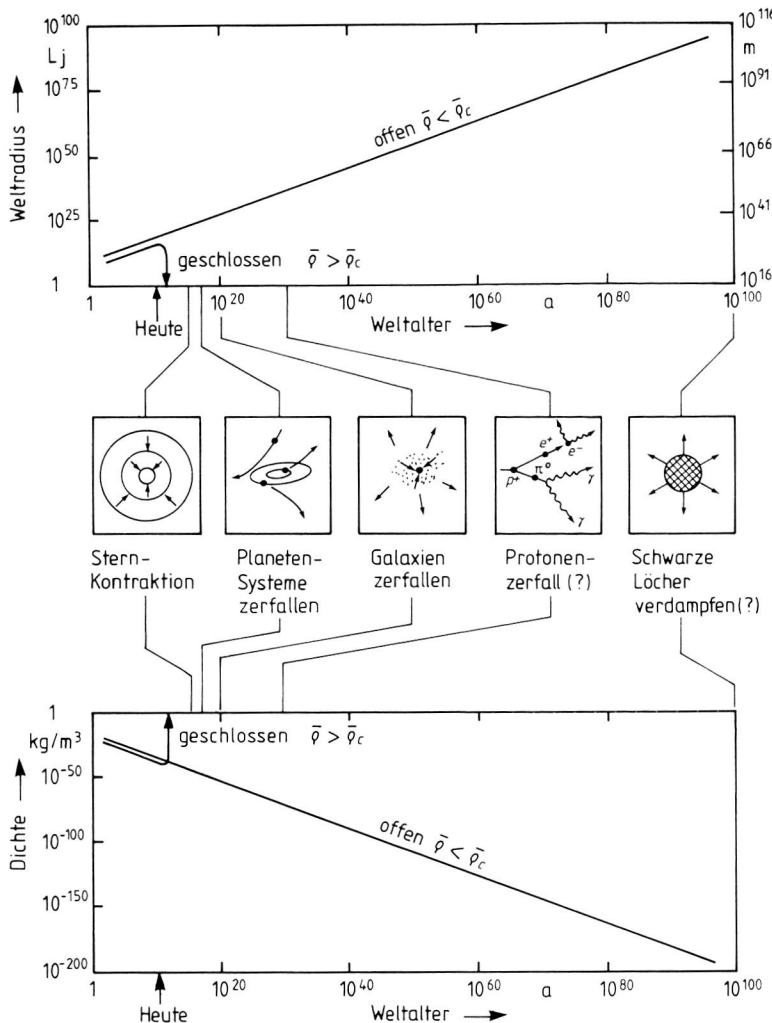


Abb. 22-30. Die Zukunft des Weltalls. Mögliche Entwicklung der Größe (oben) und der Dichte (unten) eines geschlossenen und eines offenen Weltalls. Die Zukunft des geschlossenen verläuft annähernd umgekehrt wie seine Vergangenheit (Abb. 22-29). Für ein offenes Weltall sind die wichtigsten Stadien in der Mitte skizziert: Nach 10^{14} a kontrahieren alle Sterne zu Zwergen, Neutronensternen oder schwarzen Löchern. Nach 10^{17} a werden Planeten- und Doppelsystem-Systeme durch Zusammenstöße weitgehend zerstört. Nach 10^{18} a entweicht ein Teil der Materie aufgrund von Zusammenstößen aus den Galaxien, der Rest kollabiert zu schwarzen Löchern. Nach 10^{33} a beginnt der Zerfall der Protonen, und damit wird alle Materie außerhalb der schwarzen Löcher in elektromagnetische Strahlung umgewandelt. Nach 10^{100} a verdampfen die schwarzen Löcher. Ihre Masse und Energie wandelt sich ebenfalls vollständig in elektromagnetische Strahlung um. Die beiden letzten Stationen haben noch sehr hypothetischen Charakter; wir wissen nicht, ob Protonen wirklich zerfallen (siehe Abschn. 4.2) und ob schwarze Löcher wirklich verdampfen (nach Dicus u.a. 1983).

doch noch wesentlich größer sein könnte als der bisher beobachtete Wert:

- Die Masse der kosmischen Neutrinos; von ihnen gibt es wahrscheinlich 10^8 pro Kubikmeter. Bis heute wissen wir noch nicht, ob sie eine endliche Ruhemasse haben und wie groß diese ist. Falls sie auch nur $5 \cdot 10^{-35}$ kg beträgt (bzw. $30 \text{ eV}/c^2$, 10^{-4} Elektronenmassen), so wäre die kritische Dichte im Weltall erreicht.
- Noch unentdeckte Mengen von intergalaktischem Staub.
- Noch unentdeckte schwarze Löcher, zum Beispiel im Zentrum entfernter Galaxien oder zwischen den Galaxien; oder noch ganz unbekannte Materie jenseits der unserer Beobachtung zugänglichen Grenzen.
- Neue Elementarteilchen mit großer Masse oder in großer Zahl, die wir noch nicht kennen.

Nach allerneuesten astronomischen Berechnungen ^{*)} beträgt das Verhältnis $\bar{\rho}/\bar{\rho}_c$ $0,9 \pm 0,4$. Dabei wurde die Galaxiendichte bis zu einer Entfernung von $3 \cdot 10^9$ Lichtjahren ($3 \cdot 10^{25}$ m) ausgewertet, wobei auch unsichtbare Massen aufgrund ihrer Gravitationswirkung mit erfaßt werden konnten. Wir wissen also heute nicht, ob das Weltall in ferner Zukunft in einer Implosion verschwindet, oder ob es durch unendliche Verdünnung in elektromagnetischer Strahlung endet. Falls das Proton eine endliche Lebensdauer von zum Beispiel 10^{33} Jahren hat (siehe Abschn. 4.2), würde etwa nach dieser Zeit alle Materie außerhalb der schwarzen Löcher zerstrahlen und nur noch elektromagnetische Strahlung übrigbleiben (Abb. 22-30). Natürlich müssen wir mit derartigen Extrapolationen sehr vorsichtig umgehen. Denn wie wir am Anfang dieses Abschnitts festgestellt hatten, wissen wir nicht ob und wie weit unsere heute bekannten physikalischen Gesetze, mit denen diese Voraussagen gemacht wurden, für das Weltall als Ganzes oder für entfernte Teile desselben noch gelten.

22.6 Sind wir allein?

Die Frage nach außerirdischer Intelligenz beschäftigt uns seit der Einsicht in die Endlichkeit unserer bewohnten Erde. Gibt es außer uns noch andere denkende Lebewesen im Universum, oder sind wir die einzigen? Falls außerirdische Zivilisationen existieren sollten, wäre es verlockend, mit ihnen in Verbindung zu treten, denn vielleicht wissen sie mehr oder anderes als wir: „Science reality statt science fiction“. Seit etwa 20 Jahren gibt es sowohl theoretische als auch praktische Bemühungen zur Beantwortung dieser Frage. Sie sind unter dem Stichwort SETI bekannt (search for extra-terrestrial intelligence).

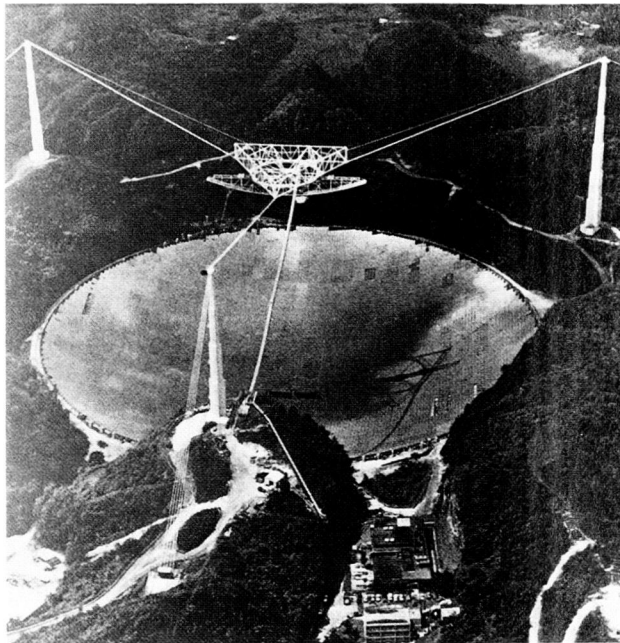
SETI

Die theoretischen Untersuchungen gehen von der sogenannten Drake-Sagan-Formel aus. Sie führt die Zahl N_{ic} der in einer Galaxie gleichzeitig vorhandenen Zivilisationen auf andere mehr oder weniger gut bekannte Parameter zurück:

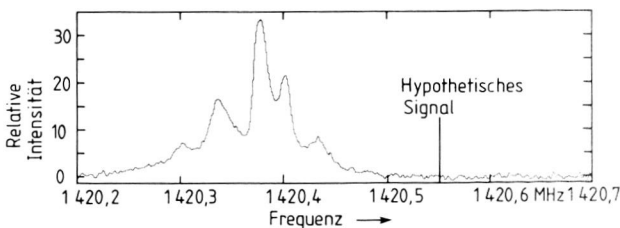
Wieviele Zivilisationen?

$$N_{ic} = R_s \cdot P_p \cdot P_e \cdot N_e \cdot P_i \cdot P_f \cdot L_{ic} \quad (22-1)$$

^{*)} J. Silk, *Nature*, Band 323, S. 673 (1986).



(a)



(b)

Die Arecibo-Nachricht von 1974 in drei Zuständen

Die 1679 Bits
der Arecibo-Nachricht
vom 16. November 1974



(c)

Zahlen 1 bis 10
Zahlensymbole
Zahlen der Atome Wasser-
Kohlen-, Stick-, Sauerstoff
und Phosphor

Chemische Struktur
für die Komponenten
der DNA-Nukleotide
und Zucker

Anzahl der
DNA-Nukleotide
Doppel-Helix der DNA
Mensch

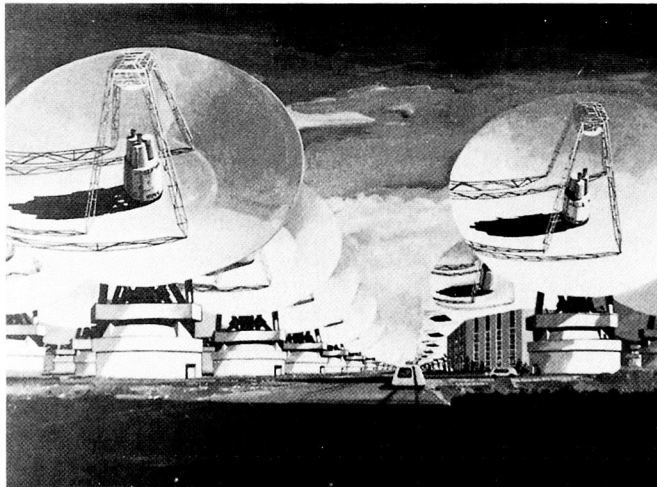
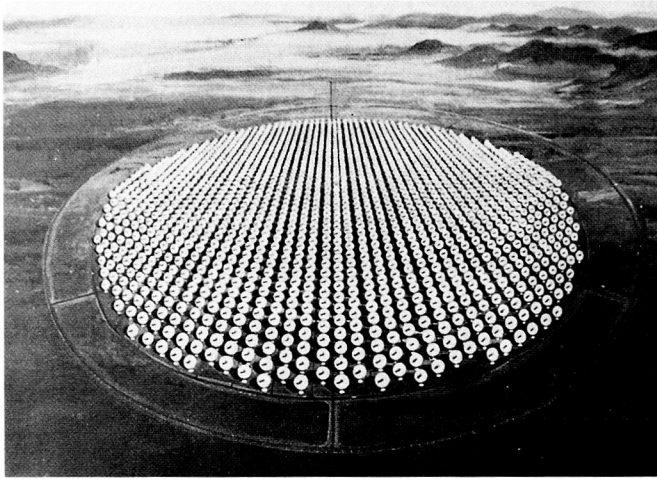
Größe der Menschen

Bevölkerung der Erde
Sonnensystem
(Erde zum Menschen
verschoben)
Arecibo-Teleskop
Durchmesser des
Teleskops

Abb. 22-31. (a) – (c). Legende S. 481

Dabei bedeuten: R_s die mittlere Sternentstehungsrate; P_p die Wahrscheinlichkeit, daß ein Stern Planeten besitzt; P_c die Wahrscheinlichkeit, daß die für das Leben günstige Kugelschale im Raum um einen Stern lange genug existiert, damit sich Leben entwickeln kann; N_c die Zahl der Planeten in einer solchen Kugelschale; P_l die Wahrscheinlichkeit, daß sich Leben auf einem dieser Planeten entwickelt; P_i die Wahrscheinlichkeit, daß dabei intelligentes Leben entsteht; und L_{ic} die Lebensdauer einer intelligenten Zivilisation. Die heute bekannten Abschätzungen aller dieser Faktoren liefern Werte für N_{ic} , die um viele Größenordnungen auseinanderliegen, zwischen 10^{-9} und 10^{+9} ! *) Falls der kleinere Wert zutrifft, wären wir wohl fast die einzigen intelligenten Lebewesen in unserer Galaxie. Im ganzen

*) Sehr kritische Leute bezeichnen die Drake-Sagan-Formel als einen Weg, um große Mengen von Unwissen auf engstem Raum zu komprimieren. Dies ist eine böswillige Übertreibung, denn wenn die Formel auch zur Zeit noch keine richtige absolute Größenordnung liefert, so gestattet sie doch, die Einflüsse der verschiedenen Faktoren und der Genauigkeit, mit welcher sie bekannt sind, gegeneinander abzuwägen.



(d)

Abb. 22-31. Die Suche nach außerirdischer Intelligenz (SETI). (a) Das größte Radioteleskop der Welt in Arecibo, Puerto Rico. Der Reflektor füllt einen ganzen Talkessel aus und hat einen Durchmesser von 304 m. Der Empfänger hängt in dessen Brennpunkt, 150 m darüber. Mit einem solchen Instrument könnte man einen ähnlich gebauten Sender in 60 Lichtjahren ($6 \cdot 10^{17}$ m) Entfernung noch gut erkennen (Teilbild b) (aus Sagan und Drake 1975).

(b) Teil eines Wasserstoffspektrums vom 60 Lichtjahre entfernten Stern α -Ophiuchi, aufgenommen mit dem Arecibo-Teleskop (Teilbild a). Die hypothetische scharfe Linie rechts entspräche einem Radiosignal, das von einem ähnlich gebauten Teleskop auf α -Ophiuchi ausgesandt würde (nach Morrison u.a. 1977).

(c) Die Arecibo-Botschaft, bestehend aus 1679 bits wurde am 16. 11. 1974 in Richtung des Kugel-Sternhaufens M13 (Entfernung 24 000 Lichtjahre) gesandt, der aus über 300 000 Sternen besteht. Oben das Binärsignal, unten seine Umsetzung in ein schwarz-weißes Bild (aus Breuer 1980).

(d) Das Projekt Cyclops besteht aus 1500 Radioteleskopen von je 100 m Durchmesser auf einer Fläche von 16 km². Die Empfindlichkeit der Anordnung wäre rund 1500mal größer als die des Arecibo-Teleskops (Teilbild a). Die Baukosten würden rund 15 Milliarden Mark betragen (aus Zeilik und Gaustad 1983, mit freundlicher Genehmigung der NASA).

Weltall wären dann zwar vielleicht 100 Zivilisationen vorhanden; mit denjenigen in anderen Galaxien könnten wir aber wegen der langen Laufzeit von Signalen ($\geq 10^6$ Jahre) kaum kommunizieren. Wir könnten höchstens Signale von ihnen empfangen oder an sie aussenden. Falls der größere Wert für N_{ic} richtig ist, sollte zur Zeit etwa jeder hundertste Stern in unserer Galaxie einen Planeten mit intelligentem Leben besitzen. Dann hätten wir eine gute Chance, „mit ihnen reden zu können“.

Um die experimentellen Bemühungen zum Nachweis außerirdischer Intelligenz ist es heute noch schlecht bestellt. Man kann die elektromagnetische Strahlung benachbarter Sterne auf intelligente Signale technischen Ursprungs hin untersuchen. Und wir selbst können derartige Botschaften zu benachbarten Sternen senden, in der Hoffnung, während der nächsten 10 bis 100 Jahre Antwort zu erhalten (Abb. 22-31). Allerdings sind systematische Untersuchungen dieser Art sehr teuer, in der Größenordnung von 1 Milliarde Mark pro Jahr für mindestens einige Jahrzehnte. Ein solches Unternehmen ist daher wohl nur auf internationaler Basis möglich. Bis heute war das Interesse an dieser zunächst einmal „brotlosen“

Wie können wir kommunizieren?

Wissenschaft leider noch nicht groß genug. So ist es bei einigen wenigen Versuchen geblieben. Weltweit wurden etwa 10 Untersuchungen mit Radioteleskopen durchgeführt und dabei die nächstbenachbarten 1000 Sterne erfaßt. Man erhielt bisher jedoch nur negative Resultate. Näheres über dieses spannende Thema finden Sie in dem im Literaturverzeichnis genannten Buch von R. Breuer „Kontakt mit den Sternen“.

Zusammenfassung

In diesem letzten Kapitel haben wir das hauptsächlich durch die Gravitation bestimmte Verhalten der Materie im Weltraum kennengelernt. Demgegenüber hatten wir es seit dem 7. Kapitel fast nur mit der elektromagnetischen Wechselwirkung zu tun, die alle behandelten Strukturen und Eigenschaften geprägt hat. Die Astrophysik führt uns in einen ganz neuen Bereich von Größenordnungen, dessen Erscheinungen wir bisher nur beobachtend zur Kenntnis nehmen können. Von den technischen Nutzungsmöglichkeiten der kosmischen Objekte leben heute erst die Science-Fiction-Autoren – und einige Physiker träumen schon davon (Abb. 22-32). Ehe wir nicht hier auf der Erde eine lebenswürdige Existenz für alle Menschen geschaffen haben, wird es wohl bei solchen Träumen bleiben.

Selbstverständlich konnten wir in dieser kurzen und gedrängten Darstellung keine quantitativen Details behandeln. Die meisten der genannten Zahlen sind daher nur Größenordnungsangaben. Auch auf die Beschreibung von Meß- und Beobachtungsmethoden mußten wir fast ganz ver-

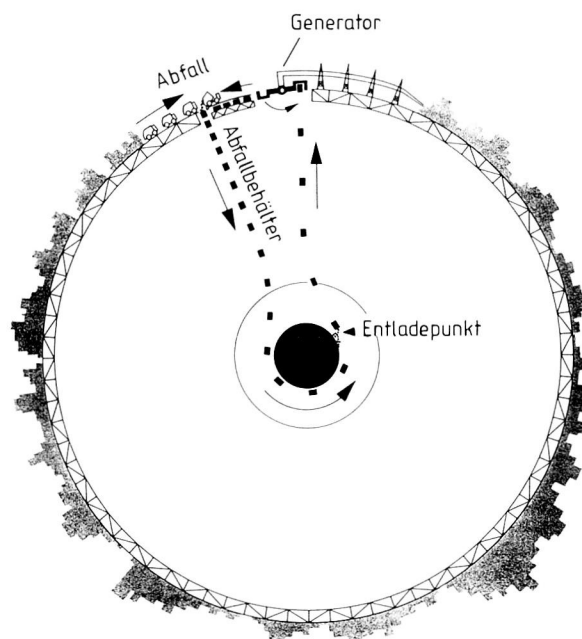


Abb. 22-32. Der „Black-Hole-Dynamo“. Projekt zur Gewinnung von Gravitationsenergie aus einem schwarzen Loch: Eine Zivilisation hat eine Siedlung auf einer Stützkonstruktion um ein schwarzes Loch herum aufgebaut. Die Abfälle der Zivilisation werden in frei fliegenden Behältern in eine Kreisbahn um das schwarze Loch transportiert und dort außerhalb des Schwarzschild-Radius entladen. Dadurch gewinnen die Behälter kinetische Energie, die nach ihrer Rückkehr zum Siedlungsort in andere nützliche Energieformen verwandelt werden kann. Der Gewinn an kinetischer Energie ist proportional zur Abnahme der Gravitationsenergie bei der Vereinigung des Abfalls mit dem schwarzen Loch (aus Misner u. a. 1973).

zichten. Die moderne Astrophysik ist eine faszinierende Wissenschaft, ein Gebiet, in dem sicher noch viele fundamentale Entdeckungen zu erwarten sind. Denn die bekannten physikalischen Gesetze, die aus dem Verhalten eines nur unvollständig abgeschlossenen Teilsystems abgeleitet wurden, erlauben zwar Hypothesen über das Weltall als Ganzes; Gewißheit erlangen wir jedoch nur durch fortgesetzte Beobachtungen, die in den letzten Jahren immer wieder große Überraschungen gebracht haben (Pulsare, Quasare usw.). Wer sich näher mit der Kosmologie beschäftigen will, dem sei das im Literaturverzeichnis genannte gleichnamige Buch von E. R. Harrison empfohlen.

Schlußbetrachtung

Wir sind am Ende unseres Streifzugs durch die Physik der Materie angelangt und wollen uns fragen: Was haben wir „verstanden“, und was blieb unklar? Diese Frage kann eigentlich jeder nur für sich allein beantworten. Lassen Sie mich jedoch die beiden Kernpunkte unserer Betrachtungen noch einmal herausstellen:

- Erstens hat jedes Vielteilchensystem eine bestimmte Struktur, die sich aus der potentiellen und kinetischen Energie seiner Bestandteile im Prinzip berechnen läßt. Als Folge davon hat es auch „neue“ Eigenschaften, Systemeigenschaften, die die einzelnen Teilchen noch nicht haben und die erst durch die Wechselwirkungen der Bestandteile des Systems untereinander zustandekommen: „Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile“.
- Zweitens läßt sich in die Vielfalt der Eigenschaften eine solche Ordnung bringen, daß man den Überblick behält. Das Ordnungsschema folgt aus der Thermodynamik für Gleichgewichtszustände und für Transportprozesse. Wir haben es in den Tabellen 10-2 und 10-3 kennengelernt.

Auf dieser Grundlage haben wir versucht, das Verhalten der Materie möglichst gut zu „verstehen“, das heißt, auf die heute bekannten Grundgesetze und auf die Eigenschaften der Elementarteilchen zurückzuführen. Wegen der begrifflichen und mathematischen Schwierigkeiten kann man jedoch reale Vielteilchensysteme nur in idealisierten Ausnahmefällen exakt behandeln. Wir sind fast immer auf mehr oder weniger vereinfachte Modelle angewiesen. Auch mit solchen Modellen konnten wir im Rahmen unserer Darstellung fast nie eine vollständige Herleitung der Systemeigenschaften aus den Grundgesetzen durchführen. Haben wir also nichts verstanden? Das wäre übertrieben, denn wir haben in den meisten Fällen gesehen, wie die Herleitung im Prinzip zu bewerkstelligen ist, und wir haben wenigstens an Hand einiger Beispiele eine Vorstellung davon bekommen: beim Wasserstoffatom, bei einfachen Molekülen, beim idealen Gas, bei den elastischen Eigenschaften eines Kristalls, bei der Wärmekapazität von Festkörpern usw. Vielleicht rufen Sie sich diese Beispiele einmal in die Erinnerung zurück und fragen, was Sie davon noch wissen? Physikprofessoren behaupten ja oft, daß man, im Gegensatz zu anderen Wissenschaften, in der Physik relativ wenig auswendig lernen müsse. Physikstu-

Der Weg und die Methoden

denen behaupten das Gegenteil. Die Wahrheit liegt wahrscheinlich in der Mitte.

Am Beispiel der Biologie und der Astrophysik haben wir einen Eindruck davon gewonnen, in welchem Umfang man die Methoden und Ergebnisse der „reinen“ Physik auf komplexere Systeme anwenden kann. Wir sind aber ziemlich sicher, daß die heutige Physik in den beiden genannten Gebieten nicht ausreicht, um alle beobachteten Phänomene zu erklären. In der Biologie sind es das Bewußtsein und bestimmte Merkmale der Evolution, die wir physikalisch (noch) nicht verstehen. In der Astrophysik stoßen wir an Grenzen der Raumzeit, die uns rätselhaft erscheinen; wir wissen noch so gut wie nichts über das Weltall als Ganzes.

Trotz dieser Begrenztheit unserer Kenntnisse haben die Methoden und Ergebnisse der Physik in vielen anderen Wissensgebieten große Fortschritte ermöglicht; denken Sie nur an die Meteorologie, die Geologie, die Chemie und die Medizin. Leider konnten wir auf diese Gebiete kaum näher eingehen. Daher möchte ich Ihnen die wichtigsten allgemeinverständlichen naturwissenschaftlichen Zeitschriften zur regelmäßigen Lektüre empfehlen, zum Beispiel „Scientific American“ bzw. in deutscher Übersetzung „Spektrum der Wissenschaft“, „Nature“, „Science“ und „La Recherche“. Sicher ist es nützlich, sich bei allen Anwendungen der Physik in Nachbardisziplinen an die Kerngedanken der Synergetik zu erinnern: „Man arbeite mit sinnvoll vereinfachten Modellen“, und „Gleiche Gleichungen haben dieselben Lösungen“.

Natürlich mußten wir auch in der Physik eine Auswahl treffen und konnten viele interessante Dinge nicht behandeln, die man eigentlich kennen sollte. Das gilt besonders für manche modernen Meßmethoden und Anwendungsgebiete, zum Beispiel die Tieftemperatur- und die Hochdruckphysik, die magnetische Kernresonanzspektroskopie, den quantisierten Hall-Effekt und die elektrischen Leitungsphänomene in Magnetfeldern sowie die Physik von Oberflächen, kleinen Teilchen und dünnen Schichten. Ich hoffe jedoch, daß Sie am Ende unseres Kurses eine genügend solide Grundlage gewonnen haben, um sich in solche Dinge selbst einarbeiten zu können, wenn Sie sich damit beschäftigen wollen.

Wenn wir uns die Fortschritte im Verständnis der Eigenschaften der Materie aus den letzten 25 Jahren vergegenwärtigen, so stellt sich die Frage: Wie wird sich der Stand unserer Erkenntnis in der nächsten Zukunft wohl weiterentwickeln, und welches sind die brennendsten aktuellen Fragen? Rekapitulieren wir zunächst noch einmal die letzten großen Fortschritte der Physik in den vergangenen 25 Jahren:

- Die Entwicklung des Standardmodells der Elementarteilchen und der vier fundamentalen Wechselwirkungen zwischen den bis heute bekannten Quarks und Leptonen.
- Das Universalitätsprinzip für kontinuierliche Phasenübergänge und die Zurückführung der thermodynamischen Eigenschaften in der Nähe kritischer Punkte auf geometrische Größen.
- Die Entdeckung erster universeller Wege zum Chaos in weit vom thermodynamischen Gleichgewicht entfernten Systemen.
- Die Entwicklung von Meßmethoden mit extrem hoher Energieauflösung auf der Grundlage von Mößbauer-Effekt, Lasertechnik und Neutronen-Interferometrie.
- Die Erklärung der biologischen Selektion und von wichtigen Evolutionsschritten mit Hilfe physikalisch-chemischer Modelle.

Nachbardisziplinen

Was wir weglassen mußten

Wie wird es weitergehen?

- Die Entdeckung und das teilweise Verstehen von Neutronensternen, Quasaren, schwarzen Löchern und der kosmischen Hintergrundstrahlung.
- Die Verbindung von Elementarteilchenphysik und Physik der kondensierten Materie in der Kosmologie sowie die Entwicklung von Modellen für den Anfang und das Ende des Weltalls.

Wie wird es voraussichtlich weitergehen? Darüber kann man natürlich nur spekulieren, denn es ist fraglich, ob die nächsten großen Fortschritte auf den Gebieten gegenwärtiger Forschungsschwerpunkte gemacht werden oder in anderen, heute nicht vorhersehbaren Bereichen. Zur Zeit sind die größten Anstrengungen der Physiker unter anderem auf folgende Ziele gerichtet:

- Die große Vereinigung aller bekannten Wechselwirkungen, die auch die Eigenschaften aller Elementarteilchen liefern soll (GUT **g**rand **u**nified theory und TOE theory of everything).
- Die Suche nach weiteren neuen Elementarteilchen.
- Eine brauchbare statistisch-thermodynamische Theorie für Flüssigkeiten und amorphe Festkörper mit der Möglichkeit zur Berechnung von Phasengrenzen.
- Eine universelle Theorie der Turbulenz und des Chaos.
- Die Bestimmung der Materiedichte des Weltalls und Voraussagen über seine weitere Entwicklung.
- Die Beobachtung schwarzer Löcher und das Verständnis der Quasare.
- Die Suche nach außerirdischer Intelligenz (SETI).
- Die technische Beherrschung der Kernfusion als Energiequelle für friedliche Zwecke.
- Ein vollständiges Modell der biologischen Evolution.
- Wie weit sind das Bewußtsein und andere höhere Gehirnfunktionen physikalisch erklärbar?

Diese Auswahl von aktuellen Problemen zeigt, daß die Physiker so schnell nicht arbeitslos werden dürften. Auch in Zukunft werden sie nach Modellen und Beobachtungsmethoden für die komplexen, aus vielen Teilchen oder Teilen zusammengesetzten mikro- und makrophysikalischen Systeme suchen und damit helfen, daß wir die Eigenschaften der Materie sowie die zugrundeliegenden Wechselwirkungen und Kräfte immer besser verstehen.

Ich hoffe, daß dieses Buch seinen Zweck erfüllt hat, Ihnen einen Überblick über den Inhalt und den Zusammenhang der Arbeitsgebiete der modernen Physik zu vermitteln und Ihr Interesse an den noch offenen Fragen zu wecken.

Anhang A

Der Welle-Teilchen-Dualismus und die Quantenphysik

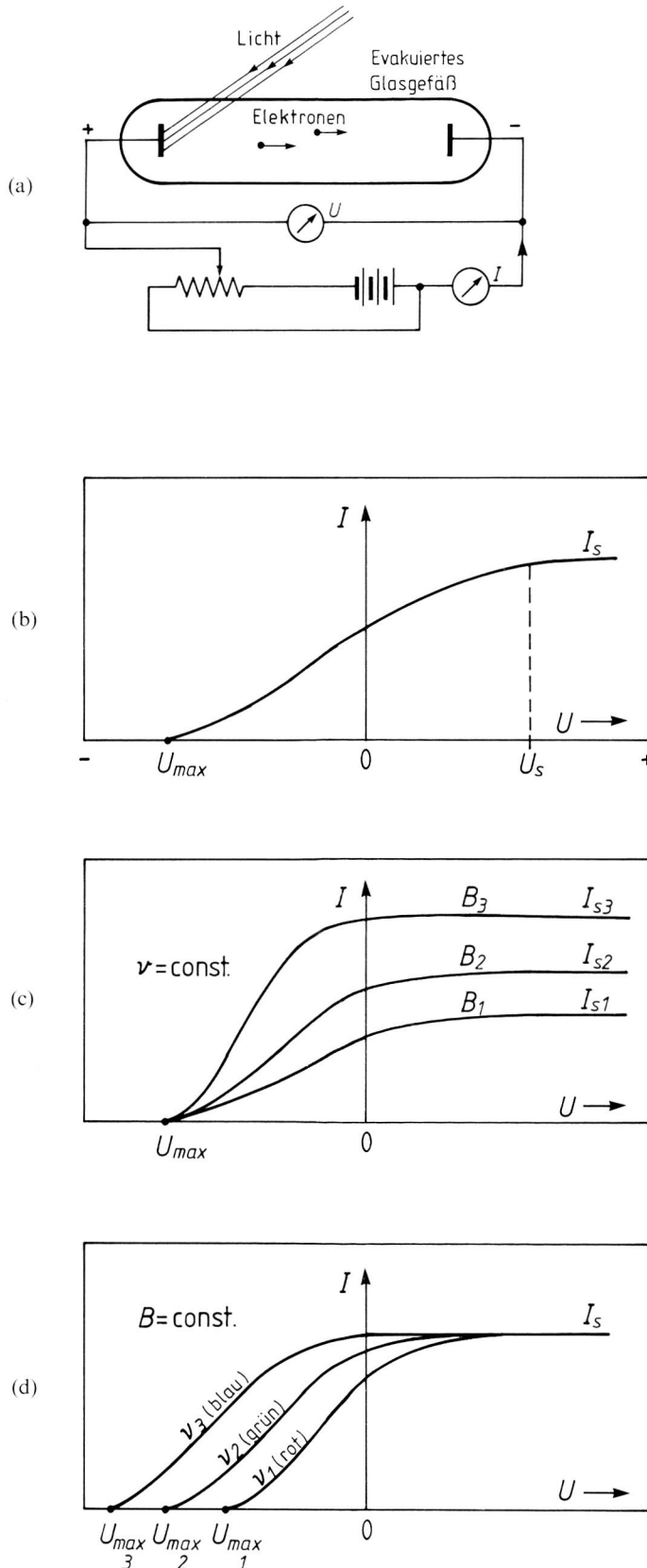
Dieser Abschnitt enthält eine kurze Einführung in die Wellennatur der Materie, soweit sie für das Verständnis unserer Betrachtungen gebraucht wird. Da die elementare Quantenphysik normalerweise im Grundstudium behandelt wird, ist Sie nicht in den Hauptteil des Buches aufgenommen worden.

A.1 Wellen als Teilchen

In unserer Makrowelt sind Wellen und Teilchen zwei verschiedene Dinge. Sie werden in der klassischen Physik ganz getrennt behandelt, Teilchen in der Mechanik, Wellen in der Wellenlehre bzw. in der Akustik und Optik. In der Mikrowelt zeigen jedoch alle Vorgänge gleichzeitig Wellen- und Teilchen-Aspekte. Die Grenze zwischen Mikro- und Makrowelt liegt ganz grob etwa bei einigen Nanometern oder dem Zehnfachen eines Atomdurchmessers. Wellen und Teilchen haben eine Eigenschaft gemeinsam, von der wir jetzt Gebrauch machen wollen: Beide können Energie und Impuls durch Raum und Zeit transportieren. Zunächst besprechen wir drei Beispiele für die Teilcheneigenschaften von Wellen, den Photoeffekt, den Compton-Effekt und die Masse von Lichtquanten.

Läßt man Licht auf eine Metallplatte fallen, so werden aus dieser Elektronen freigesetzt, deren Zahl und Energie man mit der Anordnung in Abbildung A-1 a messen kann. Die zugehörige Strom-Spannungskennlinie zeigt Abbildung A-1 b. Sie läßt sich folgendermaßen deuten: Die durch das Licht ausgelösten Photoelektronen haben eine bestimmte Energieverteilung. Ihre maximale kinetische Energie E_{\max} entspricht der negativen Spannung U_{\max} , bei der kein Elektron mehr die Kathode erreicht; $E_{\max} = e_0 \cdot U_{\max}$ (e_0 Elementarladung). Mit zunehmender Spannung gelangen immer mehr Elektronen zur Kathode, bis bei U_s ein Sättigungsstrom I_s erreicht ist. Verändert man nun bei konstanter Lichtfrequenz ν die

Photoeffekt

**Abb. A-1.** Der Photoeffekt.

(a) Experimentelle Anordnung zur Untersuchung des Photoeffekts. Vom Licht aus der Anode freige-machte Elektronen gelangen auf-grund ihrer kinetischen Energie auch noch bis zu einer bestimm-ten Gegenspannung U_{\max} zur Kathode. Der gemessene Strom I ist ihrer Anzahl proportional, die Spannung U_{\max} ihrer maximalen kinetischen Energie E_{\max} (nach Beiser 1983).

(b) Kennlinie $I(U)$ der Anord-nung in Teilbild a; I_s ist der Sätti-gungsstrom, U_s die Sättigungs-spannung, U_{\max} die Gegenspan-nung, bei der I verschwindet.

(c) Kennlinien bei verschiedenen Bestrahlungsstärken $B_1 < B_2 < B_3$ und konstanter Lichtfrequenz ν .
(d) Kennlinien bei verschiedenen Lichtfrequenzen $\nu_1 < \nu_2 < \nu_3$ aber konstanter Bestrahlungsstärke B . Es gilt näherungsweise

$$E_{\max} \sim |U_{\max}| \sim \nu.$$

Der kontinuierliche Anstieg der Kennlinien zwischen U_{\max} und I_s rührt von der Energieverteilung der Photoelektronen her. Sie kommen nämlich aus verschiedenen Tiefen im Metall. Die unmittelbar an der Oberfläche ausgelösten Elektronen besitzen die maximale Energie E_{\max} . Diejenigen aus größerer Tiefe haben einen Teil ihrer vom Licht herrührenden Energie durch Zusammenstöße mit anderen Elektronen und Atomrümpfen im Metall verloren.

Bestrahlungsstärke B (Dimension $\text{J/m}^2 \text{s}$ oder W/m^2), so wächst zwar die Zahl der freigesetzten Elektronen und damit der Sättigungsstrom I_s proportional zu B , ihre Maximalenergie ($\sim U_{\max}$) jedoch bleibt konstant, unabhängig von B (Abb. A-1 c). Ändert man andererseits die Lichtfrequenz bei konstanter Bestrahlungsstärke, so nimmt U_{\max} proportional mit ν zu, während I_s konstant bleibt (Abb. A-1 d).

Diese beiden Beobachtungsergebnisse stehen in krassem Widerspruch zur klassischen Wellentheorie des Lichts. Im Wellenbild ist nämlich die Energie des Lichts proportional zum Quadrat der Amplitude $|E_0|$ des elektrischen Feldes der Lichtwelle. Dringt eine solche Lichtwelle in ein Metall ein, so versetzt sie die Leitungselektronen gegenüber den Atomrümpfen in erzwungene Schwingungen (Abb. A-2). Für die Energie einer solchen Schwingung mit der Frequenz ν gilt weit oberhalb der Eigenfrequenz ν_r des Resonators $E \sim 1/\nu^2$, wie wir aus der Wellenlehre wissen. Die Eigenfrequenz ν_r der Elektronen im Metall kann von der Größenordnung 10^{13} Hz sein; die Frequenz ν des sichtbaren Lichts liegt bei 10^{15} Hz . Also ist die Bedingung $\nu \gg \nu_r$ in diesem Fall gut erfüllt. Hiermit erkennen wir einen ersten Widerspruch zwischen Wellenbild und Experiment: Nach Abbildung A-1 d wächst $|U_{\max}|$ bzw. E_{\max} etwa proportional mit ν an und nimmt nicht mit $1/\nu^2$ ab. Dasselbe gilt auch für die mittlere Energie der Photoelektronen, die etwa der Spannung bei der größten Steigung der Kennlinie entspricht.

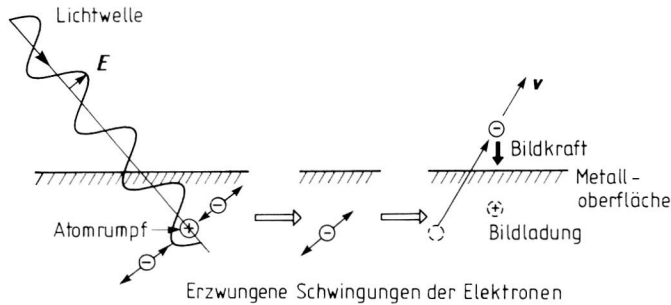
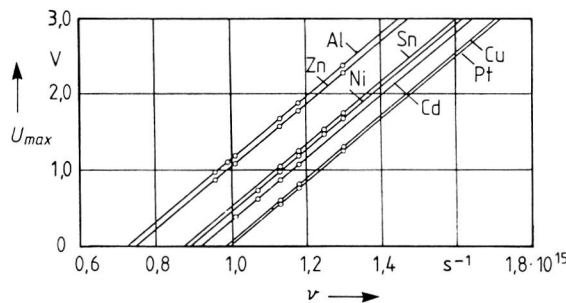


Abb. A-2. Klassische Vorstellung vom Photoeffekt. Die einfallende Lichtwelle (elektrisches Feld E) versetzt die Metallelektronen in erzwungene Schwingungen gegenüber den positiven Atomrümpfen. Sobald ein Elektron genügend Schwingungsenergie aufgenommen hat, kann es das Metall mit der Geschwindigkeit v verlassen. Es wird dabei jedoch durch die Coulomb-Anziehung seiner Bildladung gebremst.

Einen zweiten Widerspruch zum Wellenbild des Lichts liefert Abbildung A-1 c. Hiernach ist die maximale kinetische Energie E_{\max} ($\sim U_{\max}$) der Photoelektronen unabhängig von der Bestrahlungsstärke B , während die von einer Lichtwelle auf den schwingenden elektrischen Dipol übertragene Energie proportional zum Quadrat der Amplitude $|E_0|$ der Welle anwachsen sollte. Schließlich ergibt sich ein dritter gravierender Widerspruch zur Wellenhypothese des Lichts, wenn man den zeitlichen Ablauf des Experiments betrachtet: Wird das Metall zum Beispiel mit der Bestrahlungsstärke B von einem Watt pro Quadratmeter beleuchtet, und beträgt die Eindringtiefe d des Lichts 100 Atomlagen ($\approx 30 \text{ nm}$ bei einem Atomabstand a von $0,3 \text{ nm}$), so erhält jeder aus einem Atomrumpf und einem Elektron bestehende Dipol im Mittel eine Leistung $L = B a^2 / (d/a) \approx 1 \cdot (3 \cdot 10^{-10})^2 / 100 \approx 10^{-21} \text{ W}$. Die Bindungsenergie der Elektronen im Metall (bzw. ihre „Austrittsarbeit“) beträgt rund 10^{-19} J . Es würde also im Mittel 100 s dauern, bis ein Elektron genügend Schwingungsenergie angesammelt hat, um das Metall verlassen zu können. Tatsächlich beobachtet man aber, daß der Strom in weniger als 10^{-9} s zu fließen beginnt, und zwar in voller Stärke. Dies trifft auch noch bei einer Bestrahlungsstärke von 10^{-6} W/m^2 zu, wobei es, klassisch gerechnet, 3 Jahre dauern würde, bis ein Elektron genügend Energie erhalten hat, um das Metall zu verlassen.

Diese drei Widersprüche zum Wellenbild des Lichts sind so offensichtlich, nämlich von qualitativer Natur bzw. von 10^{17} Größenordnungen, daß an der klassischen Vorstellung etwas ganz Grundsätzliches falsch sein muß. Das bewog Einstein 1905 zur Photonenhypothese: Licht besteht aus Energiequanten (Photonen) der „Stärke“ $E = h\nu$. Ihre Energie ist mit der Planck-Konstanten $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ proportional zur Frequenz. Die Energie eines Quants des sichtbaren Lichts mit der Wellenlänge $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ bzw. der Frequenz $\nu = c/\lambda \approx 6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ beträgt demnach etwa $4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ($\approx 2 \text{ eV}$); für ein Röntgenquant der Wellenlänge $5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ sind es $4 \cdot 10^{-16} \text{ J}$ ($\approx 2,5 \text{ keV}$). Einstein konnte sich bei dieser Hypothese auf frühere Überlegungen von Planck beziehen, dem es 1900 gelang, die Frequenzabhängigkeit der spektralen Energiedichte $u d\nu$ der elektromagnetischen Strahlung eines schwarzen Körpers mit derselben Hypothese richtig zu berechnen (Plancks Strahlungsformel lautet $u(\nu) d\nu = 8\pi h \nu^3 d\nu / [c^3 (e^{h\nu/kT} - 1)]$, die Dimension von $u d\nu$ ist J/m^3). Den Zahlenwert der Konstanten h konnte Einstein direkt aus dem Anstieg der gemessenen Maximalenergie der Photoelektronen mit der Frequenz berechnen (Abb. A-3), in guter Übereinstimmung mit demjenigen aus Plancks Strahlungsgesetz. Die Gleichung für die Energie der Photoelektronen lautet:

$$E_{\max} = h(\nu - \nu_a).$$



Photonenhypothese

Abb. A-3. Einsteins Photoelektronen-Gleichung. Meßwerte der maximalen Gegenspannung U_{\max} der Photoelektronen (siehe Abb. A-1d) als Funktion der Lichtfrequenz ν für Metalle mit verschiedener Austrittsarbeit $E_a = h\nu_a$. Die Planck-Konstante ergibt sich aus der Steigung der Geraden $e_0 U_{\max} = h\nu - h\nu_a$ (nach Lukirsky und Priležayev 1928).

Demnach ist die Maximalenergie der Photoelektronen kleiner als $h\nu$, nämlich um die sogenannte Austrittsenergie $E_a = h\nu_a$. Diese entspricht im klassischen Modell der Abbildung A-2 der Bildkraft und ist von der Größenordnung 10^{-19} J ($\approx 0,6 \text{ eV}$).

Einsteins Modell erklärt auf einfache Weise alle drei im klassischen Bild enthaltenen Widersprüche:

- Erstens gibt es „sofort“ ($< 10^{-9} \text{ s}$) nach Einsetzen der Belichtung Elektronen mit der maximalen Energie, nämlich sobald auch nur ein Lichtquant ($\approx 10^{-19} \text{ J}$) von einem Elektron absorbiert wurde.
- Zweitens wächst die mittlere und die maximale Energie der Photoelektronen proportional zur Frequenz ν an (Abb. A-3) und fällt nicht mit $1/\nu^2$ ab wie im klassischen Modell.
- Drittens ist die Maximalenergie der Photoelektronen unabhängig von der Bestrahlungsstärke, nämlich gleich $h(\nu - \nu_a)$. Dagegen wächst ihre Zahl proportional zur Anzahl der Lichtquanten und damit zur Bestrahlungsstärke (siehe Abb. A-1 c).

Das Wellen- und das Teilchen- oder Quantenbild des Lichts stehen, anschaulich gesehen, im Widerspruch zueinander. In der Welle sind Energie und Impuls räumlich homogen verteilt, im Photon sind sie lokalisiert.

Welle-Teilchen-Dualismus

Eine Welle kann mit anderen Wellen interferieren, Teilchen mit anderen Teilchen aber nicht. Was ist nun Licht wirklich, Welle oder Teilchen? Die richtige Antwort lautet: keines von beiden. Es hat jedoch wellen- oder teilchenähnliche Eigenschaften, je nachdem, was für ein Experiment wir durchführen. Mit einem anschaulichen Modell können wir das Licht nicht vollständig beschreiben. Dies ist besonders schön in einem Aufsatz von J.-M. Lévy-Leblond erläutert (European Journal of Physics **2**, 44, 1981).

Der Photoeffekt hat für eine quantitative Interpretation zwei Nachteile: Die Austrittsenergie und auch die Energieverteilung der Photoelektronen sind Festkörpereigenschaften und lassen sich nicht einfach berechnen. Besser wäre es deshalb, den Photoeffekt an freien Elektronen zu beobachten, zum Beispiel in einem Elektronenstrahl (Abb A-4). Leider ist ein solches Experiment nicht durchführbar, weil dabei der Energie- oder der

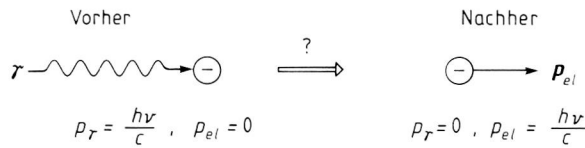


Abb. A-4. Hypothetischer Photoeffekt am freien Elektron. Ein Lichtquant der Energie $h\nu$ trifft ein freies Elektron und überträgt ihm seine gesamte Energie sowie seinen gesamten Impuls. Dieser Prozeß würde den Energie- oder Impulssatz verletzen bzw. zu der unphysikalisch hohen Elektronengeschwindigkeit $v = c$ führen.

Impulssatz verletzt würde. Der Energiesatz lautet für ein vor dem Stoß ruhendes Elektron $E_{\text{kin,e}} = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta^2} - m_0 c^2 = h\nu$, wobei $\beta = v/c$, der Impulssatz $p_e = mv = m_0 v / \sqrt{1 - \beta^2} = h\nu/c$. Elimination von $h\nu$ liefert $m_0 c^2 - m_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} = m_0 v c$, und daraus erhält man nach einfacher Umrechnung $v = c$. Das ist aber nicht realisierbar, weil für $v = c$ die Energie des Elektrons unendlich groß würde. Man muß daher nach einem anderen Weg suchen, um die Lichtquantenhypothese experimentell zu bestätigen.

Offenbar lassen sich Energie- und Impulssatz nicht gleichzeitig erfüllen, wenn ein Lichtquant der Ruhemasse Null und mit der Geschwindigkeit c auf ein Teilchen mit endlicher Ruhemasse stößt und von diesem absorbiert wird. Jedoch wird das Experiment sofort durchführbar, wenn noch ein dritter Stoßpartner vorhanden ist. Im einfachsten Fall kann das Photon beim Stoß nur einen Teil seiner Energie abgeben und mit dem Rest weiterfliegen. Dann können Energie- und Impulssatz erfüllt werden. Das entsprechende Experiment wurde 1923 von A. H. Compton durchgeführt und trägt seinen Namen (Abb. A-5).

Zur Vereinfachung der Berechnung nehmen wir an, das Elektron ruhe vor dem Stoß. Der Energiesatz lautet dann

$$h\nu = h\nu' + E_{\text{kin,e}} = h\nu' + \sqrt{m_0^2 c^4 + p_e^2 c^2} - m_0 c^2$$

(ν bzw. ν' ist die Photonenfrequenz vor bzw. nach dem Stoß, die Wurzel ist die relativistische Gesamtenergie E_e des bewegten Elektrons mit der Ruhemasse m_0 und dem Impuls p_e). Den Impulssatz kann man in zwei Komponenten zerlegen, parallel und senkrecht zum einfallenden Strahl (ϕ bzw. θ Streuwinkel der Photonen bzw. Elektronen):

$$\parallel: \quad \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + p_e \cos \theta,$$

$$\perp: \quad 0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - p_e \sin \theta.$$

Compton-Effekt

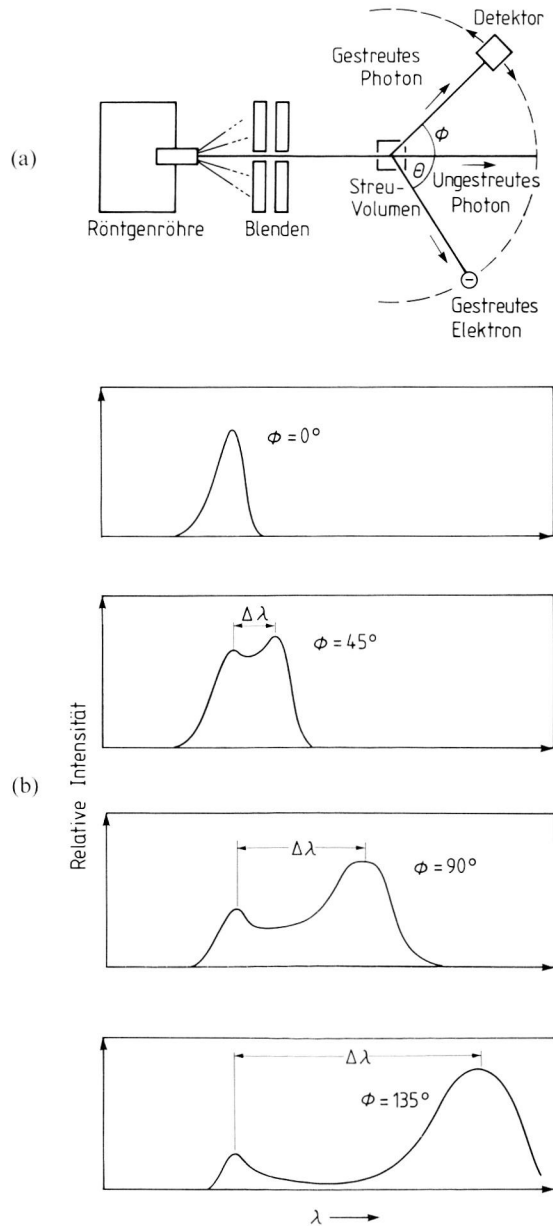


Abb. A-5. Der Compton-Effekt (nach Beiser 1983). (a) Experimentelle Anordnung zur Messung der Compton-Streuung. (b) Gemessene Wellenlängenverschiebung bei verschiedenen Streuwinkeln ϕ . Je größer ϕ ist, um so stärker ändert sich die Wellenlänge des Photons beim Streuprozess, denn desto größer ist der Energieübertrag an das Elektron.

Elimination von θ hieraus liefert

$$(h\nu)^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\phi + (h\nu')^2 = (p_e c)^2.$$

Nun ersetzen wir $p_e c$ durch ν und ν' aus dem Energiesatz und erhalten

$$\frac{m_0 c^2}{h} \cdot \frac{\nu - \nu'}{\nu \nu'} = 1 - \cos\phi, \quad \text{bzw. mit} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\phi).$$

Setzt man hier Zahlen ein, so folgt für $\cos\phi = -1$ (Rückstreuung)

$$\Delta\lambda_{\max} = \frac{2h}{m_0 c} \approx \frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34}}{10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 4,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Verwendet man Röntgenstrahlen mit einer Wellenlänge von etwa 10^{-10} m, so beträgt die maximale beobachtbare Wellenlängenverschiebung etwa 5 Prozent. Ein Meßergebnis zeigt Abbildung A-5 b. Der Compton-Effekt läßt sich im Wellenbild nicht anschaulich verstehen und ist somit eine Stütze für die Teilchennatur des Lichts.

Photonen haben nach unseren heutigen Kenntnissen keine Ruhemasse. Sie ist sicher kleiner als 10^{-61} kg. Dagegen besitzen sie aufgrund der Einstein-Beziehung $m = E/c^2$ sowohl eine schwere als auch eine träge relativistische Masse $m_{\text{ph}} = h\nu/c^2$. Für ein Quant des sichtbaren Lichts beträgt demnach $m_{\text{ph}} \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} / 9 \cdot 10^{16} \approx 4 \cdot 10^{-36}$ kg. Für ein Gammaquant von 10^{-13} J (1 MeV) ist $m_{\text{ph}} \approx 10^{-30}$ kg, etwa eine Elektronenmasse. Diese Masse kann man auf verschiedene Arten bestimmen. Sie macht sich zum Beispiel in einem Gravitationsfeld bemerkbar. Licht, das von einem Stern (Masse M , Radius R) mit der Energie $h\nu$ ausgesandt wird, besitzt an dessen Oberfläche die potentielle Energie $E_p = -GMh\nu/Rc^2$ (G Gravitationskonstante). Wenn es sich vom Stern entfernt, muß es wegen seiner relativistischen Masse Arbeit gegen Gravitationsanziehung leisten. Dabei nimmt seine kinetische Energie ab. Solange das Lichtquant sich durch den leeren Weltraum bewegt, kann man annehmen, daß seine Gesamtenergie konstant ist, $E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = h\nu(1 - GM/Rc^2)$. Setzen wir diese gleich $h\nu'$, so erhalten wir die Frequenz ν' des Lichts im großen Abstand vom Stern, zum Beispiel am Ort eines Beobachters auf der Erde (Abb. A-6). Die relative Frequenzänderung bzw. Wellenlängenänderung heißt Gravitations-Rotverschiebung. Sie beträgt

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \equiv \frac{\nu - \nu'}{\nu} = \frac{GM}{Rc^2} \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda'} \equiv \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = \frac{GM}{Rc^2}.$$

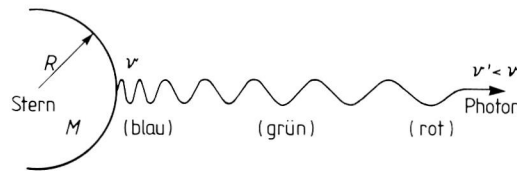


Abb. A-6. Gravitationsrotverschiebung bei Sternen. Ein Stern mit der Masse M und dem Radius R sendet ein Lichtquant der Frequenz ν aus. Dessen Wellenlänge wächst mit zunehmender Entfernung von der Sternoberfläche, weil das Lichtquant Arbeit gegen die Gravitationsanziehung des Sterns leisten muß (nach Beiser 1983).

Dabei haben wir die potentielle Energie im Gravitationsfeld der Erde vernachlässigt, weil dieses im allgemeinen viel kleiner ist als dasjenige von Sternen. Genau genommen würde das Lichtquant beim „Herunterfallen“ auf die Erde wieder etwas Energie gewinnen, nämlich $h\nu'GM_E/R_Ec^2$ (M_E bzw. R_E Masse und Radius der Erde).

Setzt man Zahlen für unsere Sonne ein, so folgt

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda'} \approx \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 10^8 \cdot (3 \cdot 10^8)^2} \approx 2,1 \cdot 10^{-6}.$$

Eine so kleine Wellenlängenänderung ist schwer nachweisbar wegen der im allgemeinen viel größeren Dopplerverbreiterung des Licht infolge der thermischen Bewegung der emittierenden Atome. Es gibt jedoch Sterne, die bei etwa gleicher Masse viel kleiner sind als die Sonne, weiße Zwerge und Neutronensterne (siehe Kap. 22). Die letzteren haben typische Radien

von einigen Kilometern, so daß $\Delta\lambda/\lambda'$ dann von der Größenordnung 0,1 wird. Das kann man bequem messen, und auf diese Weise lassen sich auch Masse oder Größe solcher Sterne bestimmen. Die erste Messung der Gravitationsrotverschiebung in einem irdischen Laboratorium gelang R. V. Pound und G. A. Rebka Anfang der 60er Jahre. Wir haben das im Abschnitt 16.1 besprochen (siehe Abb. 16-10).

Nachdem wir das Teilchenverhalten der Photonen kennengelernt haben, ihre räumlich konzentrierte Energie, ihren Impuls sowie ihre schwere und träge Masse, könnten wir uns fragen, wie groß denn ein Photon ist. Aber auf diese Frage gibt es keine Antwort. Einerseits müßte es so klein sein, daß es zwischen dicht gepackten Nukleonen in Atomkernen oder Neutronensternen hindurchgeht, also im Durchmesser kleiner als etwa 10^{-15} m. Andererseits sollte es so groß sein, daß es an makroskopischen Strukturen gebeugt werden kann, zum Beispiel in einem Doppelspalt mit einem Spaltabstand von einem Millimeter. Wir hatten schon bei der Diskussion des Photoeffekts festgestellt, daß ein Photon weder Welle noch Teilchen ist, sondern gleichzeitig Eigenschaften von beiden Objekten besitzt. Seine relative Kleinheit könnten wir eher dem Teilchenbild zuordnen, seine relative Größe eher dem Wellenfeld.

Unmittelbaren Aufschluß über den Zusammenhang zwischen Wellen- und Teilchenaspekt des Photons gibt uns das Doppelspaltexperiment von T. Young (Abb. A-7). Sind beide Spalte geöffnet, so erhält man eine Interferenzfigur wie in Abbildung A-7a, und zwar auch dann, wenn in jedem Augenblick im Mittel nur ein Photon zwischen Quelle und Schirm unterwegs ist. Verschließt man einen der Spalte oder versucht man, das Photon

Die Natur der Photonen

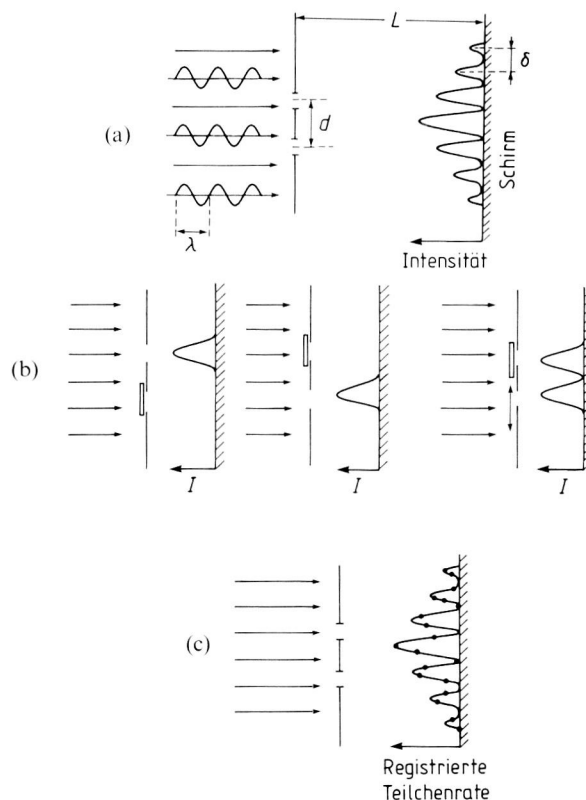


Abb. A-7. Youngs Doppelspaltversuch, schematisch.

(a) Paralleles Licht oder Teilchen mit der Wellenlänge λ fallen auf einen Doppelspalt. Auf dem Schirm dahinter entsteht eine Interferenzfigur. Der Abstand δ der Interferenzstreifen ist von der Größenordnung $\lambda L/d$.

(b) Verschließt man einen der beiden Spalte, so verschwindet das Interferenzmuster. Es bleibt nur das (Beugungs-)Bild eines Spalts übrig. Auch beim abwechselnden Öffnen und Schließen jeweils eines Spalts erhält man nur die Summe beider Spaltbilder.

(c) Nur wenn beide Spalte gleichzeitig offen sind, entsteht das Interferenzmuster. Einzelne Photonen bzw. Teilchen treffen an den verschiedenen Stellen des Schirms mit einer Häufigkeit ein, die der aus dem Wellenbild berechneten Intensität entspricht. Entsprechende Experimente mit Elektronen sind beschrieben und abgebildet bei A. Tonomura u. a., *American Journal of Physics* **57**, No. 2, S. 117–120 (1989).

während seines Weges von der Quelle zum Schirm zu beobachten, so verschwindet die Interferenzfigur (Abb. A-7 b). Es bleibt nur das Beugungsbild jeweils eines Spalts übrig. Auch wenn man die beiden Spalte abwechselnd zuhält, findet man nur eine Überlagerung der beiden Spaltbilder (Abb. A-7 b, rechts). Sind jedoch beide Spalte gleichzeitig offen und stört man die Wege der Photonen nicht durch irgendein Meßinstrument, so beobachtet man das Interferenzmuster. Dabei darf man sich nicht vorstellen, das Photon würde vor dem Doppelspalt geteilt und jeder der beiden Teile ginge durch einen Spalt, um sich dahinter wieder zu einem kompletten Photon zu vereinigen. Es wurden nämlich niemals Bruchteile eines Photons ($E < h\nu$) beobachtet. Dagegen kann man sich vorstellen, daß der Wellenanteil des Photons durch beide Spalte gleichzeitig läuft und dabei die Information über die Interferenzfigur erhält. Der Teilchenanteil des Photons geht hingegen immer nur durch einen Spalt, wie es ein klassisches Teilchen tun würde. Diese Vorstellung läßt sich „beweisen“, indem man die Auftreffpunkte der einzelnen Photonen auf dem Schirm markiert, zum Beispiel durch die Schwärzungspunkte in einer fotografischen Emulsion (Abb. A-7 c). Wo in diesem Experiment Dunkelheit auftritt, haben sich nicht etwa zwei oder mehr Photonen gegenseitig „ausgelöscht“, was im Teilchenbild auch gar nicht denkbar ist, sondern dort sind einfach keine hingekommen. Dafür sind an die hellen Stellen entsprechend mehr gelangt. „Die Welle reguliert sozusagen die Bahnen ihrer Teilchen.“ Wir müssen uns also daran gewöhnen, daß Photonen Wellen- und Teilchen-Eigenschaften gleichzeitig besitzen.

A.2 Teilchen als Wellen

Aufgrund des Erfolges von Einsteins Photonenhypothese postulierte L. de Broglie 1924, daß auch Teilchen mit Ruhemasse Welleneigenschaften besitzen, die wie beim Licht durch die Wellenlänge λ einer Wellenfunktion ψ mit $\lambda = h/p = h/mv$ repräsentiert werden. Er nannte diese ψ -Wellen „Materiewellen“ ohne zu wissen, was man sich darunter vorstellen könnte. Im Jahre 1927 gelang dann G. P. Thomson sowie C. J. Davisson und L. H. Germer der Beweis für die Existenz solcher Wellen, und zwar mittels Beugung von Elektronen an den Atomen von Kristallgittern. H. Boersch konnte 1940 zum ersten Mal Elektronen an einer makroskopischen Kante beugen (Abb. A-8). Aus dem Abstand zwischen Kante und Lichtquelle sowie aus der Breite der Interferenzstreifen erhielt er die richtige, von de Broglie vorausgesagte Wellenlänge, etwa 10^{-11} m für eine Beschleunigungsspannung von 10^4 Volt. (Aus $E_{\text{kin}} = e_0 U = mv^2/2$ folgt $v = \sqrt{2e_0 U/m} \approx 6 \cdot 10^7$ m/s für $U = 10^4$ V, $\lambda = h/mv \approx 10^{-11}$ m.)

Experimente

Bei der Beugung von Elektronen und anderen Teilchen an Kristallgittern beobachtet man die Interferenzen der von Atomen in verschiedenen Netzebenen gestreuten Wellen (Abb. A-9). Für konstruktive Interferenz gilt die aus der Wellenlehre bekannte Bragg-Bedingung $2a \sin \vartheta = n\lambda$ (a Netzebenenabstand, ϑ halber Streuwinkel, $n = 0, 1, 2, \dots$; λ Materie-

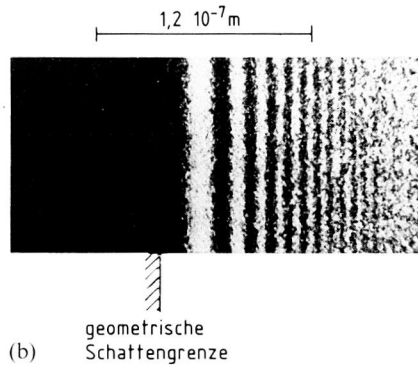
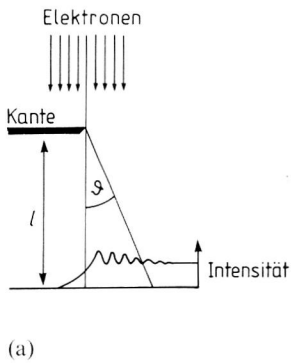


Abb. A-8. Elektronenbeugung an einer makroskopischen Kante (H. Boersch 1940).

(a) Schema der Versuchsanordnung. Die Kante befindet sich etwas außerhalb der Gegenstandsebene des Abbildungssystems. Die Elektronenlinsen sind in der Zeichnung weggelassen.

(b) Beugungsbild an der Kante einer Platinfolie; Vergrößerung 190 000fach; Elektronenenergie $6,1 \cdot 10^{-15} \text{ J}$ (38 keV); Wellenlänge $6 \cdot 10^{-12} \text{ m}$; Objektabstand $l = 0,014 \text{ mm}$, siehe Teilbild a (nach Boersch 1943).

wellenlänge). In Abbildung A-10 sind auf diese Weise gewonnene Beugungsbilder verschiedener Teilchenarten gezeigt (vgl. Abb. 14-19). Nach de Broglie ist die Wellenlänge bei gleicher Geschwindigkeit umgekehrt proportional zur Masse der Teilchen. Neutronen haben demnach eine rund 2000mal kleinere Wellenlänge als Elektronen, Helium-Atome eine 8000mal kleinere (siehe Abb. 14-15).

Die Frage nach der Natur der Materiewellen wurde 1926 von M. Born beantwortet. In Analogie zum Licht postulierte er: Das Quadrat der Wellenfunktion ψ , gemittelt über ein Raumelement ΔV , ist proportional zur

Natur der Materiewellen

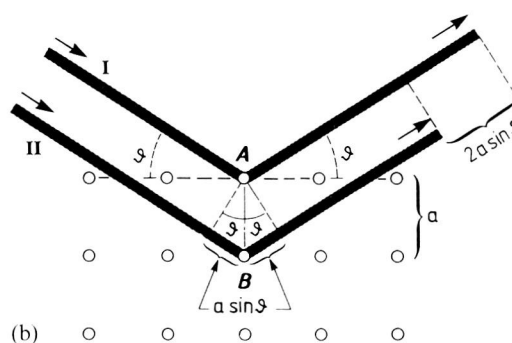
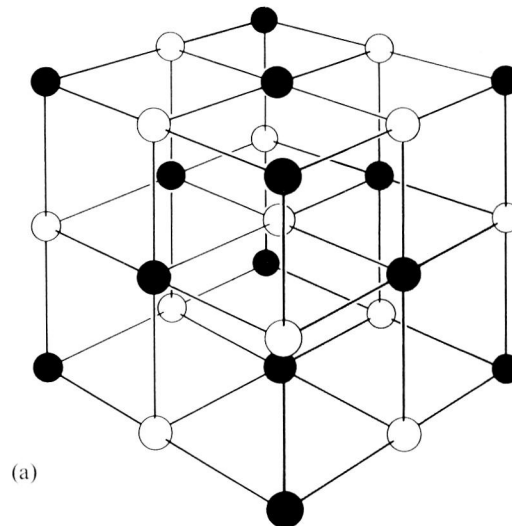
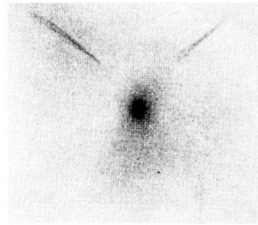
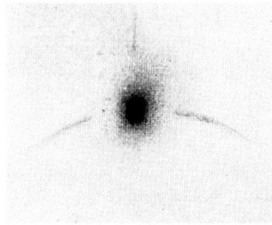
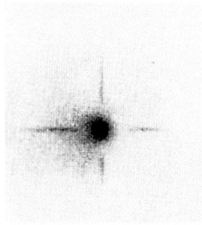


Abb. A-9. Beugung an Kristallgittern (nach Beiser 1983). (a) Struktur eines Kristallgitters (siehe Kap. 14). (b) Zustandekommen der Interferenz zwischen zwei kohärenten Strahlen I und II, die an den Atomen A und B gestreut werden. Konstruktive Interferenz tritt auf, wenn der Gangunterschied $2a \sin \theta$ gleich $n\lambda$ ist ($n = 1, 2, 3, \dots$, λ Wellenlänge der Strahlung).



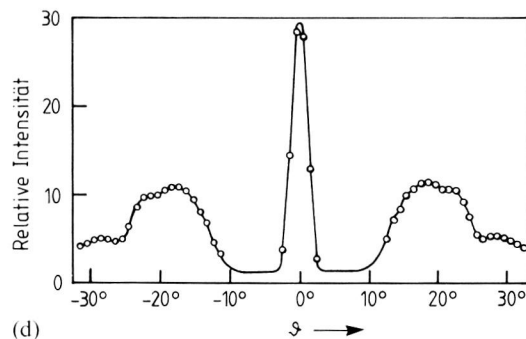
(a)



(b)



(c)



(d)

Abb. A-10. Beugung von Materiewellen an Kristallgittern.

(a) Neutronen-Beugungsbild eines NaCl-Einkristalls (aus Semat und Albright 1972).

(b) Beugungsbilder von Wasserstoffatomen an einem LiF-Einkristall unter verschiedenen Reflexionsbedingungen: Links senkrechter Einfall, mitte und rechts Einfall unter 45° zur Flächennormale mit Einfallsebene (110) bzw. (100) (aus Johnson 1931).

(c) Beugungsbild von Elektronen an einem UO_2 -Einkristall (aus Hecht 1987, mit freundlicher Genehmigung des Los Alamos Laboratory der University of California).

(d) Beugung von Helium-Atomen an einer LiF-Oberfläche (nach Frisch und Stern 1933).

Aufenthaltswahrscheinlichkeit W des Teilchens in ΔV : $W(\Delta V) \sim \int_{\Delta V} |\psi|^2 dV$.

(Beim Licht ist die Energiedichte der Welle proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke.) Damit ist aber immer noch nicht erklärt, was in dieser ψ -Welle nun eigentlich schwingt. Man kann nämlich ψ , das heißt, die Wurzel aus einer Wahrscheinlichkeitsdichte, nicht direkt messen oder beobachten. Nur das Betragsquadrat $|\psi|^2$ bzw. $\psi^* \psi$ (ψ^* konjugiert-komplexer Wert von ψ) ist eine meßbare und damit anschaulich interpretierbare Größe. Damit müssen wir uns abfinden.

Man erhält ψ als Lösung der Schrödinger-Gleichung, der allgemeinen Wellengleichung für Materiewellen. Diese gehört zu unseren Grundgesetzen (siehe Tab. 3-1), und sie läßt sich bis heute nicht aus anderen solchen Gesetzen ableiten. Sie lautet für nichtrelativistische Teilchen ($v \ll c$), ohne Berücksichtigung ihres Spins:

$$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U \psi.$$

Dabei ist $i = \sqrt{-1}$, m die Masse des Teilchens, U seine potentielle Energie und ∇^2 der Laplace-Operator: $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$. Schrödinger hat diese Differentialgleichung auf geniale Weise erraten, indem er in der Gleichung einer ebenen Welle, $\psi = A \cdot e^{-i\omega(t - x/v)}$ folgende Substitutionen vornahm: $\omega = 2\pi\nu$, $v = \lambda \cdot \nu$, $\nu = E/h$ und $\lambda = h/p$. Das ergibt $\psi = A \cdot e^{-(i/h)(Et - px)}$. Nichtrelativistisch ist aber $E = (p^2/2m) + U$, und Schrödinger erhielt seine Gleichung durch Differenzieren von ψ nach x und t und Einsetzen von $\partial\psi/\partial t$ und $\partial^2\psi/\partial x^2$ in diesen Ausdruck für E . Die Konstante A findet man durch Normierung, denn die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen irgendwo zwischen $x = -\infty$ und $x = +\infty$ zu finden, muß $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \psi dx = 1$ sein. Die Einheit von A ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeitsbedeutung von ψ zu $m^{-1/2}$ bzw. in drei Dimensionen zu $m^{-3/2}$. Die hier skizzierte „Herleitung“ der Schrödinger-Gleichung enthält als wichtigstes Postulat die Behauptung, der Ausdruck für die Gesamtenergie, $E = (p^2/2m) + U$, gelte auch für Materiewellen. Dies läßt sich bis heute nicht auf andere Art beweisen, doch die Erfahrung gibt Schrödinger recht.

Die Geschwindigkeit w einer solchen Materiewelle sollte $w \equiv \lambda v = (h/p)(E/h) = mc^2/mv = c^2/v$ sein. Dieser Quotient ist immer größer als c , da die Teilchengeschwindigkeit v immer kleiner als c sein muß. Materiewellen bewegen sich also mit Überlichtungsgeschwindigkeit! Dieses Ergebnis wird plausibel, wenn wir nicht die Phasengeschwindigkeit $w \equiv v \cdot \lambda = \omega/k$ (k Wellenzahl), sondern die aus der Optik bekannte Gruppengeschwindigkeit $u \equiv \partial\omega/\partial k$ einer Wellengruppe (Abb. A-11) betrachten. Wir setzen $\omega = 2\pi\nu = 2\pi E/h = 2\pi m_0 c^2/(h\sqrt{1 - v^2/c^2})$ und $k = 2\pi/\lambda = 2\pi p/h = 2\pi m_0 v/(h\sqrt{1 - v^2/c^2})$. Dann erhalten wir $u \equiv \partial\omega/\partial k = (\partial\omega/\partial v)/(\partial k/\partial v) = [2\pi m_0 c^2/(h(1 - v^2/c^2)^{3/2})]/[2\pi m_0 v/(h(1 - v^2/c^2)^{3/2})] = v$. Das Teilchen bewegt also mit der Geschwindigkeit einer zu ihm gehörigen Wellengruppe.

Das Bild der Wellengruppe liefert uns zugleich eine qualitative Erklärung dafür, warum es nicht möglich ist, Ort und Impuls eines Teilchens gleichzeitig genau zu kennen. Der Impuls in x -Richtung ist ja nach de Broglie durch die Wellenlänge bestimmt, $p_x = h/\lambda$. Eine Wellengruppe besteht aber aus mehreren Wellen mit verschiedener Wellenlänge. Man kann ihr einen Mittelwert $\bar{\lambda} \pm \Delta\lambda$ entnehmen (Abb. A-11). Andererseits ist der Ort des Teilchens durch die Ausdehnung $\Delta x = N \bar{\lambda}$ der Wellengruppe bestimmt, wobei N die Anzahl der Wellen innerhalb der Gruppe bezeich-

Schrödinger-Gleichung

Wellen-Geschwindigkeit

Heisenbergs Unschärfebeziehung

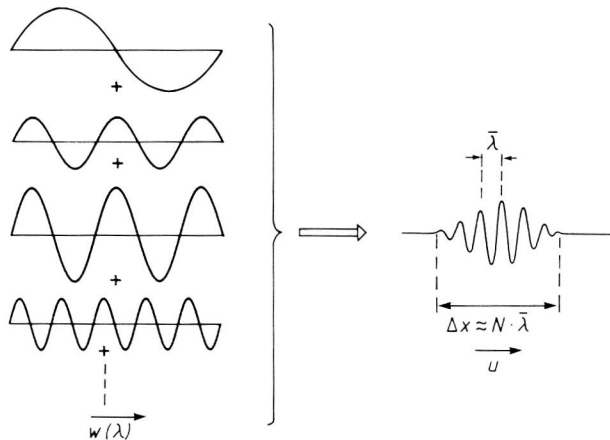


Abb. A-11. Darstellung einer Wellengruppe. Eine Wellengruppe (rechts) der Ausdehnung Δx entsteht durch Überlagerung vieler monochromatischer Wellen (links) mit verschiedener Wellenlänge und verschiedener Amplitude. Aus deren Phasengeschwindigkeit $w(\lambda)$ berechnet sich die Gruppengeschwindigkeit $u \equiv \partial\omega/\partial k = w - \lambda(\partial w/\partial \lambda)$. N ist die Zahl der Wellen mit der mittleren Wellenlänge $\bar{\lambda}$ innerhalb der Gruppe.

net. Je mehr Wellen die Gruppe enthält, um so genauer kann man $\bar{\lambda} = h/\bar{p}_x$ bestimmen. Mit der naheliegenden Annahme $\Delta\lambda/\bar{\lambda} = 1/N$ und mit $|\Delta p_x/\bar{p}_x| = |\Delta\lambda/\bar{\lambda}|$ erhalten wir dann $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx N \bar{\lambda} \cdot \bar{p}_x \Delta\lambda/\bar{\lambda} = h$. Eine genauere Rechnung liefert $\Delta x \cdot \Delta\lambda \geq \lambda^2/4\pi$ bzw. $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h/2$. Dies ist Heisenbergs Unschärfebeziehung. Auf ähnliche Weise kann man einen Zusammenhang zwischen der Unschärfe Δj des Betrags des Drehimpulses und derjenigen ($\Delta\varphi$) des Winkels gewinnen, unter welchem j relativ zu einer vorgegebenen Richtung steht, $\Delta j \cdot \Delta\varphi \geq h/2$. Und schließlich gibt es eine Unschärfebeziehung zwischen der Lebensdauer Δt des Energiezustandes eines Systems und der Unbestimmtheit ΔE der Energie dieses Zustands: $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2$.

In manchen Lehrbüchern findet man das Argument, die genannten Unschärfen rührten von der Unvollkommenheit der betreffenden Meßmethoden her. Man kann zeigen, daß zum Beispiel zur Ortsbestimmung eines Teilchens auf dieses mindestens ein Impuls Δp_x übertragen werden muß, dessen Größe mit Δx durch Heisenbergs Unschärfebeziehung zusammenhängt. Eine solche Argumentation kann aber irreführend sein. Die Unbestimmtheiten der Größenpaare Ort und Impuls, Energie und Lebensdauer, Drehimpuls und Winkel sind prinzipielle Folgen des Welle-Teilchens-Dualismus. Sie machen sich jedoch erst bei einer Messung bemerkbar.

Anhang B

Tabelle der Eigenschaften der wichtigsten bekannten Atomkerne

Spalte 1 Ordnungszahl Z

2 Chemisches Symbol

3 Massenzahl A

4 Massendefekt ΔM in Einheiten $10^{-6} \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-33} \text{ kg}$
($\Delta M = M - A$; M Nuklidmasse)

5 Relative Häufigkeit im natürlichen Element (n natürlich radio-
aktives Nuklid)

6 Drehimpulsquantenzahl und Parität (+ oder -)

7 Magnetisches Dipolmoment in Einheiten $\mu_k = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ A m}^2$

8 Elektrisches Quadrupolmoment in Einheiten $e_0^2 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$

9 Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen in Einheiten
 10^{-24} cm^2 (f Spaltquerschnitt)

10 Halbwertszeit des Grundzustands oder eines isomeren Zustands

11 Energie der wichtigsten radioaktiven Zerfälle in Einheiten keV
(„B---X“ bedeutet Emission der charakteristischen Röntgen-
strahlung des Elements „B“)

(Aus: „Fachlexikon ABC Physik“, Hrsg. R. Lenk und W. Gellert, H. Deutsch, Zürich 1974,
Bd. 2, S. 1060–1083.)

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
0	n	1	8 665,20		1/2+	-1,91314			11,7 min	β^- : 780
1	H	1	7 825,20	99,9852	1/2+	2,79277		0,33	stabil	
		2	14 102,22	0,0148	1+	0,857406	0,00282	0,0005	stabil	
		3	16 049,71	n	1/2+	2,97885			12,26 a	β^- : 18,6
2	He	3	16 029,73	0,00013	1/2+	-2,12755			stabil	
		4	2 603,12	99,99	0+				stabil	
		5	12 297							
		6			0+				0,79 s	β^- : 3508; kein γ
3	Li	6	15 124,7	7,42	1+	0,822010	-0,0011	953	stabil	
		7	16 004,0	92,58	3/2-	3,25628	-0,040	0,04	stabil	
		8	22 487,1		2+	1,653			0,8 s	
4	Be	7	16 928,9		3/2-				53,4 d	γ : 477
		9	12 185,5	100	3/2-	-1,17744	0,029	0,009	stabil	
		10	13 534,4		0+				$1,9 \times 10$ (6) a	β^- : 555; kein γ
		11	21 666		1/2+				13,6 s	β^- : 11 500; γ : 2140, 4670, 5850, 6790
5	B	8	24 609,3		2+				0,77 s	β^+ : 14 000; γ : 511
		10	12 938,8	19,61	3+	1,80063	0,074	3837	stabil	
		11	9 305,3	80,39	3/2-	2,68857	0,036	0,005	stabil	
6	C	10	16 810		0+				19,3 s	β^+ : 1870; γ : 511, 717, 1023
		11	11 431,7		3/2-	$\pm 1,03$	$\pm 0,031$		20,3 min	β^+ : 970; γ : 511
		12	0	98,893	0+			0,0034	stabil	
		13	3 354,4	1,107	1/2-	0,702381		0,0009	stabil	
		14	3 241,97	n	0+				5730 a	β^- : 156; kein γ
		15	10 599,5		1/2+				2,25 s	β^- : 9820, 4510; γ : 5299
		16	14 700		0+				0,74 s	
7	N	12	18 641		1+				0,011 s	β^+ : 16 400; γ : 511; 4430; α : 195
		13	5 738,4		1/2-	$\pm 0,3221$			9,96 min	β^+ : 1200; γ : 511
		14	3 074,39	99,6337	1+	0,40361	0,011	0,075	stabil	
		15	107,7	0,3663	1/2-	-0,28309		0,00002	stabil	
		16	6 103,3		2-				7,1 s	β^- : 1040, 4270; γ : 2750, 6130, 7110; α : 1700
		17	8 450		1/2-				4,2 s	β^- : 8680, 7810, 4100; γ : 870, 2190
8	O	14	8 597,09		0+				71,3 s	β^+ : 4120, 1811; γ : 511, 2312
		15	3 070,3		1/2-		$\pm 0,719$		2,03 min	β^+ : 1740; γ : 511
		16	-5 084,98	99,759	0+			0,00018	stabil	
		17	-867,1	0,0374	5/2+	-1,89370	-0,030	0,235	stabil	
		18	-839,98	0,2039	0+			0,00021	stabil	
		19	3 577,9		5/2+				27 s	β^- : 4600; γ : 197, 1370
		20	4 079		0+				13,6 s	β^- : 2750; γ : 1060
9	F	17	2 095,5		5/2+	4,722			66 s	β^+ : 1740; γ : 511
		18	936,6		1+				109,7 min	β^+ : 635; γ : 511
		19	-1 595,4	100	1/2+	2,6287		0,0098	stabil	
		20	-13		2+	2,092			11,2 s	β^- : 5410; γ : 1630
		21	-49		5/2+				4,4 s	β^- : 5400; γ : 350, 1380
10	Ne	18	5 711		0+				1,47 s	β^+ : 3420; γ : 511, 1040
		19	1 880,9		1/2+	-1,886			17,4 s	β^+ : 2220; γ : 511
		20	-7 559,5	90,92	0+				stabil	
		21	-6 151,4	0,257	3/2+	-0,66176	0,09		stabil	
		22	-8 615,3	8,82	0+			0,04	stabil	
		23	-5 527,1		5/2+				38 s	β^- : 4380; γ : 439, 1640
		24	-6 387		0+				3,38 min	β^- : 1990; γ : 472, 880
11	Na	21	-2 345		3/2+	2,39			23,0 s	β^+ : 2520; γ : 350, 511
		22	-5 563,4		3+	1,746			2,62 a	β^+ : 1820, 545; γ : 511, 1275
		23	-10 229,3	100	3/2+	2,21751	0,11	0,40	stabil	
		24	-8 418,4		4+	1,68			14,9 h	β^- : 4170, 1389; γ : 1369, 2754
		25			1+				0,02 s	β^- : 6000; γ : 472
		26	-10 045		5/2+				60 s	β^- : 3830; γ : 390, 580, 980, 1610
		27	-8 260		2~3+				1,04 s	β^- : 6700; γ : 1820
12	Mg	23	-5 875,0		3/2+				12,1 s	β^+ : 3030; γ : 440, 511
		24	-14 958,3	78,60	0+			0,03	stabil	
		25	-14 161,0	10,11	5/2+	-0,85512	0,22	0,3	stabil	
		26	-17 407,0	11,29	0+			0,027	stabil	
		27	-15 655,3		1/2+			<0,03	9,46 min	β^- : 1750; γ : 180, 840, 1013
		28	-16 125		0+				21,2 h	β^- : 460; γ : 31, 400, 950, 1350
13	Al	24			4+				2,1 s	β^+ : 8500; γ : 511, 1368, 2754, 4200, 5300
		25	-9 588		5/2+				7,24 s	β^+ : 3240; γ : 511
		26	-13 109,1		5+				$7,4 \times 10$ (5) a	β^+ : 1170; γ : 511, 1120, 1810
		27	-18 461,1	100	0+				6,37 s	β^+ : 3210; γ : 511
		28	-18 095,3		5/2+	3,64140	-0,15	0,235	stabil	
		29	-19 558		3+				2,31 min	β^- : 2850; γ : 1780
		30	-18 410		2~3+				6,6 m	β^- : 2400; γ : 1280, 2430
									3,3 s	β^- : 5000; γ : 1270, 2230, 3510

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
14	Si	26	-7 657		0+				2,1 s	$\beta+$: 3830; γ : 511, 820
		27	-13 297,2		5/2+				4,14 s	$\beta+$: 3850; γ : 511
		28	-23 070,8	92,18	0+			0,08	stabil	
		29	-23 504,2	4,71	1/2+	-0,55525		0,3	stabil	
		30	-26 237,2	3,12	0+			0,11	stabil	
		31	-24 651		1/2+				2,62 h	$\beta-$: 1480; γ : 1260
		32	-25 980		0+				≈ 650 a	$\beta-$: 210; kein γ
15	P	28	-8 220		2 ~ 3+				0,28 s	$\beta+$: 11 000; γ : 511, 1780, 2600, 4440, 7600
		29	-18 192		1/2+				4,45 s	$\beta+$: 3950; γ : 511, 1280, 2430
		30	-21 683		1+				2,50 min	$\beta+$: 3240; γ : 511, 2230
		31	-26 235,3	100	1/2+	1,13166		0,19	stabil	
		32	-26 090,5		1+	-0,2523			14,28 d	$\beta-$: 1710; kein γ
		33	-28 271,8		1/2+				24,4 d	$\beta-$: 248; kein γ
		34	-26 660		1+				12,4 s	$\beta-$: 5100; γ : 2130, 4000
16	S	30	-15 127		0+				1,4 s	$\beta+$: 5090, 4420; γ : 511, 687
		31	-20 389		1/2+				2,72 s	$\beta+$: 4420; γ : 511, 1270
		32	-27 926,3	95,0	0+				stabil	
		33	-28 538,1	0,76	3/2+	0,64327	-0,1		stabil	
		34	-32 135,4	4,22	0+			0,27	stabil	
		35	-30 969,2		3/2+	$\pm 1,00$	0,05		87,9 d	$\beta-$: 167; kein γ
		36	-32 910	0,014	0+			0,14	stabil	
		37	-28 990		7/2-				5,07 min	$\beta-$: 4700, 1600; γ : 3090
		38	-28 770		0+				2,87 h	$\beta-$: 3000, 1100; γ : 1880
17	Cl	32	-13 760		2+				0,3 s	$\beta+$: 9900; γ : 511, 2240, 4290, 4770
		33	-22 560		3/2+				2,53 s	$\beta+$: 4550; γ : 511, 2900
		34	-26 250		0+				1,56 s	$\beta+$: 4460; γ : 511
		34			3+				32,0 min	$\beta+$: 2480; γ : 145, 511, 1170, 2120, 3300
		35	-31 148,9	75,53	3/2+	0,82183	0,080	44	stabil	
		36	-31 691,1		2+	1,28538	-0,017	100	3,1 $\times 10$ (5) a	$\beta-$: 714; γ : 511
		37	-34 101,5	24,47	3/2+	0,68409	-0,063	0,43	stabil	
		38	-31 995		2-				37,29 min	$\beta-$: 4910; γ : 1600, 2170
		39	-31 992		3/2+				55,5 min	$\beta-$: 3450, 2180, 1910; γ : 246, 1270, 1520
		40	-29 600						1,4 min	$\beta-$: 7500; γ : 1460, 2830, 3100, 5800
18	Ar	35	-24 746		3/2+	0,632			1,83 s	$\beta+$: 4940; γ : 511, 1220, 1760
		36	-32 455,5	0,337	0+			6	stabil	
		37	-33 227,8		3/2+	1,0			35,1 d	Cl-X
		38	-37 272,2	0,063	0+			0,8	stabil	
		39	-35 683		7/2-				269 a	$\beta-$: 565
		40	-37 615,8	99,600	0+			0,61	stabil	
		41	-35 500		7/2-			0,5	1,83 h	$\beta-$: 2490, 1198; γ : 1293
		42	-36 052		0+				33 a	
19	K	37	-26 635		3/2+				1,23 s	$\beta+$: 5140; γ : 511, 2790
		38	-30 903		3+	1,373			7,71 min	$\beta+$: 2680; γ : 511, 2170
		38			0+				0,95 s	$\beta+$: 5000; γ : 511
		39	-36 289,9	93,22	3/2+	0,39140		2,0	stabil	
		40	-36 000,2	0,118	4-	-1,2981	-0,09	70	1,2 $\times 10$ (9) a	$\beta-$: 1314; $\beta+$: 483; γ : 1460
		41	-38 167,7	6,77	3/2+	0,21483	0,11	1,2	stabil	
		42	-37 594		2-	-1,141			12,36 h	$\beta-$: 3520; γ : 310, 1524
		43	-39 270		3/2+	$\pm 0,163$			22,4 h	$\beta-$: 1820, 1200, 830; γ : 220, 373, 390, 619
		44	-37 960		2-				22,0 min	$\beta-$: 5200; γ : 1156, 1740, 2100, 2600, 3700
		45	-39 320						16,3 min	$\beta-$: 4000, 2100; γ : 175, 500, 1710, 1900
20	Ca	38	-23 280		0+				0,66 s	$\beta+$: γ : 511, 3500
		39	-29 309		3/2+				0,87 s	$\beta+$: 5490; γ : 511
		40	-37 411,1	96,97	0+			0,23	stabil	
		41	-37 725		7/2-	-1,5946			8 $\times 10$ (4) a	K-X
		42	-41 374,8	0,64	0+			42	stabil	
		43	-41 220,4	0,145	7/2-	-1,3172			stabil	
		44	-44 509,5	2,06	0+			0,7	stabil	
		45	-43 810,5		7/2-				165 d	$\beta-$: 252
		46	-46 311	0,0033	0+			0,3	stabil	
		47	-45 462		7/2-				4,53 d	$\beta-$: 1980, 670; γ : 490, 815, 1308
		48	-47 469	0,185	0+			1,1	stabil	
		49	-44 325		3/2-				8,8 min	$\beta-$: 1950; γ : 3100, 4100
21	Sc	43	-38 835		7/2-				3,92 h	$\beta+$: 1200; γ : 375, 511
		44	-40 505		2+	$\pm 2,56$	$\pm 0,1$		3,92 h	$\beta+$: 1470; γ : 511, 1159
		44			6+	$\pm 4,0$	$\pm 0,4$		2,44 d	γ : 271, 1020, 1140; SC-X
		45	-44 081,1	100	7/2-	4,75626	-0,22	13	stabil	
		46	-44 827,4		4+	3,04	0,12		83,9 d	$\beta-$: 1480, 357; γ : 889, 1120
		47	-47 587,1		7/2-				3,43 d	$\beta-$: 600; γ : 160
		48	-47 779		6+				1,83 d	$\beta-$: 650; γ : 175, 983, 1040, 1314
		49	-49 974		7/2-				57,5 min	$\beta-$: 2010; γ : 1760
22	Ti	44	-40 428		0+				48 a	γ : 68, 78
		45	-41 871		7/2-				3,09 h	$\beta+$: 1040; γ : 511, 718, 1408
		46	-47 368,4	7,99	0+			0,6	stabil	
		47	-48 231,5	7,32	5/2-	-0,7881	0,29	1,7	stabil	
		48	-52 049,7	73,99	0+			8,0	stabil	
		49	-52 129,7	5,46	7/2-	-1,1036	0,24	1,9	stabil	
		50	-55 214,1	5,25	0+			0,14	stabil	
		51	-53 397		3/2-				5,79 min	$\beta-$: 2140; γ : 320, 605, 928

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
23	V	47	-45 101		3/2-				33 min	$\beta+$: 1890; γ : 511, 1800, 2160
		48	-47 741,3		4+				16,2 d	$\beta+$: 696; γ : 511, 945, 983, 1312, 2241
		49	-51 477,5		7/2-	$\pm 4,46$			330 d	
		50	-52 836,2	0,24	6+	3,347	$\pm 0,4$	80	stabil	
		51	-56 038,8	99,76	7/2-	5,148	0,2	4,9	stabil	
		52	-55 220		3+				3,75 min	$\beta-$: 2470; γ : 1434
24	Cr	48	-46 240		0+				23 h	γ : 116, 310; V-X
		49	-48 729		5/2-				42 min	$\beta+$: 1540; γ : 63, 91, 153, 511
		50	-53 945,5	4,31	0+			15,9	stabil	
		51	-55 231,8		7/2-				27,8 d	γ : 320; V-X
		52	-59 486,9	83,76	0+			0,76	stabil	
		53	-59 347,3	9,55	3/2-	-0,47434	-0,03	18,2	stabil	
		54	-61 118,5	2,38	0+			0,38	stabil	
		55	-59 167		3/2-				3,6 min	$\beta-$: 2590
25	Mn	51	-51 810		5/2-				46,5 min	$\beta+$: 2170; γ : 511, 2030
		52	-54 432		6+	$\pm 3,0$			5,7 d	$\beta+$: 575; γ : 511, 744, 935, 1434
		52			2+	$\pm 0,0077$			21 min	$\beta+$: 1630; γ : 383, 511, 1434
		53	-58 705		7/2-	$\pm 5,05$			$1,9 \times 10 (6) \text{ a}$	
		54	-59 638		3+	$\pm 3,3$			303 d	γ : 835; Cr-X
		55	-61 949,7	100	5/2+	3,4678	0,35	13,3	stabil	
		56	-61 089,8		3+	3,2403			2,57 h	$\beta-$: 2850; γ : 847, 1811, 2110
26	Fe	52	-51 883		0+				8,2 h	$\beta+$: 800; γ : 165, 511
		53	-54 428		7/2-				8,51 min	$\beta+$: 3000; γ : 380, 511
		54	-60 383	5,82	0+			2,8	stabil	
		55	-61 701,4		3/2-				2,60 a	Mn-X
		56	-65 063,7	91,66	0+			2,7	stabil	
		57	-64 602,2	2,19	1/2-	0,090		2,5	stabil	
		58	-66 718	0,33	0+			1,2	stabil	
		59	-65 122,2		3/2-				45 d	$\beta-$: 1570, 475; γ : 143, 1095, 1292
27	Co	55	-57 987		7/2-	$\pm 4,3$			18 h	$\beta+$: 1500; γ : 480, 511, 930, 1410
		56	-60 153		4+	$\pm 3,80$			77,3 d	$\beta+$: 1490; γ : 511, 847, 1040, 1240, 3260
		57	-63 704		7/2-	$\pm 4,85$			270 d	γ : 14, 122, 136, 692
		58	-64 239		5+				9,15 h	Co-X
		58			2+	$\pm 4,00$			71 d	$\beta+$: 474; γ : 511, 810, 865, 1670
		59	-66 810,7	100	7/2-	4,583	0,40	17	stabil	
		60	-66 186,6		5+	$\pm 3,75$			5,26 a	$\beta-$: 1480, 314; γ : 1173, 1332
		61	-67 560		7/2-				1,6 h	$\beta-$: 1220; γ : 67
28	Ni	56	-57 884		0+				6,1 d	γ : 163, 276, 472, 748, 812, 1560; Co-X
		57	-60 231		3/2-				36,0 h	$\beta+$: 850; γ : 127, 511, 1370, 1890
		58	-64 658	67,88	0+			4,4	stabil	
		59	-65 657,7		3/2-				$7,5 \times 10 (4) \text{ a}$	Co-X
		60	-69 213	26,23	0+			2,6	stabil	
		61	-68 944	1,19	3/2-	-0,74868		2,0	stabil	
		62	-71 658	3,66	0+			15	stabil	
		63	-70 336		1/2-				92 a	$\beta-$: 67
		64	-72 042	1,08	0+			1,52	stabil	
		65	-69 928		5/2-				2,56 h	$\beta-$: 2130; γ : 368, 1115, 1481
		66	-70 915		0+				55 h	$\beta-$: 200; kein γ
29	Cu	60	-62 638		2+				23 min	$\beta+$: 3920, 3000, 2000; γ : 511, 1332, 4000
		61	-66 543		3/2-	2,2			3,3 h	$\beta+$: 1220; γ : 67, 284, 380, 511, 1190
		62	-67 434		1+				9,76 min	$\beta+$: 2910; γ : 511, 880, 1170
		63	-70 408	69,09	3/2-	2,2261	0,16	4,51	stabil	
		64	-70 241		1+	$\pm 0,216$			12,8 h	$\beta-$: 573; $\beta+$: 656; γ : 511, 1340
		65	-72 214	30,91	3/2-	2,3849	0,15	2,3	stabil	
		66	-71 129		1+	$\pm 0,283$			5,1 min	$\beta-$: 2630; γ : 1039
		67	-72 241		3/2-				71,9 h	$\beta-$: 570; γ : 92, 184
30	Zn	62	-65 620		0+				9,13 h	$\beta+$: 660; γ : 42, 511, 590
		63	-66 794		3/2-				38,4 min	$\beta+$: 2340; γ : 511, 669, 962, 1420
		64	-70 855	48,89	0+			0,47	stabil	
		65	-70 766		5/2-	0,7692	-0,024		245 d	$\beta+$: 327; γ : 511, 1115; Cu-X
		66	-73 948	27,81	0+				stabil	
		67	-72 855	4,11	5/2-	0,87552	0,16		stabil	
		68	-75 143	18,57	0+			1,09	stabil	
		69	-73 459		9/2+				13,9 h	γ : 439; Zn-X
		69			1/2-				55 min	$\beta-$: 900
		70	-74 666	0,62	0+			0,11	stabil	
		71	-72 490		9/2+				3,9 h	$\beta-$: 1460; γ : 130, 385, 495, 609, 760, 1110
		71			1/2-				2,4 min	$\beta-$: 2610; γ : 120, 390, 510, 920, 1120
		72	-73 157		0+				46,5 h	$\beta-$: 300; γ : 15, 46, 145, 192
31	Ga	66	-68 393		0+				9,3 h	$\beta+$: 4153; γ : 511, 828, 1039, 1910, 2183
		67	-71 784		3/2-	1,850	0,22		78 h	γ : 93, 184, 296, 388; Zn-X
		68	-72 008		1+	$\pm 0,0118$	$\pm 0,031$		68,3 min	$\beta+$: 1900; γ : 511, 800, 1078, 1870
		69	-74 426,0	60,4	3/2-	2,01602	0,19	1,9	stabil	
		70	-73 965		1+				21,1 min	$\beta-$: 1650; γ : 173, 1040
		71	-75 294,0	39,6	3/2-	2,56161	0,12	5	stabil	
		72	-73 628		3-	-0,13220	0,59		14,1 h	$\beta-$: 3150; γ : 630, 835, 1860, 2201, 2500
		73	-74 874						4,8 h	$\beta-$: 1190; γ : 54, 295, 740

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
32	Ge	68			0 +				275 d	Ga – X
		69	– 72 036,8						39 h	β^- –: 1220; γ : 511, 573, 872, 1107, 1335
		70	– 75 748,5	20,52	0 +			3,4	stabil	
		71	– 75 044		1/2 –	0,6			11 d	Ga – X
		72	– 77 918,2	27,43	0 +			0,98	stabil	
		73	– 76 537,5	7,76	9/2 +	– 0,8788	0,2	14	stabil	
		74	– 78 819,4	36,54	0 +			0,5	stabil	
		75	– 77 117		1/2 –				83 min	β^- –: 1190; γ : 199, 265, 427, 628
		76	– 78 594,8	7,76	0 +			0,2	stabil	
		77	– 76 400		1/2 –				54 s	β^- –: 2900; γ : 159, 215
		77			7/2 +				11,3 h	β^- –: 2200; γ : 210, 263, 368, 632, 930, 1090
		78			0 +				88 min	β^- –: 710; γ : 277
33	As	73	– 76 139		3/2 –				76 d	γ : 54; Ge – X
		74	– 76 067,3		2 –				17,7 d	β^- –: 1360; β^+ –: 1540, 950; γ : 511, 596, 635
		75	– 78 403,6	100	3/2 –	1,4390	0,3	4,5	stabil	
		76	– 77 603		2 –	– 0,906			26,4 h	β^- –: 2970; γ : 559, 657, 1220, 1789, 2100
		77	– 79 354		3/2 –				38,8 h	β^- –: 680; γ : 239, 522
34	Se	74	– 77 524	0,87	0 +			30	stabil	
		75	– 77 475,1		5/2 +		1,1		120 d	γ : 121, 136, 265, 280, 401; As – X
		76	– 80 793	9,02	0 +			85	stabil	
		77	– 80 089	7,58	1/2 –	0,5344		42	stabil	
		78	– 82 686,3	23,52	0 +			0,43	stabil	
		79	– 81 505,7		7/2 +	– 1,02	0,9		$6,5 \times 10$ (4) a	β^- –: 160
		80	– 83 472,7	49,82	0 +			0,61	stabil	
		81	– 82 016		7/2 +				57 min	γ : 103; Se – X
		81			1/2 –				18 min	β^- –: 1580; γ : 280, 560, 830
		82	– 83 293	9,19	0 +			0,05	stabil	
		83			1/2 –				69 s	β^- –: 3800; γ : 350, 650, 1010, 2020
		83			9/2 +				23 min	β^- –: 1800; γ : 220, 360, 1880, 2290
		84			0 +				3,3 min	
35	Br	77	– 78 624		3/2 –				56 h	β^+ –: 340; γ : 240, 300, 520, 580, 820, 1000
		78	– 78 850		1 +				6,4 min	β^+ –: 2550; γ : 511, 614
		79	– 81 670,9	50,537	3/2 –	2,1056	0,33	10,9	stabil	
		80	– 81 464,3		5 –	1,3171	0,72		4,4 h	γ : 37; Br – X
		80			1 +	$\pm 0,5138$	$\pm 0,19$		17,6 min	β^- –: 2000; β^+ –: 870; γ : 511, 618, 666
		81	– 83 708	49,463	3/2 –	2,2696	0,28	3,26	stabil	
		82	– 83 198		5 –	$\pm 1,6264$	$\pm 0,73$		35,4 h	β^- –: 444; γ : 554, 619, 698, 777, 828, 1475
		83	– 84 832		3/2 –				2,40 h	β^- –: 930; γ : 530
36	Kr	78	– 79 597	0,354	0 +			2	stabil	
		79	– 79 932		1/2 –				34,9 h	β^+ –: 600; γ : 261, 398, 511, 606, 836, 1336
		80	– 83 620	2,27	0 +			14	stabil	
		81	– 83 390		7/2 +				$2,1 \times 10$ (5) a	Br – X
		82	– 86 518	11,56	0 +			45	stabil	
		83			1/2 –				1,9 h	γ : 9; Kr – X
		83	– 85 868,3	11,55	9/2 +	– 0,97017	0,25	180	stabil	
		84	– 88 496,6	56,90	0 +			0,142	stabil	
		85			1/2 –			15	4,4 h	β^- –: 820; γ : 150, 305
		85	– 87 477		9/2 +	– 1,004	0,45		10,76 a	β^- –: 670; γ : 514
		86	– 89 384,1	17,37	0 +			0,06	stabil	
		87	– 86 635		5/2 +			600	76 min	β^- –: 3800; γ : 403, 850, 2570
		88	– 85 730		0 +				2,80 h	β^- –: 2800; γ : 166, 191, 360, 850, 1550, 2400
37	Rb	84	– 85 619,3		2 –	– 1,32			33 d	β^+ –: 1660; β^- –: 910; γ : 511, 880, 1010, 1900
		85	– 88 200	72,15	5/2 –	1,35267	0,286	0,76	stabil	
		86	– 88 807		2 –	– 1,691			18,7 d	β^- –: 1780; γ : 1078
		87	– 90 813,5	27,85	3/2 –	2,7505	0,140	0,12	stabil	
		88	– 88 730		2 –			1,0	17,8 min	β^- –: 5300; γ : 898, 1863, 2680
38	Sr	84	– 86 569,3	0,56	0 +			0,69	stabil	
		85	– 87 011		9/2 +				65 d	γ : 514; Rb – X
		86	– 90 715	9,86	0 +			0,8	stabil	
		87			1/2 –				2,8 h	γ : 388; Sr – X
		87	– 91 107,8	7,02	9/2 +	– 1,0930	0,36		stabil	
		88	– 94 359	82,56	0 +			0,006	stabil	
		89	– 92 558		5/2 +			0,5	50,5 d	β^- –: 1463; γ : 910
		90	– 92 253		0 +			0,8	28,1 a	β^- –: 546
		91	– 89 839		5/2 +				9,7 h	β^- –: 2670; γ : 645, 748, 930, 1025, 1413
39	Y	87	– 89 260		1/2 –				80 h	β^+ –: 700; γ : 483
		88	– 90 472		4 –				108 d	β^+ –: 760; γ : 898, 1836
		89			9/2 +				16 s	γ : 910
		89	– 94 128,1	100	1/2 –	– 0,137316		1,28	stabil	
		90			7 +				3,19 h	γ : 202, 482, 2315; Y – X
		90	– 92 837		2 –	– 0,163		1,07	64,1 h	β^- –: 2270
		91	– 92 705		1/2 –	$\pm 0,164$			58,5 d	β^- –: 1545; γ : 1210

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
40	Zr	88	-89 940		0+				85 d	γ : 394; Y-X
		89			1/2-				4,2 min	β +: 2400, 890; γ : 588, 1510
		89	-91 086		9/2+				78,4 h	β +: 900; γ : 511, 910, 1710
		90	-95 300,4	51,46	0+			0,1	stabil	
		91	-94 358	11,23	5/2+	-1,30285		1,58	stabil	
		92	-94 969,1	17,11	0+			0,25	stabil	
		93	-93 550		5/2+				$1,5 \times 10$ (6) a	β -: 60
		94	-93 686,6	17,40	0+			0,075	stabil	
		95	-91 965		5/2+				65,5 d	β -: 890, 396; γ : 724, 756
		96	-91 714	2,80	0+			0,05	stabil	
41	Nb	97	-89 034						16,8 h	β -: 1910; γ : 747
		92	-92 789		2+				10,2 d	γ : 934; Zr-X
		93	-93 618	100	9/2+	6,1671	-0,2	1,1	stabil	
		94			3+				6,3 min	γ : 871; Nb-X
		94	-92 697		6+			5	2×10 (4) a	β -: 490; γ : 702, 871
42	Mo	95	-93 168,2		9/2+			7	35 d	β -: 160; γ : 765
		92	-93 189,9	15,84	0+			0,306	stabil	
		93			21/2+				6,9 h	γ : 264, 685, 1479; Mo-X
		93	-93 170		5/2+				100 a	Nb-X
		94	-94 909,9	9,04	0+				stabil	
		95	-94 161,0	15,72	5/2+	-0,9133		14,5	stabil	
		96	-95 326,2	16,53	0+			1,2	stabil	
		97	-93 978,5	9,46	5/2+	-0,9325		2,2	stabil	
		98	-94 591,2	23,78	0+			0,15	stabil	
		99	-92 280		1/2+				66,7 h	β -: 1230; γ : 181, 372, 740, 780
43	Tc	100	-92 525,3	9,63	0+			0,20	stabil	
		101	-89 647		1/2+				14,6 min	β -: 2230; γ : 191, 590, 700, 890, 1020, 2080
		95	-92 380		1/2-				60 d	β +: 680; γ : 204, 584, 780, 823, 838, 1042
		95			9/2+				20 h	γ : 768, 840, 1060; Mo-X
		96	-92 170						4,3 d	γ : 320, 778, 810, 851, 1120; Mo-X
		97			1/2-				91 d	
		97	-93 660		9/2+				$2,6 \times 10$ (6) a	
		98	-92 890		7+			2,6	$1,5 \times 10$ (6) a	β -: 300; γ : 660, 760
		96	-92 402	5,51	0+			0,27	stabil	
		97			5/2+				2,9 d	γ : 215, 324; Tc-X
44	Ru	98	-94 711,3	1,87	0+				stabil	
		99	-94 064,5	12,72	5/2+	-0,62		4,37	stabil	
		100	-95 782	12,62	0+			6,12	stabil	
		101	-94 423,2	17,07	5/2+	-0,7		5,48	stabil	
		102	-95 652,2	31,61	0+			1,23	stabil	
		103	-93 694		5/2+				39,5 d	β -: 700, 210; γ : 497, 610
		104	-94 570	18,58	0+			3,65	stabil	
		105	-92 321		7/2+			0,2	4,4 h	β -: 1870, 1150; γ : 263, 317, 475, 670, 726
		106	-92 678		0+			0,15	1,0 a	β -: 39; kein γ
		102							2,1 a	γ : 418, 475, 632, 768, 1050, 1110; Ru-X
45	Rh	102	-93 158						206 d	β -: 1150; β +: 1290; γ : 475, 511, 628, 1570
		103			7/2+				57 min	γ : 40; Rh-X
		103	-94 489,0	100	1/2-	-0,0883		150	stabil	
		104			5+			800	4,4 min	γ : 51, 78, 97, 560, 770; Rh-X
		104	-93 341		1+			40	42 s	β -: 2440; γ : 560, 1240
46	Pd	101	-91 930		5/2+				8,3 h	β +: 780; γ : 270, 296, 590, 723, 993, 1300
		102	-94 391	0,96	0+			4,8	stabil	
		103	-93 893		5/2+				17 d	γ : 297, 362, 498; Rh-X
		104	-95 989	10,97	0+				stabil	
		105	-94 936	22,23	5/2+	-0,615			stabil	
		106	-96 521	27,33	0+			0,29	stabil	
		107	-94 868,4		5/2+				7×10 (6) a	β -: 40
		108	-96 109	26,71	0+			12	stabil	
		109	-94 046		5/2+				13,5 h	β -: 1028; γ : 88, 129, 310, 410, 600, 640
		110	-94 836	11,81	0+			0,24	stabil	
47	Ag	111	-92 330						5,5 h	β -: 2000; γ : 170
		105	-93 540		1/2-	$\pm 0,1012$			22 min	β -: 2200; γ : 380, 600, 810, 1400
		106			6+				41,2 d	γ : 64, 280, 344, 443, 1088
		106	-93 339		1+				8,3 d	γ : 221, 451, 512, 616, 800, 1046, 1830; Pd-X
		107	-94 906,0	51,35	1/2-	-0,113548		35	24 min	β +: 1960; γ : 511, 512
		108			6+				100 a	γ : 80, 434, 614, 722; Pd-X
		108	-94 051		1+	$\pm 4,2$			2,4 min	β -: 1640; β +: 900; γ : 434, 615, 632
		109	-95 244	48,65	1/2-	-0,130538		92	stabil	
		110			6+	3,35			253 d	β -: 1500, 530, 87; γ : 658, 680, 706, 885
		110	-93 905		1+			82	24,4 s	β -: 2870; γ : 658
		111	-94 684		1/2-	-0,146		3,2	7,5 d	β -: 1050; γ : 247, 342

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
48	Cd	106	-93 537,4	1,215	0+			1,0	stabil	
		107	-93 385		5/2+	-0,616	0,8		6,5 h	$\beta+$: 302; γ : 511, 796, 829; Ag-X
		108	-95 813,4	0,875	0+			2,0	stabil	
		109	-95 072		5/2+	-0,829	0,8		453 d	γ : 88; Ag-X
		110	-96 988,2	12,39	0+			11	stabil	
		111	-95 811,6	12,75	1/2+	-0,59501		24	stabil	
		112	-97 237,5	24,07	0+			2,2	stabil	
		113	-95 591,5	12,26	1/2+	-0,62243		20 000	stabil	
		114	-96 639,7	28,86	0+			0,44	stabil	
		115			11/2-	-1,044	-0,6		43 d	$\beta-$: 1620; γ : 485, 935, 1290
		115	-94 569		1/2+	-0,6469			53,5 h	$\beta-$: 1110; γ : 230, 262, 490, 530
		116	-95 238,2	7,58	0+			0,077	stabil	
		117			11/2-				3,1 h	$\beta-$: 2230; γ : 273, 314, 434, 1303, 1577
		117	-92 761		1/2+				2,5 h	$\beta-$: 670; γ : 880, 1065, 1338, 1433, 2319
49	In	111	-94 640		9/2+	5,5	1,18		2,8 d	γ : 173, 247; Cd-X
		112			4+				21 min	γ : 156; In-X
		112	-94 456		1+				14,4 min	$\beta-$: 660; $\beta+$: 1560; γ : 511, 617
		113			1/2-	-0,21051			1,66 h	γ : 393; In-X
		113	-95 911	4,28	9/2+	5,5233	1,14	11,1	stabil	
		114	-95 095		5+	4,7			50 d	γ : 192, 558, 724; In-X
		115	-96 129	95,72	9/2+	5,5351	1,16	204	stabil	
		116			5+	4,3			54 min	$\beta-$: 1000; γ : 417, 819, 1090, 1293, 2111
		116	-94 683		1+				14 s	$\beta-$: 3300; γ : 434, 950, 1293
50	Sn	112	-95 165	0,96	0+			1,25	stabil	
		113	-94 813		1/2+				115 d	γ : 255; In-X
		114	-97 227	0,66	0+				stabil	
		115	-96 654	0,35	1/2+	-0,91781			stabil	
		116	-98 255,4	14,30	0+			0,006	stabil	
		117			11/2-				14 d	γ : 158; Sn-X
		117	-97 041,9	7,61	1/2+	-0,99983			stabil	
		118	-98 394,2	24,03	0+			0,01	stabil	
		119			11/2-				245 d	γ : 24; Sn-X
		119	-96 686,7	8,58	1/2+	-1,04621			stabil	
		120	-97 801,8	32,85	0+			0,15	stabil	
		121	-95 773		11/2-				76 a	$\beta-$: 420; γ : 37
		122	-96 558,9	4,72	0+			0,18	stabil	
		123			3/2+				40 min	$\beta-$: 1260; γ : 160
		123	-94 262		11/2-				129 d	$\beta-$: 1420
		124	-94 728	5,94	0+			0,14	stabil	
		125			3/2+				9,7 min	$\beta-$: 2040; γ : 325
51	Sb	125	-92 254		11/2-				9,6 d	$\beta-$: 2340; γ : 342, 811, 1068, 1410, 2230
		120			8-				5,8 d	γ : 90, 200, 1030, 1171; Sn-X
		120	-94 919		1+				15,9 min	$\beta+$: 1700; γ : 511, 1171; Sn-X
		121	-96 183,9	57,25	5/2+	3,3590	-0,5	6,5	stabil	
		122	-94 817		2-	-1,90	0,47		2,68 d	$\beta-$: 1970; $\beta+$: 560; γ : 564, 686, 1140, 1260
		123	-95 787,3	42,75	7/2+	2,547	-0,7	2,5	stabil	
		124	-94 027		3-			6,5	60,3 d	$\beta-$: 2310; γ : 603, 644, 967, 1370, 1692, 2088
52	Te	125	-94 768		7/2+				2,7 a	$\beta-$: 610; γ : 176, 427, 463, 599, 634, 660
		120	-95 977	0,089	0+			2,34	stabil	
		121			11/2-				154 d	γ : 212, 1100; Te-X
		121	-94 801		1/2+				17 d	γ : 508, 573; Sb-X
		122	-96 934	2,46	0+			3,1	stabil	
		123			11/2-				117 d	γ : 159; Te-X
		123	-95 723	0,87	1/2+	-0,73585		410	1,2 \times 10 (13) a	Sb-X
		124	-97 158	4,61	0+			6,8	stabil	
		125	-95 582	6,99	1/2+	-0,88715		1,56	stabil	
		126	-96 678	18,71	0+			1,0	stabil	
		127			11/2-				109 d	$\beta-$: 730; γ : 59, 89, 670
		127	-94 791		3/2+				9,4 h	$\beta-$: 700; γ : 58, 210, 360, 417
		128	-95 524	31,79	0+			0,169	stabil	
		129			11/2-				34,1 d	$\beta-$: 1600; γ : 690
		129	-93 425		3/2+				69 min	$\beta-$: 1450; γ : 27, 455, 810, 1080
		130	-93 762	34,48	0+			0,26	stabil	
		131			11/2-				30 h	$\beta-$: 2460, 900; γ : 102, 200, 780, 850, 1965
53	I	131	-91 425		3/2+				25 min	$\beta-$: 2140; γ : 150, 453, 603, 950, 1147
		125	-95 422		5/2+	± 3	-0,9	894	60 d	γ : 35; Te-X
		126	-94 369		2-				12,8 d	$\beta-$: 1250; $\beta+$: 1130; γ : 386, 667
		127	-95 530,2	100	5/2+	2,8091	-0,7	6,2	stabil	
		128	-94 162		1+				25 min	$\beta-$: 2120; γ : 441, 528, 743, 969
		129	-95 013		7/2+	2,6173	-0,55	28	1,7 \times 10 (7) a	$\beta-$: 150; γ : 40
		130	-93 324		5-			18	12,3 h	$\beta-$: 1700, 1040; γ : 419, 538, 669, 743, 1150
		131	-93 872,9		7/2+	2,738	-0,40		8,05 d	$\beta-$: 806, 606; γ : 80, 284, 364, 637, 723

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
54	Xe	124	-93 880	0,096	0+			100	stabil	
		125	-93 380		1/2+				16,8 h	γ : 55, 188, 242; J-X
		126	-95 712	0,090	0+			1,5	stabil	
		127	-94 780		1/2+				36,4 d	γ : 58, 145, 172, 203, 375; J-X
		128	-96 460	1,919	0+			<5	stabil	
		129	-95 216	26,44	1/2+	-0,77686		21	stabil	
		130	-96 491	4,08	0+			<26	stabil	
		131			11/2-				11,8 d	γ : 164; Xe-X
		131	-94 914,7	21,18	3/2+	0,69066	-0,12	110	stabil	
		132	-95 839,0	26,89	0+			0,27	stabil	
		133			11/2-				2,2 d	γ : 233; Xe-X
		133	-94 185		3/2+			190	5,65 d	β :- 346; γ : 81
		134	-94 602,9	10,44	0+			0,228	stabil	
		135	-92 980		3/2+			3,6 \times 10 (6)	9,15 h	β :- 920; γ : 250, 610
		136	-92 779	8,87	0+			0,281	stabil	
		137	-88 900						3,9 min	β :- 4100; γ : 455
55	Cs	133	-94 645	100	7/2+	2,5789	-0,003	31,6	stabil	
		134	-93 177		4+	2,990		134	2,05 a	β :- 662; γ : 570, 605, 796, 1365
		135	-94 230		7/2+	2,7290	0,49	8,7	2 \times 10 (6) a	β :- 210
		136	-92 660						12,9 d	β :- 657, 341; γ : 67, 86, 340, 818, 1050, 1250
		137	-93 230		7/2+	2,8382	0,050	0,11	30,0 a	β :- 1176, 514; γ : 662
56	Ba	130	-93 755	0,101	0+			13,5	stabil	
		131	-93 284		1/2+				12,0 d	γ : 124, 216, 373, 496, 924, 1048; Cs-X
		132	-94 880	0,097	0+			8,5	stabil	
		133	-94 121		1/2+				10,7 a	γ : 80, 276, 302, 356, 382; Cs-X
		134	-95 388	2,42	0+			2	stabil	
		135	-94 450	6,59	3/2+	0,83718	0,18	5,8	stabil	
		136	-95 700	7,81	0+			0,4	stabil	
		137	-94 500	11,32	3/2+	0,93654	0,28	5,1	stabil	
		138	-95 000	71,66	0+			0,35	stabil	
		139	-91 400		7/2-			4	82,9 min	β :- 2300; 166, 1430
57	La	138	-93 090	0,089	5-	3,7071	± 1		stabil	
		139	-93 860	99,911	7/2+	2,7781	0,23	9,55	stabil	
		140	-90 562		3-			2,7	40,2 h	β :- 2175, 1690, 1360; γ : 329, 487, 1596
58	Ce	136	-92 900	0,193	0+			7,3	stabil	
		137			11/2-	$\pm 0,89$			34,4 h	γ : 255, 762, 825; Ce-X
		138	-94 170	0,250	0+			1,1	9,0 h	γ : 446, 481, 698, 920; La-X
		139	-93 570		3/2+	$\pm 0,9$			140 d	γ : 165; La-X
		140	-94 608	88,48	0+			0,54	stabil	
		141	-91 781		7/2-	$\pm 0,97$		29	32,5 d	β :- 581; γ : 145
		142	-90 860	11,07	0+			0,95	stabil	
		143	-87 673		3/2-			6,0	33,4 h	β :- 1390; γ : 293, 493, 668, 725, 880, 1100
		144	-86 409		0+			1,0	284 d	β :- 310; γ : 80, 134
59	Pr	141	-92 404	100	5/2+	4,3	-0,059	10,9	stabil	
		142	-90 022		2-	$\pm 0,250$	$\pm 0,03$		19,2 h	β :- 2160; γ : 1570
60	Nd	142	-92 337	27,11	0+			18	stabil	
		143	-90 221	12,17	7/2-	-1,064	-0,482	335	stabil	
		144	-89 961	23,85	0+			5,0	stabil	
		145	-87 462	8,30	7/2-	-0,653	-0,255	52	stabil	
		146	-86 914	17,22	0+			1,3	stabil	
		147	-83 926		5/2-	$\pm 0,577$			11,1 d	β :- 810; γ : 91, 319, 430, 533
		148	-83 131	5,73	0+			2,5	stabil	
		149	-79 878		5/2-				1,73 h	β :- 1500; γ : 114, 210, 270, 424, 541, 654
		150	-79 085	5,62	0+			1,0	stabil	
		151	-76 230						12 min	β :- 2000; γ : 118, 138, 174, 737, 1122, 1180
61	Pm	145	-87 309		5/2+				17,7 a	γ : 67, 72; Nd-X
		146	-85 368		3-			8400	5,53 a	β :- 780; γ : 453, 750
		147	-84 892		7/2+	2,8	$\pm 0,9$	154	2,62 a	β :- 224
62	Sm	144	-88 011	3,09	0+			0,7	stabil	
		145	-86 606		7/2-			110	340 d	γ : 61, 485; Pm-X
		146	-87 008		0+				7 \times 10 (7) a	α : 2460
		147	-85 133	14,97	7/2-	-0,80	-0,208	51	stabil	
		148	-85 209	11,24	0+				stabil	
		149	-82 820	13,83	7/2-	-0,65	0,60	41 000	stabil	
		150	-82 724	7,44	0+			102	stabil	
		151	-80 081		7/2-			15 000	87 a	β :- 76; γ : 22
		152	-80 244	26,72	0+			210	stabil	
		153	-77 898		3/2+				46,8 h	β :- 800; γ : 70, 103
		154	-77 718	22,71	0+			5,5	stabil	
		155	-75 299		3/2-				22,4 min	β :- 1530; γ : 104, 246
63	Eu	151	-80 162	47,82	5/2+	3,465	0,9	8800	stabil	
		152			0-				9,3 h	β :- 1880; β +: 890; γ : 842, 963, 1315, 1389
		152	-78 251		3-	1,910			12,4 a	β :- 1480; β +: 710; γ : 122, 245, 344, 1408
		153	-78 758	52,18	5/2+	1,52	2,4	390	stabil	
		154	-76 947		3-	$\pm 1,97$	3,3	1 500	16 a	β :- 1850, 870; γ : 123, 724, 759, 876, 1278
		155	-77 070		5/2+			14 000	1,81 a	β :- 250; γ : 87, 105

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
64	Gd	152	-80 206	0,200	0 +			< 125	stabil	
		153	-78 497		3/2 +				242 d	γ : 70, 97, 103; Eu-X
		154	-79 071	2,15	0 +			23	stabil	
		155	-77 336	14,73	3/2 -	-0,242	1,1	61 000	stabil	
		156	-77 825	20,47	0 +			8,67	stabil	
		157	-75 975	15,68	3/2 -	$\pm 0,323$	1,0	254 000	stabil	
		158	-75 822	24,87	0 +			3,5	stabil	
		159	-73 632		3/2 -				18,56 h	β -: 950; γ : 58, 363
		160	-72 885	21,90	0 +			0,768	stabil	
		161	-70 280		5/2 -				3,6 min	β -: 1600; γ : 102, 284, 315, 361
65	Tb	159	-74 649	100	3/2 +	$\pm 1,90$	1,3	22	stabil	
		160	-72 854		3 -	$\pm 1,6$	1,9	525	72,1 d	β -: 1740, 860; γ : 87, 299, 879, 966, 1272
		161	-72 428		3/2 +				6,9 d	β -: 590, 520; γ : 26, 57, 75
66	Dy	156	-76 070	0,0524	0 +				stabil	
		157	-74 730		3/2 -				8,06 h	γ : 326; Tb-X
		158	-75 551	0,0902	0 +			96	stabil	
		159	-74 241		3/2 -				144 d	γ : 58; Tb-X
		160	-74 798	2,294	0 +			55	stabil	
		161	-73 055	18,88	5/2 +	-0,45	1,3	600	stabil	
		162	-73 197	25,53	0 +			160	stabil	
		163	-71 245	24,97	5/2 -	0,63	1,6	125	stabil	
		164	-70 800	28,18	0 +			2700	stabil	
		165	-68 184		7/2 +			4700	2,35 h	β -: 1290; γ : 95, 361, 633, 716, 1080
67	Ho	165	-69 579	100	7/2 -	4,0	2,82	66,5	stabil	
		166			7 -				1200 a	β -: 70; γ : 81, 184, 280, 532, 711, 810, 830
		166	-67 711		0 -				26,7 h	β -: 1840; γ : 81, 1380, 1582, 1663
68	Er	162	-71 260	0,136	0 +			2,0	stabil	
		163	-69 935		5/2 -				75 min	β +: 190; γ : 430, 1100
		164	-70 713	1,56	0 +			1,65	stabil	
		165	-69 181		5/2 -	$\pm 0,65$	$\pm 2,2$		10,3 h	Ho-X
		166	-69 693	33,41	0 +			35	stabil	
		167	-67 940	22,94	7/2 +	-0,565	2,83	650	stabil	
		168	-67 617	27,07	0 +			2,03	stabil	
		169	-65 390		1/2 -	0,51			9,5 d	β -: 340; γ : 8
		170	-64 440	14,88	0 +			9	stabil	
		171	-61 870		5/2 -	$\pm 0,70$	$\pm 2,4$	250	7,5 h	β -: 1490, 1060; 122, 124, 296, 308
69	Tm	169	-65 755	100	1/2 +	-0,231		106	stabil	
		170	-63 940		1 -	$\pm 0,247$	$\pm 0,57$	150	130 d	β -: 970; γ : 84; Yb-X
		171	-63 470		1/2 +	$\pm 0,227$			1,92 a	β -: 97; γ : 67; Yb-X
70	Yb	168	-65 840	0,135	0 +			5500	stabil	
		169	-64 470		7/2 +				32 d	γ : 63, 110, 131, 177, 198, 308
		170	-64 980	3,03	0 +			92	stabil	
		171	-63 570	14,31	1/2 -	0,4930		46	stabil	
		172	-63 640	21,82	0 +			3,3	stabil	
		173	-61 940	16,13	5/2 -	-0,678	3,1	20	stabil	
		174	-61 260	31,84	0 +			55	stabil	
		175	-58 860		7/2 -	$\pm 0,13$			4,2 d	β -: 466; γ : 114, 283, 396
		176	-57 320	12,73	0 +			5,5	stabil	
		177	-54 590		9/2 +				1,9 h	β -: 1400; γ : 122, 151, 1080, 1241
71	Lu	175	-59 360	97,41	7/2 +	2,23	5,7	23	stabil	
		176	-57 340	2,59	7 -	3,18	8,1	2100	3 \times 10 (10) a	β -: 430; γ : 88, 202, 306
		176			1 -				3,68 h	β -: 1310; γ : 88
		177	-56 070		23/2 -				155 d	β -: 165; γ : 105, 113, 128, 153, 208, 414
		177			7/2 +	2,24	5,5		6,7 d	β -: 497; γ : 113, 208
72	Hf	174	-59 640	0,18	0 +			400	stabil	
		175	-58 390		5/2 -				70 d	γ : 89, 343, 433
		176	-58 430	5,20	0 +			15	stabil	
		177	-56 600	18,50	7/2 -	0,61		370	stabil	
		178	-56 120	27,14	0 +			80	stabil	
		179	-53 970	13,75	9/2 +	-0,47		65	stabil	
		180	-53 180	35,24	0 +			12,6	stabil	
		181	-50 895		1/2 -			40	42,5 d	β -: 410; γ : 133, 346, 482
73	Ta	180	-52 456	0,0123					stabil	
		180			1 -				8,1 h	β -: 710; γ : 93, 103
		181	-51 993	99,9877	7/2 +	2,35	3,9	21	stabil	
		182	-49 833		3 -			8200	115 d	β -: 1710, 522; γ : 68, 100, 1122, 1189, 1222
74	W	180	-53 000	0,135	0 +			< 20	stabil	
		181	-51 789		9/2 +				130 d	γ : 6, 136, 152
		182	-51 699	26,41	0 +			20,7	stabil	
		183	-49 676	14,40	1/2 -	0,117224		10,2	stabil	
		184	-48 975	30,64	0 +			1,8	stabil	
		185	-46 481		3/2 -				74 d	β -: 429
		186	-45 560	28,41	0 +			38	stabil	
		187	-42 756		3/2 -			90	23,8 h	β -: 1310, 630; γ : 72, 479, 618, 686, 773

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
75	Re	185	-46 941	37,07	5/2+	3,1718	2,8	105	stabil	
		186	-44 980		1-	1,728			90 h	β^- : 1070; γ : 137, 632, 768
		187	-44 167	62,93	5/2+	3,2043	2,6	73	$5 \times 10(10)$ a	β^- : 3
		188	-41 647		1-	1,777			16,8 h	β^- : 2120; γ : 155, 478, 633, 829, 932
76	Os	184	-47 250	0,018	0+			<200	stabil	
		185	-45 887		1/2-				94 d	γ : 646, 875
		186	-46 130	1,59	0+				stabil	
		187	-44 168	1,64	1/2-	0,065			stabil	
		188	-43 919	13,3	0+				stabil	
		189	-41 700	16,1	3/2-	0,65596	0,8		stabil	
		190	-41 370	26,4	0+			12,5	stabil	
		191	-39 030		9/2-				15 d	β^- : 143; γ : 129; Ir-X
		192	-38 550	41,0	0+			1,6	stabil	
		193	-35 773					8	31 h	β^- : 1130; γ : 139, 322, 380, 460, 558
77	Ir	191	-39 360	37,3	3/2+	0,16	1,5	910	stabil	
		192	-37 300		4-	$\pm 1,9$		700	74 d	β^- : 670; γ : 296, 308, 317, 468, 604, 612
		193	-36 988	62,7	3/2+	0,17	1,5	110	stabil	
		194	-34 875		1-				17,4 h	β^- : 2240; γ : 328, 640, 939, 1480, 1700
78	Pt	190	-40 050	0,0127	0+			150	$6 \times 10(11)$ a	α : 3180
		191	-38 550		3/2-				3,0 d	γ : 96, 129, 175, 269, 410, 457, 539, 624
		192	-38 850	0,78	0+			2	stabil	
		193	-36 940						4,4 d	Pt-X
		194	-37 275	32,9	0+			1,1	500 a	Ir-X
		195	-35 187	33,8	1/2-	0,60602		27	stabil	
		196	-35 033	25,3	0+			0,96	stabil	
		197	-32 653		1/2-				18 h	β^- : 670; γ : 77, 191
		198	-32 105	7,21	0+			0,27	stabil	
		199	-29 420					15	31 min	β^- : 1690; γ : 75, 197, 245, 475, 540, 960
		197	-33 459	100	3/2+	0,14485	0,6	98,8	stabil	
79	Au	198	-31 769		2-	$\pm 0,6$		25 800	2,70 d	β^- : 962; γ : 412, 676, 1088
		199	-31 227		3/2+	$\pm 0,26$		30	3,15 d	β^- : 460, 300; γ : 158, 208
80	Hg	196	-34 180	0,146	0+			3199	stabil	
		197	-32 640		13/2+	-1,032			23,8 h	γ : 134, 279; Hg-X
		198	-33 244	10,02	0+	0,52406			64,14 h	γ : 77, 191, 268; Au-X
		199	-31 721	16,84	1/2-	0,502702		2500	stabil	
		200	-31 673	23,13	0+			<60	stabil	
		201	-29 692	13,22	3/2-	-0,556701	0,50	<60	stabil	
		202	-29 358	29,80	0+			5,0	stabil	
		203	-27 120		5/2-				46,9 d	β^- : 214; γ : 279
		204	-26 505	6,85	0+			0,43	stabil	
		205	-23 790		1/2-				5,5 min	β^- : 1700; γ : 205
		206	-22 487		0+				8,1 min	β^- : 1300; γ : 310
81	Tl	203	-27 647	29,50	1/2+	1,61169		8	stabil	
		204	-26 135		2-	$\pm 0,089$			3,8 a	β^- : 766; Hg-X
		205	-25 558	70,50	1/2+	1,62754		0,11	stabil	
		206	-23 896		0-				4,3 min	β^- : 1520
		207	-22 550		1/2+				4,8 min	β^- : 1440; γ : 897
		208	-17 987	n	5+				3,1 min	β^- : 1800; γ : 510, 583, 860, 2614
		210	-9946	n					1,3 min	β^- : 2300; γ : 296, 795, 1210, 1310, 2430
82	Pb	204	-26 956	1,48	0+			0,655	stabil	
		205	-25 520		5/2-				$3 \times 10(7)$ a	Tl-X
		206	-25 532	23,6	0+			0,030	stabil	
		207	-24 097	22,6	1/2-	0,5895		0,709	stabil	
		208	-23 350	52,3	0+			0,0006	stabil	
		209	-18 918		9/2+				3,3 h	β^- : 635
		210	-15 813	n	0+				22 a	β^- : 61; γ : 47; Bi-X; α : 3720
		211	-11 258	n	9/2+				36,1 min	β^- : 1360; γ : 405, 427, 702, 766, 832
		212	-8 095	n	0+				10,6 h	β^- : 580; γ : 239, 300
		214	-234	n	0+				26,8 min	β^- : 1030, 670; γ : 242, 295, 352
83	Bi	209	-19 606	100	9/2-	4,0802	-0,34	0,034	stabil	
		210	-15 879						$2,6 \times 10(6)$ a	α : 4960, 4920, 4570; γ : 262, 300, 340, 610
		211	-12 700	n	1-	$\pm 0,0442$	$\pm 0,13$		5,0 d	β^- : 1160; α : 4690, 4650
		212	-8 721	n	9/2-				2,15 min	α : 6620, 6280; γ : 351
		214	-1 314	n	1-				60,6 min	β^- : 2250; α : 6090, 6050; γ : 40, 288, 727
		215	1830	n	1-				19,8 min	β^- : 3260; α : 5510, 5450; γ : 609, 1764, 24445
		215	1830	n					7,4 min	
84	Po	210	-17 124	n	0+				138,40 d	α : 5305; γ : 803
		211	-13 343	n	9/2+				0,52 s	α : 7450; γ : 570, 900
		212	-11 134	n	0+				$0,3 \times 10(-6)$ s	α : 8780
		214	-4 799	n	0+				$1,6 \times 10(-4)$ s	α : 7690; γ : 799
		215	-577	n	9/2+				$1,8 \times 10(-3)$ s	α : 7380
		216	1 922	n	0+				0,15 s	α : 6780
		218	8 930	n	0+				3,05 min	α : 6000

Z 1	Symbol 2	A 3	ΔM 4	% 5	J 6	$\pm \mu $ 7	Q 8	σ 9	$\tau_{1/2}$ 10	ΔE 11
85	At	209	-13 833		9/2-				5,5 h	α : 5650; γ : 195, 545, 780
		210	-12 964		5+				8,3 h	α : 5520, 5440, 5360; γ : 245, 1180, 1436
		211	-12 538		9/2-				7,2 h	α : 5868; Po-X
86	Rn	219	9 481	n					3,96 s	α : 6820, 6550, 6420; γ : 272, 401
		220	11 401	n	0+			<0,2	55,6 s	α : 6290; γ : 550
		222	17 531	n	0+			0,72	3,824 d	α : 5490; γ : 510
87	Fr	223	19 736	n	3/2+				21,8 min	β —: 1150; γ : 50, 80, 234
88	Ra	223	18 501	n	1/2+			130	11,43 d	α : 5750, 5710, 5610, 5540; γ : 149, 270
		224	20 218	n	0+			12	3,64 d	α : 5680, 5450; γ : 241
		226	25 360	n	0+			20	1600 a	α : 4780, 4600; γ : 186
		228	31 139	n	0+			36	5,75 a	β —: 50
89	Ac	227	27 753	n	3/2+	1,1		830	21,8 a	α : 4950, 4860; β —: 46; γ : 70, 166, 190
		228	31 080	n					6,13 h	β —: 2110; γ : 340, 908, 960
90	Th	227	27 706	n	3/2+			250 f	18,72 d	α : 6040, 5980, 5760, 5720; γ : 50, 237
		228	28 750	n	0+			123	1,913 a	α : 5430, 5340; γ : 84, 132, 167, 214
		230	33 087	n	0+			23	7,5 $\times 10$ (4) a	α : 4680, 4620; 68, 142, 184, 253
		231	36 291	n	5/2+				25,6 h	β —: 300; γ : 26, 84
		232	38 124	100	0+			7,4	1,4 $\times 10$ (10) a	α : 4010, 3950; Ra-X
		234	43 583	n	0+			1,8	24,10 d	β —: 191; γ : 63, 93
91	Pa	231	35 877	n	3/2-	1,98		200	3,25 $\times 10$ (4) a	α : 5060, 5020, 5010, 4950, 4730; γ : 27, 290
		234		n	0-			500 f	1,18 min	β —: 2290; γ : 765, 1001
		234	43 298	n	4+				6,75 h	β —: 1300, 1130, 530; γ : 100, 126, 220, 1080
92	U	234	40 904	0,0056	0+			95	2,47 $\times 10$ (5) a	α : 4770, 4720; γ : 53, 117
		235	43 915	0,7205	7/2-	$\pm 0,35$	$\pm 3,8$	579,5 f	7,1 $\times 10$ (8) a	α : 4580, 4400, 4370; γ : 143, 185, 204
		238	50 770	99,2739	0+			2,73 f	4,51 $\times 10$ (9) a	α : 4200, 4150; Th-X
93	Np	237	48 056		5/2+	± 6		170	2,14 $\times 10$ (6) a	α : 4780, 4650; γ : 30, 86, 145
94	Pu	239	52 146		1/2+	0,200		742,4 f	2,44 $\times 10$ (4) a	α : 5160, 5110; γ : 39, 52, 129; U-X
		240	53 882		0+			281	6600 a	α : 5170, 5120; U-X
		242	58 725		0+			19,8	3,8 $\times 10$ (5) a	α : 4900, 4860
95	Am	241	56 714		5/2-	1,58	4,9	740	433 a	α : 5490, 5440; γ : 60
		243	61 367		5/2-	1,4	4,9	68	7950 a	α : 5280, 5230; γ : 44, 75
96	Cm	245	65 371		7/2+			1900 f	9320 a	α : 5360, 5310; γ : 130, 173
		246	67 202		0+			15	5480 a	α : 5390, 5340
		247	70 280					180	1,64 $\times 10$ (7) a	
		248	72 220		0+			7,2	4,7 $\times 10$ (5) a	α : 5080, 5040
97	Bk	247	70 260						1380 a	α : 5680, 5520; γ : 84, 270
		249	74 883		7/2+			500	314 d	β —: 125; α : 5420
98	Cf	249	74 749		9/2-			1735 f	360 a	α : 5810; γ : 333, 388
		250	76 384		0+			1500	13,2 a	α : 6030, 5990
		251	79 260		1/2+			3000 f	892 a	α : 5850, 5670; γ : 180
		252	81 500		0+			30	2,65 a	α : 6120, 6080
99	Es	253	84 730		7/2+			351	20,47 d	α : 6640; γ : 387, 429
		255							39,8 d	α : 6310
100	Fm	252	82 562		0+				23 h	α : 7050
		253	84 930						3,0 d	α : 6960, 6910
101	Md	258							54 d	α : 6730, 6780
102	No	255	92 730						185 s	α : 8110
103	Lr	256							35 s	α : 8350
104	Ku	260							0,3 s	

Literatur

(Die meisten Angaben sind mit einer kurzen Charakterisierung versehen. Sie gibt die persönliche Meinung des Autors wieder.)

Kapitel 1

- P. H. Cadogan, „From Quark to Quasar“, Cambridge University Press, Cambridge 1985.
T. Hey, P. Walters, „The Quantum Universe“, Cambridge University Press, Cambridge 1987.
P. und P. Morrison, „Zehn hoch“, Verlag Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg 1985.

Kapitel 2

- J. E. Dodd, „The Ideas of Particle Physics“, Cambridge University Press, Cambridge 1984 (eine hervorragende Einführung, instruktiv geschrieben, und ohne viel Formalismus).
H. Fritzsch, „Quarks, Urstoff unserer Welt“, Piper-Verlag, München 1981 (ein populäres Buch mit vielen anschaulichen Erklärungen).
M. B. Green, „Superstrings“, Scientific American **255**, 44–56, September 1986.
D. H. Perkins, „Introduction to High Energy Physics“, 3. Aufl., Verlag Addison-Wesley, Reading 1987 (eine moderne und detaillierte Darstellung, verlangt aber gute Vorkenntnisse).
E. Lohrmann, „Einführung in die Physik der Elementarteilchen“, Teubner-Verlag, Stuttgart 1983 (ein relativ leicht verständliches Lehrbuch auf etwas höherem Niveau als unseres).
D. Wegener, „Schwere Quarks“, Physikalische Blätter **40**, 197–204, 1984.
S. Weinberg, „Light as a Fundamental Particle“, Physics Today **28**, 32–37, Juni 1975.
C. G. Wohl u. a., „Review of Particle Properties“, Review of Modern Physics **56**, S 1–S 304, 1984.

Kapitel 3

Klassische Grundgesetze:

- R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, „The Feynman Lectures on Physics“, Vol. I u. II, Verlag Addison-Wesley, Reading 1963 (unübertroffen *das* Lehrbuch der Physik).

Starke und schwache Wechselwirkung:

- E. Lohrmann, „Hochenergiephysik“, Teubner-Verlag, Stuttgart 1986 (eine moderne und knappe Darstellung; verlangt gute Vorkenntnisse).

Gravitationstheorie:

- R. H. Price, „General Relativity Primer“, American Journal of Physics **50**, 300–329, 1982 (eine sehr gute Einführung).

Kapitel 4

- H. Fritzsch, „Quarks, Urstoff unserer Welt“, Piper-Verlag, München 1981 (ein populäres Buch mit sehr anschaulichen Darstellungen).
H. Frauenfelder, E. M. Henley, „Subatomic Physics“, Verlag Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1974 (ein sehr gutes und vielseitiges Lehrbuch auf teilweise höherem Niveau).
D. H. Perkins, „Introduction to High Energy Physics“, 3. Aufl., Verlag Addison-Wesley, Reading 1987 (eine moderne und detaillierte Darstellung, die gute Vorkenntnisse verlangt).
D. Wegener, „Schwere Quarks“, Physikalische Blätter **40**, 197–204, 1984.
C. G. Wohl u. a., „Review of Particle Properties“, Review of Modern Physics **56**, S 1–S 304, 1984.

Kapitel 5

- H. Frauenfelder, E. M. Henley, „Subatomic Physics“, Verlag Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1974 (ein sehr gutes und vielseitiges Lehrbuch auf teilweise höherem Niveau).
- K. Kleinknecht, „Detektoren für Teilchenstrahlung“, Teubner-Verlag, Stuttgart 1985 (eine gute Einführung in die modernen Geräte und Meßmethoden).
- D. H. Perkins, „Introduction to High Energy Physics“, 3. Aufl., Verlag Addison-Wesley, Reading 1987 (eine moderne und detaillierte Darstellung, die gute Vorkenntnisse verlangt).
- E. Segrè, „Nuclei and Particles“, Verlag Benjamin, London 1974 (das klassische Lehrbuch der Kernphysik mit vielen guten und sorgfältigen Erklärungen).

Kapitel 6

- B. L. Cohen, „Concepts of Nuclear Physics“, Verlag McGraw-Hill, New York 1971 (eine etwas unkonventionelle, aber sehr instruktive Darstellung ohne großen Anspruch an Vorkenntnisse).
- E. Bodenstedt, „Experimente der Kernphysik und ihre Deutung, I–III“, Bibliographisches Institut, Mannheim 1973 (eine Besprechung der 100 wichtigsten Experimente mit vielen Details und verbindendem Text zur Theorie).
- H. Frauenfelder, E. M. Henley, „Subatomic Physics“, Verlag Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1974 (ein sehr gutes und vielseitiges Lehrbuch auf teilweise höherem Niveau).
- T. Mayer-Kuckuk, „Physik der Atomkerne“, Teubner-Verlag, Stuttgart 1974 (ein übersichtliches und kompaktes Lehrbuch mit vielen nützlichen Vergleichen zwischen klassischer und moderner Betrachtungsweise).
- W. E. Meyerhof, „Elements of Nuclear Physics“, Verlag McGraw-Hill, New York 1967 (ein kurzgefaßtes und sehr instruktives Lehrbuch mit guten Erklärungen).
- E. Segrè, „Nuclei and Particles“, Verlag Benjamin, London 1974 (das klassische Lehrbuch der Kernphysik mit vielen experimentellen Einzelheiten).

Kapitel 7

- A. Beiser, „Atome, Moleküle, Festkörper“, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1983 (ein sehr empfehlenswertes und leicht lesbares Lehrbuch über die Mikrophysik mit einer guten Einführung in die Quantenmechanik).
- H. Haken, H. C. Wolf, „Atom- und Quantenphysik“, 3. Aufl., Springer-Verlag, Berlin 1987 (ein gutes und ausführliches Lehrbuch der Atomphysik, verlangt jedoch in einigen Abschnitten gute Vorkenntnisse in der Quantenmechanik).
- T. Mayer-Kuckuk, „Atomphysik“, 2. Aufl., Teubner-Verlag, Stuttgart 1980 (ein übersichtliches und kompaktes Lehrbuch mit vielen nützlichen Vergleichen zwischen klassischer und quantenmechanischer Betrachtungsweise).

- H. E. White, „Introduction to Atomic Spectra“, Verlag McGraw-Hill, New York 1934 (das klassische Lehrbuch der quantenmechanischen Atomtheorie mit vielen nützlichen und nur hier zu findenden Abbildungen und Beispielen).

Kapitel 8

- A. Beiser, „Atome, Moleküle, Festkörper“, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1983 (ein empfehlenswertes und leicht lesbares Lehrbuch über die Mikrophysik mit einer guten Einführung in die Quantenmechanik).
- C. A. Coulson, „Geometrie und elektronische Struktur von Molekülen“, Verlag Chemie/Physik Verlag, Weinheim 1977 (ein kurzes und instruktives Lehrbuch).
- F. Engelke, „Aufbau der Moleküle“, Teubner-Verlag, Stuttgart 1985 (eine relativ einfache Einführung in das Gebiet der Molekülphysik).
- A. Lösch, „Molekülphysik“, Akademie-Verlag, Berlin 1984 (ein kurzgefaßtes und leicht verständliches Taschenbuch).
- G. C. Maitland, M. Rigby, E. B. Smith, W. A. Wakeham, „Intermolecular Forces“, Clarendon Press, Oxford 1981 (ein umfassendes und modernes Lehrbuch auf höherem Niveau, jedoch sehr instruktiv geschrieben).
- M. Rigby, E. Brian Smith, W. A. Wakeham, G. C. Maitland, „The Forces between Molecules“, Clarendon Press, Oxford 1986 (eine kurzgefaßte und lehrreiche Einführung, etwa auf dem Niveau unserer Darstellung).
- C. Weissmantel, R. Lenk, W. Forker, R. Ludloff, J. Hoppe, „Atom“, Verlag Chemie, Weinheim 1970 (eine kompakte, sehr inhaltsreiche und umfassende Enzyklopädie).

Kapitel 9

- M. Calvin, W. A. Pryor (Herausgeber), „Organic Chemistry of Life“, Verlag Freeman, San Francisco 1973 (eine Zusammenstellung der interessantesten Artikel aus „Scientific American“).
- J. Darnell, H. Lodish, D. Baltimore, „Molecular Cell Biology“, Verlag Scientific American Books, New York 1986 (eine ausgezeichnete moderne und lehrreiche Darstellung mit vielen vorzüglichen Abbildungen).
- M. Eigen, „Selforganization of Matter and the Evolution of Biological Macromolecules“, *Naturwissenschaften* **58**, 465–523, 1971 (eine sehr detaillierte und relativ leicht verständliche Untersuchung über die Evolution).
- M. Eigen, P. Schuster, „The Hypercycle“, *Naturwissenschaften* **64**, 541–565, 1977; **65**, 7–41, 341–369, 1978 (eine ausführliche Beschreibung der autokatalytischen Kreise und eine gute Diskussion von Evolutionsexperimenten).
- M. Eigen, R. Winkler, „Das Spiel“, Piper-Verlag, München 1979 (eine populäre Darstellung der molekularen Kinetik in belebter Materie mit vielen anschaulichen Beispielen anhand von Spielmodellen).

- Govindjee, Rajni Govindjee, „The Absorption of Light in Photosynthesis“, *Scientific American* **231**, 68–82, Dezember 1974 (eine anschauliche und übersichtliche Beschreibung der wichtigsten Teilprozesse der Photosynthese).
- P. C. Hanawalt, R. H. Haynes (Herausgeber), „The Chemical Basis of Life“, Verlag Freeman, San Francisco 1973 (eine ausgezeichnete Zusammenstellung von Aufsätzen aus „Scientific American“, zum Teil inhaltsgleich mit Calvin-Pryor).
- W. Hoppe, W. Lohmann, H. Markl, H. Ziegler, „Biophysik“, Springer-Verlag, Berlin 1982, 2. Aufl. (ein sehr umfassendes und vielseitiges Lehrbuch über die wichtigsten Kapitel der modernen Biologie).
- K. Stierstadt, „Phasenübergänge in Physik und Biologie“, *Physikalische Blätter* **34**, 304–316, 358–369, 1978 (eine kurzgefaßte Einführung in die physikalische Beschreibung einiger wichtiger biologischer Prozesse).
- „The Molecules of Life“, *Scientific American* **253**, Sonderheft, April 1985 (ausgezeichnete populäre Aufsätze und viele schöne Bilder).
- D. C. Youvan, B. L. Marrs, „Molecular Mechanism of Photosynthesis“, *Scientific American* **256**, 24–28, Juni 1987 (eine ganz moderne und leicht verständliche Einführung).

Kapitel 10–12

- Bergmann-Schaefer, „Lehrbuch der Experimentalphysik, Band IV“, Kapitel IV (Flüssigkeiten) und Kapitel X (Das Plasma), Verlag de Gruyter, 2. Aufl., Berlin 1981 (eines der Standard-Lehrbücher mit vielen experimentellen Einzelheiten).
- W. Brostow, „Science of Materials“, Verlag Wiley, New York 1979 (ein originelles und instruktives Lehrbuch mit zahlreichen technischen Anwendungsbeispielen).
- B. H. Flowers, E. Mendoza, „Properties of Matter“, Verlag Wiley, London 1970 (ein leicht verständliches und sehr gutes Lehrbuch aus der Manchester Physics Series, auf etwa demselben Niveau wie unsere Darstellung).
- A. Guinier, „La structure de la matière“, Verlag Hachette, Paris 1980 (ein ausgezeichnetes modernes Lesebuch, fast ohne Formeln aber mit sehr sorgfältigen und instruktiven Erklärungen).
- G. C. Maitland, M. Rigby, E. B. Smith, W. A. Wakeham, „Intermolecular Forces“, Clarendon Press, Oxford 1981 (ein umfassendes modernes Lehrbuch auf höherem Niveau, aber sehr instruktiv geschrieben).
- C. Kittel, H. Krömer, „Physik der Wärme“, 2. Aufl., Oldenbourg-Verlag, München 1984 (ein gutes Lehrbuch auf höherem Niveau, das die Wärmelehre statistisch begründet und viele nützliche und moderne Anwendungsbeispiele enthält).
- J. F. Nye, „Physical Properties of Crystals“, Clarendon Press, Oxford 1972 (eine Diskussion der Anisotropie der Materialeigenschaften, ähnlich unserem Abschnitt 10.3, jedoch ausführlicher und auf höherem Niveau).
- F. Reif, „Statistical Physics“, Berkeley Physics Course, Volume 5, McGraw-Hill, New York 1965 (das Standard-Lehrbuch für die Einführung in die statistische Thermodynamik aus moderner Sicht).

- M. Rigby, E. B. Smith, W. A. Wakeham, G. C. Maitland, „The forces between Molecules“, Clarendon Press, Oxford 1986 (eine kurzgefaßte und lehrreiche Einführung auf etwa demselben Niveau wie unsere Darstellung).
- H. N. V. Temperley, D. H. Trevena, „Liquids and their Properties“, Halsted Press, Chichester 1978 (ein leicht verständliches und kompaktes Lehrbuch mit einer ausführlichen historischen Einleitung).
- A. J. Walton, „Three Phases of Matter“, 2. Aufl., Clarendon Press, Oxford 1983 (eine sehr ausführliche und lehrreiche atomistische Behandlung der Eigenschaften von Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern, etwa auf dem Niveau unserer Darstellung).

Kapitel 13

- Bergmann-Schaefer, „Lehrbuch der Experimentalphysik, Band IV/1“, Kapitel IV (Flüssigkeiten) C und D, Verlag de Gruyter, Berlin 1975 (eines der Standard-Lehrbücher mit vielen experimentellen Einzelheiten).
- W. Brostow, „Science of Materials“, Verlag Wiley, New York 1979 (ein originelles und instruktives Lehrbuch mit zahlreichen technischen Anwendungsbeispielen).
- S. Chandrasekhar, „Liquid Crystals“, Cambridge University Press, Cambridge 1977 (eine gute Einführung in die Physik der Flüssigkristalle auf höherem Niveau).
- S. R. Elliott, „Physics of amorphous materials“, Verlag Longman, London 1984 (eine gute und moderne Einführung in das Gebiet mit vielen Anwendungsbeispielen).
- P. G. de Gennes, „The Physics of Liquid Crystals“, Clarendon Press, Oxford 1974 (eine gute Einführung in die Physik der Flüssigkristalle auf höherem Niveau).
- A. Guinier, „La structure de la matière“, Verlag Hachette, Paris 1980 (ein ausgezeichnetes modernes Lehrbuch, fast ohne Formeln, aber mit sehr sorgfältigen und instruktiven Erklärungen).
- „Liquid Crystals“, *Scientific American* **246**, Mai 1982, Sonderheft.
- R. Zallen, „The Physics of Amorphous Solids“, Verlag Wiley, New York 1983 (eine originelle und moderne Einführung in das Gebiet der Gläser, sowie der amorphen Metalle, Halbleiter und Polymere).

Kapitel 14–19

- N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, „Solid State Physics“, Verlag Holt, Rinehart und Winston, New York 1976 (ein vorwiegend theoretisch orientiertes, modernes, sehr sorgfältig verfaßtes und ausführliches Lehrbuch).
- Bergmann-Schaefer, „Lehrbuch der Experimentalphysik“, Band III und IV, Verlag de Gruyter, Berlin 1987 und 1981 (das klassische Lehrbuch mit einer Fülle experimenteller Details).

- J. S. Blakemore, „Solid State Physics“, Verlag Saunders, Philadelphia 1974 (ein kompaktes, didaktisch hervorragendes und modernes Lehrbuch auf nicht zu hohem Niveau).
- S. Chikazumi, „Physics of Magnetism“, Verlag Wiley, New York 1964 (eine relativ einfache Einführung in das gesamte Gebiet der magnetischen Erscheinungen mit besonderer Betonung von Anwendungsbeispielen).
- W. Cochran, „The Dynamics of Atoms in Crystals“, Verlag Arnold, London 1973 (eine kurzgefaßte und gut verständliche Einführung in die thermischen Stoffeigenschaften).
- T. E. Cranshaw, B. W. Dale, G. O. Longworth, C. E. Johnson, „Mössbauer Spectroscopy and its Applications“, Cambridge University Press, Cambridge 1985 (eine kurze und sehr instruktive Einführung).
- B. H. Flowers, E. Mendoza, „Properties of Matter“, Verlag Wiley, London 1970 (ein leicht verständliches und gutes einführendes Lehrbuch aus der Manchester Physics Series, auf etwa demselben Niveau wie unsere Darstellung).
- L. Genzel (Herausgeber), „Die feste Materie“, Umschau-Verlag, Frankfurt 1973 (ein populäres Buch mit vielen interessanten Anwendungsbeispielen).
- A. Guinier, „La structure de la matière“, Verlag Hachette, Paris 1980 (ein ausgezeichnetes modernes Lehrbuch, fast ohne Formeln und mit vielen sorgfältigen Erläuterungen).
- A. Guinier, P. Jullien, „La matière à l'état solide“, Verlag Hachette, Paris 1987 (eine ausgezeichnete Einführung).
- H. E. Hall, „Solid State Physics“, Verlag Wiley, London 1974, Manchester Physics Series (ein solides und kurzgefaßtes Lehrbuch auf etwas höherem Niveau).
- W. Hayden, W. G. Moffatt, J. Wulff, „Structure and Properties of Materials, Vol. III“, Verlag Wiley, New York 1965 (ein durchaus noch modernes und didaktisch vorzügliches Lehrbuch auf dem Niveau unserer Darstellung mit vielen Beispielen aus der Materialwissenschaft).
- A. R. v. Hippel, „Dielectrics and Waves“, Verlag Wiley, London 1954 (ein klassisches Lehrbuch über Dielektrika, instruktiv geschrieben und mit vielen interessanten Details über elektromagnetische Wellen).
- H. Ibach, H. Lüth, „Festkörperphysik“, Springer-Verlag, Berlin 1981 (ein kurzgefaßtes und modernes Lehrbuch).
- C. Kittel, „Einführung in die Festkörperphysik“, Oldenbourg-Verlag, 6. Aufl., München 1983 (das Standardlehrbuch der Festkörperphysik, bisher unübertroffen in seiner Mischung aus Experiment und Theorie, aus Grundlagen und Anwendungen, aber auf höherem Niveau als unsere Darstellung).
- W. Kleber, „Einführung in die Kristallographie“, 16. Aufl., VEB Verlag Technik, Berlin 1985 (ein gutes Kristallographie-Lehrbuch mit vielen für die Festkörperphysik nützlichen Erläuterungen).
- „Materials“, D. Flanagan u. a. (Herausgeber), Verlag Freeman, San Francisco 1967 (ein ausgezeichnetes populäres Buch mit vielen schönen und physikalisch sorgfältigen Erläuterungen).
- W. G. Moffatt, G. W. Pearsall, J. Wulff, „Structure and Properties of Materials, Vol. I“, Verlag Wiley, New York 1964 (ein durchaus noch modernes und didaktisch vorzügliches Lehrbuch auf dem Niveau unserer Darstellung mit vielen Beispielen aus der Materialwissenschaft).
- M. A. Omar, „Elementary Solid State Physics“, Verlag Addison-Wesley, Reading 1975 (ein originelles und modernes Lehrbuch auf nicht zu hohem Niveau).
- W. T. Read, „Dislocations in Crystals“, Verlag McGraw-Hill, New York 1953 (das klassische Lehrbuch über Versetzungen, anschaulich und instruktiv mit vielen Abbildungen).
- H. M. Rosenberg, „The Solid State“, 2. Aufl., Oxford University Press, Oxford 1975, Oxford Physics Series (ein kurzgefaßtes und instruktives Lehrbuch auf dem Niveau unserer Darstellung).
- A. L. Schawlow (Herausgeber), „Lasers and Light“, Verlag Freeman, San Francisco 1969 (eine Sammlung von Aufsätzen aus „Scientific American“ mit vielen vorzüglichen Abbildungen).
- A. Seeger, „Moderne Probleme der Metallphysik“, Springer-Verlag, Berlin 1965 (eine Sammlung von Übersichtsartikeln über Fehlstellen, Magnetismus, Elastizität und Plastizität, etwas anspruchsvoller als unsere Darstellung, aber mit vielen Detailergebnissen).
- L. Solymar, D. Walsh, „Lectures on the Electrical Properties of Materials“, 3. Aufl., Oxford University Press, Oxford 1985 (ein anwendungsorientiertes vorzügliches Lehrbuch auf dem Niveau unserer Darstellung).
- A. J. Walton, „Three Phases of Matter“, 2. Aufl., Clarendon Press, Oxford 1983 (eine sehr ausführliche und lehrreiche atomistische Darstellung der Eigenschaften von Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern, etwa auf dem Niveau unseres Buches).
- C. Weißmantel, C. Hamann, „Grundlagen der Festkörperphysik“, Springer-Verlag, Berlin 1979 (ein gründliches und instruktives Lehrbuch auf mittlerem Niveau).

Kapitel 20

- W. Buckel, „Supraleitung“, 4. Aufl., VCH, Weinheim 1989 (eine leicht verständlich und sehr instruktiv geschriebene Einführung mit vielen Anwendungsbeispielen).
- K. Dransfeld, „Flüssiges Helium als Quantenflüssigkeit“, Naturwissenschaften **58**, 183–188, 1971.
- U. Essmann, H. Träuble, „The magnetic structure of superconductors“, Scientific American **224**, No. 3, 74–84, 1971.
- R. W. Martin, „Elektron-Loch-Tröpfchen in Halbleitern“, Physik in unserer Zeit **9**, Nr. 3, 75–82, 1978.
- N. D. Mermin, D. M. Lee, „Superfluid Helium 3“, Scientific American **235**, No. 6, 56–71, 1976.
- S. P. Parker u. a., „McGraw-Hill Encyclopedia of Physics“, New York 1983, Artikel „Liquid Helium“, S. 563–570.
- G. A. Thomas, „An Electron-Hole Liquid“, Scientific American **234**, No. 6, 28–37, 1976.
- J. P. Wolfe, A. Mysyrowicz, „Excitonic Matter“, Scientific American **250**, No. 3, 70–79, 1984.

Kapitel 21

- W. Gebhardt, U. Krey, „Phasenübergänge und kritische Phänomene“, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1980 (eine kurzgefaßte und anschaulich geschriebene Einführung).
- H. Haken, „Synergetik“, Springer-Verlag, Berlin 1982 (eine Einführung in das neue Gebiet mit vielen Beispielen und Literaturhinweisen).
- H. G. Schuster, „Deterministic Chaos“, 2. Aufl., VCH, Weinheim 1988 (eine theoretisch orientierte, aber umfassende Einführung in die Chaos-Forschung, mit zahlreichen Beispielen und Literaturhinweisen).
- H. E. Stanley, „Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena“, Clarendon Press, Oxford 1971 (eine leicht verständliche Einführung mit dem Schwerpunkt auf der theoretischen Seite).
- K. Stierstadt, „Phasenumwandlungen“, Physikalische Blätter **30**, 9–18, 106–118, 1974 (eine kurze Einführung).
- K. Stierstadt, „Phasenübergänge in Physik und Biologie“, Physikalische Blätter **34**, 304–316, 358–369, 1978 (eine einführende Übersicht).
- H. L. Swinney, J. P. Gollub (Herausgeber), „Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence“, Topics in Applied Physics, Band 45, Springer-Verlag, Berlin 1981 (eine Sammlung vorzüglicher einführender Aufsätze über verschiedene Arten von Transportinstabilitäten).

Kapitel 22

- J. K. Beatty, B. O'Leary, A. Chaikin, „Die Sonne und ihre Planeten“, Physik-Verlag, Weinheim 1985 (ein sehr instruktives Buch mit wundervollen Abbildungen).
- R. Breuer, „Auf der Suche nach Leben im All“, Bild der Wissenschaft **17**, 404–416, 1980.
- R. Breuer, „Kontakt mit den Sternen“, Ullstein-Verlag, Berlin 1981 (ein populäres und sehr vielseitiges Buch).
- E. R. Harrison, „Kosmologie“, 2. Aufl., Schwarz-Verlag, Darmstadt 1984 (ein ausgezeichnetes Lehrbuch für Physiker mit Grundkenntnissen, enthält viele historische und philosophische Betrachtungen sowie hervorragende physikalische Erklärungen).
- S. W. Hawking, „Eine kurze Geschichte der Zeit“, Rowohlt-Verlag, Reinbek 1988 (eine populäre Darstellung mit den modernsten Erkenntnissen).
- W. J. Kaufmann, „Black Holes and Warped Spacetime“, Verlag Freeman, San Francisco 1979 (ein spannend geschriebenes Buch, in der Mitte zwischen populärer und wissenschaftlicher Darstellungsweise).

- R. Kippenhahn, „Hundert Milliarden Sonnen“, Piper-Verlag, München 1984 (ein populäres und sehr instruktives Buch über den Lebenslauf der Sterne).
- D. Malin, P. Murdin, „Farbige Welt der Sterne“, VCH, Weinheim 1986 (ein faszinierendes Bilderbuch mit sehr informativem Text).
- W. Priester, H.-J. Blome, „Zum Problem des Urknalls: ‚Big Bang‘ oder ‚Big Bounce?‘“, Sterne und Weltall 1987, S. 83–89, 140–144 (ein leicht verständlicher moderner Überblick über die Kosmologie).
- H. L. Shipman, „Black Hole, Quasars, and the Universe“, Verlag Houghton-Mifflin, Boston 1980 (ein spannend geschriebenes Buch in der Mitte zwischen populärer und wissenschaftlicher Darstellungsweise).
- O. Struve, „Astronomie“, Verlag de Gruyter, Berlin 1962 (ein gutes klassisches Lehrbuch der Astronomie).
- M. Taube, „Evolution of Matter and Energy on a Cosmic and Planetary Scale“, Springer-Verlag, Berlin 1985 (ein anregendes und vielseitiges Buch im Stil einer Vorlesung).
- S. Weinberg, „Die ersten drei Minuten“, Piper-Verlag, München 1977 (ein populäres Buch über die Entwicklung des Weltalls kurz nach dem Urknall).
- M. Zeilik, J. Gaustad, „Astronomy“, Verlag Harper & Row, New York 1983 (ein hervorragendes modernes Lehrbuch der Astronomie und Astrophysik).

Anhang A

- A. Beiser, „Atome, Moleküle, Festkörper“, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1983 (ein empfehlenswertes und leicht lesbares Lehrbuch mit einer guten Einführung in die Quantenphysik).
- F. J. Belinfante, „Can individual particles have individual properties?“, American Journal of Physics **46**, 329–336 (1987).
- W. Döring, „Atomphysik und Quantenmechanik, Band I“, Verlag de Gruyter, Berlin 1973 (eine einfache Einführung in die Quantenphysik, didaktisch hervorragend).
- R. P. Feynman, „QED, The strange theory of light and matter“, Princeton University Press, Princeton 1985 (eine meisterhafte Einführung in die Quantenelektrodynamik für Physiker und Nichtphysiker).
- A. Goldhaber, M. M. Nieto, „The mass of the photon“, Scientific American **232**, Nr. 5, 86–96 (1975).
- H. Paul, „Photonen“, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1985 (ein gutes und verständlich geschriebenes Lehrbuch über das Licht und seine Wellen-Teilchen-Eigenschaften).
- O. Scully, M. Sargent III, „The concept of the photon“, Physics Today **25**, Nr. 3, 38–47 (1972).
- S. Weinberg, „Light as a fundamental particle“, Physics Today **28**, Nr. 6, 32–37 (1975).

Quellenverzeichnis zu den Abbildungen und Tabellen

(Die im Text und in den Legenden mit „aus . . .“ gekennzeichneten Abbildungen und Tabellen wurden mit freundlicher Genehmigung der hier genannten Autoren und Verlage der entsprechenden Publikationen reproduziert.)

- Alder, B. J., und Wainwright, T. E. (1959), *J. Chem. Phys.* **31**, 459.
- Alexander, W. O. (1967), in: Flanagan, D., u. a. (Hrsg.), „Materials“, Freeman, San Francisco.
- Allen, P. B. (1983), *Phys. Teacher*, 582.
- Altmann, K., Klöckner, W., und Strey, G. (1976), *Z. Naturf.* **31a**, 1311.
- Amelinckx, S. (1964): „Direct Observation of Dislocations“, Academic Press, New York.
- Amrein, M., Stasiak, A., Gross, H., Stoll, E., und Travaglini, G. (1988), *Science* **240**, 514.
- Andrussow, L. (1960), in: Schäfer, K. (Hrsg.), „Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen“, 6. Aufl., Bd. II/5, Springer, Berlin, S. 1.
- Ashcroft, N. W., und Mermin, N. D. (1976): „Solid State Physics“, Holt, Rinehart & Winston, New York.
- Atkins, K. R. (1974): „Physik“, de Gruyter, Berlin.
- Bacon, G. E. (1966), *Endeavour* (dtsh. Ausg.) **25**, 129.
- Bacon, G. E. (1975): „Neutron Diffraction“, Clarendon Press, Oxford.
- Ballif, J. R., und Dibble, W. T. (1973): „Anschauliche Physik“, de Gruyter, Berlin.
- Barker, J. A., und Henderson, D. (1976), *Rev. Mod. Phys.* **48**, 587.
- Bate, G. (1980), in: Wohlfarth, E. P. (Hrsg.), „Ferromagnetic Materials“, Vol. 2, North-Holland, Amsterdam, S. 381.
- Beatty, J. K., O’Leary, B., und Chaikin, A. (1985): „Die Sonne und ihre Planeten“, Physik-Verlag, Weinheim.
- Becker, F. (1984), Sitzungsber. Wiss. Ges. Goethe-Univ. Frankfurt/M. XX, Nr. 2.
- Becker, J. J. (1970), *Sci. Am.* **223**, Dezember, 92.
- Behringer, R. P., und Ahlers, G. (1971), *Phys. Lett.* **62A**, 329.
- Beiser, A. (1983): „Atome, Moleküle, Festkörper“, Vieweg, Braunschweig.
- Bergé, P. (1975), in: Riste, T. (Hrsg.), „Fluctuations, Instabilities, and Phase Transitions“, Plenum Press, New York, S. 323.
- Berner, R., und Kronmüller, H. (1965), in: Seeger, A. (Hrsg.), „Moderne Probleme der Metallphysik“, Bd. 1, Springer, Berlin.
- Bertsch, F. (1983), *Sci. Am.* **248**, Mai, 40.
- Bethe, H. (1933), in: Geiger, H., und Scheel, K. (Hrsg.), „Quantentheorie“, Handbuch der Physik, 2. Aufl., Bd. XXIV/1, Springer, Berlin, S. 273.
- Bieri, R., Everling, F., und Mattauach, J. (1955), *Z. Naturf.* **10a**, 659.
- Binnig, G., und Rohrer, H. (1983), *Phys. Bl.* **39**, 176.
- Birchdall, J. D., und Kelly, A. (1983), *Sci. Am.* **248**, Mai, 88.
- Blakemore, J. S. (1974): „Solid State Physics“, Saunders, Philadelphia.
- Bocquet, J. L., Brebec, G., und Limoge, Y. (1983), in: Cahn, R. W., und Haasen, P. (Hrsg.), „Physical Metallurgy“, North-Holland, Amsterdam, S. 385.
- Bodenstedt, E. (1973): „Experimente der Kernphysik und ihre Deutung, Teil 2“, Bibliographisches Institut, Mannheim.
- Boersch, H. (1943), *Phys. Z.* **44**, 202.
- Breuer, R. (1980), *Bild d. Wissenschaft* **14**, 103.
- Brophy, J. H., Rose, R. M., und Wulff, J. (1964): „The Structure and Properties of Materials“, Vol. II, Wiley & Sons, New York.
- Brostow, W. (1979): „Science of Materials“, Wiley & Sons, New York.
- Brun, E. (1986): „Ordnungs-Hierarchien“, Naturforschende Gesellschaft in Zürich, Zürich.
- Brun, E. (1985), *Physik und Didaktik* **13**, 289.
- Buckel, W. (1977): „Supraleitung“, 2. Aufl., Physik Verlag, Weinheim.
- Buckingham, M. J., und Fairbank, W. M. (1961), in: Gorter, C. J. (Hrsg.), „Progress in Low Temperature Physics“, Vol. 3, Kap. 3.
- Burns, J. O. (1986), *Sci. Am.* **255**, Juli, 30.
- Cadogan, P. H. (1985): „From Quark to Quasar“, Cambridge University Press, Cambridge.
- Cairns, J. (1966), *Sci. Am.* **214**, Januar, 36.
- Chandrasekhar, S. (1977): „Liquid Crystals“, Cambridge University Press, Cambridge.
- Charles, R. J. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 126.
- Charles, S. W., und Popplewell, J. (1980), in: Wohlfarth, E. P. (Hrsg.), „Ferromagnetic Materials“, Vol. 2, North-Holland, Amsterdam, S. 509.

- Chikazumi, S. (1964): „Physics of Magnetism“, Wiley & Sons, New York.
- Claussen, N. (1976), *Umschau* **76**, 76.
- Cochran, W. (1973): „The Dynamics of Atoms in Crystals“, Arnold, London.
- Crick, F. H. C. (1966), *Sci. Am.* **215**, Oktober, S. 55.
- Dec, P. I. (1932), *Proc. Roy. Soc. (London)* **136**, 727.
- Degiorio, V. (1976), *Phys. Today*, Oktober, 42.
- Dehmelt, H. (1987), *Phys. Scr.* **36**, 1.
- Dicus, D. A., Letaw, J. R., Teplitz, D. C., und Teplitz, V. L. (1983), *Sci. Am.* **248**, März, 74.
- Diedrich, F., Peik, E., Chen, J. M., Quint, W., und Walther, H. (1988), *Phys. Bl.* **44**, 12.
- Doty, P. (1957), *Sci. Am.* **197**, September.
- Dransfeld, K. (1971), *Naturwissenschaften* **58**, 183.
- Dreisigacker, E. (1986), *Phys. Bl.* **42**, 81, 299.
- Dresselhaus, M. S. (1984), *Phys. Today*, März, 60.
- Ebner, W., und Leiderer, P. (1980), *Phys. Lett.* **80 A**, 277.
- Ehrenreich, H. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 194.
- Eigen, M. (1971), *Naturwissenschaften* **58**, 465.
- Edgeworth, R., Dalton, B. J., und Parnett, T. (1984), *Eur. J. Phys.* **5**, 198.
- Essmann, V., und Träuble, H. (1971), *Sci. Am.* **224**, März, 75.
- Eucken, A. (1929), in: Wien, W., und Harms, F. (Hrsg.), „Energie- und Wärmehalt“, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 8/1, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig.
- Eucken, A. (1930): „Lehrbuch der Chemischen Physik“, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig.
- Evans, J. H. (1971), *Radiat. Eff.* **10**, 55.
- Exner, H. E., und Arzt, E. (1983), in: Cahn, R. W., und Haasen, P. (Hrsg.), „Physical Metallurgy“, North-Holland, Amsterdam, S. 1885.
- Feinberg, G. (1968), *Sci. Am.* **219**, September, 50.
- Fisher, K. A., und Stoeckenius, W. (1982), in: Hoppe, W., Lohmann, W., Markl, H., und Ziegler, H. (Hrsg.), „Biophysik“, 2. Aufl., Springer, Berlin, S. 426.
- Flowers, B. H., und Mendoza, E. (1970): „Properties of Matter“, Wiley & Sons, London.
- Fraser, D. A. (1986): „The Physics of Semi-conductor Devices“, 4. Aufl., Clarendon Press, Oxford.
- Frauenfelder, H., und Henley, E. M. (1974): „Subatomic Physics“, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Frisch, R. O., und Stern, O. (1933), *Z. Phys.* **84**, 430.
- Gast, E., und Gast, T. (1959), in: Hellwege, K.-H., und Hellwege, A. M. (Hrsg.), „Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen“, Bd. II/6, Springer, Berlin, S. 451.
- Gennes, P. G. de (1974): „The Physics of Liquid Crystals“, Clarendon Press, Oxford.
- Gennes, P. G. de (1976), *La Recherche* **7**, 919.
- Gennes, P. G. de (1983), *Phys. Today*, Juni, 33.
- Gerthsen, C., und Kneser, H. O. (1971): „Physik“, 11. Aufl., Springer, Berlin.
- Gobrecht, H. (1987) (Hrsg.): „Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik“, Bd. II, 7. Aufl., de Gruyter, Berlin.
- Grammel, A., Rubly, M., Korsch, H. J., und Jodl, H. J. (1988), *Phys. u. Didaktik* **16**, 35.
- Gruehn, R., und Martin, W. (1982), *Naturwiss.* **69**, 53.
- Grüneisen, E. (1926), in: Geiger, H., und Scheel, K. (Hrsg.), „Thermische Eigenschaften der Stoffe“, Handbuch der Physik, Bd. X, Springer, Berlin, S. 1.
- Guinier, A. (1980): „La structure de la matière“, Hachette, Paris.
- Guinier, A., und Jullien, R. (1987): „La matière à l'état solide“, Hachette, Paris.
- Guyot, P., und Audier, M. (1985), *Phil. Mag. B* **52**, L15.
- Guyot, P. (1987), *Nature* **326**, 640.
- Haken, H. (1976), *Europhys. News* **7**, Juli/August.
- Haken, H., und Wolf, H. C. (1987): „Atom- und Quantenphysik“, 3. Aufl., Springer, Berlin.
- Hamilton, J. H., und Maruhn, J. A. (1986), *Sci. Am.* **255**, Juli, 74.
- Hanamura, E., und Haug, H. (1977), *Phys. Rep.* **33**, 210.
- Harrison, E. R. (1981): „Cosmology“, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hayden, H. W., Moffat, W. G., und Wulff, J. (1965): „The Structure and Properties of Materials“, Vol. III, Wiley & Sons, New York.
- Hecht, E. (1987): „Optics“, 2. Aufl., Addison-Wesley, Reading.
- Hell, H. (1963), *Zeiss-Informationen*, Oberkochen, Nr. 47.
- Heller, P. (1967), *Rep. Progr. Phys.* **30**, 731.
- Hellmuth, T., Leuchs, G., und Smith, S. J. (1981), in: Guimaraes, W. O. N., Lin, C.-T., und Mooradian, A. (Hrsg.), „Lasers and Applications“, Springer, Berlin, S. 194.
- Hellwege, K.-H. (1976): „Einführung in die Festkörperphysik“, Springer, Berlin.
- Herriott, D. R. (1968), *Sci. Am.* **219**, September, 140.
- Herzberg, G. (1954): „Molecular Spectra and Molecular Structure, Vol. II“, 6. Aufl., van Nostrand, New York.
- Herzum, N., und Stierstadt, K. (1972), *Int. J. Magn.* **3**, 39.
- Herzum, N., Stierstadt, K., und Wunsch, L. (1974), *phys. stat. sol. (a)* **21**, 529.
- Hess, H. F., Robinson, R. B., Dynes, R. C., Valles, J. M., und Waszszak, J. V. (1989), *Phys. Rev. Lett.* **62**, 214.
- Hirschfelder, J. O., Curtiss, C. F., und Bird, R. B. (1954): „Molecular Theory of Gases and Liquids“, Wiley & Sons, New York.
- Hofmann, S., Münzenberg, G., Reisdorf, W., und Schmidt, K.-H. (1984), *Phys. Bl.* **40**, 188.
- Hoon, S. R., und Tanner, B. K. (1985), *Phys. Educ.* **20**, 120.
- Ibach, H., und Lüth, H. (1981): „Festkörperphysik“, Springer, Berlin.
- Iijima, S., und Ichihashi, T. (1986), *Phys. Rev. Lett.* **56**, 616.
- Javan, A. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 238.
- Johnson, T. H. (1931), *Phys. Rev.* **37**, 847.
- Kaufmann, W. J., III (1979): „Black Holes and Warped Space-time“, Freeman, San Francisco.
- Keffer, F. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 222.
- Kelly, A. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 160.
- Kincaid, J. M., und Cohen, E. G. D. (1975), *Phys. Rep.* **22**, 58.
- Kittel, C. (1971): „Introduction to Solid State Physics“, 4. Aufl., Wiley & Sons, New York.
- Kittel, C., und Krömer, H. (1984): „Physik der Wärme“, 2. Aufl., Oldenbourg, München.
- Kleber, W. (1971): „Einführung in die Kristallographie“, 11. Aufl., VEB Verlag Technik, Berlin.
- Kleinknecht, K. (1986): „Detectors for particle radiation“, Cambridge University Press, Cambridge.

- Kneller, E. (1962): „Ferromagnetismus“, Springer, Berlin.
- Koch, E. E., Eastmann, D. E., und Farge, Y. (1983), in: Koch, E.-E. (Hrsg.), „Handbook on Synchrotron Radiation“, Vol. 1A, North-Holland, Amsterdam, S. 1.
- Koch, E. E. (1984), *Phys. Bl.* **40**, 324.
- Köhler, H. W. (1981), *Phys. Bl.* **37**, 118.
- Kopp, F. (1972), *Cytobiol.* **6**, 287.
- Kornberg, A. (1968), *Sci. Am.* **219**, Oktober, 64.
- Kortüm, G., und Lachmann, H. (1981): „Einführung in die chemische Thermodynamik“, 7. Aufl., Verlag Chemie, Weinheim.
- Kröner, E. (1965), in: Seeger, A. (Hrsg.), „Moderne Probleme der Metallphysik“, Bd. 1, Springer, Berlin, S. 1.
- Kuhn, H., und Waser, J. (1982), in: Hoppe, W., Lohmann, W., Markl, H., und Ziegler, H. (Hrsg.), „Biophysik“, 2. Aufl., Springer, Berlin, S. 859.
- Kundt, W., und Reinhardt, M. (1971), *Physik in unserer Zeit* **2**, 24.
- Lambeck, M. (1975), in: Gobrecht, H. (Hrsg.), „Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik“, Bd. IV/1, de Gruyter, Berlin, S. 786.
- Lax, E. (1967) (Hrsg.): „d'Ans-Lax, Taschenbuch für Chemiker und Physiker“, Bd. I, 3. Aufl., Springer, Berlin.
- Leadbetter, A. J., Richardson, R. M., und Colling, C. N. (1975), *Journal de Physique* **36**, C1–37.
- Lenk, R., und Gellert, W. (1974): „Fachlexikon ABC Physik“, H. Deutsch, Zürich, und VEB Edition, Leipzig.
- Leuchs, G. (1986), *Phys. Bl.* **42**, 333.
- Litster, J. D., und Birgeneau, R. J. (1982), *Phys. Today*, Mai, 26.
- Lohrmann, E. (1983): „Einführung in die Elementarteilchenphysik“, Teubner, Stuttgart.
- Lubensky, T. C., und Pincus, P. A. (1984), *Phys. Today*, Oktober, 44.
- Lukirsky, P., und Priležajev, S. (1928), *Z. Phys.* **49**, 236.
- Lux, B., Anderson, E., und Rexer, J. (1975), *Umschau* **75**, 165.
- Mader, S. (1965), in: Seeger, A. (Hrsg.), „Moderne Probleme der Metallphysik“, Bd. 1, Springer, Berlin, S. 192.
- Maitland, G. C., Rigby, M., Smith, E. B., und Wakeham, W. A. (1981): „Intermolecular Forces“, Clarendon Press, Oxford.
- Malin, D., und Murdin, P. (1986): „Farbige Welt der Sterne“, VCH-Verlag, Weinheim.
- Marion, J. B. (1971): „Physics and the Physical Universe“, Wiley & Sons, New York.
- Mark, H. F. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 148.
- Martin, R. W. (1978), *Physik in unserer Zeit* **9**, 75.
- Matthias, B., und v. Hippel, A. (1948), *Phys. Rev.* **73**, 1378.
- Mayer-Kuckuk, T. (1980): „Atomphysik“, 2. Aufl., Teubner, Stuttgart.
- Mermin, N. D., und Lee, D. M. (1976), *Sci. Am.* **235**, Dezember, 56.
- Meyerhof, W. E. (1967): „Elements of Nuclear Physics“, McGraw-Hill, New York.
- Misner, C. W., Thorne, K. S., und Wheeler, J. A. (1973): „Gravitation“, Freeman, San Francisco.
- Moffatt, W. G., Pearsall, G. W., und Wulff, J. (1964): „The Structure and Properties of Materials“, Vol. I, Wiley & Sons, New York.
- Moore, W. J., und Hummel, D. O. (1976): „Physikalische Chemie“, de Gruyter, Berlin.
- Moorjani, K., und Coey, J. M. D. (1984): „Magnetic Glasses“, Elsevier, Amsterdam.
- Morrish, A. H. (1965): „The Physical Principles of Magnetism“, Wiley & Sons, New York.
- Morrison, P., Billingham, J., und Wolfe, J. (Hrsg.) (1977): „The Search for Extraterrestrial Intelligence“, NASA, Washington.
- Müller, E. W., und Tien Tzou Tsong (1969): „Field Ion Microscopy“, American Elsevier, New York.
- National Committee for Fluid Mechanics Films (Hrsg.) (1980): „Illustrated Experiments in Fluid Mechanics“, MIT Press, Cambridge.
- Nelson, R. S. (1968): „The Observation of Atomic Collisions in Crystalline Solids“, North-Holland, Amsterdam.
- Neuhauser, W., Hohenstatt, M., Toschek, P. E., und Dehmelt, H. (1980), *Phys. Rev.* **A22**, 1137.
- Niedrig, H. (1987), in: Gobrecht, H. (Hrsg.), „Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band III“, 8. Aufl., de Gruyter, Berlin, S. 943.
- Nomura, M. (1969), *Sci. Am.* **221**, Oktober, 29.
- Omar, M. A. (1975): „Elementary Solid State Physics“, Addison-Wesley, Reading.
- Orear, J. (1982), „Physik“, Hanser, München.
- Parker, S. P., u. a. (1983): „McGraw-Hill Encyclopedia of Physics“, McGraw-Hill, New York.
- Paufler, P., und Schulze, G. E. R. (1978): „Physikalische Grundlagen mechanischer Festkörpereigenschaften I“, Vieweg, Braunschweig.
- Perkins, D. H. (1983): „Introduction to High Energy Physics“, 2. Aufl., Addison-Wesley, London.
- Pershan, P. S. (1982), *Phys. Today*, Mai, 34.
- Phillips, J. A., und Kruger, P. G. (1949), *Phys. Rev.* **76**, 1471.
- Physics Today (1983), April, S. 17.
- Pieranski, P. (1980), *Phys. Rev. Lett.* **45**, 569.
- Pohl, R. W. (1940): „Einführung in die Optik“, Springer, Berlin.
- PSSC Physics (1960), D. C. Heath und Comp. with Educational Development Center, Inc., Newton, MA, USA.
- Puppe, L., und Büchner, W. (1984), *Naturwissenschaften* **71**, 192.
- Queisser, H. J. (1973), in: Genzel, L. (Hrsg.), „Die feste Materie“, Umschau-Verlag, Frankfurt.
- Read, V. T. Jr. (1953): „Dislocations in Solids“, McGraw-Hill, New York.
- Rehberg, I. (1981), *Physik in unserer Zeit* **12**, 131.
- Reif, F. (1964): „Statistical Physics, Berkeley Course – Vol. 5“, McGraw-Hill, New York.
- Renger, G. (1982), in: Hoppe, W., Lohmann, W., Markl, H., und Ziegler, H. (Hrsg.), „Biophysik“, 2. Aufl., Springer, Berlin, S. 532.
- Resch, G., und Gutmann, V. (1980), *Z. Phys. Chemie* **121**, 211.
- Rice, T. M. (1988), *Nature* **332**, 780.
- Roberts, R. M., und Beam, C. P. (1954), *Phys. Rev.* **96**, 1494.
- Rose, R. M., Shepard, L. A., und Wulff, J. (1966): „The Structure and Properties of Materials“, Vol. IV, Wiley & Sons, New York.
- Rosensweig, R. E. (1979), *Adv. Electron. Phys.* **48**, 103.
- Ruder, H., Herold, H., Rösner, W., und Wunner, G. (1983), *Phys. Bl.* **39**, 138.
- Sagan, C., und Drake, F. (1975), *Sci. Am.* **232**, Mai, 80.
- Sawada, Y., Dougherty, A., und Gollup, J. P. (1986), *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1260.

- Schawlow, A. L. (1963), *Sci. Am.* **209**, Juli, 34.
- Schneider, J. R., und Kretschmer, H. R. (1985), *Naturwissenschaften* **72**, 191.
- Schönherr, E. (1973), in: Genzel, L. (Hrsg.), „Die feste Materie“, Umschau-Verlag, Frankfurt.
- Schroeder, K. (1985), in: KFA Jülich (Hrsg.), „Unordnung in Festkörpern“, Jülich, S. 179.
- Schrötter, H. W., und Klöckner, H. W. (1979), in: Weber, A. (Hrsg.), „Raman Spectroscopy of Gases and Liquids“, Springer, Berlin, S. 123.
- Schuster, H. G. (1988): „Deterministic Chaos“, 2. Aufl., VCH Verlag, Weinheim.
- Sears, F. W., und Zemansky, M. W. (1970): „University Physics“, 4. Aufl., Addison-Wesley, Reading.
- Segrè, E. (1965): „Nuclei and Particles“, Benjamin, Reading.
- Semat, H., und Albright, J. R. (1972): „Introduction to Atomic and Nuclear Physics“, 5. Aufl., Chapman and Hall, London.
- Shapland, D., und Rycroft, M. (1984): „Spacelab“, Cambridge University Press, Cambridge.
- Shechtman, D., Blech, I., Gratias, D., und Cahn, J. W. (1984), *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1951.
- Shipman, H. L. (1980): „Black Holes, Quasars, and the Universe“, Houghton Mifflin Company, Boston.
- Slater, J. C. (1934), *Phys. Rev.* **45**, 794.
- Smith, C. S. (1967), in: Flanagan, D., u. a. (Hrsg.), „Materials“, Freeman, San Francisco, S. 1.
- Solymar, L., und Walsh, D. (1984): „Lectures on the electrical properties of materials“, 3. Aufl., Oxford University Press, Oxford.
- Sprang, S. R., Acharya, K. R., Goldsmith, E. J., Stuart, D. I., Varvill, K., Fletterick, R. J., Madsen, N. B., und Johnson, L. N. (1988), *Nature* **336**, 215.
- Stanley, H. E. (1971): „Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena“, Clarendon Press, Oxford.
- Stein, W. S., und Moore, S. (1961), *Sci. Am.* **204**, Februar, 81.
- Stierstadt, K. (1969), *Bild d. Wissenschaft* **3**, 224.
- Stierstadt, K. (1974), *Phys. Bl.* **30**, 9, 106.
- Stierstadt, K. (1978), *Phys. Bl.* **34**, 304, 358.
- Stritzker, B. (1965), in: KFA Jülich (Hrsg.), „Unordnung in Festkörpern“, Jülich, S. 165.
- Struve, O. (1962): „Astronomie“, de Gruyter, Berlin.
- Taube, M. (1985): „Evolution of Matter and Energy“, Springer, New York.
- Thomas, G. A. (1976), *Sci. Am.* **234**, Juni, 28.
- Thomson, R. M. (1983), in: Cahn, R. W., und Haasen, P. (Hrsg.), „Physical Metallurgy“, 3. Aufl., North-Holland, Amsterdam, S. 1487.
- Träuble, H., und Essmann, U. (1968), *J. Appl. Phys.* **39**, 4052.
- Trappeniers, N. J., und Schouten, J. A. (1974), *Physica* **73**, 546.
- Tritton, D. J. (1977), „Physical Fluid Dynamics“, Van Nostrand Reinhold, Wokingham.
- Tschesche, H. (1982), in: Hoppe, W., Lohmann, W., Markl, H., und Ziegler, H., „Biophysik“, 2. Aufl., Springer, Berlin, S. 22.
- Ueberreiter, K. (1975), in: Gobrecht, H. (Hrsg.), „Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. IV/1“, de Gruyter, Berlin, S. 309.
- Vinen, W. F. (1969), *Rep. Progr. Phys.* **31**, 61.
- Vollhardt, D. (1983), *Phys. Bl.* **39**, 41.
- Wahl, A. C. (1970), *Sci. Am.* **222**, April, S. 54.
- Warren, S. J., Hewett, P. C., Osmer, P. S., und Irwin, M. J. (1987), *Nature* **330**, 453.
- Waseda, Y. (1980): „The Structure of Non-Crystalline Materials“, McGraw-Hill, New York.
- Weber, H. (1987), in: Gobrecht, H. (Hrsg.), „Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik“, Bd. III, 8. Aufl., de Gruyter, Berlin, S. 765.
- Weertman, J., und Weertman, J. R. (1983), in: Cahn, R. W., und Haasen, P. (Hrsg.), „Physical Metallurgy“, North-Holland, Amsterdam, S. 1259.
- Weidlich, W. (1973), in: H. Haken (Hrsg.), „Synergetics“, Teubner, Stuttgart.
- Weisskopf, V. (1968), *Sci. Am.* **219**, September, 60.
- Weißmantel, C., und Hamann, C. (1979): „Grundlagen der Festkörperphysik“, Springer, Berlin.
- Weller, G., Bentley, C. R., Elliot, D. H., Lanzerotti, L. J., und Webber, P. J. (1987), *Science* **238**, 1361.
- Wende, B. (1975), in: Gobrecht, H. (Hrsg.), „Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik“, Bd. IV/2, de Gruyter, Berlin, S. 1371.
- White, H. E. (1934): „Introduction to Atomic Spectra“, McGraw-Hill, New York.
- Wilson, K. G. (1979), *Sci. Am.* **241**, August, 140.
- Witt, H. T. (1971), *Quart. J. Biophys.* **4**, 371.
- Wolfe, J. P. (1980), *Phys. Today*, Dezember, 44.
- Wolfe, J. P., und Mysyrowicz, A. (1984), *Sci. Am.* **250**, März, 70.
- Zallen, R. (1983): „The Physics of Amorphous Solids“, Wiley & Sons, New York.
- Zallen, R. (1987), in: Montroll, E. W., und Lebowitz, J. L. (Hrsg.), „Fluctuation Phenomena“, North-Holland, Amsterdam.
- Zeilik, M., und Gaustad, J. (1983): „Astronomy“, Harper & Row, New York.
- Ziman, J. M. (1967), *Sci. Am.* **217**, September, 180.
- Ziman, J. M. (1979): „Models of disorder“, Cambridge University Press, Cambridge.

Register

Fett gedruckte Seitenzahlen verweisen auf die erstmalige Definition eines Begriffs im Text oder auf eine Stelle, an der er im folgenden ausführlich behandelt wird. Seitenzahlen mit „T“ verweisen auf den Tafelteil im vorderen Bereich des Buches.

A

- Abgleitung 312, 314
- Abrikosov-Gitter 415, 417
- Abschirmlänge (s. a. Debye-Länge) **222**
- Abschirmstrom **414**
- Absolute Sättigung (magnetische) **390**
- Absorption 193
 - Licht **398**, 401
- Absorptionsgesetz 400
- Absorptionskoeffizient 193, 400, 401
- Absorptionskonstante 400
- Abstandsabhängigkeit
 - von Kräften zwischen Elementarteilchen 40, **41**, **42**, 46
- Actiniden 127
- Äquivalenzprinzip 37
- Aggregatzustand **182**
- Aktivierungsenergie 343
- Akzeptor **370**, 407
- Alpha-Helix 165
- Alpha-Zerfall 103, 104
- Alfvén-Welle 403
- Aminosäure **163**, 169, 170
- Aminosäuresequenz 163, 164, 167
- Amorphe Phase **258**, 278
- Amorpher Festkörper 184, 228, **258**, 274, 340, 341
 - Eigenschaften **262**
 - Herstellung 263–265
 - Struktur **262**
- Amorpher Zustand **258**
- Amorph-kristalline Mischstruktur T3
- Amphiphiles Molekül 253
- Anelastizität 309
- Anfangssuszeptibilität (magnetische) 384, **390**
- Anisotropie, magnetische (s. a. Kristallanisotropie) **384**
- Anisotropiekonstante 385
- Anti-Bottom 27
- Anti-Charme 27
- Anti-Down 27
- Antifarbe 22
- Antiferroelektrika **354**
- Antiferroelektrische Ordnung (Antiferroelektrizität) **354**
- Antiferromagnetika **380**, 432
- Antiferromagnetische Ordnung 184, **380**, 465
- Antiferromagnetismus **380**
- Antimaterie 18
- Antimyon 24
- Antiquark 22
- Anti-Strange 27
- Antitaunon 24
- Antiteilchen **17**
- Anti-Top 27
- Anti-Up 27
- Arecibo-Botschaft **481**
- „Aroma“ (s. a. Flavour) 17, 19
- Aspektverhältnis 444
- Asteroiden **458**
- Atmosphäre (Erde) **454**
 - Entwicklung 455
- Atom **109**, 182
 - Bahndrehimpuls 110
 - Beobachtung eines einzelnen T2
 - Elektronenbahn 111
 - Größe 110
 - im elektrischen Feld **130**
 - im Magnetfeld **132**, 135
 - Masse 85, 110, 157
 - wasserstoffähnliches 112
- Atombegriff 109
- Atomformfaktor 285
- Atomkern **83**, 420, 447
 - angeregter Zustand **101**
 - Bindungsenergie 85, **88**
 - Deformationsschwingung 89, 99
 - Dichte 91
 - doppelt gerader 89, 99
 - doppelt ungerader 89
 - Drehimpuls **95**, 99, **503**
 - elektrisches Quadropolmoment **93**, **503**
 - Energieniveaus, Energiezustand 87, **99**, 101, 102
 - Form **93**
 - Größe 91
 - Halbwertszeit **503**
 - Häufigkeit 89, **503**
 - Ladungsdichte 91, 92
 - magnetisches Moment **95**, **503**
 - Masse **83**, **503**
 - Massendefekt **503**
 - Neutronenverteilung 92
 - Parität **503**
 - polarisierter 93
 - Protonenverteilung 91, 92
 - Schwingungen 101
 - Stabilität, Lebensdauer 86, 87, 103, 105, 332
 - Tabelle der Eigenschaften **503**

- Trägheitsmoment 93
- Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen **503**
- Zerfallsenergie 105, 503
- Zusammensetzung **83, 88**
- Atommodell 109
- Bohr-Sommerfeld- 113
- Bohrsches **110**
- quantenmechanisches **114**
- Atompolarisation 352–354
- Atompotential 365
- Atomrumpf 360, 364, 366
- Atomwellenfunktion 149, 364
- Aufenthaltswahrscheinlichkeit 7, **500**
- von Nukleonen im Atomkern 84, 102
- Ausdehnungsarbeit 431
- Austauschenergie 382, 387
- Austauschkonstante 387
- Austauschkopplung **381**
- Austrittsarbeit (-energie) **491**
- Autokatalyse 162, 171, 172
- Avogadrozahl 208
- Azeotropes Gemisch 251

B

- Bahndrehimpuls,
 - Atomkern **95**
 - Elektron 110, **118**
 - He-3-Paar **423**
- Bahnmoment, magnetisches 133, 377
- Bakterien 161
- Bandlücke (s. a. Verbotene Zone) **365, 369, 399**
- Bandmodell 349, 366, 368
- Bandstruktur 365, 366, 407
- Baryon **55, 56, 57**
 - Energiezustand 56–58
 - Magnetisches Moment 57
 - Quarkgehalt 57
 - Ruhemasse 57
 - Spin 57
 - Stabilität, Lebensdauer 56, 57
 - Zerfall 57
- Baryonenzahl 19, **20, 36**
- Basenpaar 163
- Basis (Kristallgitter) **290**
- Basis (Transistor) 371, 372
- Basisvektor **288, 291, 330**
- BCS-Theorie **410**
- Beauty **22**
- Belousov-Zhabotinski-Reaktion 443
- Bénard-(Marangoni)-Konvektion **440**
- Benedicks-Effekt (Erster, Zweiter) 194, 346
- Benetzung 238

- „Bereich“ (s. Domäne) 384
- Berührungselektrizität 253
- Beschleuniger (s. a. Teilchenbeschleuniger) 20, 21
- Besetzungszahl 406
- Besetzungsumkehr (s. a. Inversion) **405**
- Bestrahlungsschäden 405
- Beta-Zerfall 87, 103–105
 - inverser 464
- Beugung 78
 - am Kristallgittern **285, 497, 498**
 - Materiewellen **497**
- Beugungsbild (-diagramm) 285, 286
- Beweglichkeit
 - von Ionen im Plasma 221
 - von Ionen in Flüssigkeiten 247
- Bewußtsein 161, 486
- Bifurkation **442**
- Bifurkationskaskade **445**
- Bildkraft 492
- Bildladung **491**
- Bimetallkontakt 339
- Bindung
 - heteropolare 151
 - homöopolare 151
 - ionische (s. a. Ionenbindung) 152
 - kontravalente 151
 - kovalente 151, 152
 - metallische 151, 152
- Bindungsenergie
 - Atomkerne 85
 - Elektronen im Atom 125, 381
 - Elektronen im Metall 491
 - Exziton 425
 - Kristalle 275
 - Moleküle 145, 146, 154
- Bindungskraft zwischen Atomen 41
- Bindungsmodelle 151
- Bindungstypen 151, 152
- Biologische Uhr 448
- Biomolekül **161, 405**
- Black-Hole-Dynamo 482
- Blasenkommer **66, 437**
- Bloch-Funktion **364**
- Bloch-Theorem 273, 364
- Bloch-Wand **387**
- Bohr(sches)-Magneton 73, 378
- Bohr(sches Atom-)-Modell **110, 129, 134**
- Bohr-Radius 116
- Bolometer 329, 331
- Boltzmann-Ansatz 233, 378, 448
- Boltzmann(sche)- (Stoß-) (Transport-) Gleichung **198, 235, 347**
- Boltzmann(sche) Stoßtheorie 198, 210
- Boltzmann-Statistik 12
- Boltzmann-Verteilung 209, 326, 343

- Born(sche) Näherung (Erste) 78
- Born-Oppenheimer-Näherung 323
- Bose-Kondensation **414, 422**
- Bose-Verteilung 325, 326, 333, 346
- Boson 17, 18, 28, 422
- Bottom (-Quark) 17, **22, 27**
- Bragg-Bedingung **497**
- Bragg-Reflexion 293
- Bravais-Gitter **291**
- Brechungsgesetz 399, **400**
- Brechungsindex 399, **400**
- Bridgeman-Verfahren 279
- Brillouin-Funktion **379, 383, 384, 390**
- Brillouin-Zone (s. a. Erlaubte Zone) **365**
- Brown(sche)-Bewegung 233, 239, 244, 431
- Bruch (von Kristallen) **317**
 - spröder 318, 320
 - zäher 318
- Burgers-Vektor 294, 296

C

- Callisto T4
- Chaos **429, 444**
- Charon T4
- Charme (-Quark) 17, **22, 27, 50**
- Chemische Eigenschaften 128, 149
- Chemische Wellen **442**
- Chemisches Potential **187, 333**
- Chemolumineszenz 398
- Chitin 298
- Chlorophyll 175, 176
- Chloroplast 173, 176
- Chromosom 162, 163
- Cholesterische Struktur (Flüssigkristall) 184, **266**
- Clausius-Mossotti-Beziehung **350**
- Cluster
 - Atome 179
 - Galaxien(-haufen) **469**
- Cluster-Integral 214
- Codier-Nukleotid 169
- Compton-Effekt 405, **493**
- Compton-Streuung **494**
- Computer-Simulation 230, 431, 439
- Cooper-Paar 182, **410**
 - Bindungsenergie 413, 414
 - Dichte 411
- Couette-Strömung 195
- Coulomb-Anziehung 11
- Coulomb-Energie 10, 134, 364, 381, 382
- Coulomb-Gesetz 24, 39
- Coulomb-Kraft 71, 362, 377
- Coulomb-Wall 102, 105

- Coulomb-Wechselwirkung
– zwischen Elektronen im Atom 113, 129, 133, 302
– zwischen Ionen im Plasma 222
CPT-Produkt 36, 39
Crowd-Ionen-Mechanismus 343
Curie-Punkt (-Temperatur)
– elektrischer 355, 356, 359, 384
Cyclops-Projekt 481
Czochralski-Verfahren 279
- D
- Dämpfung 352
– von Wellen 307, 308
Dampfdruck
– über gekrümmten Oberflächen 238
Dampfdruckkurve 185, 224
Darwins Prinzip 172
Dauerbindung der Quarks 26, 43
Dauermagnet 391
Dauerstrom
– Supraflüssigkeit 420
– Supraleiter 410, 414, 415
de Broglie-Beziehung 36, 477
Debye-(Grenz)frequenz 327
Debye-Hückel-Theorie 247
Debye-Länge (s.a. Abschirm-länge) 220, 222
Debye-Näherung 327, 328
Debye-Temperatur 327, 340, 362
Debye-Waller-Faktor 293
Defektelektron (s.a. „Loch“) 371
Dehnung 311
– elastische 311
– plastische 318
Dehnungsexperiment 303
Dehnungsmeßstreifen 307
Dehnungsmessung 307
Dehnungstensor 190, 191
Dendrit 443
Desoxyribonukleinsäure (s.a. DNA, DNS) 162
Deformationsschwingung 89, 99
Deuteron 84
Deuteronenemission 104
Diamagnetismus 375, 376
– Leitungselektronen 377
– Supraleiter 410, 414
Dichteschwankung 431
– interstellares Gas 461
– primordiales Gas 472
Dielektrizitätskonstante 160, 269, 270, 350, 355, 356, 369, 370, 400
– Frequenzabhängigkeit 352
– komplexe 351
– Temperaturabhängigkeit 352
Dielektrizitätstensor 350
Diffusion 194, 195, 212, 233, 308, 319, 320, 342
– Elementarprozesse 343
Diffusionsdruck 194
Diffusionsgesetz 342
Diffusionskonstante 195, 210, 233, 319, 342
Diffusions-Spinstrom 194
Diffusionswärme (s.a. Dufour-Effekt) 194, 344, 346
Dimpl 448, 449
Dipol, elektrischer 404
– induzierter 215
– permanenter 215, 352
Dipol, magnetischer
– Feldenergie 133
Dipol-Dipol-Kopplung (magnetische) 380, 384, 433
Dipolmoment (elektrisches) 130, 131, 159, 247, 252, 350
– induziertes 130, 150, 159, 160, 215
– komplexes 351
– permanentes 159, 160, 215, 350, 354
– transientes 150
Dipolmoment (magnetisches)
– permanentes 215
Dipolschwingung
– Atomkern 101
Dirac-Gleichung 37, 59, 101, 121
Dispersion 193
– Licht 399
Dispersionsbeziehung (Dispersionsrelation) 326–328
Dispersionsgrad 255
Dispersionskurve 330, 365
– Resonanzstelle 365
Dispersionswechselwirkung 151, 215
Dissipative Struktur 440
Dissipierte Leistung 192
Dissoziation 146, 204, 221, 222, 247
Dissoziationsgrad 247
DNA, DNS (s.a. Desoxyribonukleinsäure) 162, 167, 169–171
– Bausteine T3
– Spirale T2
– Struktur T3
DNA-Polymerase 170, 171
Domänen 437
– antiferromagnetische 388
– elektrisches 355
– magnetische 385
Domänenwand
– elektrisches 356
– magnetische 387
Donator 370
Donatorniveau 370
Donatororbital 370
Doppelhelix 162, 169
Doppelspaltexperiment 496
Doppelstern 469, 478, T5
Doppler-Effekt 331, 472, 473
Down (-Quark) 17, 22, 27
Drake-Sagan-Formel 479
Drehimpuls
– Atomkern 95
– Elementarteilchen (s.a. Eigendrehimpuls) 19
– Zusammensetzung 96, 129, 132
Drehimpulsquantisierung 132
Drehimpulsquantenzahl
– Atom 110, 119
– Atomkern 99, 102
Dreiaachsen-Spektrometer 330
Dreikörperproblem 11
Drei-Niveau-Laser 405, 406
Driftbewegung 340
Driftgeschwindigkeit 360
Driftkammer 68
Druck(-definition) 180
Druckdiffusion 194
Druckexperiment 303
Druckwelle 193
Dufour-Effekt (s.a. Diffusionswärme) 194, 344, 346
Duktilität 310, 318
Dulong-Petit-Regel 327
Durchschlagsfestigkeit 374
Durchstrahlungs-Elektronenmikroskopie 283
- E
- Effektive Masse
– Elektronen 370
– Quarks 27
Eichinvarianz 39
Eigendrehimpuls (s.a. Spin)
– Atomkern 95
– Elektron 125
– Elementarteilchen 19
– He-3-Paar 423
Eigenleitfähigkeit 368
Eigenparität 19
Eigenschaftsmerkmal (Teilchen) 447
Eigenvolumen (von Molekülen) 202, 216
Eigenwert 60, 102, 116, 119, 197
Eindringtiefe (Supraleiter) 414
Einfallsebene 400
Einfallswinkel 400, 401
Einheitszelle (s.a. Elementarzelle) 275, 285, 288
– primitive 291

- Einkristall 258, 259, **274**
 – Herstellung **279, 280**
 Einstein-Beziehung 36
 Einstein-de-Haas-Effekt **73**
 Einstein-Ring T5
 Einsteins Feldgleichungen 36, 475
 Einteilchen-Näherung **12, 101**
 Elastische Eigenschaften **302**
 Elastische Konstanten **303**
 – gewöhnliche 303
 – Temperaturabhängigkeit **306**
 Elastische Nachwirkung 309
 Elastizität 318
 Elastizitätsgrenze 310, 311
 Elastizitätskoeffizient **191, 303, 304**
 Elastizitätsmodul **191, 227, 243, 258, 267, 302, 315, 317, 319**
 – gewöhnlicher 304
 – Messung 307
 – physikalischer 304
 Elastizitätstensor 190, **191, 303**
 Elastomagnetische Effekte **394**
 Elektrische Ladung
 – von Elementarteilchen 19, 40
 Elektrische Leitfähigkeit 195, **359, 400**
 – Halbleiter 367, 368
 – Metall **359**
 – Supraleiter **413**
 – Temperaturabhängigkeit **361, 368**
 Elektrische Polarisierung **350**
 Elektrische Verschiebung 350
 Elektrische Suszeptibilität **350**
 – Frequenzabhängigkeit **351**
 – Temperaturabhängigkeit **351**
 Elektrischer Durchschlag (Durchbruch) 374, 442
 Elektrischer Widerstand
 – spezifischer 361, 362
 – Temperaturabhängigkeit 362
 Elektrisches Potential 194
 Elektrizitätsleitung 194, 195, **359**
 Elektrokalorischer Effekt 189
 Elektrolyt **246**
 Elektro-magnetischer Effekt 189, 192, **394**
 Elektromagnetische Wechselwirkung 19, **36, 39**
 Elektromagnetische Welle 193, 397, 398
 Elektromagnetischer Fluß 38
 Elektromagnetisches Spektrum **397**
 – Strahlungsquellen 404
 Elektron
 – Eigenschaften 17, **24**
 – relativistische Masse 121
 – Wellennatur **361, 363**
 Elektron-Antineutrino 24
 Elektronegativität 151, 152
 Elektron-Elektron-Streuung 340, 363
 Elektron-Elektron-Wechselwirkung 113, 123, 382
 – magnetische 128
 Elektronenaffinität 152
 Elektronenanteil
 – der Wärmeausdehnung 338
 – der Wärmekapazität 324, **333**
 Elektronenbeugung **498**
 Elektronendichte (-Verteilung) 117–120, 123, 124, 131, 146, 147, 287, 364, 368, T2
 Elektroneneinfang 103–105
 Elektronenleitung **359**
 Elektronenmikroskopie 283
 Elektronenröhre 372
 Elektronenschale 123, **124, 126**
 Elektronenwellen **364**
 Elektron-Gitter-Stöße (-Wechselwirkung) 366, 412
 Elektronik 373
 Elektron-Kern-Wechselwirkung 382
 Elektron-Loch-Paar **425**
 Elektron-Neutrino 24
 Elektron-Phonon-Streuung 340, 363, 367
 Elektron-Phonon-Wechselwirkung **410**
 Elektron-Positron-Paar 8, 17, 70
 Elektrooptische Abbildung 271
 Elektrophorese 194
 Elektrostatische Energie 214
 Elektrostatische Kopplung 380
 Elektrostriktion 189, 357, **358**
 Elektrotechnik 373, 395
 Elementaranregung (s.a. Quasiteilchen) 399, **402**
 Elementarladung 37
 Elementarteilchen 7, 11, **15, 475, 476**
 – Bestimmung der elektrischen Ladung **69**
 – Bestimmung der Lebensdauer **75**
 – Bestimmung der Masse **71**
 – Eigendrehimpuls **72**
 – Eigenschaften **19**
 – Entwicklung des Begriffs 16
 – Geschwindigkeitsmessung **69**
 – Gruppen, Familien 16, 18
 – Magnetisches Moment **72**
 – Meßverfahren **63**
 – Übersicht 17, 18
 Elementarwirbel (s.a. Wirbelring) **420**
 – Geschwindigkeitsprofil **420**
 Elementarzelle (s.a. Einheitszelle) **275**
 – primitive **291, 327**
 Emission
 – Licht **398**
 Emittor (Transistor) 371, 372
 Enceladus T4
 Energieband 349, **365, 399**
 – Besetzungsdichte 366
 Energiedichte
 – kosmische **475**
 – magnetische 385
 Energie-Impuls-Tensor 37
 Energielücke **364**
 – Supraleiter **410**
 Energie-Niveau
 – Atom 399
 – Atomkern 102
 – Exzitonenkondensation 425
 – freie Elektronen 333
 – Gitterschwingungen 326
 – Molekül 399
 – Quasiteilchen 402
 Energieprodukt, maximales (magnetisches) **390**
 Energieschwelle
 – Keimbildung 437
 Energieverlust 190
 – Magnetisierung 388, 390
 – spezifischer 70
 – Streuung 28, 100
 – Verformung 309
 Entartung (s.a. Vielfachheit) 181, 196, 463
 Entartungsdruck
 – Elektronen **462**
 – Kernmaterie 467
 – Neutronen **462**
 Entelektrisierendes Feld 350
 Enthalpie 213
 Entmischung 184, 297
 Entropie 181
 – ideales Gas 203
 – Mischung 249
 – Phasenübergänge 335
 – reales Gas 218
 – Supraleiter **410**
 – Transportprozeß **440**
 Entropie-Erzeugung(-rate) (Entropie-Produktion) **194, 442**
 Entropiesatz (2. Hauptsatz) **36**
 Entropiesprung 335, 442
 Enzym 171
 Epidemie 438, 439
 Erbinformation **167**
 Erde **454, T3**
 – Atmosphäre 454
 – Aufbau **454**
 – aus 180 000 km Entfernung T3
 – Bevölkerungsgröße 456, 457
 – Bewohnbarkeit **455**
 – Energieflüsse **455**
 – Entwicklung 455
 – Gashölle 454
 – Inneres **454, T3**

- Magnetfeld T3
 - Plasmahülle 454
 - Strahlungsgürtel T3
 - Erhaltungssätze **36**
 - und Symmetrie **39, 44**
 - Erlaubte Zone (s. a. Brillouin-Zone) **365**
 - Erstarrung 336
 - Erstarrungstemperatur (s. a. Glasübergang) 260–262, 264
 - Erzeugung und Vernichtung von Teilchen 8
 - Ettingshausen-Effekt 195
 - Ettingshausen-Nernst-Effekt (1. und 2.) 195
 - Eutektikum 252
 - Evolution 161, 162, **171**, 448, 486
 - Evolutionsreaktor 172
 - Ewing(s) Hypothese 386, 387
 - Expansion
 - des Weltalls 25, **472, 476**
 - Extensive Größe 188, 189, 431
 - Exziton **402, 404**
 - Exzitonenflüssigkeit **424**
 - Exzitonen-Kondensation **424**
 - Exzitontropfen **424**
- F**
- Faltung
 - von Polymerketten 239
 - „Farbe“ (von Quarks und Gluonen) 17, 18, **22**
 - Farben-Antifarben-Paar 29
 - Farbe **398, 401**
 - Farbfeld 38
 - Farbladung (s. a. starke Ladung) 22, 40
 - Farbstoff-Laser T3
 - Farbzustand 51
 - Faserverstärkte Werkstoffe 298
 - Fehlstelle 366
 - Konzentration 367, 413, 433
 - Feigenbaum-Szenario **445**
 - Feinstruktur **121, 122**
 - Feinstrukturkonstante 8, 121
 - Feld
 - veränderliches 190
 - Feldgrößen (der Thermodynamik) (s. a. verallgemeinertes Feld) 187, 189, 197
 - Feldionenmikroskop(ie) 282, 283, 294
 - Feldgröße **188**, 207, 431, 441
 - Feldquant (s. a. Wechselwirkungsteilchen) 16, **28, 29**, 41
 - Feldquantisierung 8
 - Feldwirkung 8
 - Fermi-Energie 333, 334, 360, 363, 399, 412, 463
 - Fermi-Geschwindigkeit 333, 340, 360, 413
 - Fermi-Niveau 407
 - Fermion 16–18, 422, 463
 - Fermionenzahl 36, 37
 - Fermi-Temperatur 334
 - Fermi-Verteilung 333, 334, 346, 362, 363
 - Fernordnung 258, 262, 263
 - Ferrielektrika **354**
 - Ferrielektrische Ordnung **354**
 - Ferrimagnetika **380**
 - Ferrimagnetische Ordnung **380**
 - Ferrimagnetismus **380**
 - Ferroelastizität 409
 - Ferroelektrika **354**
 - ferroelektrische Ordnung (Ferroelektrizität) 182, 184, **354**
 - Ferrofluid **393**
 - Ferromagnetika **380**, 447
 - Ferromagnetische Ordnung 184, 375, **380**
 - Ferromagnetismus 375, **380**
 - Festkörper
 - elektrische Eigenschaften **349**
 - magnetische Eigenschaften **375**
 - mechanische Eigenschaften **301**
 - optische Eigenschaften **397**
 - Struktur **273**
 - thermische Eigenschaften **323**
 - Fick-Gesetz 195
 - Flavour (s. a. „Aroma“) 17–19, **22**
 - Flavour-Erhaltung **22**
 - Fließbereich 310, **317**
 - Fließgrenze 310
 - Fluchtbewegung (Galaxien) **472**
 - Fluchtgeschwindigkeit **467**, 473, 474
 - Flüssiger Magnet **392**
 - Flüssiges Metall **246**
 - Flüssig-Gas-Übergang 187, 230, 426, 431
 - Flüssigkeit 182, 184, **227**
 - Dichte 228
 - Diffusionskonstante 236
 - einfache **228**
 - elektrisch leitende **246**
 - Grenzflächenenergie **235**
 - komplizierte **238**
 - Platzwechsel 233, 234
 - Suszeptibilität 232
 - Transporteigenschaften **233**
 - Viskosität 236
 - Wärmekapazität 232
 - Wärmeleitfähigkeit 235, 237
 - Zustandsgleichung 232
 - Flüssig(er) Kristall (s. a. kristalline Flüssigkeit) 182, 184, 253, **265**, 423
 - Eigenschaften **269**
 - Struktur **265**
 - Flugzeitmethode 69, 70
 - Fluktuationen (s. a. Schwankungen) **430**, 442
 - elektrische Polarisation 355
 - kontinuierliche Phasenübergänge T3
 - Lebensdauer **431**
 - Ordnungsparameter **430**
 - Fluoreszenz 398
 - Fluß (verallgemeinerter) (s. a. Stromdichte) 193, **441**
 - Flußlinie 417
 - Flußliniengitter **415**
 - Flußquant **416**, T3
 - Flußquantisierung **414**
 - Formfaktor (s. a. Strukturamplitude) 79
 - Forschung
 - Angewandte 4
 - Grundlagen- 4
 - Schwerpunkte 487
 - Fortpflanzung 162
 - Fouriers Wärmeleitungsgesetz 195
 - Fourier-Transformation 79, 285
 - Frank-Read-Quelle 313, 315
 - Fredericks-Effekt 270
 - Freie Elektronen 333, 381
 - Wärmekapazität 334
 - Freie Energie 197, 249, 250, 263
 - Freie Enthalpie 249, 250, 258, 354, **430, 440**
 - Freie Weglänge
 - Diffusion 342
 - Elektronen 246, 340, **360**, 367, 368
 - ideales Gas 205, **210**, 211
 - Phononen 340
 - Freies Elektron 20
 - Gas 333, 360, 463
 - Freies Exziton 425
 - Freies Proton 20
 - Freiheitsgrad **203**, 207, 208, 447, 448
 - Fremdatom 294, 367, 371
 - Frequenzteiler 373
 - Fresnel-Formeln **400**
 - Fünfte Kraft 44
 - Fünzfähige Kristalle **289**
 - Fundamentale Wechselwirkungen 28, **39**
 - Fusionsdruck **462**
 - Fusionsreaktion 465, 469
 - Fusionsreaktor 90, 223
- G**
- Galaktisches Zentrum 471
 - Galaxie 465, **469**, 478

- Kern 474
- Entwicklung 472
- Galaxien-Haufen (s.a. Cluster) 472
- Galvanomagnetische Effekte 195, 196
- Gamma-Zerfall 103, 104
- Gas 184, 201
 - kinetische Energie 215
 - Wechselwirkung zwischen Molekülen 214
- Gasentladung 220, 221
- Gaskonstante (allgemeine) 208
- Gasmischung 223
- Gasverflüssigung 212
- Gebundener Zustand 145
- Gefrieren 250
- Gefrierpunkt 276–278
- Geiger-Nuttal-Regel 105
- Geiger-Zähler (s.a. Zählrohr) 64
- Gel 252, 409, 438
- Genetischer Code 170
- g-Faktor (s.a. Landé-Faktor) 96, 97
- Gitter (s.a. Kristallgitter) 281
 - Ebenen 288
 - Richtungen 288
 - Typen 288
- Gitteranteil der Wärmekapazität 324, 325, 334, 335
- Gitterdeformation 412, 414
- Gitterfehler 293, 361
- Gitterflüssigkeit 424
- Gitterführung 281, 282
- Gittergas 447
- Gittermodell 325
- Gitterplatz 280, 285
- Gitterpotential 363
- Gitterpunkt 293
- Gitterschwingung
 - Energie 325–327, 414
- Gittertypen 288
 - bcc, fcc, hcp, kfz, krz 293
- Gitterumwandlung 334–336
- Gittervektor 291
- Gittersymmetrie 291
- Glas 258, 274
- Glasfaserkabel 406
- Glaskeramik 299
- Glasübergang (s.a. Erstarrungstemperatur) 260
- Gleichgewicht (thermodynamisches) 185, 196, 261, 406, 430, 440, 442
- Gleichgewichtsabstand 302, 305, 307
- Gleichgewichtskonzentration 250
- Gleichrichterschaltung 372
- Gleichverteilungssatz 208
- Gleitband 311, 312, 357
- Gleitebene 312, 315
- Gleitlinie 311, 312
- Glühemission 398
- Gluon 17, 29
- Gluon-Gluon-Wechselwirkung 38
- Gravitation 10, 19, 36, 39, 214, 215, 461, 478
- Gravitationsdruck 462
- Gravitationsenergie 461, 482
 - des Weltalls 25
- Gravitationsfeld 495
- Gravitationsgesetz
 - Newtons 37
- Gravitations-Instabilität 473
- Gravitationskollaps 29, 467
- Gravitationskonstante 37
- Gravitationskontraktion 467, 472
- Gravitationsladung 40
- Gravitationslinie 468, T5
- Gravitationsrotverschiebung 332, 467, 495
 - im irdischen Laboratorium 332, 496
- Gravitationstheorie 475
- Gravitationswelle 29
- Graviton 17, 28, 29
- Gravitonen-Detektor 29, 30
- Grenzenergie
 - von freien Elektronen 333
 - von Gitterschwingungen 326
- Grenzflächenenergie 235, 275, 276, 431, 436
- Grenzflächenorientierung 268–270
- Grenzflächenspannung 235
- Grenzflächenwelle 443
- Größenordnungen im Universum 6
- Grüneisen-Beziehung 338
- Grüneisen-Konstante 338
- Grundgesetz 4, 11, 35, 36, 475
- Grundgitter 371
- Gruppengeschwindigkeit 500
- GUT (grand unified theory) 4, 44
- Gyromagnetisches Verhältnis 73, 133
- H
- Habitus 275
- Hadron 27, 49
 - Energiezustand 58, 59
 - Größe 60
- Härte 318
- Haftpunkt 243
- Hagen-Poiseuille-Strömung 195
- Halbleiter 399
 - elektrische Leitfähigkeit 367
- Halbleiterbauelement 281, 371
- Halbleiterlaser 405
- Halbleiterzähler 65, 406
- Halbwertszeit 103
- Hall-Effekt 195, 361
- Hall-Feld 361
- Hall-Konstante 361
- Hall-Sonde 361
- Halo 469
- Hamilton-Funktion 197, 433
- Harmonischer Oszillator 157, 352
- Harte-Scheiben-Potential 230
- Hauptquantenzahl 111, 117
- H-Brückenbindung (s.a. Wasserstoffbrücken) 248, 253
- Hebelregel 186, 250
- Heisenberg-Modell 434
- Heisenbergs Unschärfebeziehung (s.a. Unschärfebeziehung) 500
- Helfrich-Effekt 269
- Helikon 402
- Helimagnetische Ordnung (s.a. spiralförmige Ordnung) 380
- Heliumbrennen 463
- Helizität 19, 23, 24
- Hexagonal dichte Kugelpackung 293
- Higgs-Teilchen (Higgson) 17, 29, 31
- Himmelskörper unseres Sonnensystems T4
- Höhenstrahlung (s.a. kosmische Strahlung) 453
- Holz 298
- Hooke(sches)-Gesetz 190, 245, 304
- Hubble-Diagramm 473
- Hubble-Konstante 473
- Hund(sche)-Regeln 129, 381
- Hybridisierung 149
- Hybridorbital 149
- Hydrophiles Molekül 253
- Hydrophobes Molekül 253
- Hyperfeinaufspaltung 94, 96
- Hyperfeinstruktur 98, 121, 122, 332
- Hyperfeinwechselwirkung 129
- Hyperladung 50
- Hyperzyklus 172
- Hysterese (-kurve, -schleife)
 - elektrische 356, 437
 - magnetische 385, 390, 437
 - mechanische 309, 320
- I
- Ideales Gas 202, 205
 - Diffusion 210, 212
 - elektrisches Moment 209
 - Energie 204–206, 215
 - Entropie 204, 206
 - freie Weglänge 205, 211
 - Geschwindigkeitsverteilung 206, 208
 - magnetisches Moment 209
 - Molekülgeschwindigkeit 205, 206

- Response-Eigenschaft 206
 - Response-Matrix **207**
 - Stoßfrequenz 205
 - Suszeptibilität **207**
 - Transportkoeffizient 210, 211
 - Viskosität 210, 212, 213
 - Wärmekapazität 207, **208**
 - Wärmeleitfähigkeit **210**
 - Zustandsfläche 204, 205
 - Zustandsgleichung 202, 204
 - Ideales Gasgesetz **202**
 - Abweichung vom 153, 154, 211
 - Idealkristall 293, **301**, 309, 310
 - Ikosaederkristall 289
 - Impulstransport 212
 - Induktionskonstante 37
 - Induzierte Emission 406
 - Influenzkonstante 37
 - Informationsaustausch 439
 - Inkompatibilität von Kristallstrukturen 297
 - Innere Energie 180, **202**, 205, 249, 324
 - Inneres Feld (s. a. Lokales Feld)
 - elektrisches **350**
 - Instabilität **440**
 - Integrierte Schaltung **373**
 - Intelligenz (außerirdische, extraterrestrische) **479**
 - Intensive Größe **188**, 189, 432
 - Interferenzspektroskopie 97
 - Intergalaktischer Raum 398
 - Intergalaktischer Staub 479
 - Interkalat 297, **298**
 - Intermediäre Bosonen (s. a. Feldquant) 41
 - Intermittenz **445**
 - Intermolekulare Kraft 215, 216, 229
 - Interstellares Gas T5
 - Inversion
 - des Raumes 23, 39
 - Laser (s. a. Besetzungsumkehr) **405**, 441
 - Inversionskurve 213
 - Ion 246, 247
 - Ionenbindung (s. a. Bindung, ionische) 151, 152
 - Ionenfalle 274, T2
 - Ionenmikroskopie 283
 - Ionenpolarisation 354
 - Ionenquelle 20
 - Ionisierung (Ionisation) 204, 205, 219, 221, 222, 366
 - Ionisierungsenergie 70, 113, 126, 127, 215, 220
 - Defektelektron 371
 - Irreversible Thermodynamik 196
 - Ising-Modell 185, **431**, **447**
 - kinetisches 447
 - Isobare (Atomkerne) 103
 - Isobare (Zustandsänderung) 186, 187
 - Isochore 187
 - Isolator 359, 360, 367
 - Isomere (Atomkerne) 103, 184
 - Isomerieverschiebung 332
 - Isospin 50
 - Isotherme 186, 187, 217
 - Isotone (Atomkerne) 103
 - Isotope (Atomkerne) 103
- J
- Jeans-Länge **473**
 - Jet (Gluonen-, Dreier-) 30, 31
 - jj-Kopplung **128**, 133, 134
 - Joule-Thomson-Effekt **212**, 214
 - Joule-Thomson-Koeffizient 213
 - Joule(sche) Wärme 346, 417
 - Jupiter T4
 - Jupitermond T4
- K
- Kalorimeter 206
 - Kaon 52, 54
 - Kapillarität 238
 - Keim 431
 - Keimbildung **436**
 - heterogene 217, 437
 - Keimbildungsprobleme **436**
 - Keimgröße 436
 - Kelvin-Helmholtz-Instabilität 442, 443
 - Keramik 298
 - Kern (s. a. Atomkern)
 - Stabilität 86
 - Kern(spaltungs)bombe 90
 - Kernenergie **89**
 - Kernfusion (s. a. Kernverschmelzung) 88–90, 219, 222, **462**
 - Kernkraft 41, 42
 - Kernmagnetismus 182, 379, 381
 - Kernmagneton 73, 95
 - Kernmodell 100
 - Kernparamagnetismus 380
 - Kernpotential, empirisches 100, 102
 - Kernreaktor 90
 - Kernresonanz 96, **98**, 432
 - Kernspaltung 88, 89
 - Kernspeicher **392**, T3
 - Kernspin 422, 423
 - Kernumwandlung 87, **103**, 104
 - Kernverschmelzung (s. a. Kernfusion) 90, 223
 - Kettenreaktion 89
 - Kinetischer Koeffizient **193**, 196, 210
 - Knochen 298
 - Kirkendall-Effekt 344, 345
 - Koagulation 253
 - Koerzitivfeldstärke 389, **390**
 - Koexistenzkurve 434
 - Kohärenzlänge **411**
 - Kohäsion 238
 - Kohäsionsdruck 217
 - Kohlenstoffbrennen **463**
 - Kollaps (s. a. Gravitationskollaps) **467**
 - Kollektive Eigenschaften 130
 - Kollektor (Transistor) 371, 372
 - Kolloid 252–254, 298
 - Kometen **458**
 - Komet Halley T4
 - Kompensationspunkt 383
 - Kompressibilität 189, 207, 218, 227, 303, 304, 324, 338
 - Kompression 310
 - Kondensation 204, 205, 250
 - Exzitonen **424**
 - kosmischer Staub u. Gas **458**, **461**
 - Kondensationskeim 70
 - Kondensationskurve 251
 - Kondensierte Materie **179**
 - Eigenschaften **187**, 218
 - Kontaktwinkel 238
 - Kontinent 455
 - Konvektion **440**
 - Konvektionsmuster 444
 - Konvektionszelle 440, 444, 446
 - Konventionelle Transportgleichung 210
 - Konventionelle Kraft 194
 - Konversion 103, 104
 - Konzentrationsgradient 194
 - Konzentrationschwankung 439
 - Kooperative Eigenschaften 130, 446, 449
 - Kooperativer Anteil der Wärmekapazität (s. a. Wechselwirkungsanteil) **334**
 - Koordinationszahl 249, 250, 293
 - Kopplungskonstante
 - der schwachen Wechselwirkung 37, 38, 41
 - der starken Wechselwirkung 37, 38, 41
 - Korngrenze 278
 - Korngrenzendiffusion 343
 - Korrelationsfunktion **229**, 262, 263
 - Korrelationslänge **431**
 - Korrespondenzprinzip 113, 135
 - Kosmische Hintergrundstrahlung 398, **475**
 - Kosmische Strahlung (s. a. Höhenstrahlung) 106

- Kosmischer Staub **458**
 Kosmologie 473, **475**
 Kosmos (s. a. Weltall, Universum)
 – Materie im **453**
 Kraft
 – zwischen Elementarteilchen 19
 Kraftfeld 35
 Kraftkonstante 157, 352
 Kriechen, mechanisches 309
 Kristall 182, 184, 258
 – Aufbau, Struktur **281, 288**
 – Beugung **285**
 – Dichte des magnetischen Moments 287
 – Ebene **292**
 – Elektronendichte 287
 – Fehlordnung **293, 296**
 – Gestalt, Form **274**
 – Herstellung **274, 279**
 – Ortsvektor **292**
 – Periodizität 285
 – piezoelektrischer 358
 – Richtung **292**
 – Störungen **293, 309, 340**
 – Symmetrie **288**
 – Wachstum **275, 280**
 Kristallanisotropie (s. a. magnetische Anisotropie) 385, 388
 Kristallgitter (s. a. Gitter) **281, 288**
 – Federmodell 325
 Kristalline Flüssigkeit (s. a. flüssig(er) Kristall) **265, 436**
 Kristalliner Festkörper 229
 Kristallisation 261, 277
 Kristallisationstemperatur 261
 Kristallit 258, **274, 356, 388**
 Kristallkeim 276–278
 Kristallklasse **288**
 Kristalloberfläche, bei Verformung 311
 Kristallpotential 364
 Kristallrichtung **291**
 Kristallstruktur **273**
 Kristallsystem 300
 Kristallwachstum **273**
 Kristallzähler 406
 Kritische Dichte 426, 434
 Kritische Entmischungskurve **224**
 Kritische (Magnet-)Feldstärke (Supraleiter) **414**
 Kritische Fluktuationen **430**
 Kritische Isotherme 186
 Kritische Konzentration 438, 439
 Kritische Mischungstemperatur 250, 252
 Kritische Opaleszenz T₃
 Kritische Temperatur 224, **217, 335, 426**
 Kritische Zugspannung **310**
 Kritischer Druck **217**
 Kritischer Entmischungspunkt **224**
 Kritischer Exponent **432**
 Kritischer Punkt 185–187, 213, **217, 223, 228, 261, 268, 335, 426, 430, 442, T₃**
 Kritischer Radius
 – Keimbildung **436**
 Kritisches Volumen **217**
 Krümmung
 – totale, der Raumzeit 37
 Krümmungstensor 36, 37
 Kugelfunktion 116
 Kugel-Modell 185, 448, 449
 Kugel-Sternhaufen **469**

 L
 Ladungsdichtewelle 184, 409
 Ladungspartität 23
 Ladungsträger
 – thermische Aktivierung **368**
 Lagrange-Dichte 38, 39
 Laguerre-Polynom 116
 Lambda-Übergang (-Punkt) 335, **420**
 Lamb-Verschiebung 122
 Landau-Diamagnetismus 377
 Landé-Faktor (spektroskopischer Aufspaltungsfaktor, s. a. g-Faktor) **73, 133**
 Langevin-Funktion **209, 378, 390**
 Larmor-Frequenz 133, 134
 Laser 404, **405**
 – Anwendungen 407, 408
 Laserdiode 406, 407
 Laser-Instabilität **441**
 Lasermaterialien 405
 Laser-Strahlung T₃
 Latente (Umwandlungs-)Wärme 335, 431, **435**
 LCD (liquid-crystal display) 270, 271
 Leben
 – Bedingungen auf der Erde **455**
 – Kennzeichen des 161
 Lebensdauer, mittlere
 – Atomkern 103
 Leerstelle 294, 296, 315–317, 319, 343, 345, 367
 – Bildungsenergie 343
 Leerstellenagglomerate (-anhäufungen) 344, 345, 448, 449
 Leerstellendiffusion 343, 345
 Leerstellenkonzentration 343
 Legierung 250
 Leichtgleitbereich 310, **311**
 Leitfähigkeitstensor
 – elektrischer **359**
 Leitungsband **366, 369, 370, 425**
 Leitungselektronen 363, 366, 381
 – Diamagnetismus 377
 – Dichte 360
 Lennard-Jones-Potential 154, 229, 231, 302, 306, 337
 Lenz(sche)-Regel 414
 Lepton 16, 17, **24**
 Leptonenfamilie 17, 21
 Leptonenzahl 19, **21, 36**
 Leuchtdiode 407
 Licht **397**
 – Durchgang durch Grenzflächen **399**
 – Geschwindigkeit in Materie 400
 – kohärentes 405, 441
 – Polarisation 400, 401
 – Strahlungsquellen **404**
 – Teilchennatur 495
 Lichtbogen 220
 Lichtgeschwindigkeit 37
 Lichtquant (s. a. Photon) 492, 493, 495
 Lignin 298
 Linienelement 37
 Lipid 166, 167, 252, 253
 Liquiduskurve 251
 „Loch“ (s. a. Defektelektron) **371**
 Lösung **248**
 Lösungsmittel 247, **248**
 Lokales Feld (s. a. Inneres Feld) **350**
 Lorentz-Kraft 36, 66, 71, 132, 133, 135, 361, 376, 377
 LS-Konfiguration 126, 127
 LS-Kopplung **128, 133, 134**
 Ludwig-Soret-Effekt 194, 344, 346

 M
 Maggi-Righi-Leduc-Effekt 195
 Magische Zahlen 88, 95, 99, 125
 Magnetfeld, Bezeichnung 12
 Magnetische Anisotropie (s. a. Kristallanisotropie) **384**
 Magnetische Bereiche (s. a. Domänen) **385**
 Magnetische Domänen **385**
 Magnetische Flüssigkeit **392, 423**
 Magnetische Hysterese **385, 390**
 Magnetische Ordnung 182, 375, 376, **380**
 – Nachweis **382**
 Magnetische Permeabilität **376**
 – absolute **376**
 – relative **376**
 Magnetische Struktur 383
 Magnetische Werkstoffe **390**
 – Kenngrößen **390**

- Magnetische Widerstandsänderung 195
- Magnetischer Fluß **415**
- Magnetischer Monopol 375
- Magnetischer Pol 387
- Magnetisches Kolloid 392
- Magnetisches Moment 386, 414
- Atomkerne **95**, 379
 - Dichteverteilung in Kristallen 287
 - Elektronenhülle 134
 - Elementarteilchen 19, 132, 133, 135
 - induziertes 133, 134, 377
 - Ionen 378
 - Moleküle 159
- Magnetisches Streufeld 387
- Magnetisch leichte Richtung 385
- Magnetisch schwere Richtung 385
- Magnetisierbarkeit 189
- Magnetisierung 135, 210, **376**, 386
- adiabatische 395
 - spontane 383, 384
- Magnetisierungskurve 385
- Supraleiter **415**
- Magnetismus in He-3 **423**
- Magnetnadelmodell 386, 448
- Magneto-elektrischer Effekt 189, **394**
- Magnetokalorischer Effekt 189, **394**
- Magnetometer 416, 417
- Magneton 73
- Bohr- 73
 - Kern- 73, 95
- Magnetophoresis 194
- Magnetostatische Energie 214
- Magnetostatische Kopplung **380**
- Magnetostriktion 189, 389, **394**
- Magnetschwebbahn 418
- Magnetspeicher **391**
- Magnon **402**
- Makrophysik (-welt) **179**, 196, 199, 448, 489
- Makroskopisches Quantenphänomen 414, 422
- Marangoni-Konvektion **440**
- Mars T4
- Maser 408
- Masse-Energie-Beziehung 37
- Massendefekt 57, **85**, 86, 87
- Massendichte (Kosmos) (s. a. Energiedichte) **476**
- kritische **476**
- Masseneinheiten 24, 85
- Massenspektrograph 85
- Masse-Radius-Beziehung **468**
- Massetransport 194, 195
- Massenwirkungsgesetz 220, 221, 369
- Massenzahl 84, 87
- Materialkonstante 188
- Materiewelle **497**
- Geschwindigkeit **500**
 - Natur 498
 - Wellenlänge 7, 15, 61, 283
- Maximalsuszeptibilität (magnetische) **390**
- Maxwell-Beziehung 189
- Maxwell-Gleichungen 35, **36**, 400
- Maxwell-Verteilung **198**, 219
- Maxwell-Voigt-Modell **244**
- Mechanische Suszeptibilität **301**
- Mechanische Verformung **302**
- Mechanische Welle (s. a. Schallwelle) 307
- Mechanokalorischer Effekt 194
- Mehrelektronenatome **123**, 128
- Mehrfachbindung 267
- Mehrkomponentensystem 297, 438
- Mehrphasige Struktur 298
- Meinungsbildung **447**
- Meissner-Ochsenfeld-Effekt 377, **411**
- Meissner-Phase **415**
- Membran **166**, 168
- Mengengröße **188**, 189, 196, 431, 441
- Mercur T4
- Meson **49**, **52**, **53**
- Energieniveau 54
 - Energiezustand 52, 53, 55
 - innere Energie 52, 53
 - Quarkgehalt 56, 57
 - Ruhemasse 56, 57
 - Stabilität, Lebensdauer 51, 56, 57
 - weißes (farbloses) 51
 - Zerfall 52, 54
- Messenger-Ribonukleinsäure (m-RNA) 168, 169
- Metall
- elektrische Leitfähigkeit **359**
 - flüssiges **246**
- Metaphysik 475
- Meteor Crater T4
- Meteoriten **458**, T4
- MHD-Generator 222
- Mikrokristall 274
- Mikrolithographie 405
- Mikroloch 317
- Mikrophysik (-welt) 179, 196, 199, 489
- Mikroradiographie 405
- Mikroriß 317, 318
- Milchstraße 458, **469**
- Zentrum **469**
- Miller-Index **292**
- Mikroskopische Energie 197
- Mimas T4
- Minoritätsträger 406
- Mischbarkeit
- begrenzte **248**
- Mischkristall 250
- Mischstruktur
- amorph-kristalline T3
- Mischung **248**, 297
- ^3He – ^4He - 434, 435
 - supramolekulare **252**
- Mischungsenergie 249, 250
- Mischungsentropie 249
- Mischungslücke **223**, **248**, 297
- Mizelle 252, 253, 298
- Modellsystem 185
- Moderator 90
- Mößbauer-Effekt 97, 105, **330**
- Mol (Definition) 208
- Molekül **139**, 182
- Bindung **150**, 151
 - Bindungsenergie 154, 155
 - Definition 142
 - elektrische Eigenschaften **159**
 - elektronische Übergänge 158, 159
 - Energiezustände **155**, **158**
 - Gleichgewichtsabstand im 154
 - homonukleares 152
 - Kraftkonstante 157
 - Lebensdauer 142
 - magnetische Eigenschaften **159**
 - Massenverteilung 155, 157
 - Potentialfunktion 155–157
 - Rotation **155**, 203, 204
 - Rotationsenergie **155**, 399
 - Rotations-Schwingungsspektrum 157
 - Rotationsspektrum 156
 - Schwingung **156**, 203, 204
 - Schwingungsenergie **156**, 399
 - Schwingungsmoden 158
 - Schwingungsspektrum **156**
 - Struktur **147**
 - Trägheitsmoment 155
 - Übergangsfrequenz 156, 157
- Molekülbildung 143
- Moleküllonenpolarisation 352, 353
- Molekülwellenfunktion (s. a. Orbital) **144**
- Molekularfeldtheorie 384
- Molekularstrahl-Apparatur 206
- Molwärme 208, 328, 411
- Mond T4
- Monomer **239**
- Monopol, magnetischer 73
- Monopolschwingung
- Atomkern 101, 129, 130
- Morphogenese 161
- Moseley-Gesetz 84
- Multikritischer Exponent 435
- Multikritischer Punkt **434**
- Multiplizität 129
- Muskelfunktion 447
- Musterbildung **440**

- Mutation 173
 Myon
 – Eigenschaften 17, **24**
 Myon-Antineutrino 24
 Myon-Neutrino 24
- N
 Nachwirkung (mechanische) 309, 319, 320
 Nahordnung **229**, 262, 267
 Naturgesetz (s. a. Grundgesetz) 35
 Naturkonstanten **37**
 Navier-Stokes-Gleichung **442**
 Nebelkammer 70, 437
 Nebenquantenzahl 119
 Néel-Punkt (-Temperatur)
 – elektrischer 355, 356, 383, 384, 388
 Néel-Wand **387**
 Nematische Struktur (-flüssigkeit) **266**
 Neptun T4
 Nernst-Effekt 195
 Nervenleitung 447
 Netzebene **291**, 296, 313, 497
 Neukurve 389
 Neuronen-Netzwerke 448
 Neutrino **25**
 – kosmisches 478
 – solares 461
 Neutron 56
 Neutronenstern 133, 135, 420, 447, **462**, 478, 495
 – Eigenschaften **465**
 Neutronenstreuung 147, 231, 233, 330, 382–384, 499
 Neutronenüberschuß 103
 Neutronenzahl 85, 87
 Neutronenzerfall 87, 104
 Neutronisierung 464
 Newtons Fließgesetz 245
 Newtons Kraftgesetze 39
 Newtons Strömungsgesetz 195
 Nichtgleichgewicht 185
 Nichtlineare Optik 189
 n-Leitung **371**
 Noethers Theorem **39**
 Normalbedingungen 203, 205
 Normal-Schwingung 157, 203
 Nova **465**, **469**
 np-Übergang 371, **372**, 405, 407
 Nukleinbase 163, 170
 Nukleinsäure **162**
 Nukleon **83**
 – harter Kern 91
 Nukleon-Elektron-Plasma 476
 Nukleotid 162, 167
 Nuklid 103
- Nullpunktsenergie 157, 293
 Nullpunktsfluktuationen (s. a. Vakuumfluktuationen) 47, 59, 150
 N-Z-Diagramm 86, 87
- O
 Oberflächendiffusion 343
 Oberflächenenergie **235**
 Oberflächenspannung **235**, 444, T3
 Oberflächenstruktur 184
 Oberflächenwelle
 – in Kristallen 359
 Ohmsches Gesetz 195
 Oligomer 239
 Onsager-Relationen (s. a. Reziprozitätsrelationen) 196
 Optische Konstanten 401, 402
 Orbital (s. a. Molekülwellenfunktion) **144**, 149, 381
 – antibindend 145
 – bindend 145
 Ordnung **257**, **429**
 Ordnungsparameter **183**, **430**
 – Symmetrie **433**
 Ordnungsschema (für Systemeigenschaften) 189, 194, 485
 Ordnungstemperatur 423
 Ordnungszahl (s. a. Protonenzahl) 84
 Orientierungsdeformation 269
 Orientierungsmuster 269, 271
 Orientierungspolarisation **350**
 Orionnebel T5
 Ortsvektor im Kristall 292
- P
 Paarbildung (Supraflüssigkeit) **422**
 Paarbildung (Supraleiter) (s. a. Cooper-Paar) 414
 Paarbindungsenergie 427
 Paarerzeugung (Paarbildung) 8, 70
 – innere 103–105
 Paarkorrelationsfunktion **230**
 Paarwechselwirkung 422
 Paramagnetismus 12, 375, 376, **378**
 – Leitungssektoren 379
 Paraprozeß **390**
 Parasuszeptibilität **390**
 Parität **23**, 36
 Partikellumineszenz 398
 Paschen-Back-Effekt 133, 134
 Pauli-Paramagnetismus **379**
 Pauli-Prinzip (-Verbot) 22, 36, 86, 87, 123, 125, 129, 145, 146, 302, 361, 369, 380–382, 463
 – Elektronenleitung **362**
- Peltier-Effekt 194, 346
 Peptidbindung 163
 Periodensystem **125**, **126**
 Peritektikum 252
 Perkolation **438**
 Perkulations-Cluster 439
 Perkolationsschwelle 438
 Permeabilität, magnetische **376**, 400
 Phase (thermodynamische) **182**, 250, 268, 430
 – Existenzbereich 184
 Phasendiagramm (s. a. Zustandsdiagramm) 423–426
 Phasengeschwindigkeit 550
 Phasentrennung 224, 225, 248
 Phasenübergang (Phasenumwandlung) 184, 185, **250**, 268, 334, **429**, 442
 – antiferroelektrischer 356
 – diffuser 335
 – diskontinuierlicher **335**, 355, 430,
435, 442
 – Entropie 335
 – ferroelektrischer **335**
 – kontinuierlicher **335**, 355, **430**, T3
 – magnetischer 384
 – normal-supraflüssiger 420
 – Wärmekapazität 335
 Phasenverschiebung 190
 Phonon **327**, 389, 399, 402
 – akustisches 330
 – Energieniveaus 330
 – longitudinales 329
 – optisches 330
 – Sichtbarmachung 329, 331
 – transversales 329
 Phononendichte 340, 341, 361
 Phononenwiderstand
 – elektrischer 361
 Phonon-Phonon-Streuung 340
 Phospholipid 167, 168
 Phosphoreszenz 398
 Photoeffekt **489**
 Photoelektronen **489**
 – Energieverteilung **489**
 Photoleitfähigkeit 306
 Photolumineszenz 398
 Photon (s. a. Lichtquant) 17, **29**, **492**
 – Natur **496**
 – relativistische Masse 495
 – Ruhemasse 495
 Photonendichte (Kosmos) **475**
 Photonenhypothese **492**, 497
 Photosynthese **173**, 455, 456
 Piezoelektrischer Effekt 189, 269, 284, 308, 357, **358**
 – inverser 358
 Piezoelektrischer Modul 359

- Piezokalorischer Effekt 189, 207
 Piezomagnetischer Effekt 189, **394**
 Pinch-Effekt 442
 Pion 52
 Planck-Konstante 37, 492
 Planck-Verteilung (Strahlungsge-
 setz) **476, 492**
 Planck-Zahlen 46, 467
 Planetarischer Nebel **463**
 Planeten **458, 478, T4**
 – Daten **459**
 Plasma 90, 182, 184, **219, 476**
 – Elektronenkonzentration 220
 – im engeren Sinn 219
 – Ionenkonzentration 220, 221
 – lokales Gleichgewicht 222
 – Teilchendichte 221
 – Zustandsgleichung 221, 222
 Plamariton **402**
 Plasmon **402**
 Plastizität **309, 316, 320**
 Platzwechsel **234, 343**
 – Energieschwelle 233, 234
 – Sprungwerte 233, 234
 Platzwechselfrequenz 233, 235, 258,
 261, 263, 342
 Platzwechselzeit 227, 267
 p-Leitung **371**
 Pluto T4
 pn-Übergang **372, 405, 407**
 Poisson-Gleichung 222
 Poisson-Zahl **303**
 Polarisation
 – elektrische 131, 160, 210, 431
 – Fluktuationen 355
 – induzierte **350**
 – Licht 400
 – magnetische 431
 – spontane elektrische **354**
 – von Neutronen 287
 Polarisationsdiffusion 194
 Polarisierbarkeit
 – elektrische 130, 131, 159, 189, 215,
350
 Polariton **402**
 Polaron **402**
 Polykristall (s. a. Vielkristall) **274**
 Polymer 182, 184, **238, 438, T3**
 – Bewegungsmoden 243
 – Elastizitätsmodul 243
 – Faltung 239, 242
 – Haftpunkte 243
 – mechanische Eigenschaften 242
 – Struktur **239**
 Polymerisationsgrad 255
 Polymerlösung 252
 Polypeptidkette **163, 168, 169, 171**
 Potential (s. a. Potentielle Energie)
 – elektrisches 346
 – interatomares 143, 152, **153, 213,**
 216, 302, 306, 307, 327, 337, 343
 – intermolekulares 268
 – Reichweite 214
 – und potentielle Energie 38
 – zwischen Quarks 36
 Potentielle Energie (s. a. Potential)
 – magnetische Dipole 381
 – und Potential 38
 – zwischen Elektron und Atom-
 kern 382
 – zwischen Elementarteilchen **41**
 – zwischen Gasmolekülen 213
 Potenzgesetz **432**
 Primärstruktur 239
 Primordiale Elemente **475**
 Proportionalitätsgrenze 310, 311
 Proportionalkammer **67**
 Protein **163, 171, 239**
 Proteinsynthese **167, 171**
 Proton
 – (Coulomb-)Abstoßung 86, 87, 92
 – innere Energie 27
 – Struktur 28, 61
 – Zerfall 31, 39, 56, 478
 Proton-Antiproton-Paar 20, 21
 Protonenzahl 84, 87
 Protonenzerfall (von Atomkernen) 87,
 103, 104
 Protostern **461**
 Protuberanz T4
 Pulsar **466**
 – Leuchtturmmodell 466
 Pumplicht 406, 441
 Punktfehler **293, 294, 308, 309, 315,**
 319
 PVT-Diagramm (PVT-Fläche) 187,
 204, 205, 214, 217
 Pyroelektrischer Effekt 189, **358**
 Pyromagnetischer Effekt 189, **394**
- R
 Radioaktive Atomkerne, Ur-
 sprung 106
 Radioaktivität **103**
 Radiostrahlung (kosmische) 466
 Radioteleskop **481**
 Räumliches Sehen 447
 Raman-Effekt 405
 Raman-Spektrum 156
 Raster-Elektronenmikroskop 275
 Rauigkeitsübergang 409
 Raumdimension **434**
 Raumgitter (s. a. Kristallgitter) 290
 Raumladung 371, 372
 Raumzeit 35, 37, 46
 – Singularität **467**
 Raumzeit-Diagramm 476
 Reaktionsgleichung 171
 Reales Gas **214**
 – Energie 218
 – Entropie 218
 – Kompressibilität 218
 – PVT-fläche 214
 – Suszeptibilität 218
 – Transportkoeffizienten 218
 – Wärmeausdehnung 218
 – Wärmekapazität 218
 – Zustandsgleichung **214**
 Real(er) Kristall 306, **309, 316**
 Reduzierte Masse 114
 Reduzierte Temperatur **430**
 Reflexion 399–401
 Reflexionskoeffizient 400, 401
 Reichweite
 – von Wechselwirkungen 40, 43, 214,
 434
 „Reiner“ Zustand 50, 53
- Q
 Quadrupolenergie 94, 129, 332
 Quadrupolmoment 93, 94, 99, 129
 Quadrupolschwingung
 – Atomkern 101
 Quantenbedingung (für Drehimpuls-
 kopplung) 129
 Quantenelektrodynamik 8, 122
 Quantenfeldtheorie 39
 Quantenmechanik 113
 Quantenphysik 36, 137, 475, **489**
 Quantenzahl 102, **107, 158, T2**
 Quantisierung
 – Energiezustände 402

- Rekombination 425
 Rekombinationsleuchten 425, 426
 Rekristallisation 261, 279, 280
 Relativistische Teilchen
 – Energie 69
 – Impuls 69
 – Masse 71
 Relaxation 262, 352, 406
 Remanenz 389, **390**, 417
 Renormierung(theorie) **433**
 Resonanz 352
 „Resonanz“ (angeregter Zustand) **59**
 Resonanzabsorption 331, 405
 Resonator
 – optischer 405–407
 Response-Eigenschaft 206
 – elektrische 358
 – „nichtdiagonale“ magnetische **394**
 Response-Funktion **188**
 Response-Größe **196**
 Response-Koeffizient **196**
 Response-Matrix 187, **189**, 207
 Restkraft 42, 83, 86
 Restleitfähigkeit 367
 Restwiderstand **361**, 367
 Reziprozitätsrelation (s. a. Onsager-Relationen) 194
 Ribosom 168, 169, 171
 Richtungsindex 292, 293
 Richtungsquantelung 36, **97**, 125
 Righi-Leduc-Effekt (1. und 2.) **195**
 Riß 306, 318, 320
 – duktiler 318
 – Spannungsverteilung 318
 – spröder 318
 RNA-Polymerase 169
 Röntgenbeugung 263, 267, 286
 Röntgenlaser 408
 Röntgenmikroskopie 405
 Röntgenstrahlung
 – charakteristische 84
 Röntgenstreuung 147
 Rotationsquantenzahl **155**, 158
 – Supraflüssigkeit **420**
 Rotationssymmetrie 39, 289
 Roter Riese 461, **462**
 Roton **402**
 Rotverschiebung **472**, 476
 Rückstoßenergie
 – von Atomkernen 330–332
 Rückstoßfreie Emission **330**
 Ruelle-Takens-Szenario 445
 Ruheenergie 8
 Ruhemasse 19, 71
 – der Neutrinos 25, 29, 479
 – Photon 495
 Rydberg-Frequenz 112
 Rydberg-Konstante 112
- S**
 Sackur-Tetrode-Gleichung 203
 Sättigungsfeldstärke (magnetische) 385, **390**
 Sättigungsmagnetisierung **390**
 Saha-Gleichung 220, 221
 Salzsäure 246
 Saturn T4
 Schalenmodell 128
 Schallgeschwindigkeit 307, 308, 327, 340
 Schallwelle 193
 Scherexperiment 303
 Scherströmung 195
 Scherung 191, 310
 Scherwinkel **191**
 Schichtstruktur 298
 Schmelze 277
 Schmelzkurve 185
 Schmelzpunkt 13, 260
 Schmelzvorgang 250, 435
 Schraubensinn 23
 Schraubenversetzung 294, 295, 312, 315
 Schrödinger-Gleichung 36, **500**
 – Atom **114**, 130
 – Atomkern 101
 – beim Streuprozeß **76**
 – Elektronen im Kristall **363**
 – für Hadronen **59**
 – physikalisch sinnvolle Lösungen 60, 102, 116
 – Wasserstoffmolekül 144
 Schubmodul 303, 304
 Schubspannung 312
 Schwache Ladung 19, **22**, 40
 Schwache Wechselwirkung 19, 22, **36**, **39**
 Schwacher Strom 38
 Schwankungen (s. a. Fluktuationen) **430**
 Schwarzer Zwerg **462**
 Schwarzes Loch 47, **462**, 478, 479, T5
 – supermassives **469**, 474, 476
 – Verdampfung 478
 Schwarzschild-Radius **468**, 477, 482, T5
 Schwingungsenergie 326, 327
 Schwingungsmoden 325–327
 Schwingungsquantenzahl **157**, 158
 Seebeck-Effekt (s. a. Thermoelement) 194, 346
 Seife 252–254
 Sekundärelektronen-Vervielfacher (SEV) 65
 Sekundärstruktur 165, 239
 Selbstdiffusionskoeffizient 344
- Selbstenergie
 – von Dipolen 209
 Selbstkorrelationsfunktion **230**
 Selbstreproduktion 161, 162
 Selektion **171**
 Seltene Erden 127
 Seltsamkeit (s. a. Strange(ness)) 17, **22**, 27
 SETI **479**
 Shubnikov-Phase 415
 Siedediagramm 250–252
 Siedekurve 251
 Siedepunkt 13, 260
 Singularität (Raumzeit) **467**, 475
 Sinneseindrücke 3, 4, 161
 Skalarmeson 50, 52
 Smektitische Struktur (-Flüssigkeit) **266**
 Sol-Gel-Übergang 438, 439
 Sol 409, 438
 Solarzelle 263, 281
 Soliduskurve 251
 Soliton **402**
 Sonne **458**
 – Aufbau **460**
 – Energieflüsse **460**
 – Energieproduktion 461
 – Oberfläche T4
 – Protuberanz T4
 Sonnenlicht 459, **460**
 Sonnensystem **458**
 Sozialverhalten 447
 Spaghetti-Modell (für Polymere) 241
 Spaltneutron 90
 Spannung, mechanische 303
 Spannungs-Dehnungs-Kurve (-Beziehung, -Diagramm), 306, **309**, 319, 320
 – Bereiche O, I, II, III **311**
 – elastische Bereiche **310**
 – plastische Bereiche **310**
 – technische 310
 Spannungsfeld
 – von Punktfehlern 296
 – von Versetzungen 294, 296
 Spannungsmuster (magnetisches) 388
 Spannungstensor 190, **191**
 Spannungswelle 193
 Spektrallinien 112
 Spektralserien 119
 Spezifische Wärme(kapazität) 336
 – Supraleiter **410**
 Spin (s. a. Eigendrehimpuls) 19, 447
 Spin-Bahn-Energie 385
 Spin-Bahn-Kopplung (-Wechselwirkung) 99, **120**, 123, 128, 129, 133, 134, 338, 380, 385, 423
 Spindimension **434**
 Spinflip-Übergang 435

- Spinfluktuation 384
 Spinglas 409, 439
 Spinodale **217, 437**
 Spindiffusion 194
 Spinnmoment, magnetisches 133, 375
 Spinpolarisation 23
 Spinquantenzahl (s. a. Drehimpuls-quantenzahl) 19, 125
 Spin-Spin-Wechselwirkung 123, 128, 381
 Spinstruktur 382
 Spinsuszeptibilität **390**
 Spinwelle 402
 Spiralförmige (magnetische) Ordnung **380**
 Spiralstruktur (Galaxie) 469
 Spontane Emission 59, 406
 Spontane Fluktuationen 437
 Spontane Magnetisierung 383, 384, 390, 433
 Spontane (elektrische) Polarisation **354**
 Spontane Spaltung 87, 103, 104
 Sprung (in einer Versetzung) 316
 Sprungtemperatur (Supraleiter) **410**
 Spulenkern 391
 SQUID **417**
 Standardmodell 15, 48
 Stapelfehler 294, 296, 309
 Stark-Effekt **131**
 Starke Ladung (s. a. Farbladung) 22, 40
 Starke Wechselwirkung 19, **36, 39**, 462
 Stationärer Zustand 59
 Statistik-Quantenzahl 36
 Statistische Mechanik 12
 Statistische Thermodynamik **181**
 Sterische Abstoßung 254
 Stern **461**
 – Entwicklung **461**
 – Pulsation **463**
 – sonnenähnlicher **462**
 Sternentstehung 459
 Sternentwicklung **462**
 Stern-Gerlach-Effekt **74**
 Stöchiometrie 297
 Störstellenkonzentration 369
 Störstellenleitung **367**
 Stoffwechsel 160, 161, 166
 Stokes(sche) Emission (Linien) **399**
 Stoßintegral 198
 Stoßparameter 198
 Stoßzeit 235
 Strahlungscharakteristik 404
 Strahlungsquellen
 – elektromagnetische **404**
 Strahlungsverlust 113, 352
 Strange(ness) (s. a. Seltsamkeit) 17, **22, 27**
 Strange-Quark 27
 Streckgrenze 310
 Streuamplitude 78
 Streufeld (magnetisches) 387
 Streufeldenergie (magnetische) 387
 Streuintensität 285
 Streupotential 77, 102
 Streuung, Streuexperiment 20, 21, 25, 28, 60, **76**, 91, 93, 147, 153, 198, 230, 355
 – Elektronen im Festkörper 340, 367
 – Licht **398**, 430, 441
 – magnetische Neutronen- 382
 – Phononen 340
 – Röntgenstrahlung T2
 – unelastische(s) 80, 99, 100, 404
 Streuvektor 78, 79, 285
 Streuwinkel 78
 Strömungsstrom 194
 Stromdichte (s. a. Fluß) 193
 Struktur
 – der Materie 5, 9
 – ferroelektrische 355
 – Transportprozeß 441
 – und Energie **9**
 Strukturamplitude 78–80, 285
 – dynamische 80
 Strukturanalyse 405
 Strukturberechnung **11**
 Strukturbestimmung
 – durch Streuung **76**
 Strukturelle Umwandlung 435
 Stufenversetzung 294–296, 312, 313, 315
 Sublimation 276, 279
 Subsystem 448
 Supercluster(-haufen) (Galaxien) **469**
 Superhelix 163
 Supernova (-explosion, -ausbruch) 458, **462**
 Superstring (-Theorie) 32
 Supraflüssigkeit 184, **419**
 Suprafluider Zustand **419**, 465
 Supraleiter 184
 – 1. und 2. Art **415**
 – Diamagnetismus 377
 – Hochtemperatur- 419
 – organischer 419
 Supraleitung 182, 349, **410**
 – Anwendungen **416**
 Supramolekulare Mischung 252, 253
 Suspension 252
 Suszeptibilität **188**, 193, **196**, 207, 232
 – antisotrope 190
 – diamagnetische 135, 159, **376**
 – (di)elektrische 131, 160, 209, **350**
 – elektrokalarische **358**
 – elektro-magnetische 192
 – elektrostriktive **358**
 – ferromagnetische 384
 – höherer Ordnung 189
 – komplexe 190
 – magnetische 210, 376, 432, 433
 – mechanische **301**
 – molare magnetische 379
 – nichtlineare T3
 – paramagnetische 210, **378**
 – piezoelektrische **358**
 – pyroelektrische **358**
 Suszeptibilitätstensor
 – elektrischer 350
 – magnetischer 376
 Symmetrie 44, 433
 – Ordnungsparameter **433**
 Synchrotronstrahlung **404**, T3
 Synergetik **446**, 486
 Systemeigenschaften **6**, 62, 106, 109, 155, 179, 180, 373, 485
 Szintillationszähler **65**
- T
- Tauon **24**
 Tauon-Antineutrino 24
 Tauon-Neutrino 24
 Taylor-Wirbel **440**
 – wellenförmige 440
 Teilchen-Antiteilchen-Paar 17
 Teilchendichte 79, 80
 Temperatur(-definition) **180**
 Temperaturdifferenz-Verfahren 279
 Temperaturwelle 193
 Temperung 261
 Tertiärstruktur 165, 239
 Tethys T4
 Thermische Aktivierung 369
 Thermische Ausdehnung (s. a. Wärmeausdehnung) **337**
 Thermische Geschwindigkeit 473
 Thermische Stöße 406
 Thermischer Druck **461**
 Thermodiffusion 194, 344, 346
 Thermodynamik **196, 429**
 Thermodynamisch konjugierte Größen 188
 Thermodynamisches Potential 188
 Thermoelektrische Effekte 344, 346
 Thermofarbe 263
 Thermokraft 346
 Thermolumineszenz 398
 Thermomagnetische Effekte **195**, 196, **394**
 Thermomechanischer Effekt 194

Thermonukleare Reaktion 106
 Thermostrom (s. a. Seebeck-Effekt) 194
 Thomson-Effekt 195
 Thylakoid 173, 175, 176
 Tiefe Temperatur 212
 – Herstellung 395
 Tieftemperaturphysik **409**, 427
 TOE (theory of everything) 4, 44
 Tonband 391, 392
 Top (-Quark) 17, **22**, 26, 27
 Transfer-Ribonukleinsäure (t-RNA) 168, 169
 Transformatorblech 391
 Transistor **371**
 Transkription 168, 170
 Translationsinvarianz 39
 Translationssymmetrie 288, 289
 Transmission 400, 401
 Transportgesetz, Transportgleichung **193**, 445
 – konventionelles 194, **195**, 210
 Transportinstabilität **440**, 448
 Transportkoeffizient 153, 154, **193**, **194**, 196, **198**, 210–212, 233, 236, 346
 – höherer Ordnung 196
 – konventioneller 210
 – phänomenologischer 194
 Transportmodus **441**
 Transportprozeß (-Schema) **193**, **194**, **441**
 – „Nichtdiagonaler“ 344
 Transportwirkungsquerschnitt 198
 Treibende Kraft (s. a. verallgemeinerte Kraft) **193**, **194**, 441, 442
 Tribolumineszenz 398
 Tripelpunkt 186, 228, 261, 268
 Trockenkopierverfahren 263, 264
 Truth **22**
 Turbulenz **444**
 Tunneleffekt 366
 Tunnelmikroskop(ie) **284**, 359, T3
 Tunnelstrom 284

U

Übergangselemente 126
 Überhitzung 217, **437**
 Überschwemmung 438
 Überstruktur 182, 184
 Ummagnetisierungsverlust **390**
 Umwandlungstemperatur 335, 336
 Umweltprobleme 456–458
 „Unanschauliche“ Eigenschaften, von Elementarteilchen **20**
 Universalität **433**, 445, 446

Universelle Kraft 47
 Universelle Zahlen **445**
 Universum (s. a. Kosmos, Weltall)
 – Alter 473
 – Geschichte 453
 Unordnung **257**
 Unschärfebeziehung (Unschärferelation) 8, 43, 46, 58, 75, 83, 105, 125, 157, 293, **500**
 Untergitter 383
 Untergittermagnetisierung 383, 432
 Unterkühlung 217, 261, 437
 Up (-Quark) 17, 22, 27
 Uranus T4
 Urbausteine 32
 Urknall 461, **475**
 – Umkehrung 476

V

Vakuumfluktuationen (s. a. Nullpunktsfluktuationen) 46, 59, 122, 151
 Valenzband **366**, 369
 Valenzelektronen 381
 Van-der-Waals-Bindung 150, 152
 Van-der-Waals-Gleichung **214**
 Van-der-Waals-Isothermen 217, 437
 Van-der-Waals-Kraft 215, 253
 Van-der-Waals-Theorie 437
 Van-der-Waals-Wechselwirkung 151, 422
 Vektormeson 50, 53
 Vektorpotential
 – magnetisches 38, 39
 Venus T4
 Verallgemeinerte Kraft **193**, **194**, **441**
 Verallgemeinerte Ladung **40**, 41
 Verallgemeinerte Suszeptibilität **188**, 394
 Verallgemeinertes Feld (thermodynamisches Feld) 180, **188**, 207
 Verbotene Zone (s. a. Bandlücke) **365**
 Verbundwerkstoffe **297**, 320
 Verdampfung 250, 435, **436**
 Vereinigung der Wechselwirkungen (s. a. GUT, TOE) **44**, 45
 Verfestigungsbereich (linearer) 310, **315**
 Verflüssigung 205, 212
 Verformung 303, **310**, 314
 – plastische 316
 Verlustwinkel 190, 192, 193
 Versetzung 293, 306, **309**, 367
 – aufgestaute 314, 317
 – elastische Wechselwirkung 315
 – Gleiten von 316
 – Schneidprozeß 316

– Schraubenanteil 313
 – Spannungsfeld 294, 296, 312, 315, 316
 – Stufenanteil 313
 – Wanderung 212
 Versetzungsdichte 313, 314
 – primäre 311
 Versetzungsdipol 296
 Versetzungskern 296, 313
 Versetzungslinie 306, 314
 Versetzungsnetzwerk 314, 316, 448
 Versetzungsring 313
 Versetzungstypen 293, **294**
 Versklavung (Freiheitsgrade) 448
 Verstärkerschaltung **372**
 „Verstehen“, physikalisches 3, **4**, 173, 226, 373, 430, 451, 485
 Verteilungsfunktion 325, 326, 333
 Verzerrung (s. a. Dehnung) **191**
 Vielelektronenproblem 382
 Vielfachheit (s. a. Entartung) 181, 197
 Vielkristall (s. a. Polykristall) 259, **274**
 Vielteilchenphysik **180**
 Vielteilchensystem 181, 197, 373, 402, 414, 446, 485
 Virus 161, 290, 448
 Virialentwicklung 154, **215**, 222
 Virialkoeffizient (zweiter bzw. dritter) **215**
 Viskoelastizität **244**
 Viskosität 195, 210, 227, 233, 258, 260, 261, 267, 321, 419
 – supraflüssiger Zustand 419, **420**
 Void-Gitter 449
 Volumen-Ausdehnungskoeffizient 338
 Volumensprung 258, **435**
 Vorzugsrichtung (magnetische) 387

W

Wachstumsform 443
 Wachstumsgeschwindigkeit von Kristallen 275, 276
 Wachstumsspirale 295
 Wärmeausdehnung (s. a. thermische Ausdehnung) 189, 207, 218, 324, 328, **337**
 – Anisotropie 337, 338
 Wärmeausdehnungskoeffizient **337**
 Wärmebewegung 293
 Wärmekapazität 189, 207, 208, 212, 218, 232, 433
 – Festkörper **324**
 – Halbleiter 334
 – Helium-4 336
 – Metalle 334
 – Phasenübergänge **335**

- spezifische 336, 410
- Supraleiter **411**, 413
- Wärmeleitfähigkeit 195, 198, **210**, 235, **339**, 419
- Maximum 340
- Störstelleneinfluß 341
- Wärmeleitung 194, 195, 212, **339**
- Wärmetransport **442**
- Wanddicke (magnetische) 387, 389
- Wandenergie (magnetische) 389
- Wandgeschwindigkeit (magnetische) 389
- Wandsprung (magnetischer) 389
- Wannier-Exziton 403
- Wasserhülle 247, 248
- Wasserstoffbrennen **462**
- Wasserstoffbrücken (-Bindung) (s. a. H-Brücken-Bindung) 151, 152, 163, 164, 239, 267
- Wasserstoff-Molekül(-Ion) **143**
- Wasserstoffspektrum 111, 113
- Wasserstoffwellenfunktionen T2
- Wechselwirkung
 - abstoßende 154
 - anziehende 154
 - Details 434, 437
 - elastische 449
 - fundamentale
 - – Charakter **41**
 - – Reichweite **41**
 - – relative Stärke **41**
 - – und Struktur der Materie **47**
 - zwischen Gasmolekülen **215**, 224
- Wechselwirkungsanteil (s. a. kooperativer Anteil)
 - der Wärmeausdehnung 338
 - der Wärmekapazität 324
- Wechselwirkungsenergie 334, 383
 - magnetische 96
 - zwischen Gasmolekülen 214
- Wechselwirkungsteilchen (s. a. Feldquant) 16
- Weiss('sche) Bezirke (s. a. (magnetische) Domänen) 386
- Weißer Zwerg 461, **462**, 495
- Weißes Loch 475
- Wellenfunktion 7, 36, **497**
 - antibindende 144
 - Atom 117, 130, 131
 - bindende 144
 - Cooper-Paare **414**
 - freie Elektronen **363**
 - Hadron 60
 - Kohärenz **414**
 - Kristallelektronen **363**
 - Molekül- 147
 - Supraflüssigkeit **422**
 - Symmetrie 39
 - Überlappung 381
- Wellengleichung 307
- Wellengeschwindigkeit 193, **500**
- Wellengleichung 193, 500
- Wellengruppe **500**
- Wellenlänge-Energie-Beziehung **283**
- Wellenvektor **78**
- Wellennatur der Materie **489**
- Wellentheorie des Lichts **491**
 - Widersprüche **491**
- Welle-Teilchen-Dualismus 7, 137, **489**, 501
- Weltall (s. a. Universum, Kosmos) **475**, 479, 486
 - Entwicklung 474
 - Homogenität 475
 - Isotropie 475
 - Vergangenheit **475**
 - Zukunft **476**
- Weltformel 45
- Weon (Weakon) 17, **29**, **31**
- Werbung 438
- Werkstoff 255
- Whisker 305, 306
- Wirbelring (s. a. Elementarwirbel) 421
- Wirbelstrom (elektrischer) 389
- Wirkungsquerschnitt **78**
- „Wüste“ 46
- X
- X-Teilchen (Ixon) 17, **29**, **31**
- XY-Modell **434**
- Z
- Zähigkeit (von Kristallen) **318**, 319, 320
- Zählrohr, (s. a. Geigerzähler) **64**
 - Kennlinie **64**
- Zeeman-Effekt 133–135
- Zeitumkehr 37
 - -symmetrie 39
- Zelle (organische) 161, 166, 448
- Zellulose 298
- Zement 298
- Zeolith 290
- Zerfallsgesetz, radioaktives 103
- Zerfallskanal 54
- Zerfallskonstante 103
- Zerfallsmodell 105
- Zerreißeigenschaft 306, 310, 318–320
- Zerreißeigenschaft **305**, 310
- Zerreißeigenschaft 319
- Zerreißeigenschaft **317**
- Zeton 17, **29**, **31**
- Zodiakollicht T4
- Zonenschmelz-Verfahren 279
- Zugfestigkeit 306
- Zustandsdiagramm (s. a. Zustandsfläche) **184**, 224, 228, **250**, 258, 268, 423, 424, 426, 435
- Zustandsdichte 181, 325–327, 333, 369
- Zustandsfläche (s. a. Zustandsdiagramm) 186, 204, 215, 217, 224, 261, 268
- Zustandsgleichung 202, 204, 221, 232, 475
- Zustandssumme 197, 230
- Zustandszahl 181, 215
- Zweikomponentensystem 224
- Zweiphasengebiet 186, 217, 224, 250, 251, 268, 437
- Zweiter Schall 409
- Zwergstern (s. a. schwarzer, weißer Zwerg) 478
- Zwischengitteratom 296, 315, 367
- Zwischengitterdiffusion 343
- Zwischengitterplatz 294

Wichtige physikalische Konstanten und Umrechnungsfaktoren

(zum Teil nach E. R. Cohen und B. N. Taylor, „The 1986 Adjustment of the Fundamental Physical Constants“, CODATA Bulletin 63, Pergamon, Elmsford (NY) 1986)

Fundamentalkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Induktionskonstante	$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} = 12,566 \cdot 10^{-7} \text{ Vs/A m}$
Influenzkonstante	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/V m}$
Gravitationskonstante	$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$
Planck-Konstante	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
	$\hbar = h/2 \pi = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Elementarladung	$e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

Ruhemassen

Elektron	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Proton	$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Neutron	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Magnetische Momente

Elektron	$\mu_e = 9,285 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$
Proton	$\mu_p = 1,411 \cdot 10^{-26} \text{ A m}^2$
Neutron	$\mu_n = 0,966 \cdot 10^{-26} \text{ A m}^2$
Bohr-Magneton	$\mu_B = e_0 \hbar / 2 m_e = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$
Kernmagneton	$\mu_k = e_0 \hbar / 2 m_p = 5,051 \cdot 10^{-27} \text{ A m}^2$

Abgeleitete Konstanten

Magnetisches Flußquant	$\phi_0 = h/2 e_0 = 2,068 \cdot 10^{-15} \text{ Vs}$
Zirkulationsquant	$\phi_z = h/2 m_e = 3,637 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
Feinstrukturkonstante	$\alpha = e_0^2 / 4 \pi \epsilon_0 \hbar c = 7,297 \cdot 10^{-3}$
Rydberg-Konstante	$R_\infty = m_e e_0^4 / 64 \pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 = 3,290 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2 = 5,671 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$
Bohr-Radius	$a_B = 4 \pi \epsilon_0 \hbar^2 / m_e e_0^2 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Thermodynamische Konstanten

Avogadro-Zahl	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ Teilchen pro Mol}$
Boltzmann-Konstante	$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Gaskonstante	$R = N_A k = 8,315 \text{ J/K mol}$
Faraday-Konstante	$F = N_A e_0 = 9,649 \cdot 10^4 \text{ As/mol}$

Astronomische Größen

Masse der Erde	$M_e = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Masse des Mondes	$M_m = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
Masse der Sonne	$M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Äquator-Radius der Erde	$R_e = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$
Radius des Mondes	$R_m = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$
Radius der Sonne	$R_\odot = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$
Mittlerer Abstand des Mondes	$R_{em} = 3,844 \cdot 10^8 \text{ m}$
Mittlerer Abstand der Sonne	$R_{e\odot} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Solarkonstante	$K_\odot = 1,367 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$
	$1 \text{ Lichtjahr} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$
	$1 \text{ Parsec} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$

Umrechnungsfaktoren

$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$	$1 \text{ K} \triangleq 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J}$
$1 \text{ u} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$= 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$
$1 \text{ MeV}/c^2 = 1,783 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$	$1 \text{ d} = 86\,000 \text{ s}, \quad 1 \text{ a} = 31\,556\,930 \text{ s}$

Klaus Stierstadt

Physik der Materie

Das Buch gibt in kompakter Form einen umfassenden Überblick über alle Gebiete der Physik, die sich mit dem Aufbau und den Eigenschaften der Materie beschäftigen – von der Elementarteilchenphysik über die Festkörperphysik bis hin zur Astrophysik. Damit präsentiert es seinen Lesern – Physik-Lehramtskandidaten, Nebenfächlern und -Diplom-Studenten – praktisch das gesamte Themenspektrum der Hauptprüfung. Außer bei der Wiederholung des Stoffes wird es auch begleitend zu den Vorlesungen gute Dienste leisten.



ISBN 3-527-26921-5